CONCEPÇÕES DE ERRO E CONTRATO DIDÁTICO NA ESCOLA: EM QUE A TEORIA E A TECNOLOGIA PODEM AJUDAR?

Luzia Maya Kikuchi
Programa de pós-graduação da Faculdade de Educação – FEUSP
luzia.kikuchi@usp.br

Wanessa Aparecida Trevizan de Lima
Programa de pós-graduação da Faculdade de Educação – FEUSP
wanessat@ime.usp.br

Resumo:
Neste trabalho abordamos os resultados parciais de pesquisas finalizadas e outras em andamento versando sobre as concepções dos alunos sobre os conteúdos da disciplina de Matemática. Baseamo-nos em teorias cognitivas e didáticas para apresentar uma concepção de erro e uma alternativa para que o contrato didático se liberte de um modelo de ensino de Matemática limitado à resolução de cálculos por meio de fórmulas e técnicas sem significado para o aluno. Os exemplos analisados pertencem aos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio que resultam de nossa pesquisa e de práticas em sala de aula. Por fim, apresentamos sugestões de recursos tecnológicos apoiados em computadores, smartphones e tablets que o professor pode aproveitar em suas aulas para inovar no processo de ensino-aprendizagem.
Palavras-chave: erros; contrato didático; tecnologia; psicocognição

1. Introdução

Comentários acerca do nível de criticidade do aprendizado dos alunos na disciplina de Matemática no Brasil não é nenhuma novidade. As avaliações internacionais como PISA[1] e os nacionais como SARESP[2] , SAEB[3] ou Prova Brasil trazem indicadores de que o ensino de Matemática está muito aquém do que é esperado para cada ciclo, comparado aos países com melhor desempenho, não importando se a modalidade de ensino é pública ou privada.

Quando conversamos com alunos ou professores sobre a concepção acerca da disciplina de Matemática, grande parte deles apontam muita dificuldade em lidar com a parte conceitual, principalmente em conteúdos como a Álgebra, mas podem estender-se a outros como Grandezas e Medidas ou Análise Combinatória principalmente no Ensino Médio.

Em nossas pesquisas, verificamos que existe uma crença de que o domínio e compreensão da Matemática são habilidades para poucos, por isso, os alunos que não

[1] Programme of International Assessment of Students (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes).
[2] Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.
[3] Sistema de Avaliação da Educação Básica

pretendem seguir carreira na área de Exatas raramente sentem-se motivados. Principalmente, por terem dificuldade de fazer a conexão dos conteúdos ensinados com o seu cotidiano. Essa crença pode ser de origem psicológica, influenciada por familiares, ou pelo próprio contexto social do aluno.

Acreditamos que parte dessa desmotivação e desconexão do aprendizado de Matemática é causada pelo excesso de valor empregado no processo de memorização de algoritmos e resolução de problemas sem contextualização para o aluno. Isso reforça a crença de que a Matemática é um conteúdo difícil e destinado apenas aos "gênios". Além disso, atividades desse tipo não desenvolvem as habilidades que esperaríamos para a formação de um cidadão crítico e autônomo na sociedade, capaz de avaliar aspectos simples do seu cotidiano como: as melhores opções de crédito e financiamento nos bancos, analisar a validade de uma informação a partir de dados estatísticos, compreender um gráfico, realizar um simples cálculo de troco ou até mesmo negociar o parcelamento no cartão de crédito mesmo podendo fazer uso de uma máquina calculadora[4]. Isso acaba gerando um problema crítico: *o analfabetismo em Matemática*.

Em nosso trabalho, queremos apresentar a forma como deveria ocorrer a aprendizagem em Matemática levando em consideração algumas teorias didáticas e cognitivas além de mostrar sugestões de como tirar proveito das análises dos erros cometidos pelos alunos e como mudar a prática de sala de aula com apoio dos recursos tecnológicos disponíveis no mercado.

2. Fundamentação teórica

As atividades em sala de aula são regidas por um Contrato Didático (BROUSSEAU, 2000) estabelecido entre o professor, o aluno e o saber a ser ensinado, criando uma *ilusão didática* de que o cumprimento desses papéis do contrato garante o aprendizado, mas na verdade o processo de aprendizagem é mais complexo do que isso.

