ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: O TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA QUE O PROFESSOR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ELABORA.

Ms.Emília Isabel Rabelo de Souza
Profª da Rede Estadual - Bahia
emiliaemacao1@gmail.com

Resumo:

Esse artigo tem como objetivo discutir o tipo de situação-problema que o professor dos anos finais do Ensino Fundamental elabora envolvendo o campo conceitual multiplicativo. É um estudo descritivo que tem como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Foram sujeitos de pesquisa 14 professores de duas Escolas Públicas de dois municípios do interior da Bahia. Os dados analisados foram coletados a partir da elaboração de oito problemas distintos envolvendo multiplicação e ou divisão. O presente estudo é parte de uma de dissertação de mestrado, para o qual foram selecionados os protocolos dos professores que atuam nos anos finais. Os resultados apontam uma predominância, por parte desses professores, em elaborar situações cujo nível de dificuldade é elementar. Esperamos que esse trabalho possa contribuir para o debate sobre a formação do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental.

Palavras-chave: campo conceitual multiplicativo, situação-problema, professores dos anos finais do Ensino Fundamental.

1. Introdução

Entendemos que o conhecimento matemático é fruto de um processo de evolução do homem. Sua origem constitui-se a partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência e diretamente conectadas com a vida diária. Nessa perspectiva, é inegável a presença das operações elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão no nosso dia a dia. E o significado dessas operações resulta das conexões que o estudante pode estabelecer entre elas e o seu cotidiano, entre elas e os diferentes temas matemáticos, ou ainda, entre elas e as demais disciplinas.

Assim, a Matemática faz parte da vida estudantil desde os primeiros anos de escolarização e perpassa quase todos os níveis de ensino. Mas, apesar de permear praticamente todas as áreas do conhecimento humano, ela ainda é tida como disciplina que produz exclusão.

De acordo com orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), o conceito de multiplicação deve ser inserido ainda no primeiro ciclo. No entanto ressalta, nesse ciclo, devem ser priorizadas as situações de adição e subtração. Porém, pesquisas (NUNES et al., 2009, MAGINA et al., 2012) têm apontado que crianças de 5 anos, em idade pré-escolar, já são capazes de resolver problemas pictóricos que envolvem uma multiplicação explorando a relação de um para muitos com o significado de coleção.

Apesar de os estudos apontarem essa capacidade das crianças, os resultados das macroavaliações brasileiras, desde sua implementação, têm apresentado baixo desempenho dos estudantes do Ensino Básico no que diz respeito à disciplina de Matemática. Quando fechamos o foco, detendo-nos especificamente ao estado da Bahia, tal resultado se mostra ainda menos animador. O resultado da Prova Brasil 2011 mostrou que estudantes do 9º ano da escola pública da Bahia encontram-se no nível 5 (média de proficiência: 228,74), de uma escala de 0 a 12. Mostrou, ainda, que 63,59% dos estudantes não alcançam 50% da nota média da prova. De acordo com as matrizes de referências da Prova Brasil, isso significa que os estudantes não conseguem resolver satisfatoriamente problema envolvendo diferentes significados da adição e subtração, competência estabelecida para o nível 6 (BRASIL, 2008).

Entendemos que são vários os fatores que interferem nesses resultados, questões de ordem social e cultural, o currículo adotado nas escolas, a formação do professor, dentre outros. Não é pretensão deste estudo discutir todos esses fatores. Nosso interesse é investigar apenas alguns aspectos cognitivos relacionados à elaboração de situação-problema envolvendo o campo conceitual multiplicativo, no que tange ao professor dos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, faremos uso das ideias de Vergnaud (1983, 1994, 1996, 2009) no que se refere às Estruturas Multiplicativas ou Campo Conceitual Multiplicativo e os estudos de Magina e cols. (2010).

