

ESQUEMAS DE ESTUDANTES DO 9º ANO AO RESOLVEREM SITUAÇÕES DE COMBINATÓRIA

Fabiane Santana da Silva
Universidade Estadual de Santa Cruz
Fabianefabi13@hotmail.com

Nerivaldo Honorato da Cruz Santos
Instituto Federal da Bahia
neryhonorato@hotmail.com

Resumo:

Esta pesquisa tem por objetivo apresentar e discutir os esquemas e o desempenho de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver situações de Combinatória, usando como aporte teórico o Campo Conceitual Multiplicativo proposto por Gerard Vergnaud. Para tanto, foi utilizado um instrumento diagnóstico que contemplou duas situações-problema que envolviam o conteúdo de combinatória. Este instrumento foi aplicado a 31 estudantes de duas turmas do 9º ano de uma escola pública do Sul da Bahia. A partir da análise percebemos que os sujeitos da pesquisa restringiram-se ao mínimo de esquemas de resolução para resolver problemas de combinatória, não obtendo êxito em seu desempenho a partir delas. Assim, esperamos que novas pesquisas sejam realizadas com o interesse de discutir as possibilidades que os professores de matemática tem para incentivar seus alunos a usarem diferentes tipos de esquemas para resolver problemas de combinatória nos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Ensino Fundamental; Estrutura Multiplicativa; Combinatória; Esquemas.

1. Introdução

O conteúdo de combinatória é muito importante dentre os demais presentes no estudo de Análise Combinatória, pelo qual o princípio fundamental da contagem e/ou princípio multiplicativo tornam-se o alicerce para o estudo de tal conteúdo. Além disso, o estudo de combinatória torna-se muito relevante para aprendizagem de estudantes, no intuito de ajudá-los com algumas habilidades ao estabelecerem métodos de contagem e agrupamentos a fim de atender uma demanda social e/ou escolar mais ampla, possibilitando o desenvolvimento e aperfeiçoamento do raciocínio combinatório.

Alguns estudos, como os de Pessoa e Borba (2009) defendem a ideia de que professores abordem os diferentes significados presentes em situações de combinatória desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, no intuito de ajudar no desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes. De maneira, mais ampla o ensino de combinatória é realizado, comumente, no 2º ano do Ensino Médio. Contudo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) recomendam que se trabalhe com uma variedade de situações-problema de combinatória desde os anos iniciais de escolarização. Cabe ressaltar que alguns livros didáticos do Ensino Fundamental já abordam conteúdo deste tipo.

Deste modo, com essa pesquisa temos o objetivo de apresentar e discutir os esquemas e o desempenho de um grupo de 31 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Sul da Bahia ao resolver situações de Combinatória, a partir de um instrumento diagnóstico. O instrumento diagnóstico foi elaborado pelo grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) que fica situada na Bahia, como parte do projeto de pesquisa em andamento, intitulado: Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult). O E-Mult foi proposto para ser realizado em rede, envolvendo três estados nordestinos (Bahia, Pernambuco e Ceará) e tem por objetivo investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação “ação-reflexão-planejamento-ação”.

Assim, usamos o modelo de pesquisa de cunho descritivo como procedimento metodológico para elaborar essa pesquisa, ao dar interpretação quantitativa e qualitativa dos dados obtidos a partir do instrumento.

2. Caminhos Teóricos

Algumas pesquisas em Educação Matemática tem utilizado a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, no intuito de construir com os professores as condições para a compreensão do significado do saber escolar pelo estudante, uma vez que, “analisar os fatores que interferem no sucesso da criança em resolver problemas é justamente uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais” (MAGINA, 2005, p.17). Segundo Vergnaud, esta teoria se reporta como sendo:

[...] uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1996, p.155).