Existe dentro do processo cognitivo de aprendizagem, uma necessidade de rupturas com o conhecimento anterior para a acomodação de um novo. Para isso, também devemos considerar o tempo de aprendizagem particular de cada indivíduo. Quando erros aparecem de forma sistemática em diversos contextos, consideramos como obstáculos de aprendizagem, mas que não são fáceis de serem identificados. Astolfi (1994) considera que tal dificuldade de

[4] Aqui não fazemos uma crítica ao uso de computadores e calculadoras, mas é importante saber os conceitos e significados das operações para utilizá-los.

ISSN 2178-034X

identificação deve-se ao fato de estarem localizados no *núcleo-duro* que são as concepções e pensamentos compostos por diferentes lógicas cognitivas alternativas.

Para o professor trabalhar didaticamente com obstáculos, o autor sugere três etapas que são: a *localização* do obstáculo, a *ruptura* e a fase de *superação*. Basicamente, essas fases envolvem, respectivamente, a tomada de consciência de conceitos e procedimentos abstratos, a desestabilização conceitual e a integração do conceito novo pelo aluno. Em uma de nossas análises a seguir, há um exemplo de trabalho dessas fases por parte dos alunos.

Esse processo de apropriação de conhecimentos por tentativa e erro, durante a apropriação de conceitos, é chamada por Vergnaud (1990) de homomorfismos que faz parte da teoria de sua autoria conhecida como Campos Conceituais. Essa teoria, de origem psicocognitiva, visa estruturar de forma progressiva a elaboração de conceitos e concepções desenvolvidos pelos estudantes.

E onde está o papel do professor dentro desse processo cognitivo? O seu papel fundamental está na atuação do tempo curto de aprendizagem que é diretamente ligado a Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2000), principalmente nos níveis didáticos e a-didáticos[5]. No primeiro caso, estabelece-se uma tríade (professor, aluno e saber a ser ensinado) e se estabelece um contrato didático com papéis definidos no qual o professor tem a intenção de ensinar algo e o aluno a de aprender. No segundo caso, o aluno já possui uma certa autonomia para aplicar os conhecimentos anteriores, mas ainda está relacionado a um contexto de ensino.

Vejamos a seguir exemplos desses conceitos sendo aplicados em nossas análises.

3. Metodologia e discussão

As discussões a seguir serão feitas com exemplos de resultados de nossas pesquisas[6] concluídas para podermos ilustrar algumas concepções de erro pelos alunos ou a ação do contrato didático. Os exemplos abrangem conteúdos de Grandezas e Medidas, Geometria e Análise Combinatória aplicados para os alunos do Ensino Médio (1º, 2º e 3º ano) e alguns para os anos finais do Ensino Fundamental (8º e 9º ano). Todos eles são alunos da Rede Pública do Estado de São Paulo.

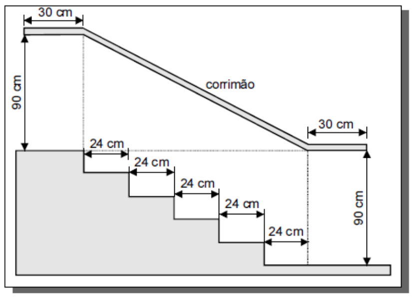
No tópico de *Grandezas e Medidas*, as dificuldades mais comuns encontradas foram:

a) Dificuldade com a representação do objeto no papel;
b) Dificuldade com a conversão de unidades de medida.

[5] Cf. referência no final.
[6] Para mais detalhes sobre a pesquisa consulte as nossas referências no final deste trabalho.

Sobre o item (a), aplicamos uma atividade envolvendo a representação de um projeto de uma escada na qual o aluno deveria calcular o comprimento total do corrimão de acordo com as configurações apresentadas na figura. Para responder a questão, uma das alunas utilizou uma régua como recurso para medir as respectivas representações da figura e, por equivalência, calcular o tamanho total do corrimão conforme pedido.

Veja a representação da questão retirada da prova do Exame Nacional do Ensino Médio de 2006:



Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a

- A 1,8 m.
- B 1,9 m.
- C 2,0 m.
- D 2,1 m.
- E 2,2 m.