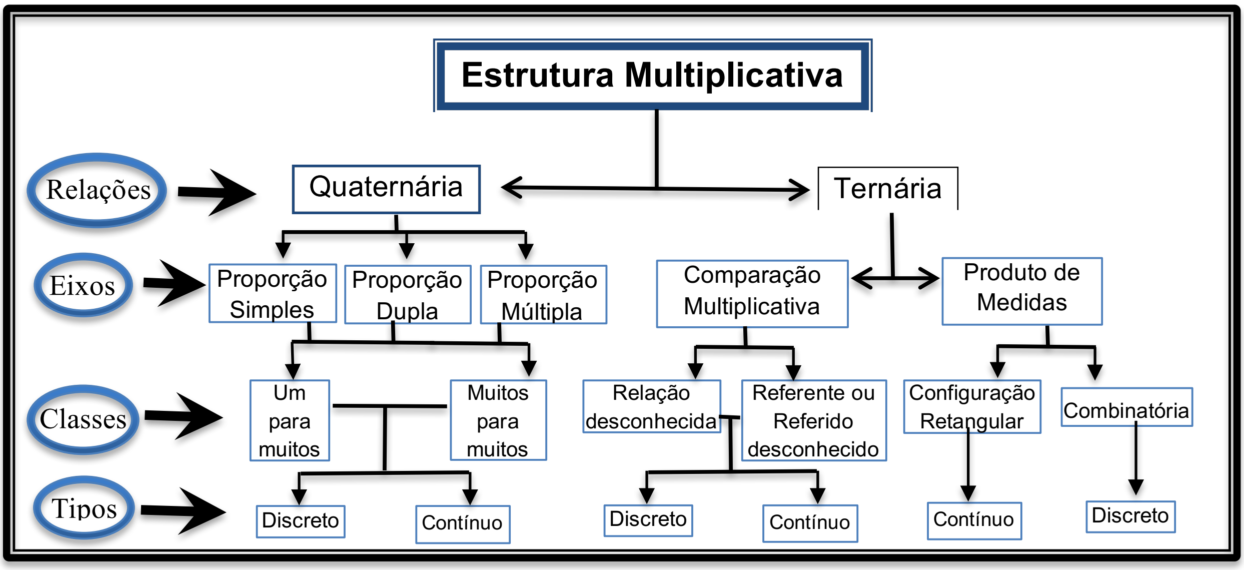
2. Campo Conceitual Multiplicativo

Na perspectiva de um trabalho envolvendo campos conceituais, os PCN (BRASIL, 1997) orientam que é necessário oferecer aos estudantes uma ampla experiência com situações-problema que os levem a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões. No Campo Multiplicativo, destaca a importância de um trabalho conjunto de situações-problema que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado.

O Campo Conceitual Multiplicativo consiste em todas aquelas situações que podem ser analisadas seja como problemas de proporção simples, ou de proporção múltipla, ou ainda aqueles que precisam normalmente multiplicar ou dividir. Vários tipos de conceitos matemáticos estão vinculados a essas situações e ao pensamento necessário para dominá-las. Entre esses conceitos estão as funções linear e n-linear, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional e a multiplicação e divisão.

A partir das ideias de Vergnaud (1983, 1994, 1996) sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, Magina, Merlini e Santos (2010) elaboraram um esquema com o objetivo de sintetizar as ideias centrais desse campo. Esse Esquema passou por alguns ajustes em 2011 e 2012 até ser apresentado em 2014 na sua versão definitiva, o qual apresentamos a seguir.

Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina et al. (2010)[1]

O esquema apresentado na figura 1 divide as situações do Campo Conceitual Multiplicativo em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias.

A relação quaternária é aquela que envolve quatro quantidades de duas grandezas distintas, tomadas duas a duas. Nesta relação, são considerados os eixos: o da proporção

1 - Esquema atualizado em 2014

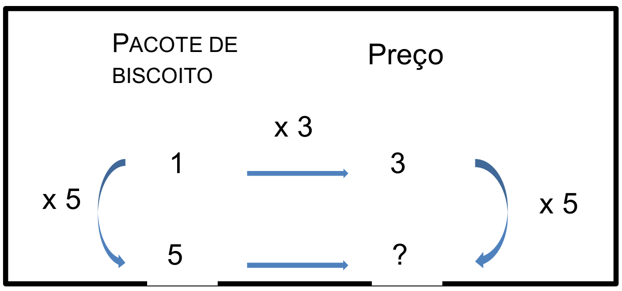
simples (PS), o da proporção dupla (PD) e o da proporção múltipla (PM), cada eixo divide-se em duas classes: um para muitos (1pM) e muitos para muitos (MpM). Em cada classe podem ser apresentadas situações que envolvem tipos de quantidades continuas e discretas.