O autor desta teoria ainda aponta que as situações dão sentido ao conceito e este processo ocorre quando o sujeito é confrontado com uma variedade de situações. Vergnaud utiliza a conceito de situação como equivalente ao conceito de tarefa¹. Entretanto, “[...] o

¹ É preciso ressaltar que conceito de situação contido Teoria dos Campos Conceituais é distinto do conceito de situação didática¹, comumente empregado Guy Brousseau na Teoria das Situações Didáticas. Por situações didáticas Brousseau (1997, apud SANTANA, 2010) entende como “um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, certo “mileu”, contendo eventualmente instrumentos ou objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição”.

sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos” (VERGNAUD, 1990, p. 158, apud, MOREIRA, 2002, p.5). São os esquemas, que constituem o sentido dessa situação ou desse significante para esse indivíduo.

Vergnaud define o conceito de esquema como “[...] uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 2009, p. 21). Nesse sentido, são nos esquemas onde estão presentes os conhecimentos que o sujeito mobiliza ao enfrentar as situações ou classes de situações. Vergnaud reconhece duas classes distintas de situações:

1. Classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
2. Classe de situações para as quais o sujeito não dispõe de competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso. (VERGNAUD, 1996, p. 156).

Magina (2005) defende que a análise das tarefas matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado com essas tarefas nos permitem analisar sua competência a qual, poderá ser avaliada por três aspectos:

- (a) análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta;
- (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e
- (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular (MAGINA, 2005, p. 4-5).

É importante ressaltarmos que Magina (2005) se reporta as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolver problemas com o sentido de esquema definido por Vergnaud. Na formação de um esquema, o componente invariante operatório determina as diferenças entre um esquema e outro, sendo um dos elementos cognitivos essenciais dos campos conceituais (FRANCHI, 2008, p.204, apud, MOREIRA, p. 23). Segundo Vergnaud “o reconhecimento de invariantes é, pois a chave de generalização do esquema” (VERGNAUD, 1996, p. 161).

O conceito de esquema é essencial para qualquer teoria cognitivista, porque ele se articula, dentro dele mesmo, ambos, o comportamento e os aspectos representacionais: regras de ação e invariantes operatórios. Os esquemas estão no âmago da cognição e no âmago do processo de assimilação-acomodação (VERGNAUD, 1997, p.27, apud, SANTANA, 2010, p.41).

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida “em vista do desenvolvimento do processo de conscientização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço, da álgebra” (Vergnaud, 1996, p.155). Sendo que o que nos importa para efeito desse estudo está relacionado à Estrutura Multiplicativa. O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas comporta situações cuja solução exige as operações de multiplicação,

divisão ou ainda a combinação entre elas. Vergnaud (2009) destaca duas grandes categorias de relações multiplicativas: a relação quaternária e a relação ternária.

Segundo Santos (2015), para simplificar as subdivisões das Estruturas Multiplicativas Magina, Merline e Santos, integrantes do grupo REPARE em EdMat/PUC-SP - Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática - fizeram a releitura de Vergnaud, no que diz respeito às Estruturas Multiplicativas e elaboraram um esquema (ajustado em 2014), conforme a figura 1.

