

A UTILIZAÇÃO E APLICAÇÃO DO JOGO TORRE DE HANÓI PARA O ENSINO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS MAIS ATRAENTE E EFICAZ

Sergiano Guerra de Oliveira
Universidade Cruzeiro do Sul
serguerra2009@gmail.com

Profa. Dra. Laura Marisa Carnielo Calejon
Universidade Cruzeiro do Sul
lcalejon@ig.com.br

Alan Santana Brito
Universidade Cruzeiro do Sul
Santana.brito@hotmail.com

Resumo:

A utilização da Torre de Hanói para o ensino de conceitos da Matemática se justifica pelo fato de ser um jogo e possuir características, propriedades e regras específicas, capazes de contribuir significativamente para o aprendizado no Ensino de Matemática. Os jogos e outros recursos que envolvem tecnologia mostram-se como auxiliares importantes para o professor na organização de contextos de ensino. A educação matemática tem demonstrado a necessidade de repensar as condições de ensino dos conteúdos matemáticos de modo que os alunos possam fazer destes recursos, instrumentos eficientes no manejo da vida. Assim, a oficina proposta tem como objetivo central, ampliar a compreensão das possibilidades que o jogo Torre de Hanói oferece para os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos veiculados no Ensino Médio, como, Função Exponencial e Progressão Geométrica, Sequências Recursivas por uma perspectiva lúdica e descontraída, repletas de ideias matemáticas que muitas vezes se passam despercebidas.

Palavras-chave: Torre de Hanói, Função Exponencial, Progressão Geométrica, Ensino.

1. Introdução

O nosso principal interesse em propor a oficina com o jogo Torre de Hanói, é demonstrar a possibilidade da utilização do jogo Torre de Hanói para o ensino aprendizagem de conteúdos da Matemática tais quais, Função Exponencial, Progressão Geométrica e Sequência Recursiva, sobretudo, por tratar-se de conceitos que se relaciona estritamente com as regras pertinentes ao jogo. Torre de Hanói é considerado, por estudiosos, como um valioso recurso didático-metodológico para o ensino de conceitos matemáticos por induzir o aluno a perceber as leis matemáticas a ele relacionado, sobretudo, trabalhar com o desenvolvimento de habilidades mentais, tais como: estabelecimento de plano de ação durante as jogadas,

concentração, trabalhar algoritmos matemáticos, socialização e desenvolvimento da capacidade cognitiva. Ao propor essa oficina, esperamos que os participantes, profissionais e estudiosos possam fazer o uso de mais um recurso metodológico de ensino, recurso tal, que possa contribuir didaticamente para a ampliação dos recursos necessários para a organização de contextos de ensino efetivo, atingir maior domínio e maior apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos, bem com ampliar as possibilidades de organização da atividade pedagógica, a partir da compreensão e domínio do jogo, de maneira mais leve. O uso de jogos no ensino de conteúdos matemáticos reduz a formalidade existente em geral nestes contextos, ampliando a atratividade da tarefa.

2. Situações Didáticas e Uso de Jogos

Tomando como ponto de partida várias pesquisas realizadas sobre o ensino e aprendizagem de conteúdos da matemática, veiculados no Ensino Médio, por meio de jogos, optamos por embasar nossa proposta para a oficina, nas teorias das situações didáticas (TSD) de Guy BROUSEAU (1986).

Segundo esta teoria o aluno está posto como construtor do seu conhecimento, tendo que assumir a responsabilidade desta construção a partir de uma participação ativa do sujeito, sendo que o professor assume o papel de mediador entre o saber e o aluno. Dessa maneira o aluno age, reflete, cria hipótese e constrói seu conhecimento. Podemos observar que diante de um jogo como este o aluno necessita de desenvolver estratégias e em que muitas vezes acaba tendo dificuldades para elaborar tais estratégias. Neste caso o jogo desempenha um papel fundamental neste processo, ou seja, de gerador de dificuldades. Neste momento, cabe ao aluno, analisar a situação para a elaboração e confirmação de hipóteses que resolvam a situação proposta, trata-se de uma situação didática que, segundo ALMOULOUD (2007), define-se como um conjunto de relações estabelecidas de maneira implícita ou explícita entre os estudantes, e que ao serem resolvidas implicam na elaboração de estratégias para a adequar-se à situação, seja pela linguagem verbal ou escrita, para a confirmação de suas hipóteses. Neste caso o jogo ‘Torre de Hanói’ contém conceitos matemáticos implícitos, como Progressão Geométricas, Função Exponencial e Sequências Recursivas. Cabe a nós