A relação ternária é aquela que envolve três quantidades “das quais, uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (VERGNAUD, 2009, p.253). Essa relação é constituída por dois eixos: comparação multiplicativa (CM) e produto de medida (PrMe), cada um deles composto por duas classes de situações. No eixo da comparação multiplicativa a primeira classe é chamada de relação desconhecida (Rel.D) e a segunda de referente ou referido desconhecido (Ref.D) e, também, envolvem quantidades continuas e discretas. As classes configuração retangular (CR) e combinatória (COM) pertencem ao eixo produto de medida. Esse difere dos demais com relação ao tipo de quantidade que podemos usar. Na classe configuração retangular usamos quantidade contínua e na classe combinatória usamos quantidade discreta.

Para fazer uma breve distinção entre a relação quaternária e a relação ternária, discutiremos a seguinte situação: *um pacote de biscoito custa R$ 3,00. Quanto pagarei se comprar cinco pacotes deste biscoito?*

Podemos interpretar a situação da seguinte maneira: somar repetidas vezes o valor a pagar pelo pacote de biscoito. Nesse caso teríamos a seguinte solução para a situação: 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15. Essa solução se apoia na ideia de adição repetida e na relação a x b = c (5 x 3 = 15). Contudo, o que está implícito nessa situação é uma relação quaternária entre duas quantidades de naturezas distintas que, esquematicamente, pode ser representada da seguinte forma:

Figura 2: Esquema de Relação Quaternária



O esquema apresentado na figura 2 representa uma proporção simples na classe um para muitos. Numa proporção simples existe uma relação constante de correspondência entre as duas grandezas envolvidas.

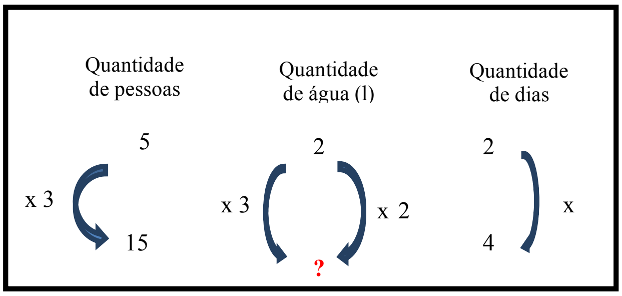
A relação entre a quantidade de biscoito *x5* é um operador escalar (não tem dimensão), 5 biscoitos é 5 vezes mais que 1 biscoito, e *?* preço é 5 vezes mais o preço da quantidade de 1 pacote de biscoito. O operador escalar (no nosso exemplo: *x5*), não se refere a quantidade de pacote de biscoito ou preço, ele se refere ao número de replicações.

Outra interpretação possível para essa situação baseia-se no conceito de operador (ou fator) funcional, representada na figura 2 pelo fator *x3*. Esse operador não representa nem a quantidade de pacotes de biscoito nem o preço a ser pago, mas uma relação entre as duas grandezas, isto é, para cada pacote de biscoito pagamos 3 reais. Tal consiste no coeficiente: preço/quantidade de pacote de biscoito.

Dificuldades de naturezas diferentes são encontradas quando variamos a posição da incógnita. Outro nível de complexidade pode ser encontrado em situações que envolvem a combinação de duas proporções simples. Neste caso, as situações podem ser classificadas: no eixo proporção dupla, ou proporção múltipla. Os exemplos a seguir distinguem essas duas classes de situações.