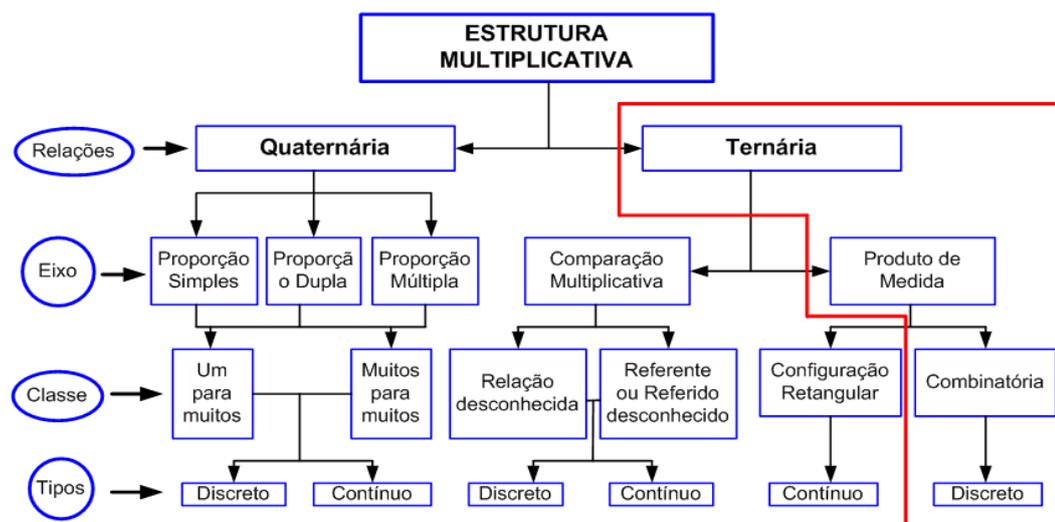


Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo

Fonte: Adaptado de Santos (2015, p. 105).

As situações que pretendemos analisar nesse estudo fazem parte da Relação Ternária, do eixo Produto de Medidas e da classe de Combinatória, ver figura 1. Segundo Vergnaud (2009) situações que compõem essa classe comportam três quantidades de grandezas distintas entre si, das quais uma delas é o produto das outras duas de tal forma que podemos fazer $a \times b = c$, pelo qual a constante c é o produto de a e b . Do mesmo modo Magina, Merlini e Santos também apontam de forma semelhante que em combinatória “a ideia presente nessa classe remete à noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \emptyset$)” (Magina, Santos e Merlini, 2014, p.523).

Vejamos um exemplo: *Em uma festa Junina há 3 meninas e 5 meninos trajados de roupas juninas. Todas as meninas trajadas devem dançar com todos os meninos trajados. Quantos casais trajados poderão ser formados?* Como forma de resolução usando as ideias de Vergnaud pode-se observar que cada casal é formado por uma menina M e um menino H de tal forma que

multiplicando o número da quantidade de meninas pelo número da quantidade de meninos obtemos a quantidade de casais.

Tabela 1: Possibilidades

	H1	H2	H3	H4	H5
M1	M1H1	M1H2	M1H3	M1H4	M1H5
M2	M2H1	M2H3	M2H3	M2H4	M2H5
M3	M3H1	M3H2	M3H3	M3H4	M3H6

Fonte: Elaborado para pesquisa.

Na tabela 1 apresentamos como ilustração as possibilidades da formação de casais, tomando M como menina e H como menino, obtendo 15 possibilidades de obter casais. Neste caso, também podemos dizer que uma das formas de esquema utilizada para resolver este problema/tarefa é a tabela1.

3. Sobre a Metodologia

O procedimento metodológico utilizado na realização dessa pesquisa é de cunho descritivo. Pois a mesma tem o anseio de conhecer e interpretar fenômenos envolvido com o cotidiano dos indivíduos pesquisados, sem nela interferir com a intenção de modifica-la, de comum acordo com os preceitos de (RUDIO, 2001). Com isso, a partir do nosso objetivo de apresentar e discutir os esquemas de resolução e o desempenho de um grupo estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver situações de Combinatória, buscamos apresentar e descrever o desempenho e os esquemas desses sujeitos, usando suas resoluções de problemas coletadas a partir de um instrumento diagnóstico.

Quanto ao universo de estudo, a coleta de dados foi realizada em uma instituição escolar de uma cidade do sul da Bahia no ano de 2015. Deste modo, os sujeitos pesquisados para elaboração dessa pesquisa, foi um total de 31 estudantes do 9º ano de duas turmas diferentes. Na ocasião da aplicação do instrumento os estudantes possuíam entre 14 e 18 anos de idade. O motivo dessa escolha do 9º ano, se deu pelo anseio de entendermos melhor os esquemas de resolução de problemas envolvendo o conteúdo de combinatória utilizados ao final do Ensino Fundamental.

