

DIFICULDADES DE ESTUDANTES DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO SOBRE REPRESENTAÇÕES DO OBJETO MATEMÁTICO FUNÇÃO: A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Jair Lucas Jorge
Universidade Estadual de Londrina – UEL
lucasjorge@sercomtel.com.br

Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina – UEL
angelamarta@uel.br

Resumo:

Este artigo relata uma experiência que teve por objetivo verificar dificuldades apresentadas por estudantes do primeiro ano do Ensino Médio sobre a representação gráfica do objeto matemático Função, especificamente, Função Quadrática. Para isso foi aplicada uma atividade em uma escola pública do norte paranaense, a qual foi produzida levando em consideração as recomendações dos PCN do Ensino Médio e Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, e o que os estudantes nesse nível de ensino devem estar aptos a realizar. A atividade possibilitou aos estudantes utilizar mais de uma forma de representação de Função Quadrática. Concluímos que os estudantes apresentaram dificuldades com o conceito de Função Quadrática, tais como: construção de gráficos e esboços, por meio de funções algébricas; compreensão na distribuição da reta numérica nos eixos; noção de escala; posição dos pontos no plano cartesiano; orientação dos eixos do plano cartesiano; orientação da concavidade da parábola. Inferimos que essas dificuldades se devem ao fato de esses estudantes não estarem habituados a construir gráficos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Funções Quadráticas; Representações de Funções.

1. Introdução

O presente artigo relata uma experiência cujo objetivo era verificar as dificuldades apresentadas por estudantes sobre a representação gráfica do objeto matemático Função, precisamente, Função Quadrática. Propomos algumas atividades para estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do norte paranaense, buscando perceber sua compreensão de função, mais especificamente, a construção da representação gráfica de cada uma das funções estudadas.

O Colégio selecionado para a aplicação das atividades da pesquisa é integrante do *Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID*, vinculado à Universidade Estadual de Londrina.

O PIBID – Matemática/2009 (assim conhecido, pois o projeto foi submetido em 2009), tem como uma de suas metas a valorização dos processos de produção do saber docente a partir da prática cotidiana (CARVALHO, 2013). Deste modo, tivemos acesso a um grupo de estudantes que já estavam habituados à participação em pesquisas. Além disso, de acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (2008), durante a Educação Básica,

[...] o estudante deve compreender que as Funções estão presentes nas diversas áreas do conhecimento e modelam matematicamente situações que, pela resolução de problemas, auxiliam o homem em suas atividades. (PARANÁ, 2008, p. 59).

E ainda, os estudantes quando entram no Ensino Médio necessitam,

[...] conhecer as relações entre variável independente e dependente, os valores numéricos de uma função, a representação gráfica das funções afim e quadrática, perceber a diferença entre função crescente e decrescente. (PARANÁ, 2008, p. 59).

A Secretaria de Estado da Educação do Paraná (2008) direciona para o Conteúdo Estruturante de Função no Ensino Fundamental os conteúdos de função afim e função quadrática, já no Ensino Médio.

Os PCN+ Ensino Médio, Brasil (2000) sugerem que quase todos os conteúdos de Funções destinados ao Ensino Médio, sejam abordados na 1ª série do Ensino Médio, exceto o conteúdo de funções trigonométricas, o qual deve ser abordado na 2ª série.

Com isso, discutimos neste artigo alguns aspectos teóricos sobre a compreensão de Função Quadrática e seu ensino na Educação Básica, assim como as dificuldades que os estudantes apresentam sobre este objeto matemático. Apresentamos, também, a metodologia de *análise de conteúdo*, proposto por Bardin (1977), para analisar as produções escritas dos estudantes pesquisados. E, finalmente, analisamos as atividades produzidas pelos estudantes e as dificuldades por eles apresentadas.

2. Fundamentação Teórica

Tendo como objetivo verificar a compreensão que os estudantes têm sobre a representação gráfica do objeto matemático Função Quadrática, ou seja, averiguar a compreensão de uma das formas de representação do objeto matemático estudado, e com a intenção de alcançar esse objetivo, utilizamos as ideias de *representação semióticas* de

Raymond Duval. Para ele, uma palavra importante em matemática é *representação*, embora, na maioria das vezes, ela apareça como *representar* (DUVAL, 2012).

Para Duval (2012, p. 268), as distintas representações semióticas de um objeto matemático são muito necessárias, pois os objetos matemáticos não são “acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos reais ou físicos”. Deste modo, é necessário dar representantes a estes objetos. As representações semióticas, para Duval (2012, p. 269), “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento”.

