

## DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS: CONFRONTANDO DOIS NÍVEIS DE ESCOLARIDADE

*Jéssika Naves de Oliveira*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná*  
*jessikanaves04@gmail.com*

### **Resumo:**

Este trabalho tem como objetivo investigar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, em dois níveis de escolaridade. Para isso, foi aplicada uma sequência de atividades com 11 questões, das quais discutiremos 2 nesse artigo. Tal sequência foi aplicada para 134 alunos, onde 72 eram do 9º ano do Ensino Fundamental e 62 do 3º ano do Ensino Médio, de três escolas públicas do município de Cornélio Procópio-PR. Para a análise desses dados foram utilizadas algumas técnicas da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2004). Por meio das análises foi possível observar que os alunos apresentam muitas dificuldades, que as mesmas persistem ao longo dos anos e que mesmo que o conteúdo dos números racionais esteja disposto nos documentos oficiais para ser ensinado no 7º ano do Ensino Fundamental, ainda no 3º ano do Ensino Médio tais dificuldades persistem.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Números racionais; Dificuldades na aprendizagem.

### **1. Ensino dos números racionais**

O número racional apresenta diversas representações, são elas: ponto racional, fração, decimal, porcentagem e pictórica (QUARESMA; PONTE, 2012). Embora a literatura discuta todas as dificuldades relacionadas a cada representação (OLIVEIRA; ARAMAN, 2015), este artigo aborda-se as representações ponto racional e fração.

Todo número racional  $\frac{a}{b}$ , tem seu ponto definido na reta numérica, chamado *ponto racional*, ou seja, todo número racional tem sua localização na reta numérica.

A “fração é a relação da parte com o todo, ou seja, apresenta-se quando um todo (unidade) é dividido em partes iguais” (CATTO, 2000, p.35). A fração é escrita na forma  $a/b$ , em que  $a$  é o numerador e  $b$  o denominador. “A barra fracionária, neste caso, funciona como um delimitador para o numerador e o denominador” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008).

No Brasil, é previsto que os alunos comecem a aprender o conjunto dos números racionais 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Tal conteúdo é retomado e aprofundado no 7º ano do Ensino Fundamental.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE) estabelece que o conjunto dos números racionais, deve ser ensinado para os alunos com o objetivo de levá-los a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema, como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão (BRASIL, 1998, p. 101).

Dessa forma, abordamos a seguir, uma pesquisa das dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos números racionais, para as representações abordadas nesse trabalho, discutidas por autores da área, bem como uma síntese das mesmas para subsidiar uma análise detalhada posteriormente.

## 2. Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

As dificuldades na aprendizagem do conjunto dos números racionais são alvo de várias pesquisas (VALERA, 2003, ONUCHIC; ALEVATTO, 2008, QUARESMA; PONTE, 2012).

Valera (2003) ao analisar o desempenho dos alunos em avaliações do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo- SARESP, dos anos de 1996 e 1997, aplicados à 4<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries (atualmente 5<sup>o</sup>, 8<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> anos) do Ensino Fundamental, dos períodos diurno e noturno da cidade de Marília – SP, elenca que os alunos apresentam dificuldades ao localizar um número racional na forma de fração e na forma decimal na reta numérica. Por exemplo, ao localizar o número  $\frac{12}{5}$  entre dois números inteiros, a maioria dos alunos, apontam que ele localiza-se entre os números 1 e 2.

Severo (2008) também relatou que os alunos apresentam dificuldades em saber o que é denominador e numerador das frações.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente “deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais” (BRASIL, 1998, p. 101).

Embora sejam muitas as dificuldades dos alunos em relação aos números racionais, a maioria revela falta de compreensão conceitual que se estende pelas diferentes formas de representações utilizadas nos métodos atuais de ensino.

Foi realizada uma pesquisa (OLIVEIRA; ARAMAN, 2015) onde foram encontradas muitas dificuldades apresentadas pelos alunos, presentes na literatura, de acordo com as representações dos números racionais. O quadro 1 apresenta uma síntese somente das dificuldades e o que dizem os documentos oficiais para as representações de ponto racional e fração, a fim de atingir o objetivo desse trabalho.