Figura 1 – Calcular o comprimento total do corrimão de acordo com os dados da figura

O maior problema desses tipos de atividade é de convencer o aluno de que a representação no papel não representa uma escala proporcional fiel à realidade[7] . Nesse caso, o objetivo principal era verificar a capacidade do aluno em abstrair aquela representação do real para aplicar um conceito matemático que ajudasse a calcular sem a necessidade de instrumentos de medida (no caso, o Teorema de Pitágoras).

Portanto, a recomendação para desenvolver tais tipos de atividade é desenvolver um trabalho prévio de contextualização e esclarecimento da diferença entre a representação abstrata do real. Além disso, é necessário reforçar que as representações geométricas nos exercícios de matemática servem apenas como ilustração de entes abstratos que são os segmentos de reta, os polígonos e outros. Mesmo as ilustrações de objetos reais não encontram-se em escala, a menos que isso seja dito. Há uma convenção de que apenas pode-se considerar os dados explícitos no enunciado. É importante considerar o processo de tentativa e erro, mesmo não sendo a resolução mais formal para a apropriação dos conceitos,

[7] Salvo nos casos em que o diagrama seja representado com a devida escala proporcional, como acontecem em plantas arquitetônicas e mapas.

ISSN 2178-034X

Assim, a atividade passa a ser valiosa em termos de avaliação por parte do professor e não apenas o seu produto final.

Sobre o item (b), também um caso comum de dificuldade para conversões de medida, o aluno até possui conhecimentos prévios do cotidiano para algumas unidades mais utilizadas, como a equivalência entre 1.000 metros e 1 quilômetro, 100 centímetros e 1 metro.

Quando passamos para atividades com figuras bidimensionais, a transformação de cm^2 para m^2, passa a não ser uma atividade tão trivial, mesmo utilizando unidades amplamente utilizadas no cotidiano. É muito comum encontrar alunos utilizando algortimos memorizados sem saber o sentido de realizar tais operações como "*divida por 100*" ou "*multiplique por 100*". Esse algoritmo pode funcionar bem em figuras unidimensionais, mas deve sofrer uma adaptação no cálculo de áreas. Se o aluno compreendeu o sentido da conversão de unidades, provavelmente não terá dúvidas para realizar os cálculos em figuras bidimensionais, mas o que observamos mostrou o contrário. Se ele precisar converter a unidade de uma área de 1 m^2 para cm^2, utilizando o algoritmo aprendido, simplesmente multiplica por 100 encontrando 100 cm^2, quando o correto deveria ser 10.000 cm^2. Esse tipo de dificuldade fica ainda mais visível quando trabalhamos com objetos tridimensionais.

Veja um outro tipo de dificuldade encontrada com objetos tridimensionais em uma questão do SARESP (2007) na qual se pede ao aluno que calcule a área total da referida caixa de sapatos:

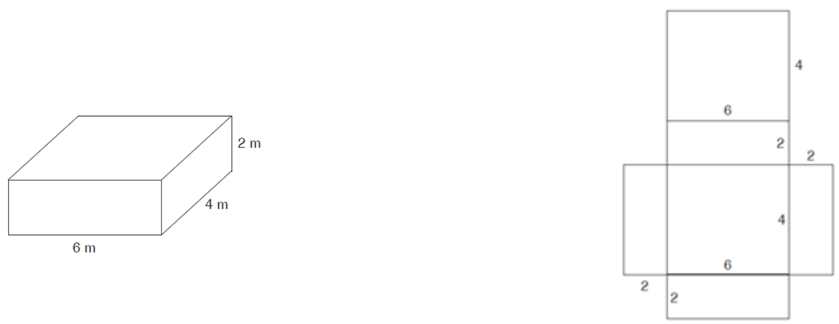
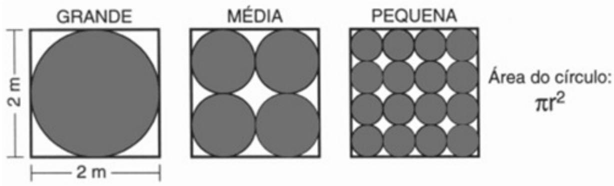


Figura 2 – Qual a área total da caixa de sapatos?

