

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

*Marcos Nascimento Magalhães
Universidade de São Paulo
marcos@ime.usp.br*

Resumo:

O Minicurso apresenta atividades para o ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica. Discutiremos a importância da motivação e da participação ativa dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem. Os professores participantes do Minicurso terão oportunidade de, efetivamente, praticar as atividades que, posteriormente, poderão ser desenvolvidas em suas classes. As atividades apresentadas se dividem em cinco tipos: Sala de aula, Miniaplicativos, Planilhas, Propostas de projetos, Filmes e Vídeos. Será também apresentado o portal *AtivEstat*, com acesso livre, contendo atividades de Estatística.

Palavras-chave: atividades de Estatística; conceitos de Estatística; aprendizagem ativa.

1. Introdução

Na sociedade atual é marcante a quantidade de argumentações numéricas em notícias na imprensa, opiniões na TV, propaganda política, artigos científicos, etc. Muitos desses números se referem aos conceitos estatísticos que deveriam ser também compreendidos pela população, entretanto, isso nem sempre acontece. Conforme as recomendações oficiais dos Parâmetros Curriculares Nacionais do MEC (ver Brasil, 1998 e 2002), o ensino de Estatística está previsto na disciplina de Matemática da Educação Básica. As recomendações buscam o *Letramento Estatístico* (ver Cazorla e Santana, 2010), que inclui entender diagramas, tabelas, avaliar informações e comparar resultados.

A efetiva presença de Estatística nos currículos escolares tem variado bastante. Muitas vezes o tempo é escasso, na disciplina de Matemática, para desenvolver todos os conteúdos previstos e os tópicos de Estatística são preteridos. Existem casos em que os conteúdos são trabalhados de forma mecânica. A formação inicial dos professores de Matemática pode ser um fator a considerar, uma vez que muitos professores não se sentem confortáveis em apresentar conceitos que não estudaram, ou estudaram de forma insuficiente, durante sua graduação. Não pretendemos abordar no Minicurso todas essas dificuldades, mas sim apresentar e discutir atividades que poderão contribuir para uma aprendizagem mais significativa de Estatística.

2. Ensino de Estatística

A área de Educação Estatística tem crescido no Brasil e em toda a América Latina. Publicações recentes, em livros e periódicos, têm divulgado as pesquisas realizadas e, entre outras, mencionamos Lopes et al (2010), Coutinho (2013), Salcedo (2013), Lopes (2014) e Samá e Porciúncula (2015). Essas publicações trazem ao debate sugestões e relatos de experiências para melhorar o ensino-aprendizagem em tópicos de Probabilidade e Estatística nos diferentes níveis de ensino. Em termos internacionais, o desenvolvimento da área é mais antigo e se expressa nos vários congressos internacionais já realizados, tais como o International Conference on Teaching Statistics (ICOTS) promovido pela International Association of Statistics Education (IASE).

De modo geral podemos dizer que a Estatística trabalha com números em contexto. No processo de ensino-aprendizagem precisamos estar atentos para enfatizar ideias, ao invés de apenas cálculos, e usar dados reais de quantidades de interesse dos estudantes. Outros aspectos importantes incluem: incentivar a participação e colaboração entre os estudantes, usar recursos tecnológicos e fazer avaliações como instrumento de aprendizagem e não de punição. De forma breve, descrevemos, a seguir, alguns conceitos de Estatística envolvidos nas atividades que serão apresentadas na próxima seção.

Aleatoriedade: o termo *aleatório* está em oposição ao determinístico. Numa equação matemática, se existe solução, ela é sempre a mesma, isto é, determinada. Em fenômenos aleatórios, a repetição pode produzir respostas diferentes. De fato, as respostas obtidas respeitam certa lei que associa probabilidades aos diversos resultados. No ambiente estatístico, uma escolha aleatória (ou ao acaso) quer dizer escolher com mesma probabilidade dentre todas as possíveis escolhas.

Variabilidade: é a expressão do aleatório nos resultados obtidos. A variabilidade é a essência da Estatística, é o que justifica sua existência, pois se não houvesse variabilidade (ou aleatoriedade) os métodos estatísticos seriam desnecessários. Existem várias medidas de variabilidade como amplitude, variância, desvio-padrão, desvio médio, etc., sendo que a variância é a mais utilizada. Gráficos são usados para avaliar visualmente a variabilidade.