**Quadro 1:** Comparação da aprendizagem dos números racionais.

Representação	Documentos oficiais	Dificuldades
Ponto racional	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações (BRASIL, 1998, p.71).</li> <li>- Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal (BRASIL, 1997, p. 59).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ao localizar o número <math>\frac{12}{5}</math> entre dois números inteiros, os alunos apontam que ele localiza-se entre os números 1 e 2 (VALERA, 2003);</li> <li>- ao localizar o número <math>\frac{11}{4}</math> na reta numérica os alunos marcam o número 11 (SEVERO, 2008).</li> </ul>
Fração	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O conceito de equivalência assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números (BRASIL, 1998, p.103).</li> <li>- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente (BRASIL, 1997, p.59).</li> <li>- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária (BRASIL, 1997, p. 59).</li> <li>- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas (BRASIL, 1997, p. 59).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ao comparar números fracionários <math>\frac{1}{3} &lt; \frac{1}{2}</math> os alunos apontam que <math>\frac{1}{2} &lt; \frac{1}{3}</math>, pois <math>2 &lt; 3</math> (BRASIL, 1998);</li> <li>- ao transformar um número fracionário em um número decimal, o aluno tem a convicção de que <math>\frac{3}{8}</math> é igual a 3,8 (VALERA, 2003);</li> <li>- os alunos interpretam uma fração como dois números distintos (SANTOS, 2011);</li> <li>- os alunos têm dificuldades em distinguir o numerador e o denominador de uma fração (SEVERO 2008);</li> <li>- os alunos não entendem que uma fração pode ser representada de infinitas formas, que no caso são as frações equivalentes (LIMA, 2013).</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Oliveira; Araman 2015.

Tomando como base as dificuldades destacadas no quadro, foi elaborada uma sequência de atividades que foi aplicada para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Optou-se por analisar tais níveis de escolaridade já que, como os números racionais são ensinados no 7º ano do Ensino Fundamental (Paraná, 2008), acreditamos que no 9º ano do Ensino Fundamental os alunos já aprenderam tal conteúdo. E a escolha do 3º ano do Ensino Médio foi feita para analisar se as dificuldades que foram encontradas no 9º ano ainda persistem.

### 3. Metodologia

Visando atingir o objetivo dessa pesquisa, optou-se por uma de natureza qualitativa que segundo Bogdan e Biklen (1994): a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu instrumento principal; os dados coletados são predominantemente descritivos; a preocupação com o processo é maior do que com o produto; o significado que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial do pesquisador; a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Como já comentado, foi elaborada uma sequência de atividades nas quais as dificuldades apresentadas no quadro 1 fossem contempladas. Tal sequência era composta por 11 questões, porém nesse artigo é abordado apenas duas pela limitação de páginas, que foi aplicada para 134 alunos, nos quais 72 eram no 9º ano do Ensino Fundamental e 62 eram do 3º ano do Ensino Médio em três escolas públicas do município de Cornélio Procópio, no período de agosto e setembro de 2015, conforme a disponibilidade da escola. Todas as escolas participantes dessa pesquisa nos concederam um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, a fim de autorizarem a utilização dos dados coletados no trabalho de campo, para publicação dos mesmos, com a condição de que seja garantido o anonimato dos alunos que participaram.

Para a análise dos dados obtidos foram utilizadas algumas técnicas da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2004), que define tal metodologia como

Um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (várias inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2004, p.37).

A análise foi feita com as resoluções dos alunos que responderam incorretamente cada atividade, já que o objetivo desta pesquisa é investigar as dificuldades. Com isso, tais dificuldades foram subdivididas em agrupamentos conforme apresentamos a seguir.

#### 4. Análises das atividades

São apresentadas duas questões da sequência de atividades (uma explora a representação ponto racional e a outra fração), bem como as dificuldades que os alunos apresentaram ao resolver tais atividades.

Para preservar as identidades dos estudantes foram atribuídos os seguintes códigos de identificação: A- aluno; 9 (9º ano do Ensino Fundamental) ou 3 (3º ano do Ensino Médio); 01 à 72- para alunos do 9º ano e 01 à 62 para alunos do 3º ano.

Serão atribuídos os códigos G1, G2, ..., para os agrupamentos das dificuldades apresentadas pelos alunos. Tais agrupamentos serão feitos baseados nas questões incorretas dos alunos, já que nessas questões é possível encontrar as dificuldades que os mesmos apresentaram ao resolvê-las.

**Quadro 2** : Atividade 2 aplicada aos alunos.

1. Observe a reta numérica a seguir:



O número  $\frac{11}{4}$  está localizado entre quais números inteiros?