EXEMPLO 1: UM GRUPO DE 5 PESSOAS CONSOMEM, EM MÉDIA, 20 LITROS DE ÁGUA EM 2 DIAS. CONSIDERANDO A MESMA MÉDIA, QUAL O CONSUMO DE 15 PESSOAS EM 4 DIAS?

Figura 3: Esquema de Proporção Dupla

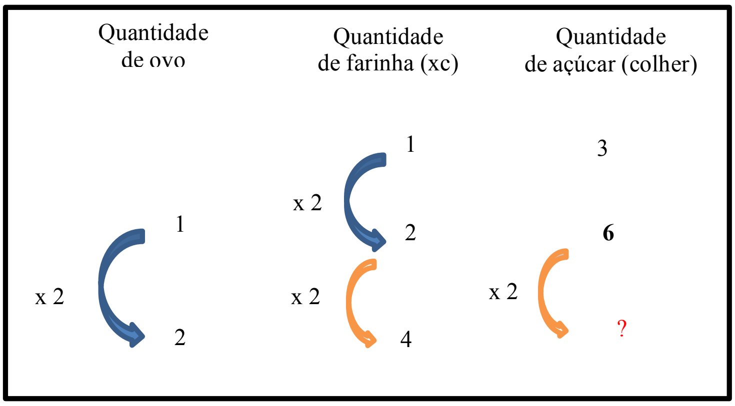


No *exemplo 1* representado no esquema da figura 3, por se tratar de uma situação de proporção dupla, podemos resolver parcialmente como duas situações de proporção simples.

Primeiro, descobrimos a relação existente entre as quantidades da grandeza pessoas (5 e 15), ou seja o operador escalar *x3*. Em seguida aplicamos este operador escalar na grandeza quantidade de água. Contudo, como se trata de uma proporção dupla, há outra grandeza envolvida, que é a quantidade de dias. Usando raciocínio semelhante, descobrimos a relação entre as quantidades da grandeza dias (2 e 4), que é o operador escalar *x2*. Igualmente aplicamos este operador escalar na grandeza quantidade de água, pois essa última varia de acordo coma as duas outras grandezas, quantidade de pessoas e a quantidade de dias.

Exemplo 2: Para fazer certo tipo de biscoito D. Elza usa a seguinte receita: para cada ovo ela usa 2 xícaras de farinha, e para cada xícara de farinha, 3 colheres de açúcar. Para fazer a massa usando 2 ovos, quantas colheres de açúcar ela vai precisar?

Figura 4: Esquema de Proporção Múltipla



Na figura 4 observamos que a situação envolve três grandezas (quantidade de ovos, de farinha e de açúcar) e é mais complexo que o *exemplo 1*. Percebemos que para chegar à quantidade de açúcar pedida precisamos resolver a proporção simples envolve ovo e farinha. Assim, quando alteramos a quantidade de ovo alteramos a quantidade de farinha e alterando a quantidade de farinha, altera-se a quantidade de açúcar. Isso porque na proporção múltipla há uma concatenação de proporções, ou seja, “x é proporcional a y e y é proporcional a z” (VERGNAUD, 1996, p.175).

Quanto à relação ternária, aquela que envolve “três quantidades, das quais uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (VERGNAUD, 2009, p.253), as situações-problema classificadas no eixo comparação multiplicativa são aquelas nas quais somente dois valores de mesma grandeza são comparados de forma multiplicativa por um escalar (razão da relação) – sendo um o referente e o outro o referido.

Figura 5: Tipos de situações de Comparação Multiplicativa

Classe	Diagrama	Exemplo
Relação desconhecida	12 Referido ↑ x ? Relação 4 Referente	Exemplo 3: João tem 4 anos. Seu primo Paulo tem 12 anos. Quantas vezes a idade de Paulo é maior que a de João ?
Referido desconhecido	? ↑ x 3 4	Exemplo 4: João tem 4 anos. A idade de seu primo Paulo é 3 vezes maior que a sua. Quantos anos tem Paulo?
Referente desconhecido	12 ↑ x3 ?	Exemplo 5: João e Paulo são primos. A idade de Paulo é 3 vezes mais que a idade de João. Sabendo que Paulo tem 12 Anos quantos anos tem João?