De acordo com Duval (2004, apud PIZA, 2009),

as representações semióticas são relativas a um sistema particular de signos como a língua natural, a escrita algébrica, os gráficos cartesianos, e podem ser convertidas em representações “equivalentes” em outro sistema semiótico, podendo ter diferentes significados para quem as utiliza. O termo “registros de representação semiótica” é usado para indicar os diferentes tipos de representação semiótica. (p. 21).

Duval (2012) apresenta os termos “semiósis” e “noesis”, o primeiro diz respeito a apreensão ou “a produção de uma representação semiótica”, já o segundo refere-se “a apreensão conceitual de um objeto”, ele afirma “que a noesis é inseparável da semiose” (p. 269). Segundo o autor, “para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose” (p. 271), as quais seguem: *a formação de uma representação identificável, o tratamento e conversão*.

A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado: enunciação de uma frase (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. [...] **O tratamento** de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. [...] **A conversão** de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter). A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. A descrição é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma função linguística. (Importa, neste propósito, não confundir esta situação com a descrição de um objeto ou de uma situação que não são ainda, semioticamente, representados: a seleção de traços não obedece aos mesmos entraves). (DUVAL, 2012, p. 271 – 272)

Os objetos matemáticos possuem diversas formas de representação, algumas vezes, estas formas de representação são confundidas com o próprio objeto. Para Damm (2010),

Em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. (DAMM, 2010. p. 167)

De acordo com Duval (2012), o número, uma função, um segmento ou um ponto, enquanto símbolos, notações e figuras representam um objeto matemático, não se pode, contudo, confundir o *objeto matemático* com a sua *representação*.

Segundo Damm (2010, p. 168), para que haja “compreensão da matemática, é de fundamental importância a distinção entre o objeto matemático tratado e sua representação”, ou seja, os professores necessitam apresentar esta distinção, do objeto e sua representação, para os estudantes, pois pode não haver a compreensão do objeto estudado.

Assim, para que possamos compreender o objeto que estudamos, devemos distinguir as diferentes formas de representação, no nosso caso, o objeto Função Quadrática e seus registros de representação algébrica, de tabela e/ou gráfica. Duval (2012) afirma que uma confusão entre o que é o objeto e sua representação pode acarretar em uma perda de compreensão dos conhecimentos que são adquiridos, assim, tornando-os inutilizáveis durante o processo de aprendizagem. Portanto, a distinção entre um objeto e sua representação é um ponto estratégico para a compreensão da matemática (DUVAL, 2012).

Damm (2010, p. 169) afirma que “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem um auxílio de uma representação”. Deste modo, para verificar a aquisição de conhecimentos matemáticos, mais especificamente conhecimentos acerca de funções quadráticas, devemos recorrer a noção de representação.

3. Aspectos Metodológicos

Segundo Markovits, Eylon e Bruckheimer (1995), os estudantes têm dificuldades com os termos domínio e imagem, e isso leva a outras dificuldades, tais como encontrá-los nos eixos cartesianos em representações gráficas e identificar pares ordenados a partir de funções dadas na forma algébrica. Conforme esses autores, “a complexidade do conceito de função também é

parcialmente responsável pelas dificuldades dos alunos” (p. 59), pois a definição de função da maneira que é ensinada envolve muitos conceitos.

Os estudantes têm algumas concepções equivocadas e, para Markovits, Eylon e Bruckheimer (1995), um exemplo é que para os estudantes toda função é uma função linear. Esses autores destacam que os estudantes apresentam dificuldades para trabalhar com funções constantes (pois todo o domínio tem a mesma imagem), apresentam erros nos gráficos das funções (pois apresentam as funções representadas por gráficos desconexos), dificuldades com a definição de função e dificuldades com a manipulação algébrica (como, por exemplo, a dificuldade que ocorre na passagem de uma forma de representação de uma função para outra).