**Fonte:** SEVERO, 2008

As análises das dificuldades foram feitas a partir das resoluções apresentadas pelos alunos e foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

*G1) Alunos que apontam dois números inteiros incorretos, sem realizar qualquer operação:* este agrupamento é composto por alunos que escolhem dois números inteiros que estão na reta numérica dada ou não e apontam tais números. Como esses alunos não realizaram operações houve dificuldade em analisar tais dados, já que não é possível identificar o que os levaram a tal erro.

<p>O número <math>\frac{11}{4}</math> está localizado entre quais números inteiros?</p> <p style="text-align: center;">1 e 2</p>	<p>O número <math>\frac{11}{4}</math> está localizado entre quais números inteiros?</p> <p style="text-align: center;">Esta localizado entre 3 e 4.</p>
--	---

**Figura 1:** Resoluções dos alunos A309 (esquerda) e A330 (direita).

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A309 (esquerda) apontou os números 1 e 2 e o aluno A330 (direita) apontou os números 3 e 4, ambos não realizaram cálculos ou marcaram algo na reta numérica, não há indícios da dificuldade que os levaram a apresentar tal erro, já que somente apontaram dois pontos.

G2) *Alunos que apontam um número inteiro da reta numérica dada:* este agrupamento é composto por alunos que identificam que o número  $\frac{11}{4}$  está em um número inteiro da reta numérica dada, sem efetuar cálculos.



Figura 2: Resoluções dos alunos A919 (esquerda) e A959 (direita).

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos somente apontam um número natural, o aluno A919 (esquerda) aponta o número 4 e aluno A959 (direita) aponta o número 0, eles não efetuaram cálculos ou escreveram algo, obstando as análises das dificuldades que os levaram a tal erro. Há indícios que os mesmos não identificam fração como uma divisão e que concebem fração como dois números distintos, já que só apontaram um dos números, mesmo a atividade perguntando entre “quais” pontos, dando o sentido que seria mais de um ponto.

G3) *Os alunos identificam a fração como uma divisão e localizam na reta numérica dada incorretamente:* este agrupamento é composto por alunos que efetuaram a divisão de 11 por 4, obtiveram um resultado correto, porém marcaram incorretamente na reta numérica dada.

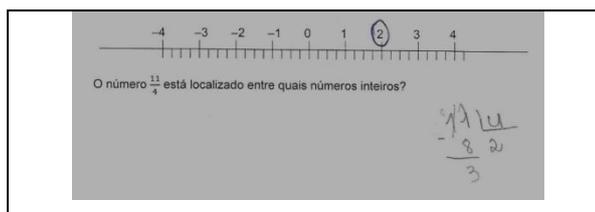


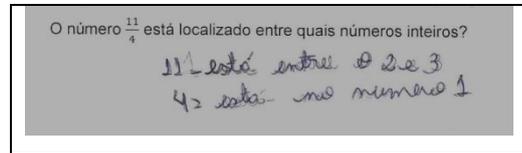
Figura 3: Resolução do aluno A966.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno identificou que a fração é uma divisão, porém efetuou os cálculos somente com o número inteiro, não continuou a operação na qual o resultado era um número decimal. A dificuldade apresentada não foi de conceito, pois o aluno deu indícios que sabe a definição de número racional, quando dividiu 11 por 4, como o mesmo chegou ao resultado 2, identificou que  $\frac{11}{4}=2$ .

G4) *Alunos que identificam que  $\frac{11}{4}$  localiza-se entre mais de dois números inteiros na reta numérica dada:* este agrupamento é composto por alunos que identificam que o número  $\frac{11}{4}$

localiza-se entre mais de dois números inteiros na reta numérica dada e não apresentam nenhum cálculo.

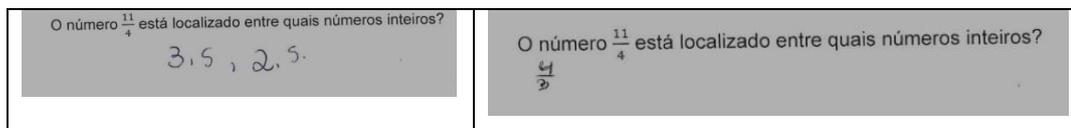


**Figura 4:** Resolução do aluno A343.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A343 identifica que o número 11 está entre os números inteiros 2 e 3 e o número 4 está no número inteiro 1. Com isso, há indícios que este aluno concebe fração como dois números distintos e não consegue identificar corretamente entre quais números inteiros os números 11 e 4 se localizam.