O instrumento diagnóstico foi aplicado coletivamente, pela própria professora da turma com a supervisão dos pesquisadores, e os estudantes responderam o instrumento de forma individual. Todas as situações foram lidas pelo professor por duas vezes, para garantir que os estudantes ali envolvidos poderiam entender a situação, mesmo aqueles que apresentassem alguma deficiência na leitura. Desse modo, o professor lia, por duas vezes, a situação em voz alta, estipulava um tempo para que a maioria resolvesse para assim passar para a próxima situação.

O instrumento diagnóstico apresentava 14 situações-problema, contudo, para efeito deste artigo analisaremos o desempenho e os esquemas de 31 estudantes do 9º ano ao resolverem duas situações-problema relativas à classe de combinatória. Apresentaremos em seguida tais situações:

Q1: Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Nessa situação temos dois conjuntos, a saber: seis rapazes e quatro moças e o que se quer saber é quantidade de elementos do terceiro conjunto, o de casais possíveis.

Q2: A lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

Podemos observar que nessa situação são dados dois conjuntos, em que um deles é o produto (tipos de sanduíche) e uma das partes (tipos de pães) e procura-se a outra parte (tipos de recheio). Tais situações nos remete a fazer uma multiplicação entre a quantidade de elementos de dois conjuntos obtendo os elementos correspondentes do terceiro conjunto.

5. Análise e Discussão dos Dados

Para a análise e discussão dos dados apresentamos primeiramente o desempenho detalhado dos sujeitos pesquisados, apontando a quantidade de acertos e erros em buscar de melhor esclarecer parte do nosso objetivo, que é apresentar e discutir o desempenho de um grupo de 31 estudantes do 9º ano. Vale salientar que tomamos como desempenho o rendimento dos sujeitos pesquisados com relação a quantidade de acertos por questão. Deste modo,

iniciamos a análise apresentando seus desempenhos nas duas situações de combinatória, apontando também os erros como segue na tabela 2.

Tabela 2: Desempenho de um grupo de estudantes do 9º ano.

Erro e Acerto por questões	Erro	Acerto
Q1	28	3
Q2	28	3

Fonte: Dados da pesquisa.

Os dados da Tabela 2 nos indicam que de modo geral os sujeitos da pesquisa tiveram dificuldades em responder corretamente as duas questões. Vale salientar que os dados foram organizados na tabela 2 de forma a mostrar o desempenho dos 31 estudantes pesquisados. Contudo não apresentamos em tabela o desempenho das duas turmas separadamente, pois em uma das turmas os sujeitos pesquisados não obtiveram nenhum acerto, neste caso, os 6 acertos vistos na tabela 1 referentes a questão 1 (Q1) e 2 (Q2) são apenas da turma 1.

Por outro lado, de posse dos dados e com o objetivo de também apresentar e discutir os esquemas de resolução dos sujeitos da pesquisa ao resolver situações das duas situações de Combinatória, apresentamos e discutimos os tipos de esquemas apresentados por esses estudantes. Com isso, é importante destacar que para categorizar os esquemas observamos tanto aquelas que levaram ao acerto quanto as que levaram ao erro, pois de acordo com Vergnaud (1997) podemos estudar com os esquemas o comportamento e os aspectos representacionais do indivíduo. Ressaltando, que para melhor compreensão dos esquemas apresentados pelos sujeitos pesquisados na resolução dos problemas, criamos algumas categorias para esses esquemas.

Assim, de posse dos dados estabelecemos duas categorias, a saber: *Presença de Cálculo* e *Ausência de Cálculo* conforme figura 2 e 3 respectivamente. Usando o esquema tido como Presença de cálculo o estudante deixa registrado o algoritmo utilizado para a resolução do problema. Porém, usando o esquema tido como Ausência de Cálculo o estudante apenas apresenta a resposta, não registrando seus esquemas de resoluções explicitamente. Quanto aos esquemas de resolução utilizadas pelos sujeitos da pesquisa, não consideramos as respostas em Branco como um esquema, pois não está explícito nenhum tipo de representação para resolver o problema pelo estudante.