Ao aplicar essa questão para um aluno do 9º ano do Ensino Fundamental, muitos apresentaram como resultado a soma das arestas da caixa. Ou ainda: fizeram parcialmente a aplicação correta do cálculo da área multiplicando a base pela altura, mas ficaram confusos para saber qual aresta corresponde a cada parte da figura e, por isso, não conseguiram chegar ao resultado esperado. Existe novamente um obstáculo para compreender a junção de várias áreas na planificação. No Ensino Médio, que é muito comum resolver-se questões para cálculo de áreas compostas por figuras diferentes, também a dificuldade permanece. Como no exemplo a seguir:

Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que

(A) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.
(B) a entidade I recebe metade de material do que a entidade III.
(C) a entidade II recebe o dobro de material do que a entidade III.
(D) as entidade I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.
(E) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

Figura 3 – Questão retirada do Exame Nacional do Ensino Médio (2004)

Uma das alunas, ao tentar resolver o exercício, mostrou dificuldade para interpretar as informações obtidas por meio de seus cálculos. A priori, a dificuldade não era na conversão de unidades, tampouco no cálculo da área das respectivas figuras. Porém, como essas informações eram importantes para verificar as proposições de cada alternativa desta questão, o conceito de calcular as duas áreas sobrepostas e subtrair a menor pela maior não lhe era claro. Esse tipo de obstáculo é semelhante ao primeiro caso da noção de representação do objeto no papel.

Já no tópico de Análise Combinatória, existem dois exemplos de dúvidas muito comuns de alunos que iniciam o assunto:

a) Dificuldade para compreender quando se utiliza a Regra da Soma ou do Produto;
b) Dificuldade para lidar com a árvore de possibilidades em situações que requerem muitas possibilidades.

Quando falamos de Análise Combinatória, os alunos costumam ter muitas dificuldades para reconhecer o processo lógico dos exercícios e quando uma determinada regra pode ser utilizada. Veja um exemplo de uma atividade envolvendo esse tipo de raciocínio.

ISSN 2178-034X

> No dia da mudança, o clima estava quente. Assim que entrou na cidade de contagem, Marcela resolveu tomar um sorvete e parou na primeira sorveteria que viu. Ficou por alguns momentos olhando para a placa e não sabia que escolha fazer. A dúvida era tanta que resolveu contar todas as possibilidades que tinha, antes de tomar sua decisão. De quantos modos Marcela pode montar seu sorvete, com exatamente uma bola e uma cobertura? (LIMA, 2015, p. 133).

Sorveteria de Contagem		
Tipos	***Sabores***	***Coberturas***
Casquinha	*Morango*	*Chocolate*
Copo	*Passas*	*Frutas vermelhas*
	Pistache	

Fonte: LIMA (2015, p.133)

Esse desafio utiliza o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) como pressuposto para resolução. Como são poucas possibilidades, o ideal é que o aluno experimentasse as possibilidades desde que isso permitisse a compreensão de sua generalização no fim. Alguns alunos do 3º ano do Ensino Médio, quando resolveram esta atividade, montaram uma árvore de possibilidades chegando a representar todas as combinações ou ligando cada tipo de sorvete ao seu respectivo sabor, até terminar as possibilidades de um tipo (casquinha, por exemplo). Depois, multiplicaria o valor por 2 para chegar ao mesmo resultado (já que é o mesmo número de sabores e de coberturas possíveis para os dois tipos de sorvete).

Nesse exemplo, o aluno consegue encontrar o resultado por meio da montagem da árvore de possibilidades ou de um esquema que represente as combinações possíveis sem conhecer o Princípio Fundamental da Contagem (PFC). No entanto, se fosse um caso com mais possibilidades, por exemplo, 10 sabores, a árvore de combinações já passaria a ficar mais trabalhosa, gerando a necessidade de compreensão de uma fórmula geral para que possa encontrar o resultado mais rapidamente, que é o caso da segunda atividade.

O desafio consistia em encontrar o número de tentativas para encontrar uma senha numérica composta por 4 dígitos nos quais todos eles são números ímpares.