docentes propiciar situações para que o aluno aprenda. Segundo o autor parte essencial da situação didática é a situação adidática, em que o professor cria, condições para ensinar explorando os conhecimentos prévios, já adquiridos pelos alunos, não adotando uma postura expositiva que apresenta, fórmulas e resoluções prontas, como ocorre frequentemente na atividade didática. No desenvolvimento das situações adidáticas, pode ocorrer o que os autores denominam de devolução, ato em que o professor por meio de perguntas e questionamentos, leva os alunos a pensar, analisar o problema e fazer com que cada um seja responsável pela construção do próprio conhecimento.

O processo de aquisição dos conhecimentos nas situações didáticas apresenta quatro fases fundamentais: *ação*, *formulação*, *validação* e *institucionalização*. Na fase de *ação*: momento em que os alunos retiram das situações todas as informações possíveis para começar a interagir em busca de respostas para solucionar o problema. Quando o jogo é proposto em grupo ou em dupla, eles desenvolvem a troca de informações entre si em busca de possíveis soluções para o problema em questão. Neste momento ocorre a devolução, pois é o momento em que o aluno pode mudar de opinião em busca de respostas que satisfaça a situação. Na fase da *validação*: cabe ao aluno convencer os colegas de que a sua resposta está correta, pois é o momento em que ele possa expor o raciocínio usado na resolução da situação, neste momento a sua explicitação, pode ou não ser aceita pelos seus colegas e ou professor, sendo informado de que ele possa estar certo ou errado. O principal objetivo da validação são as afirmações que foram elaboradas na fase de *ação* e *formulação*. Nesta fase o aluno utiliza de provas para justificar suas respostas, contestá-las ou recusá-las. Até esta fase ‘*validação*’ o aluno é sempre o responsável pela construção do seu próprio conhecimento. Nesta fase eles terão que apresentar respostas bem elaboradas em relação à fase de *formulação* e argumentar perante seus colegas e professor que suas respostas estarão corretas e suas estratégias foram verdadeiras e validá-las. Já na fase da *institucionalização*, momento que o professor revela ao aluno quais são os conhecimentos que estão sendo explorados na situação proposta, é neste momento que acontece o desfecho da situação, tornando o novo conhecimento ‘‘público’’, neste momento o professor explica e analisa as possibilidades levantadas nas fases anteriores.

3. Metodologia

Essa oficina destina-se aos professores que atuam no Ensino Médio, inclusive, pesquisadores e alunos da graduação em Matemática. Terá duração de 3 horas e será ofertada para 24 participantes divididos em quatro grupos com 6 participantes. Após a apresentação do jogo, serão propostas atividades e resolução de problemas envolvendo conceitos matemáticos relativos a Função Exponencial, Progressões Geométricas e Sequências Recursivas.

Iniciaremos a oficina com a leitura compartilhada da lenda do jogo Torre de Hanói, em seguida, apresentaremos o jogo, (material concreto para manipulação e realização). Será feita a abordagem histórica, ou seja, contaremos para os participantes quem o desenvolveu, quando e onde, bem como sua finalidade e seus principais aspectos físicos e metodológicos. A Lenda: Lucas anexou ao seu brinquedo à seguinte lenda romântica (FERRERO, 1991; MACHADO, 1992):

No tempo de Benares, cidade santa da Índia, sob a cúpula que marcava o centro do mundo, existia uma bandeja de bronze com três agulhas de diamantes, cada uma de um palmo de altura e da grossura do corpo de uma abelha. Durante a Criação, Deus colocou 64 discos de ouro puro em uma das agulhas, o maior deles imediatamente acima da bandeja e os demais, cada vez menores, por cima. Esta torre foi chamada de Torre de Brahma. Dia e noite os sacerdotes trocavam os discos de uma agulha para outra, de acordo com as leis imutáveis de Brahma. Essa lei dizia que o sacerdote do turno não poderia mover mais de um disco por vez, e que o disco fosse colocado na outra agulha, de maneira que o debaixo nunca fosse menor do que o de cima. Quando todos os 64 discos tivessem sido transferidos da agulha colocada por Deus no dia da Criação para outra agulha, o mundo deixaria de existir. Dizem os sábios que o mundo foi criado há 4 bilhões de anos aproximadamente e os monges, desde a criação, estão movendo os discos na razão de 1 disco por segundo. Será que veremos o mundo acabar?