G5) Alunos que localizam a fração  $\frac{11}{4}$  entre números racionais: este agrupamento é composto por alunos que identificam que a fração  $\frac{11}{4}$  localiza-se entre dois números racionais na reta numérica dada.



**Figura 5:** Resoluções dos alunos A912 (esquerda) e A922 (direita).

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A912 (esquerda) identificou que a fração  $\frac{11}{4}$  está localizada entre os números 2,5 e 3,5, há indícios que o mesmo não concebe fração como uma divisão e não sabe o conceito de números inteiros, já que aponta números racionais. O aluno A922 (direita) identificou que a fração  $\frac{11}{4}$  localiza-se no ponto  $\frac{4}{3}$ , apresentando dificuldade em conceber fração como uma divisão e no conceito de números inteiros.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 2, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

**Quadro 3:** Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 2.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 10 Incorretas: 43 Em branco: 19	G1) Alunos que apontam dois números inteiros incorretos, sem realizar qualquer operação: 26 alunos (A901, A903, A907, A909, A913, A914, A915, A916, A917, A920, A923, A926, A927, A929, A934, A935, A936, A938, A939, A940, A941, A958, A960, A963, A968, A971). G2) Alunos que apontam um número inteiro da reta numérica dada: 10

		<p>alunos (A905, A906, A908, A910, A918, A919, A921, A931, A959, A965).  <i>G3) Os alunos identificam a fração como uma divisão e localizam na reta numérica dada incorretamente: 2 alunos (A953, A966).</i>  <i>G4) Alunos que identificam que <math>\frac{11}{4}</math> localiza-se entre mais de dois números inteiros na reta numérica dada: 2 alunos (A911, A951).</i>  <i>G5) Alunos que localizam a fração <math>\frac{11}{4}</math> entre números racionais: 3 alunos (A912, A922, A928).</i></p>
3º ano	<p>Corretas: 37                  Incorretas: 22                  Em branco: 3</p>	<p><i>G1) Alunos que apontam dois números inteiros incorretos, sem realizar qualquer operação: 14 alunos (A303, A309, A310, A312, A314, A323, A329, A330, A331, A332, A340, A344, A347, A350).</i>  <i>G2) Alunos que apontam um número inteiro da reta numérica dada: 7 alunos (A302, A326, A334, A335, A336, A337, A341).</i>  <i>G4) Alunos que identificam que <math>\frac{11}{4}</math> localiza-se entre mais de dois números inteiros na reta numérica dada: 1 aluno (A343).</i></p>

**Fonte:** A autora.

Chamamos atenção ao fato de que a maioria dos alunos, nos dois níveis de escolaridade escolhem dois pontos da reta numérica aleatórios, porém ao comparar os mesmos, observamos que no 3º ano os alunos apresentam menos tipos de dificuldades em relação ao 9º ano, evidenciando que algumas dificuldades foram sanadas ao longo da trajetória escolar. Ainda, como elencado no quadro 1 com relação à representação ponto racional, no que dizem os documentos oficiais (BRASIL, 1997, p.59) é previsto que os alunos saibam localizar um número racional na forma decimal na reta numérica no 2º ciclo do Ensino Fundamental, entretanto verificamos que nos dois níveis de escolaridade abordados nesta pesquisa, os alunos ainda apresentam muitas dificuldades.

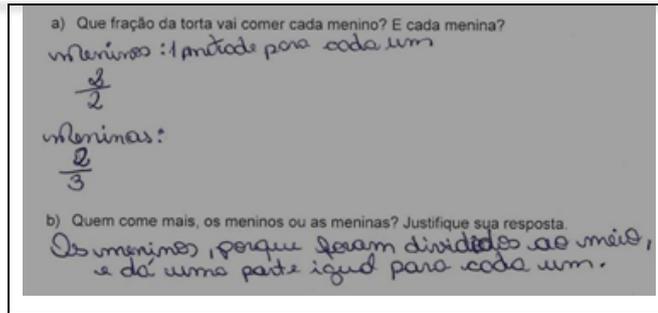
**Quadro 4:** Atividade 5 aplicada aos alunos.