Inicialmente, alguns tentaram resolver no modelo anterior, mas logo perceberam que teriam mais trabalho. Portanto, tentaram aplicar algum princípio que permitisse o cálculo sem a necessidade de montagem da árvore de possibilidades. Uma das alunas respondeu que o resultado seria 20, pois seriam 5 opções de números para cada dígito e multiplicou-os por 4 para encontrar a resposta, no entanto, não sustentou a sua resposta por muito tempo depois de discutir com outros colegas. Com a sugestão de um dos estagiários que acompanhava a atividade, os alunos começaram a resolver este desafio utilizando a estratégia da primeira, mas com o intuito de compreender as operações e como chegar a um resultado por meio de uma fórmula geral. Os alunos ficaram por mais de 30 minutos engajados nesta atividade mesmo já sabendo a resposta, porque queriam entender a lógica do cálculo.

Sabemos que, em muitos casos, é difícil o professor dedicar muito tempo em uma única atividade até que os alunos possam desenvolver o raciocínio, com muitas tentativas e erros ou até mesmo esperar tal engajamento por parte dos estudantes. Neste processo, é importante observar que o aluno muitas vezes sente-se inseguro em demonstrar o seu raciocínio para o professor, com medo de punição. Uma das alunas que estava resolvendo essa atividade, quando percebeu que o seu raciocínio não estava semelhante ao de seus colegas, imediatamente apagou tudo, em vez de verificar com o professor até onde havia chegado. Esse tipo de atitude é explicado por Hadamard (2008 apud Cury) que há uma crença de que o professor ou o matemático não erra, pois só lhe é apresentado o produto final. Para o processo de construção do conhecimento é necessário trabalhar com muitas idas e vindas, retificação dos erros ou obstáculos até que se compreenda o novo, semelhante ao que acontece com a formação do espírito científico proposta por Bachelard (1996).

4. Trabalhando com recursos tecnológicos

Como observamos nos exemplos anteriores, é necessário desenvolver a autonomia e confiança do aluno para aceitar os seus erros como uma etapa do seu processo de aprendizado. Sem a tecnologia, limitaríamos a dizer que seria necessário aumentar o tempo de interação em sala de aula ou do professor para criar atividades complementares.

Com a ampliação da oferta e do acesso à tecnologia móvel, existem diversas empresas desenvolvendo produtos de ensino híbrido. Tais recursos possuem mecânicas de *feedback* imediato por meio de jogos, permitindo a retificação dos erros, sem expor o aluno aos olhares dos colegas ou do professor, o que muitas vezes é o motivo de intimidá-lo na sala de aula. Com mais segurança no seu aprendizado, aos poucos, o aluno será capaz de ter mais autonomia para tirar as suas dúvidas, poder avançar em certos assuntos, ou até mesmo ajudar outros colegas com dificuldade na sala de aula.

Não entraremos em detalhes sobre o modelo de ensino híbrido por não ser o objetivo principal deste trabalho, mas vamos apresentar algumas sugestões de produtos que analisamos que seriam interessantes para o professor utilizar como um recurso adicional às suas aulas de Matemática.

Mangahigh.com[8]

É uma plataforma baseada em jogos online de Matemática para alunos desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. A temática dos jogos é extremamente lúdica e desafiadora na qual o nível de dificuldade é adaptado conforme o desempenho do aluno. O professor pode acompanhar todas as atividades dos alunos por meio de relatórios detalhados como o número de tentativas de cada tipo de jogo, quantas vezes foi acessado pelo aluno, permitindo ao professor visualizar quais conteúdos o estudante tem mais dificuldade.

A plataforma é desenvolvida pela empresa britânica *Blue Duck Education* que em parceria com o programa *SESI*[9] *Matemática* do sistema *FIRJAN*[10] trouxe o projeto para o Brasil na versão em Língua Portuguesa, com o currículo adpatado para os parâmetros brasileiros.

Khan Academy[11]

Essa plataforma de ensino adaptativo, que começou originalmente com conteúdos de Matemática, já expandiu a sua quantidade de conteúdos e hoje os alunos podem estudar outras disciplinas escolares, inclusive conteúdos de introdução à Computação. Seu modelo é mais próximo ao de Educação a Distância do que o de ensino híbrido, por conter vídeo-aulas dos conteúdos, permitindo que o aluno estude um conteúdo sem a intermediação de um professor. Seu estilo de progressão e acompanhamento dos estudos é muito parecido com outros modelos de plataformas de cursos à distância oferecidos por grandes universidades como o Coursera, Udemy, entre outros.