População e amostra: população é o conjunto ou universo sob o qual desejamos algumas informações. Amostra é qualquer parcela (ou subconjunto) da população. As *Variáveis* (ou *Quantidades*) são informações que temos interesse e se dividem em *qualitativas* (não numéricas) e *quantitativas* (numéricas).

Estimação: é a avaliação de quantidades da população por meio de quantidades da amostra. Esse tópico faz parte da Inferência Estatística que não é um assunto desenvolvido formalmente na Educação Básica. Entretanto, discussões informais desse tópico contribuem para uma melhor compreensão sobre a finalidade da Estatística, além de serem importantes na motivação dos estudantes. Por exemplo, a média da amostra produz uma estimação para a média da população e a proporção amostral, para a proporção populacional de uma característica de interesse.

3. Atividades em Estatística

O uso de atividades pode melhorar a aprendizagem de conceitos estatísticos e auxiliar o desenvolvimento da autonomia do estudante que deve ser um dos objetivos na educação de jovens. Também, as atividades incentivam a participação ativa dos estudantes e podem oferecer contextos colaborativos que permitam a aprendizagem, não só de conceito específico, mas também de novas compreensões relacionadas ao pensar e agir. Segundo Vygotsky (1934/1987) essas são ações importantes na criação de *Zonas de Desenvolvimento Proximal* (ZPD), propiciando um ambiente de trabalho em que os estudantes produzem conhecimento na relação com colegas e professor.

Apresentamos a seguir algumas atividades em Estatística que estão no portal *AtivEstat*- Atividades em Estatística (www.ime.usp.br/ativestat), cujo acesso é livre através da página internet do IME-USP (Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo). O portal é destinado aos professores que ensinam Estatística em todos os níveis, ele contém, além de sugestões de atividades, indicações de outros portais. No *AtivEstat* não há inclusão de conteúdo teórico referentes à tópicos de Estatística, mas sim seu uso em atividades e os detalhes conceituais podem ser encontrados, entre outros textos, em Magalhães e Lima (2015). As atividades apresentadas são divididas em cinco tipos: Sala de aula, Miniaplicativos, Planilhas, Propostas de projetos e Filmes e vídeos. Durante o Minicurso, além de uma rápida visita ao portal *AtivEstat*, iremos praticar algumas das atividades apresentadas a seguir.

3.1 Atividades - Sala de aula

Essas são atividades para serem desenvolvidas em classe, usando recursos simples e em algumas aulas. Seguem dois exemplos:

a. Seu dado é "honesto" (equilibrado)?

Um dado "honesto" é aquele que não favorece nenhuma das faces. Assim, temos probabilidade de $1/6$ para cada uma das seis faces. Os participantes do Minicurso se dividem em duplas e fazem seis lançamentos de um dado (fornecido pelo professor). Cada participante registra os resultados na tabela abaixo:

Lançamento	1°	2°	3°	4°	5°	6°
Resultado						

Os resultados obtidos vieram de um dado equilibrado?

b. Comparação de duas sub-populações

Nesta atividade queremos comparar, por meio de uma representação gráfica, as alturas de estudantes do gênero masculino e feminino em uma população de interesse (que pode ser uma classe ou escola). Em geral, pelas dificuldades de acesso, buscamos coletar informações de uma população através de amostras. Uma das formas, chamada *amostra aleatória simples com reposição*, atribui a mesma possibilidade de presença na amostra para todos os elementos da população. Ela é a mais simples, teoricamente falando, mas nem sempre a mais prática. Sendo difícil, ou impossível, enumerar todos os elementos da população, podemos buscar alguma alternativa que imite esse tipo de escolha.