<p>As meninas dividem uma torta e os meninos também dividem uma torta igual a das meninas, em partes iguais.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) Que fração da torta vai comer cada menino? E cada menina?                  b) Quem come mais, os meninos ou as meninas? Justifique sua resposta.</p>
--

**Fonte:** QUARESMA; PONTE, 2012.

As análises das dificuldades foram feitas a partir das resoluções apresentadas pelos alunos e foram organizadas nos seguintes agrupamentos:

*G1) Indica a fração de torta que cada um vai comer incorretamente e identifica que os meninos comem mais:* este agrupamento é composto por respostas de alunos que indicam incorretamente a fração de torta que cada um vai comer, porém identificam que os meninos comem mais torta.

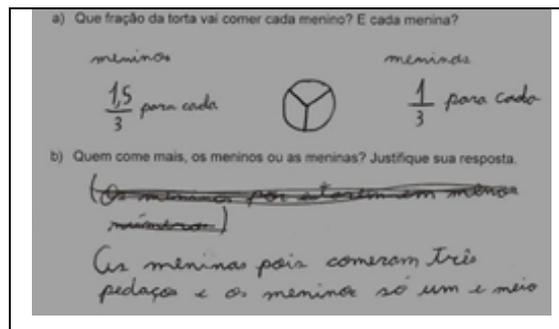


**Figura 6:** Resolução do aluno A963.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A963 identifica que os meninos comerão metade cada um, porém ao representar em fração, não o faz corretamente. Há indícios que o aluno apresenta dificuldades ao representar uma figura em fração, já que ao responder que come mais, indica que são os meninos.

G2) Alunos que representam as figuras por frações incorretas e respondem que as meninas comem mais torta: este agrupamento é composto por alunos que não representam a figura em fração corretamente e identificam que as meninas comem mais torta.

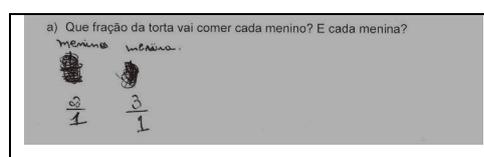


**Figura 7:** Resolução do aluno A361

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A361 representa as figuras por frações, dos meninos por  $\frac{1,5}{3}$  e das meninas  $\frac{1}{3}$  e responde que as meninas comem mais, pois comeram três pedaços e os meninos 1 e meio. Há indícios que o aluno apresenta dificuldades em representar uma fração, já que o numerador e o denominador devem ser números inteiros, e não identifica o conceito de fração, não relacionando a parte com o todo.

G3) Alunos que representam as figuras por frações incorretas e não respondem quem come mais torta: este agrupamento é composto por alunos que representam incorretamente as figuras por frações e não identificam quem come mais torta.



**Figura 8:** Resolução do aluno A954.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

O aluno A954 representa a figura dos meninos pela fração  $\frac{2}{1}$ , a figuras das meninas pela fração  $\frac{3}{1}$  e não identifica quem come mais torta. Há indícios que o aluno apresenta dificuldades em representar uma figura por uma fração, em relacionar a parte com o todo, já que inverte o numerador e o denominador das frações. Com isso, não consegue identificar quem comeu mais torta.

G4) Alunos que representam as figuras por frações incorretas chegando à conclusão que meninos e meninas comem partes iguais da torta: este agrupamento é composto por alunos que representam a fração que corresponde à figura incorretamente e chega à conclusão que meninos e meninas comem a mesma quantidade de torta.

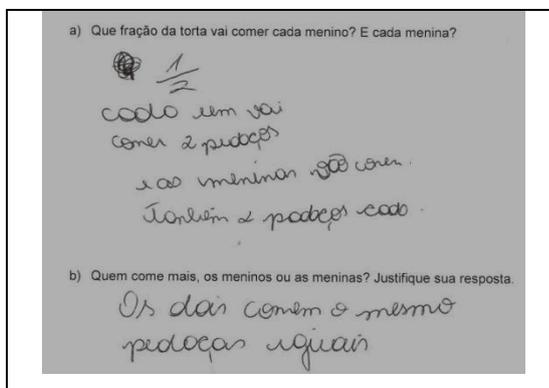


Figura 9: Resolução do aluno A337.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A337 identifica que meninos e meninas comerão dois pedaços da torta, respondendo que os mesmos comem a mesma quantidade. Há indícios que o aluno apresenta dificuldades em representar uma figura por uma fração, não relacionando a parte com o todo, já que eram 2 meninos e 3 meninas para 1 torta para cada respectivamente.

A seguir é apresentado um quadro com a síntese dos agrupamentos da atividade 5, para o 9º ano do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, bem como o desempenho dos alunos em ambos os níveis de escolaridade:

Quadro 5: Desempenho e síntese dos agrupamentos para a atividade 5.