Diferente da Mangahigh, não existe uma trilha lúdica nos desafios, limitando-se a questionários de pergunta e resposta. O incentivo está na gamificação do progresso do aluno. A cada curso ou tópico completado, o aluno ganha moedas e insígnias para personalizar o seu perfil. Assim como na Mangahigh, o professor pode acompanhar o desempenho dos alunos por meio de relatórios.

A plataforma foi idealizada pelo americano Salman Khan e o projeto foi traduzido para a Língua Portuguesa pela Fundação Lehmann.

[8] www.mangahigh.com
[9] SESI – Serviço Social da Indústria
[10] FIRJAN - Federação das Indústrias do Rio de Janeiro
[11] www.khanacademy.org

Kademi[12]

Com foco principal no Ensino Fundamental, a plataforma trabalha com um modelo de ensino híbrido e de aula invertida. Seus conteúdos também não se limitam apenas a Matemática, mas a todos as disciplinas do Ensino Básico. A gamificação do produto é semelhante ao do Khan Academy, com moedas de incentivo e progressão adquiridos por meio dos pontos de conhecimento adquiridos ao completar cada jogo. O produto também trabalha fortemente com o conceito de engajamento lúdico como a montagem de uma casa virtual e cuidar de um bichinho virtual de estimação (pet) com os pontos acumulados. Tal funcionalidade incentiva valores como amor, atenção e noções de educação financeira, já que tanto a casa quanto o seu pet precisam de manutenção do usuário. Seu acervo de jogos também possui uma trilha lúdica, mas com modelo predominantemente de perguntas e respostas, além do professor poder acompanhar os relatórios de desempenho como nos outros dois produtos. Os recursos adicionais existentes no Kademi são: permitir o compartilhamento de arquivos (tanto aluno quanto professor), envio de agendas e fórum de discussão intermediado pelo professor (modelo semelhante ao Moodle[13] , porém gamificado).

Esta plataforma é desenvolvida pela empresa brasileira Atheva Tecnologia em Educação, que foi pioneira em desenvolver este modelo de produto no Brasil, utilizando como referência plataformas norte-americanas como Lumosity e IXL.

Obviamente, existem ainda dezenas de outros produtos disponíveis no mercado. Apresentamos essas três opções, cada uma com suas particularidades, para que os professores possam testar aquele que atenda mais a sua necessidade.

5. Considerações Finais

Para criar um ensino de Matemática com conteúdos que sejam mais relevantes para os alunos, precisamos levar em consideração alguns aspectos.

Em primeiro lugar, o professor deve levar em consideração o conhecimento prévio dos alunos e não apenas o que está sendo aprendido naquele momento. Em vários momentos de nossa pesquisa, identificamos a insegurança dos alunos para responderem uma questão usando apenas o seu raciocínio e não necessariamente uma forma generalizada. Dessa forma, é muito comum aparecerem nas respostas expressões como “Eu não tenho certeza”, “Acho

[12] www.kademi.com.br
[13] Acrônimo de Modular-Object-Oriented-Dynamic-Learning-Environment. Trata-se de um ambiente virtual de apoio à aprendizagem, para compartilhamento de materiais, informações entre alunos e professores.

ISSN 2178-034X

que isso está certo" ou até mesmo atitudes como apagar todo o exercício que havia desenvolvido e preferir entregá-lo em branco para que o professor não veja o que havia feito. Isso é um mau hábito adquirido dentro do processo escolar, implícito no Contrato Didático.

Hadamard (2008 apud Cury) enfatiza que esse hábito vem de muito tempo atrás quando os matemáticos ou professores mostram apenas o seu produto final. Isso passa a impressão de que matemáticos e professores não falham e não passam por um processo de desenvolvimento do raciocínio, passíveis de idas e vindas. Porém, para o processo de construção do conhecimento é importante depararmos com dificuldades, incertezas e falhas, pois é apenas por meio deste processo é que podemos aprender com nossos erros.