Para verificar as dificuldades apresentadas pelos estudantes, iremos analisar as produções escritas, para isso, embasamo-nos em uma metodologia de análise de dados que é conhecida como *análise de conteúdo* (BARDIN, 1977). Para realizar esta análise, contamos com o apoio de uma professora regular de uma turma do Ensino Médio de uma escola pública do norte do Paraná, para aplicar algumas atividades para seus estudantes. Combinamos com a professora que ela não interferisse na realização das atividades

Quando fazemos a análise da produção dos estudantes, não estamos avaliando seus acertos ou erros, mas sim as maneiras como eles expõem seus conhecimentos, com isso, podemos observar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes. Bardin (1977) define que a análise de conteúdo é

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42)

A organização das fases da análise de conteúdo, são constituídas por Bardin (1977) em três etapas, a *pré-análise*, a *exploração do material* e o *tratamento dos resultados obtidos e interpretação*. A primeira etapa, é definida como a verdadeira fase de organização, pois

[...] corresponde a um período de intuições, mas, tem por objectivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise. (BARDIN, 1977, p. 95)

Além disso, ainda na primeira etapa, ocorre a *leitura flutuante* que consiste em estabelecer contato com os documentos que serão analisados. Também é constituído o *corpus*, que são os documentos escolhidos para serem analisados. A segunda etapa, a *exploração do material*, consiste em um processo em que os dados são transformados e reunidos em unidades que irão permitir uma descrição das características mais pertinentes do conteúdo (BARDIN, 1977).

Já na etapa do *tratamento de dados obtidos e interpretação*, Bardin (1977) afirma que é a fase em que os resultados são ajustados de forma que sejam significativos e verdadeiros, podendo assim, gerar quadros, figuras ou modelos os quais devem explorar as informações fornecidas pela análise. Deste modo, o pesquisador poderá inferir e interpretar os resultados obtidos acerca de seus objetivos iniciais, ou que surgiram durante a pesquisa.

No presente trabalho, as etapas da análise de conteúdo foram realizadas da seguinte maneira, a primeira etapa teve início com uma leitura inicial das produções escritas dos estudantes, ou seja, foi realizada a *leitura flutuante*, após isso foram descartadas algumas das produções escritas (*escolha dos documentos*), pois alguns estudantes entregaram as folhas em branco. Com isso, foi constituído o *corpus* para a análise, em seguida foram codificadas as produções escritas, seguindo a codificação E1, E2 e E3 para ser possível identificar a resolução de cada estudante (*Referenciação dos índices*), e, finalmente, o material produzido pelos estudantes foi digitalizado e realizado os recortes necessários (*Regras de Recorte, de categorização, de codificação e Preparação do Material*).

Na segunda etapa, *exploração do material*, foram classificadas as produções dos estudantes de acordo com a quantidade de resoluções realizadas, ou seja, foram classificados em dois grupos de estudantes, um dos estudantes que resolveram todas as questões e, o outro, dos estudantes que resolveram pelo menos uma questão.

Finalmente, na última etapa, elaboramos um quadro que exhibe quantos estudantes apresentaram dificuldades com o conceito de Função Quadrática (*Operações estatísticas*), foram selecionadas as soluções mais pertinentes para a análise (*Síntese e seleção dos resultados*), foram feitas *inferências* para se chegar nas *interpretações* dos resultados apresentados nas produções escritas dos estudantes.

4. Análise das Tarefas

A tarefa foi realizada por 15 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, de uma escola pública do norte paranaense. Esses estudantes haviam estudado o conteúdo de funções no decorrer do ano letivo de 2014, ou seja, já haviam estudado Funções Quadráticas. Para a realização das atividades, a tarefa foi entregue impressa juntamente com folhas de papel milimetrado para a resolução das atividades. No total, foram analisadas apenas atividades de três estudantes, pois o restante entregou a tarefa em branco ou com rabiscos apenas. A seguir apresentamos as análises de cada item da tarefa 1.

Tarefa 1 - (Adaptado de DANTE, 2003) Construa os gráficos das seguintes funções e responda:

a) $f(x) = x^2$

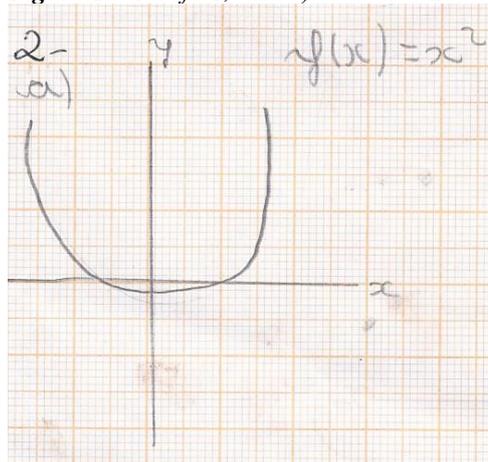
b) $f(x) = (x + 2)^2$

c) $f(x) = (x - 2)^2$

- Como é o gráfico da função $f(x) = (x + 2)^2$ em relação ao gráfico de $f(x) = x^2$?
- Como é o gráfico da função $f(x) = (x - 2)^2$ em relação ao gráfico de $f(x) = x^2$?