O jogo “Torre de Hanói” foi desenvolvido pelo Matemático Édouard Lucas em 1883. É formado por uma torre com oito discos, inicialmente empilhados por tamanhos decrescentes, em uma base retangular ou triangular e em três pinos conforme proposto.

Na sequência, será apresentado aos participantes as seguintes regras do jogo:

- 1- Transferir todos os discos de um pino para o outro.
- 2- Transferir apenas um disco por movimento.

3- Utilizar um pino como auxiliar.

4- Colocar os discos sempre na ordem decrescente, ou seja, do maior para o menor, (nunca o menor sobre o maior).

5- Realizar o menor número de movimentos possíveis.

Caso o participante realize movimentos desnecessários durante as jogadas, fica invalidado, tendo que recomeçar a jogar para dar continuidade as atividades. Após a apresentação inicial, serão propostas as seguintes situações didáticas:

1. Preencher a tabela auxiliar relacionando o número de peças com o número mínimo de movimentos necessários para o transporte dos discos. Como sugestão o participante poderá contar os movimentos e observar as regras, bem como anotar ou preencher enquanto os outros jogam.

Tabela1 – Número mínimo de movimentos para 6 peças

Quantidade de discos das torres	Quantidade de movimento de cada peça						Total de movimentos
	Pç 1	Pç 2	Pç 3	Pç 4	Pç 5	Pç 6	
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Fonte: adaptado de ‘Torre de Hanói, uma Proposta de Atividade para o Ensino Médio’, autor: Alexandre da Costa. Acadêmico do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática – UNIOESTE.

Após preenchimento da tabela, atividade1, será entregue aos participantes, o conjunto de atividades para que sejam respondidas, por escrito, de acordo com o que foi produzido durante as jogadas e as discussões entre os participantes.

2. O número de movimentos é alterado quando a torre é transportada para o outro pino?

3. Acrescentando uma peça à torre, em quanto aumentaria o número de movimentos?

4. Existe alguma relação matemática entre o número mínimo de jogadas necessárias para transportar uma torre, e o número necessário para transportar a torre acrescida de uma peça?

5. Existe alguma relação entre estes números e o que ocorre no jogo?
6. Você utiliza alguma ideia matemática para escolher suas jogadas? Em caso afirmativo, qual ou quais? Como você mobiliza essas ideias?
7. O que você observa na tabela, em especial às colunas Pç 1, Pç 2, Pç 3, Pç 4, Pç 6, e o que podemos notar nessas colunas e nas linhas?
8. Escreva a sequência de movimentos encontrados no jogo com as seis peças. O que você pode nos dizer do termo seguinte em relação ao termo anterior?
9. Qual é a lei de formação para sequência que você escreveu?
10. O que é progressão Geométrica?

A solução de cada situação proposta, durante as jogadas, pode ser encontrada a partir das respostas produzidas pelos grupos, seja por meio de diálogos, discussões ou registros escritos. Nesta etapa, o professor circula entre os grupos de modo a observar, bem como, registrar as discussões e oferecer ajudas necessárias para que o jogo aconteça de forma construtiva, ou seja, para que os participantes desenvolvam as soluções das situações que serão necessárias para a construção da fórmula matemática envolvida no jogo.

Durante a realização das atividades, momento de validação, é esperado que os participantes explicitem, de forma colaborativa, informações como sequências numéricas, relevantes para a exposição dos conceitos matemáticos em questão. Nesta etapa da oficina, os participantes serão envolvidos, questionados, de modo a conduzi-los no processo de construção de conceitos matemáticos intimamente relacionados ao jogo.

Na última etapa da oficina, fase da institucionalização, uma das mais importantes, pois é neste momento que faremos a revelação aos participantes de quais são os conhecimentos que estão sendo explorados na situação proposta, neste momento, é esperado tanto por nós professores da oficina, quanto aos participantes, o desfecho da situação, de modo a tornar o conhecimento ‘explícito’, seja por parte dos participantes, ou da nossa como intermediadores na oficina.

4. Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos da didática da matemática. Paraná: UFPR, 2007.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, Jean (Org.). Didáticas das Matemáticas. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1986. Cap.1. p. 35-113. (Coleção Horizontes Pedagógicos).

FERRERO, L. El juego y la matemática. Madrid: La Muralla, 1991.

WATANABE, R. Uma lenda: Torre de Hanói. In: Druck, S. (org.). Explorando o ensino da Matemática: atividades: v.2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. p. 132-135.