A tabela *Estudantes*, fornecida durante o Minicurso, apresenta dados de altura e gênero de estudantes da Licenciatura do IME-USP (nossa população de interesse). Desejamos comparar as alturas segundo o gênero, usando a "caixa" de um gráfico denominado *box-plot* que será construído a partir de observações amostrais. O *box-plot* usa as medidas dos quartis, sendo o 1° quartil (Q_1) o limite para as 25% menores observações. De modo análogo, a mediana ou 2° quartil (md_{obs}) é o limite para 50% e o 3° quartil (Q_3) para as 75% menores. A caixa do *box-plot* é apresentada a seguir:



Os participantes do Minicurso, divididos em equipes com 4 componentes, devem usar sua *criatividade* para imitar a coleta de uma *amostra aleatória simples com reposição*. Cada equipe deve coletar 10 valores de Altura para cada sub-população de gênero (masculino e feminino). Anote as observações coletadas na tabela abaixo. Na aplicação em classe, se houver maior disponibilidade de tempo, pode-se aumentar a amostra para 20 ou 30 valores.

Observações	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
Masculino										
Feminino										

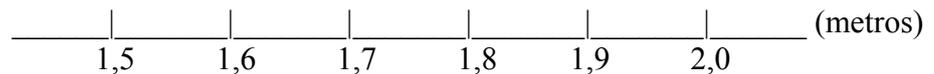
Em seguida, cada equipe *ordena* os valores coletados:

Obs. Ordenadas	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a
Masculino										
Feminino										

Para obter os quartis, notamos que, com 10 observações, Q_1 é a 3^a observação ordenada; md_{obs} é a média entre a 5^a e 6^a observações ordenadas e Q_3 é a 8^a observação ordenada. Cada equipe deve desenhar as caixas correspondentes no espaço abaixo e comparar os resultados.

Masculino:

Feminino:



c. Leilão do menor valor

A atividade é uma oportunidade de discutir os conceitos de média e mediana, frequentemente confundidos. A mediana (ou 2^o quartil), já mencionada, indica a posição central das observações ordenadas, enquanto a média é o ponto de equilíbrio dos valores das observações. Nesta atividade, gráficos de pontos são apresentados em um cartaz, ou projetados via computador, e os participantes indicam seus palpites para os valores da média e da mediana (usando uma casa decimal). O lance é calculado pela diferença, em valor absoluto, entre o palpite e o valor real e ganha o Leilão quem der o menor lance. Usando os Conjuntos de dados 1 e 2 (fornecidos no Minicurso) os participantes completam as tabelas abaixo:

Conjunto de dados 1

Quantidade	Palpite	Valor real	Lance
Média			
Mediana			

Conjunto de dados 2

Quantidade	Palpite	Valor real	Lance
Média			
Mediana			

Quem dá menos?

3.2 Atividades – Miniaplicativos

Os miniaplicativos são programas computacionais que realizam de forma interativa e com apelo visual cálculos ou representações gráficas. É uma atividade para a sala de informática da escola e podem ser solicitadas questões relativas aos miniaplicativos.

a. Países

Acessar http://www.ibge.gov.br/paisesat/main_frameset.php

b. Lançamentos de um dado

http://www.alea.pt/html/probabil/html/cap_02/html/cap2_1_2.html

3.3 Atividades - Planilhas

Estas são atividades para serem feitas em laboratórios de informática ou em casa, pois necessitam o uso de computador. Alguns software livres como OpenOffice e LibreOffice contêm programas de planilha com comandos similares ao do software comercial Excel.

a. Simulação de lançamentos de uma moeda equilibrada

Usando as funções ALEATÓRIOENTRE e CONT.SE é possível simular e contar o número de caras obtidas num certo número de lançamentos de uma moeda equilibrada.

b. Diagramas e gráficos

Colete dados da classe (por exemplo, gênero e altura) e peça que os estudantes digitem essas informações em uma planilha. Solicite gráficos e tabelas.