No item a), os três estudantes analisados conseguiram fazer um esboço do gráfico no plano cartesiano, apenas o E3 conseguiu colocar mais próximo de uma escala. Os Estudantes E1 e E2 colocaram acima e abaixo do eixo horizontal, respectivamente, o que demonstra que não conseguiram efetuar a **conversão** das representações da função $f(x) = x^2$.

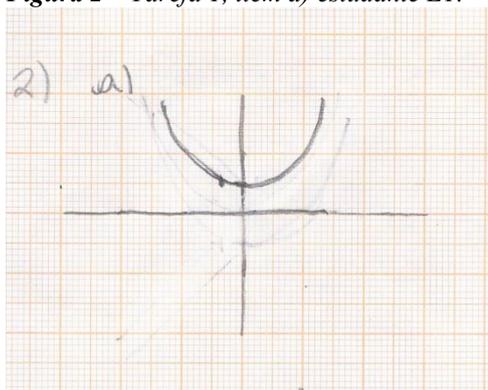
Figura 1 – Tarefa 1, item a) estudante E3.



Fonte: Produção escrita do estudante E3

O estudante E3 apresenta um esboço fora de escala, como observado na figura 1, mas consegue representar melhor a função $f(x) = x^2$ que os outros estudantes.

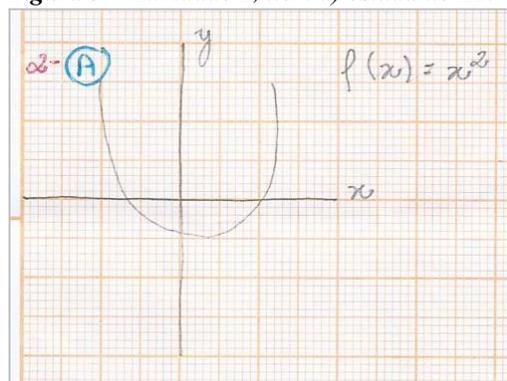
Figura 2 – Tarefa 1, item a) estudante E1.



Fonte: Produção escrita do estudante E1

Pela observação da figura 2, percebemos que o estudante E1 fez algumas tentativas de esboçar o gráfico, porém permaneceu um esboço que não representa a função $f(x) = x^2$, pois o esboço está deslocado verticalmente acima do eixo horizontal do plano cartesiano.

Figura 3 – Atividade 2, item a) estudante E2.

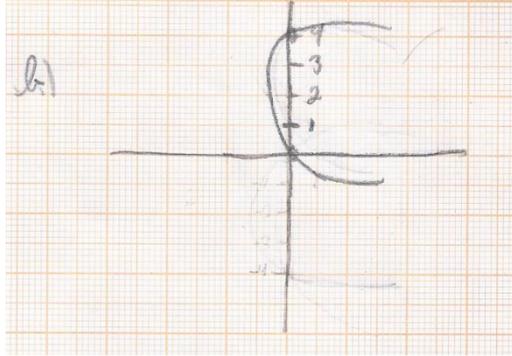


Fonte: Produção escrita do estudante E2

Ao contrário do estudante E1, o estudante E2 construiu o esboço do gráfico $f(x) = x^2$ deslocado verticalmente abaixo do eixo horizontal do plano cartesiano presente na figura 3.

Nos itens b) e c), apenas o estudante E1 construiu um gráfico, todavia não era o gráfico que representava a função, pois, para o item b), construiu uma parábola no eixo vertical com a concavidade voltada para a direita e, para, o item c), construiu uma parábola com deslocamento vertical para a esquerda e deslocamento horizontal para baixo.

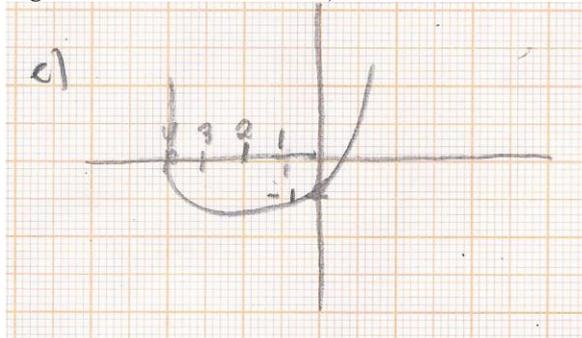
Figura 4 – Atividade 2, item b) estudante E1.