Nível de escolaridade	Desempenho	Dificuldades apresentadas
9º ano	Corretas: 42 Incorretas: 25 Em branco: 5	G1) O aluno indica a fração de torta que cada um vai comer incorretamente e identifica que os meninos comem mais: 13 alunos (A904, A912, A918, A921, A923, A925, A934, A941, A957, A958, A963, A965, A966). G2) Alunos que representam as figuras por frações incorretas e respondem que as meninas comem mais torta: 7 alunos (A915, A916, A927, A949, A950, A960, A970). G3) Alunos que representam as figuras por frações incorretas e não respondem quem come mais torta: 2 alunos (A954, A971).

		<i>G4) Alunos que representam as figuras por frações incorretas chegando à conclusão que meninos e meninas comem partes iguais da torta: 3 alunos (A909, A931, A952).</i>
3° ano	Corretas: 42 Incorretas: 18 Em branco: 2	<i>G1) O aluno indica a fração de torta que cada um vai comer incorretamente e identifica que os meninos comem: 14 alunos (A317, A318, A319, A320, A321, A326, A331, A332, A338, A340, A342, A343, A353, A357). G2) Alunos que representam as figuras por frações incorretas e respondem que as meninas comem mais torta: 2 alunos (A336, A361). G4) Alunos que representam as figuras por frações incorretas chegando à conclusão que meninos e meninas comem partes iguais da torta: 2 alunos (A303, A337).</i>

**Fonte:** A autora.

Ao comparar o desempenho dos dois níveis de escolaridade nesta atividade, podemos perceber que as dificuldades ainda persistem ao longo dos anos e que ainda no 3° ano. Os alunos apresentam dificuldades em transformar uma representação pictórica para uma representação fracionária de um número racional, como já indica a literatura (SEVERO, 2008; LIMA, 2013).

## 5. Considerações Finais

O objetivo desta pesquisa era observar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, em dois níveis de escolaridade. Diante dos dados analisados e do estudo da literatura, foi possível perceber que são muitas as dificuldades e que as mesmas permeiam ao longo do tempo, corroborando com outros resultados apontados pela literatura e organizados no quadro 1.

Na atividade dois, ao localizarem o número  $\frac{11}{4}$  na reta numérica, os alunos contam os milímetros dados na mesma, ou seja, a partir do número 0 ou do -4, os alunos contam 11 milímetros da reta numérica dada e apontam os números inteiros que acabam a contagem como encontrou Severo (2008) em suas pesquisas.

Mesmo a atividade cinco apresentando um índice menor de respostas incorretas, em relação à outras questão, podemos perceber que ainda há alunos que apresentam dificuldades em relacionar a parte com o todo de uma fração, que entre os meninos o todo foi dividido em dois e entre as meninas o todo foi dividido em três, ainda, alguns alunos identificam que as meninas comem mais torta, pois estão em uma quantidade maior que os meninos, indicando implicitamente que  $\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ , que é uma dificuldade apontada por Brasil (1998).

## 6. Referências

- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Características da investigação qualitativa**. In: Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Porto Editora, 1994.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministério da Educação, 1997.
- \_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministério da Educação, 1998.
- CATTO, G. G. **Registros de Representação e o Número Racional**: Uma abordagem nos livros didáticos. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2000.
- LIMA, F. S. **Números Racionais na forma Fracionária**: Atividades para Superar Dificuldades de Aprendizagem. Dissertação (Mestrado Profissional)- Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2013.
- OLIVEIRA, J. N.; ARAMAN, E. M. O. **Dificuldades na Aprendizagem dos Números Racionais**. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 13., 2015. Ponta Grossa-Paraná. Anais... Ponta Grossa: XIII EPREM, 2015.
- ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G. **As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas**. Bolema, Rio Claro, ano 21, n° 31, p.79-102, 2008.
- PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Secretaria de Estado da Educação. Curitiba, 2008.
- QUARESMA, M.; PONTE, J. P. **Compreensão dos Números Racionais, Comparação e Ordenação**: O caso de Leonor. Interações. n.20. p.37-69. 2012.
- SANTOS, R. S. **Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)- Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2011.
- SEVERO, D. F. **Números Racionais e Ensino Médio**: Uma busca de Significados. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)- Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2009.
- VALERA, A. R. **Uso social e Escolar dos Números Racionais**: Representação fracionária e decimal. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Marília. 2003.