3.4 Atividades - Propostas de Projetos

São sugestões para desenvolver projetos que envolvem um tempo maior de realização. Os projetos podem ser interdisciplinares e, em geral, são feitos em grupo com coleta de dados. A atividade possibilita que cada grupo busque os "seus" dados reais e tenha a experiência de trabalho coletivo e colaborativo. Estudos têm apontado que o uso de projetos faz diferença na aprendizagem de Estatística, melhorando a compreensão dos limites e vantagens da informação numérica (ver, por exemplo, Campos et al, 2011). Seguem duas sugestões:

a. Tema de interesse

Os estudantes formam grupos, coletam dados por meio de questionário (ou outra fonte) buscando desenvolver um tema. A escolha do tema deve ser, preferencialmente, de cada grupo, mas pode-se estabelecer com a classe uma área de interesse comum. O projeto

pode ser interdisciplinar e/ou desenvolvido em conjunto com algum outro professor. Na execução do projeto é conveniente estabelecer etapas: proposta, coleta, análise e conclusão. Os estudantes devem redigir um relatório e fazer uma apresentação pública dos resultados.

b. Planeta água

Os estudantes trazem contas de água de suas casas e, juntando todas as contas, criam tabelas e gráficos para observar se suas famílias estão fazendo uso racional da água. Essa é uma atividade do projeto AVALE (Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico) e acesse <http://ambiente.educacao.ba.gov.br/conteudos-digitais/conteudo/exibir/id/1619> para mais detalhes.

3.5 Atividades - Filmes e vídeos

Os filmes e vídeos requerem recursos multimídia e são usados em classe ou em laboratório de informática. Diversos vídeos estão disponíveis na internet e, mesmo sendo em outros idiomas, muitos têm legendas em português. Os filmes e vídeos aproximam a sala de aula do cotidiano, ilustrando situações diversas e envolvendo múltiplas atitudes sensoriais (ver Mandarino, 2000 e Moran, 1995). O uso dessa atividade requer preparação do professor e é fundamental fazer uma discussão em classe após o filme. Dependendo de disponibilidade técnica, pode-se solicitar que os estudantes realizem seus próprios vídeos.

a. O que é Estatística (<https://www.youtube.com/watch?v=-Wm9cxiXUe0>).

b. 200 países, 200 anos ... (http://www.youtube.com/watch?v=Qe9Lw_nlFQU)

4. Considerações Finais

Apresentamos diversas atividades para o ensino de Estatística na Educação Básica. O *Letramento Estatístico* da população contribui para a cidadania e depende de uma maior presença, e com mais qualidade, de tópicos de Estatística no currículo escolar. O uso de atividades pode ser um importante aliado na melhoria da aprendizagem, acrescentando motivação e propiciando participação ativa e desenvolvimento de autonomia nos estudantes.

5. Agradecimentos

Agradeço à Universidade de São Paulo, pelo suporte financeiro aos bolsistas que colaboraram no desenvolvimento do portal *AtivEstat*- Atividades de Estatística.

6. Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

CAMPOS, C. R., WODEWOTZI, M. L. L. e JACOBINI, O. R. **Educação Estatística, teoria e prática em ambientes de modelagem matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CAZORLA, I.; SANTANA, E. **Do tratamento da informação ao letramento estatístico.** Itabuna: Via Litteratum, 2010.

COUTINHO, C. Q. S. (organizadora). **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica.** Campinas: Mercado de Letras, 2013.

LOPES, E. S. (organizadora). **Os movimentos da Educação Estatística na Escola Básica e no Ensino Superior.** Campinas: Mercado de Letras, 2014.

LOPES, E. S., COUTINHO, C. Q. S. e ALMOULOU, S. A. (organizadores). **Estudos e reflexões em Educação Estatística.** Campinas: Mercado de Letras, 2010.

MANDARINO, M. C. R. **Organizando o trabalho com vídeo em sala de aula.** Acesso em 02/10/2012: <http://www.unirio.br/morpheusonline/Numero01-2000/monicamandarino>, 2000.

MAGALHÃES, M. N.; PEDROSO DE LIMA, A. C. **Noções de Probabilidade e Estatística,** 7ª edição, 3ª reimpressão revista. São Paulo: Edusp, 2015.

MORAN, J. M. **O vídeo na sala de aula.** Acessado em 02/10/2012 e disponível em <http://www.eca.usp.br/moran/vidsal.htm>, 1995.

SALCEDO, A. (organizador). **Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas,** 2013. Disponível em <http://saber.ucv.ve/jspui/handle/123456789/4666>. Acesso em: mar. 2016.

SAMÁ, S. P.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (organizadoras). **Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior.** Curitiba: Editora CRV, 2015.

VYGOTSKY, L. S. **Formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 6ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 1998.