Fonte: Produção escrita do estudante E1

O estudante E1, como observado na figura 4, construiu uma parábola, que representa a função $f(x) = (x + 2)^2$, no eixo vertical com a concavidade voltada para a direita.

Figura 5 – Atividade 2, item c) estudante E1.



Fonte: Produção escrita do estudante E1

Novamente o estudante E1 construiu uma representação gráfica equivocada, como podemos ver na figura 5, desenhou uma parábola com deslocamento vertical para a esquerda e deslocamento horizontal para baixo.

Nenhum dos estudantes respondeu as questões que relacionava os itens, pois não concluíram todos, assim impossibilitou verificar as relações de deslocamento que gostaríamos que eles tivessem percebido.

Percebe-se pelas análises das atividades destes três estudantes, que eles apresentam dificuldades na construção de gráficos, ou esboços, por meio de funções algébricas. Algumas das dificuldades, observadas nas produções escritas, demonstram uma falta de compreensão dos estudantes na distribuição da ‘reta numérica’ nos eixos horizontais e verticais, pois eles invertem a orientação do eixo. Além disso, evidenciam não ter noção de escala e de posição dos pontos no plano cartesiano, como podemos observar no quadro 1. Nenhum dos estudantes

conseguiu responder as questões propostas nas atividades, inferimos que os estudantes não responderam as questões por não compreenderem a representação gráfica.

Quadro 1 - Dificuldades apresentadas pelos estudantes em suas produções escritas

Dificuldades para	Estudantes que apresentam essas dificuldades
Construção de gráficos e esboços, por meio de funções algébricas	E1, E2 e E3.
Compreensão na distribuição da reta numérica nos eixos	E2 e E3.
Noção de escala	E1, E2 e E3.
Posição dos pontos no plano cartesiano	E1, E2 e E3.
Orientação dos eixos do plano cartesiano	E2 e E3.
Orientação da concavidade da parábola	E1, E2 e E3.

Fonte: Próprio autor

5. Considerações Finais

Tendo em vista o objetivo deste trabalho, verificar as dificuldades que os estudantes possuem a respeito do objeto matemático Função Quadrática podemos inferir, a partir das análises apresentadas, algumas dificuldades que foram observadas nas produções escritas dos estudantes analisados, tais como construção de gráficos e esboços, por meio de funções algébricas; compreensão na distribuição da reta numérica nos eixos; noção de escala; posição dos pontos no plano cartesiano; orientação dos eixos do plano cartesiano; orientação da concavidade da parábola. Com isso, percebemos que eles ainda não compreendem o conceito de função, pois para Duval (2012) uma confusão entre o que é o objeto e sua representação pode acarretar em uma perda de compreensão e os conhecimentos, que são adquiridos, tornando-se inutilizáveis durante o processo de aprendizagem.

Os estudantes que confundiram a posição dos eixos e dos números no plano cartesiano, também demonstraram a mesma falta de habilidade com atividades que necessitavam de construções de gráficos em planos cartesianos. Contudo, inferimos que essa falta de habilidade se deve ao fato de esses estudantes não estarem habituados a construir gráficos. As questões que seguiam após os itens das atividades tinham como intenção verificar se os estudantes compreendiam o desempenho de cada parâmetro de uma função de primeiro, de segundo grau, logarítmica e trigonométrica.

6. Referências

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977. Tradução de: L' Analyse de Contenu.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+)** - Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acessado em: 30 mar. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acessado em: 30 mar. 2015.

CARVALHO, M. A. da S. de. et al. AÇÃO PIBID: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DAS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, PUC, 2013. Disponível em:
http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1723_1258_ID.pdf. Acessado em: 20 jun. 2015.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 167-188.
DANTE, L. R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. Volume Único. São Paulo: Ática, 2003.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Mérciles Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Tradução de: Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Disponível em:
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p266/23465>. Acessado em: 20 maio 2015.

GERONIMO, J. R. FRANCO, V. S. **Fundamentos de Matemática: Introdução a lógica matemática, teoria dos conjuntos, relações e funções**. Maringá: Eduem, 2008.

MARKOVITS, Z. EYLON, B. S. BRUCKHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. IN: COXFORD, A. F. SHULTE, A. P. (Org.). **As Idéias da Álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 49-69. Tradução de: The ideas of algebra.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, Departamento de Educação Básica. **Diretrizes curriculares da educação básica: Matemática**. Paraná: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.