Fonte: Adaptado de Souza e Magina (2015).

No exemplo 3, apresentado na figura 5, é conhecido o referente (idade de João) e o referido (idade de Paulo) e pede-se para calcular a relação entre elas. No exemplo 4, conhece-se o referente (idade de João), a relação entre o referente e o referido (3 vezes mais) e pede-se para calcular o valor do referido (idade de Paulo). Por fim, no exemplo 5, é conhecido o referido (idade de Paulo), o valor da relação entre a idade do referente e do referido (3 vezes mais) e pede-se para calcular o valor do referente (Idade de João). Note que este último exemplo apresenta uma situação que exige do estudante maior complexidade cognitiva para sua solução.

No que se refere ao produto de medida, Vergnaud (1983) explica que é uma estrutura que consiste de uma composição Cartesiana de duas medidas espaciais dentro de uma terceira. Duas classes de situações compõem esse eixo: configuração retangular (**CR**) e combinatória (**COM**).

Na classe configuração retangular são apresentadas duas grandezas com medidas contínuas para formar o produto cartesiano, como é o caso da área de um retângulo

(GITIRANA et al., 2014, p.73). Vejamos um exemplo: um terreno tem 20 metros de comprimento por 12 metros de largura. Qual a sua área?

Nas situações pertencentes à classe combinatória o produto cartesiano parte de dois conjuntos disjuntos, de grandezas discretas, formando as possíveis combinações que podem ser contadas. Por exemplo: Para ir à escola Clara usa uniforme completo composto de uma calça e uma blusa. Ela dispõe de duas calças: uma azul e outra preta e 3 blusas nas cores: branca, azul e vermelha. Sabendo que para ir à escola, ela sempre usa uma dessas calças e uma das blusas do uniforme, de quantas maneiras diferentes Clara pode se vestir?

Após termos discutido amiúde as ideias teóricas, de cunho psicológico, que dão suporte ao nosso estudo, discutiremos na próxima seção seu percurso metodológico.

3. Percurso Metodológico

Os dados dessa pesquisa é uma parte daqueles que foram coletados por um estudo de mestrado, o qual, por sua vez, foi desenvolvido no seio de dois projetos que se complementam, sendo um com financiamento CAPES/INEP (Nº 15727) e outro financiado pela FAPESB (Nº: PES 0019/2013).

Para efeito de entendimento explicamos que o estudo de mestrado investigou 59 professores do Ensino fundamental 14 dos quais atuando nos anos finais. Foi pedido que cada professor elaborasse oito (08) situações-problema no campo das estruturas multiplicativas (que envolvesse uma multiplicação e ou divisão). Foi esclarecido aos professores que eles tinham total liberdade para a criação dessas situações.

Neste artigo, foram considerados apenas os 14 professores que ensinam Matemática, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Esses trabalhavam em duas escolas públicas (*A* e *B*), localizadas em duas cidades do interior da Bahia.

A *Escola A* pertence à Rede Municipal está localizada em uma cidade de aproximadamente 20 mil habitantes. A *Escola B* pertence à Rede Estadual e localizada num município de aproximadamente 200 mil habitantes.

Esses 14 professores elaboraram ao todo 111 problemas[2]. Para classificar esses problemas, foram chamados oito especialistas em Educação Matemática (três doutores, um doutorando, um mestre e três mestrandos) que individualmente, e sem nossa interferência, avaliou cada um dos problemas. Esses especialistas foram denominados de juízes.

Dentre as 111 situações elaboradas, eles consideram 27 como problemas inadequados. Para esse artigo consideraremos, apenas, os 84 considerados adequados.