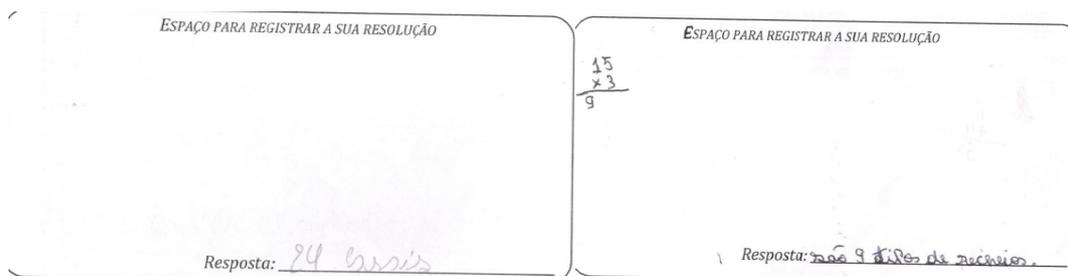


Figura 2: Presença de Cálculo

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3: Ausência de Cálculo

Fonte: Dados da pesquisa.

Com isso, levando em consideração que foram observadas 2 situações-problema de 31 estudantes, apresentamos na tabela 3, os 43 esquemas dos 62 tipos de resolução que poderiam ter sido apresentados pelos sujeitos da pesquisa se os mesmos não tivessem deixado 19 situações em Branco.

Tabela 3: Esquemas apresentados por um grupo de 31 estudantes do 9º ano.

Branco	Esq. Presença de cálculo	Esq. Ausência de cálculo
19	28	15

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da tabela 3, podemos perceber que os sujeitos da pesquisa optaram por utilizar em quantidade maior algum tipo de algoritmo para resolver o problema, do que não registrar nenhum tipo de resposta ou apresentar apenas as respostas. Porém, ao contrário do desempenho, acreditamos que seja importante apresentar aqui a quantidade de esquemas por questão e por turma, pois ambas apresentaram tipos de esquemas diferentes em relação a cada turma, como segue na tabela 4.

Tabela 4: Esquemas por questão da turma.

Turma 1	Branco	Esq. Presença de cálculo	Esq. Ausência de cálculo
Q1	7	8	2
Q2	7	9	1
Turma 2			
Q1	5	0	9
Q2	0	11	3

Fonte: Dados da pesquisa.

Com efeito, podemos ver na tabela 4 que em relação as situações deixadas em Branco na turma 1, os sujeitos da pesquisa fizeram o uso 7 vezes para as duas questões respectivamente, pelo qual podemos observar com a figura 2 que este tipo situação não possui nenhum tipo de

influência em relação ao desempenho. Entretanto, na turma 2 os sujeitos da pesquisa optaram por deixar apenas a questão 1 (Q1) sem resposta, deixando 5 vezes a situação em Branco.

Com relação aos esquemas tido como Ausência de Cálculo na turma 2 referente a Q1, tal esquema também prevalece, pelo qual nenhum estudante fez uso de algum tipo de algoritmo para tentar resolver o problema. Porém, é importante ressaltar que embora os estudantes da turma 2 usaram algum tipo de representação como forma de resolução para a Q2, não obtiveram êxito, pois todos erraram por unanimidade.

Na turma 1, o uso de algum algoritmo prevalece, levando em conta o número de esquemas tido como Presença de Cálculo para resolver os dois problemas de combinatória do instrumento. Porém, outro fato observado foi que os sujeitos pesquisados que fizeram o uso apenas da resposta, sem fazer uso de algum algoritmo com o esquema tido como Ausência de Cálculo obtiveram 2 acertos dos 6 que a turma 1 obteve.