Krutetskii (2008 apud Cury) também faz uma crítica sobre os trabalhos que não valorizam o raciocínio e desenvolvimento das habilidades dos alunos. Para que possamos realmente criar um significado e valor para o conteúdo de Matemática para o aluno, é necessário mostrar que qualquer pessoa está apta a aprender os conteúdos, mas é necessário desenvolvê-las. Retirar a crença de que Matemática é somente para pessoas "iluminadas", como descrito por um dos obstáculos descritos por Brousseau (2000): o psicológico.

Em segundo lugar, seria uma observação sobre o tempo de trabalho do professor, pois esta decisão não cabe apenas a ele, mas principalmente com apoio da direção da escola e de políticas públicas para que modifiquem o excesso de foco dado ao conteúdo em detrimento da qualidade do aprendizado. Como foi possível notar em uma das nossas análises apresentadas, quando valorizamos apenas a quantidade de conteúdos a ensinar, por conta do cronograma curto, deixamos de dar a oportunidade para o aluno desenvolver o raciocínio e suas habilidades. Consequentemente, caímos no círculo vicioso de mecanização e memorização de um conteúdo para obter nota suficiente para ser aprovado para o ano escolar posterior. Obviamente, não é uma tarefa simples de ser executada, pois é necessário ter o equilíbrio entre os conteúdos a ensinar e o tempo necessário para que os alunos possam aprender. Um desafio ainda maior em ambientes escolares compostos por alunos de contextos tão diversificados, como as escolas públicas quanto as privadas.

Por último, mostramos alguns exemplos de recursos tecnológicos disponíveis no mercado que podem ser utilizados como apoio pelos professores. Aproveitando o avanço da tecnologia e também a ampliação do acesso aos aparatos como smartphones e tablets, existem diversas plataformas de conteúdos e jogos que podem ser escolhidos de acordo com o gosto e a necessidade do aluno. Caso a escola não possua laboratório ou acesso a internet para que os alunos possam realizar a atividade na sala de aula, ainda assim, o professor pode apresentar o recurso como alternativa para aqueles que tiverem interesse e possam trabalhar em casa. O distanciamento da realidade da sala de aula (modelo analógico, apenas de lousa e papel) com o cotidiano (extremamente digitalizado e informatizado) cria a crença no aluno de que o conteúdo trabalhado na escola é totalmente acadêmico, sem utilidade prática. Não defendemos aqui a substituição dos recursos já utilizados como livros didáticos, lousa e papel por recursos tecnológicos, mas é necessário criar um diálogo entre eles. Assim como ocorre na Medicina e na Agricultura, a Educação também precisa começar a incorporar na prática teorias e pesquisas novas para testes em campo, verificar o que não traz resultados efetivos e aliar os eficazes. Só assim podemos trazer grandes avanços para a área de Educação (NOVAK, 2010).

6. Referências

ASTOLFI, J. P. **El trabajo didáctico de los obstáculos, en el corazón de los aprendizajes científicos**. In: Enseñanza de las Ciencias, 12(2), 1994, pp. 206-216.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento.** Tradução Estela dos Santos Abreu, Rio de Janeiro: Contraponto, 1996, 5ª ed.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: BRUM, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: 1999. Instituto Piaget, 2000. pp. 35-113.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática)

KIKUCHI, L. M. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no Ensino Fundamental: uma aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a Teoria dos Campos Conceituais**, 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

KIKUCHI, L. M; TREVIZAN, W. A. Obstáculos epistemológicos na aprendizagem de grandezas e medidas na escola básica. In: **XIV EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática). Resumos**. Campo Grande: Ed. UFMS, 2010, p. 140-141. Disponível em versão eletrônica: http://bit.ly/1R1g7o3. Acesso em: 2016-03-07.

LIMA, W. A. T. **Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas: estudo de casos envolvendo Análise Combinatória**, 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

NOVAK, J. D. Learning, **Creating and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations**. New York and London: Routledge, 2010. 2nd Ed.

VERGNAUD, G. **La Théorie des Champs Conceptuels**. RDM, 10 (23), 1990, pp. 133-170.