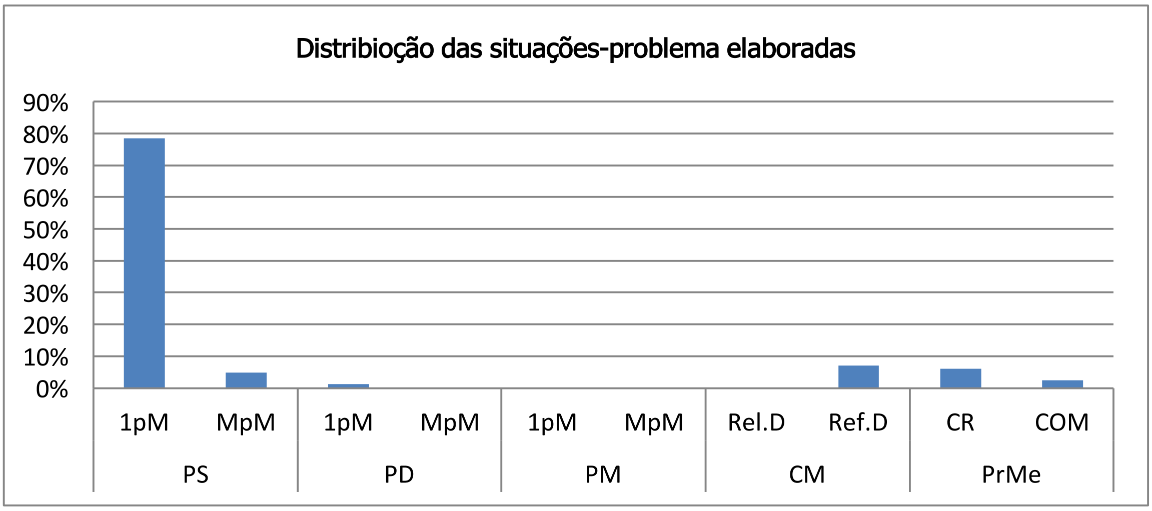
4. Resultados

Consideramos um resultado importante o fato de 24% dos problemas elaborados ser classificados como inadequados. Isso porque: sua resolução não envolvia multiplicação ou divisão, ou ainda, por falta de dados no enunciado sugeria várias soluções. Entretanto, neste artigo trataremos apenas dos problemas classificados como adequados.

Apresentamos a seguir a distribuição das situações-problema elaboradas pelos professores sujeitos de nossa pesquisa.

Figura 6: Distribuição das situações-problema elaboradas

Relação	Quaternária						Ternária			
Eixo	PS		PD		PM		CM		PrMe	
Classe	1pM	MpM	1pM	MpM	1pM	MpM	Rel.D	Ref.D	CR	COM
Sujeitos (N = 14)	78,57% 66 de 84	4,76% 4 de 84	1,19% 1 de 84	0	0	0	0	7,14% 6 de 84	5,95% 5 de 84	2,38% 2 de 84



[2] Era esperado ter 112 problemas (14 X 8), porém houve 1 branco.

Os dados da figura 6 mostram uma concentração de situações-problema elaboradas por esse grupo de professores envolvendo um único conceito de estrutura multiplicativa, qual seja, o de proporção simples na classe um-para-muitos.

Isso aponta que, ao preencher nosso instrumento de coleta de dados, os professores lembraram ou consideraram, com maior ênfase, aquelas cujo conceito envolve uma proporção simples na classe 1pM, seguido de muito longe da classe Ref.D (78,57% e 7,14%, respectivamente).

Corroboramos com as ideias de Gitirana et al (2014) quando consideram que as situações-problema agrupadas na classe 1pM do eixo PS são protótipos da multiplicação, pois sua resolução comumente se apoia numa relação ternária do tipo a x b = c; c ÷ a = b, e c ÷ b = a. Este tipo de resolução nos permite fazer uso da soma de parcelas iguais repetidas. Tal estratégia reside numa filiação entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo.

Este resultado chama a atenção, pois esperávamos que esse grupo, por trabalhar com estudantes do 6º ao 9º ano, os quais possivelmente possuem maturidade cognitiva para expansão dos conceitos multiplicativos, diversificassem a elaboração das situações-problema. Neste aspecto, concordamos com Magina (2011) quando afirma que, para além dos protótipos, as demais situações precisam ser trabalhadas pelos professores para que possam ser apreendidos pelos estudantes.