6. Considerações Finais

O nosso objetivo com essa pesquisa foi apresentar e discutir os esquemas e o desempenho de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolver situações de combinatória. Com isso, apesar de que estatisticamente o número de instrumentos analisados, não foi um número considerável para estabelecer alguma conclusão generalizada sobre os esquemas e o desempenho dos sujeitos da pesquisa quanto ao conteúdo de combinatória, teremos algumas considerações ao que foi exposto a partir observação dos dados.

Com esse estudo pudemos observar que os sujeitos da pesquisa deixaram situações em Branco, pelo qual, essa situação foi irrelevante para o estudo de qualquer possibilidade de raciocínio. Percebemos também, que os sujeitos da pesquisa não fizeram o uso de múltiplos esquemas para resolver os problemas. Assim observamos os esquemas tido como, Presença de Cálculo com o uso de algoritmos deixando explícito operação de multiplicação, divisão, soma ou subtração e também aqueles nomeados como Ausência de Cálculo, que só faziam registro apenas da resposta sem deixar nenhuma outra informação sobre o surgimento daquele resultado.

Deste modo, podemos considerar que para resolver os problemas, os sujeitos da pesquisa usaram algum tipo de algoritmo com o uso de uma das quatro operações do eixo da estrutura Multiplicativa e Aditiva ou apenas registraram sua resposta, mostrando deficiência nos esquemas adotados, tanto por não desenvolver outros tipos de esquema para resolver

problemas de combinatória, quanto por não obterem êxito ao optar por tais esquemas. Com base nos resultados dessa pesquisa, acreditamos que os professores precisam fazer um trabalho mais profundo quanto a resolução de problemas com estudantes do 9º ano. Com isso, precisam incentivar seus alunos a usarem diferentes tipos de esquemas para resolver problemas de combinatória.

Outro fato importante observado, é que o uso de esquemas tido como Ausência de Cálculo pelos sujeitos da pesquisa, nos indica que devem existir mais estudos com relação a esquema desse tipo, uma vez que, não se tem como saber como o estudante raciocinou para obter a resposta correta do problema. Tendo em vista, que dois dos sujeitos pesquisados obtiveram a resposta correta sem deixar explícito o processo pelo qual encontrou a solução do problema.

Com isso, a partir do desenvolvimento dessa pesquisa também chamamos atenção quanto ao baixo desempenho dos sujeitos pesquisados em relação ao conteúdo de combinatória. Este fato revela que os mesmos estão se mostrando imaturos para avançarem neste tipo de conteúdo nos anos seguintes.

7. Agradecimentos

Agradecemos ao grupo de pesquisa EMULT por nos possibilitar a análise dos instrumentos, a FAPESB por ajudar no auxílio financeiro através de bolsa de mestrado e ao XIII ENEM por nos ter dado a oportunidade de expor parte de nosso fruto e dedicação a pesquisa.

8. Referências

MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V. L. ; SANTOS, A. dos . **O Raciocínio de Estudantes do Ensino Fundamental na Resolução de Situações das Estruturas Multiplicativas**. Ciência e Educação (UNESP. Impresso), v. 20, p. 517-533, 2014.

MAGINA, S. M. P. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. In: **XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática, 2005**, Campinas-SP. Anais do XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática. Campinas: UNICAMP, 2005, p.17. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf> Acesso: 0/14/2013.

MOREIRA, M. A. A TCC de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área. In: **Investigações em Ensino de Ciências – V7(1)**, pp. 7-29, 2002.

PESSOA, C. e BORBA, R.). **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série.** *Zetetiké*– Cempem – FE – Unicamp, 2009, p.17-31.

RUDIO, F. V. Introdução ao projeto de pesquisa científica. 32. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

SANTANA, E. R. dos S. **Estruturas Aditivas: O suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** 344f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP, Brasil, 2010.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas, 1. ed. - Curitiba: Appris, 2015.

VERGNAUD, G.. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.) **Didáctica das Matemáticas.** Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p 155-191.

_____. O que é aprender. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** Curitiba: CRV, 1ª ed. 2009.