Nos estudos de Merili et al. (2013) o percentual de situações agrupadas no eixo PS, na classe 1pM foi de 90%, maior que o índice que encontramos. Este dado reforça nossa preocupação, ainda mais, quando comparamos esses dados com resultados de estudos cujo objetivo era avaliar o desempenho de estudantes (Merlini et al. 2013, Gitirana et al. 2014, por exemplo). Nos estudos citados o desempenho dos estudantes foi maior, exatamente, no eixo PS e na classe 1pM. Não temos a intenção de discutir a relação entre esses resultados. Apenas ressaltamos nossa preocupação e consideramos que estudos com tal objetivo podem trazer contribuições importantes para o campo da Educação Matemática.

5. Considerações finais

O objetivo desse artigo é discutir o tipo de situação-problema que o professor do Ensino Fundamental elabora envolvendo uma comparação multiplicativa. A análise dos resultados, referente aos 14 participantes do estudo, permite-nos fazer algumas considerações.

Os resultados encontrados revelaram que, apesar do êxito na elaboração da maioria das situações-problema, tanto do ponto de vista conceitual, como do ponto de vista da adequação das situações dentro do Campo Conceitual Multiplicativo, na distribuição das situações-problema os professores não avançam em relação ao nível de dificuldade, considerando os tipos de problemas apresentados na figura 1.

Partindo dos resultados encontrados, é momento de refletir se este é o conceito multiplicativo mais trabalhado em sala de aula. Se tal acontece, significa que tendo o professor, ao ser solicitado a elaborar situações-problema, lembrado daquelas nas quais são consideradas protótipos do campo multiplicativo, possivelmente são aquelas mais trabalhadas em sala de aula. Assim, fica claro que a expansão dos conceitos multiplicativos, para o estudante, não acontece. Ou seja, para o estudante também fica limitada a expansão dos conceitos multiplicativos, o que leva a entendimentos errôneos sobre esse campo como, por exemplo, "multiplicação sempre aumenta", "divisão sempre diminui", "dividir significa repartir em parcelas iguais", "multiplicar significa somar parcelas iguais".

Temos a convicção que a expansão de um campo conceitual requer a mobilização de diversos conceitos. Nesse sentido, consideramos que a escola, na pessoa do professor, tem a responsabilidade de propor ao estudante o contato com diversas situações-problema, para que possa promover a ruptura entre o campo aditivo e o multiplicativo.

Assim, consideramos que nosso estudo pode contribuir para o debate sobre a formação do professor de Matemática, em especial sobre a formação daqueles que atuam nos últimos ciclos do Ensino Fundamental, pois, corroboramos com Verganud (2009) quando afirma que os conceitos matemáticos desenvolvem-se ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações. Portanto, para além dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental.

6. Referências

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

____________Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores.** Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

GITIRANA, V; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S; SPNILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. **O Desempenho dos estudantes de 4ª Série do Ensino Fundamental frente a Problemas de Estrutura Multiplicativa**. In: X encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Ilhéus: Via Literarum. v. 1. p. 1-11, 2010.

______________. **A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem.** 3º SIPEMAT, Fortaleza, 2012.

MERLINI, V. L; MAGINA, S; SANTOS, A. **Estrutura Multiplicativa: Um Estudo Comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes**. Ata do VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática – VII CIBEM. Montevideu, 2013.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

SOUZA, E. I. R. **Estruturas Multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2015.

SOUZA, E. I. R.; MAGINA, S. **Comparação Multiplicativa: Um Estudo Com Professores Do Ensino Fundamental.** Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matermática – IV SIPEMAT. Ilhéus, 2015.

VERGNAUD. G. A Multiplicative Structures. Em R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures.** New York: Academic Press, 1983, pp.127-17

______________ Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

_____________ A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. (Ed.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____________ **A Criança, a Matemática e a Realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lúcia Faria Mouro. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.