

ANÁLISE DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE FUNÇÃO AFIM NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA¹

Lilian de Souza
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
lilian.souza@gmail.com

Jader Otavio Dalto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
jaderdalto@utfpr.edu.br

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo analisar os Registros de Representação Semiótica (RRS) utilizados por alunos para resolver questões relacionadas ao conteúdo de Função Afim. Para isso, foi elaborado um instrumento de coleta de dados composto por questões discursivas que solicitavam ao aluno a utilização de diferentes RRS para sua resolução. Este instrumento foi aplicado aos alunos de uma turma do primeiro semestre de 2015 do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública, com o objetivo de verificar os diferentes registros de representação utilizados pelos alunos, as transformações de RRS realizadas por eles ao lidarem com as questões propostas. Nesta pesquisa, verificou-se que a facilidade é maior quando os alunos utilizam RRS do mesmo tipo. É importante destacar que o RRS mais utilizado na resolução das questões pelos alunos foi o numérico.

Palavras-chave: Educação Matemática; Registros de Representação Semiótica; Funções; Licenciatura em Matemática.

1. Introdução

O ensino e aprendizagem de matemática, segundo Delgado (2010), “não é uma tarefa simples, tanto para quem ensina quanto para quem aprende (p.15)”. Este autor afirma também que no “Ensino Fundamental, estendendo por todo ciclo básico e também pelo Ensino Superior, a matemática costuma ser responsável por muitos obstáculos e desafios a serem transpostos pelos alunos (p.15)”. Dentre estes desafios de ensino e de aprendizagem, estão os que são relacionados ao conteúdo de funções.

De acordo com Lourenço e Oliveira (2014), a forma como o conteúdo de funções é ensinado na educação básica tem gerado dificuldades na aprendizagem dos alunos que, em

¹ Apoio UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná e Fundação Araucária (Secretaria da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior do Estado do Paraná).

geral, estão

ligadas à comunicação e à compreensão do conteúdo. Para que haja comunicação de qualquer ideia ou conceito matemático, faz-se necessário o uso de algum tipo de representação. A esse respeito, Duval (apud LOURENÇO; OLIVEIRA, 2014 p. 14) afirma que “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação”. Essas dificuldades na distinção do objeto e das suas formas de representação podem resultar em dificuldades de compreensão de conteúdos inclusive no Ensino Superior, quando os alunos vão estudar disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral. Por esse motivo, estes autores consideram como importante tema de pesquisa o ensino e aprendizagem de funções, com intuito de minimizar as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem deste conteúdo.

Dentre as pesquisas que estudam este tema, existem aquelas que investigam os registros de representação semiótica utilizados pelos alunos na aprendizagem de funções, por exemplo, as pesquisas de Lourenço e Oliveira (2014); Salgueiro e Saviolli (2014). Lourenço e Oliveira (2014) coletaram dados de vários trabalhos que foram realizados com o objetivo de ver as contribuições que os registros de representação semiótica proporcionam ao conteúdo de funções. Eles concluíram que realmente é notável a dificuldade dos alunos em identificar a representação algébrica de uma função a partir do seu gráfico e de realizar outras conversões de registros. Salgueiro e Savioli (2014) também investigaram o uso de registros de representação semiótica em funções com alunos do Ensino Médio. A coleta de dados deu-se por meio da aplicação de uma atividade. Os autores concluíram que a atividade por eles proposta possibilitou várias maneiras de se trabalhar as representações de funções tanto em forma de conjuntos, como em representação algébrica. Contudo, a maior dificuldade apresentada pelos alunos foram passagens da representação gráfica para qualquer outro tipo de registro de representação, ou seja, as conversões do registro gráfico para outro tipo de registro.

Para Delgado (2010), as dificuldades de associar um objeto a diferentes representações são na maioria das vezes parecidas com as dificuldades apresentadas pelos alunos no Ensino Fundamental quando começam a trabalhar equações algébricas, uma vez que, em ambas, faz-se necessária a abstração e utilização de diferentes registros para representar estes objetos.

A partir destas informações e, considerando a importância que o conceito de funções tem para diversas áreas da Matemática, podemos nos questionar: os alunos no ensino superior são capazes de utilizar as diferentes representações de objetos matemáticos para comunicar as suas ideias? Quais registros de representação são mais utilizados pelos alunos ao resolverem

problemas? Quais

conversões e/ou tratamentos de registros de representação são mais utilizados pelos alunos ao resolverem problemas?

O conteúdo “função matemática” foi escolhido pois, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) apontam esse conteúdo a ser trabalhado no Ensino Médio, espera-se, assim, que os alunos ingressantes no ensino superior já tenham trabalhado com ele de forma significativa. É considerável a escolha do tema também pelo fato de que aplicações com funções têm contribuído para as outras áreas da ciência e a muitos dos fenômenos de outras áreas da realidade são modelados por meio de funções.

O objetivo geral deste trabalho é, portanto, analisar os registros de representação semiótica que os alunos da licenciatura em matemática utilizam ao trabalharem com funções. São objetivos específicos: conhecer os Registros de Representação Semiótica utilizados pelos alunos ao resolverem questões discursivas ou abertas de matemática; identificar as conversões e tratamentos utilizados pelos alunos ao resolverem as questões; verificar as dificuldades apresentadas pelos alunos nos tratamentos e conversões de registros de representação semiótica.

2. Fundamentação Teórica

Estudos na área de Educação Matemática apontam as dificuldades encontradas pelos alunos na interpretação e representação de problemas matemáticos, na passagem da linguagem natural para a linguagem matemática. As dificuldades são expressas em diversas fases do desenvolvimento intelectual do indivíduo e, segundo Duval (2011), o fato de a dificuldade ser expressa na hora de ler um gráfico não necessariamente significa que o indivíduo terá dificuldade para sair de um problema algébrico e representá-lo graficamente.

Falar de representação é falar de aquisição do conhecimento, sabendo que para conhecer é preciso ter acesso aos objetos relacionados ao conhecimento. Assim a representação torna possível a visibilidade, fazendo a mediação entre o sujeito e o objeto. Segundo Flores (2006), foi com o surgimento do homem ativo da modernidade em contestação ao homem contemplativo medieval que o homem começa a assumir o papel de conhecedor dos objetos, tanto natural como de si próprio.

A utilização de registros de representação semiótica faz-se necessária, segundo Dalto e Pazuch (2011) e Damm (1999), porque os objetos matemáticos, por serem abstratos e, portanto, não serem diretamente acessíveis à nossa percepção, necessitam de alguma

representação

para serem comunicados. Os autores ainda concluem que a comunicação de ideias, de conceitos, de relações entre objetos matemáticos, que são abstratos, só é possível por meio de suas representações.

Para Damm (1999, p.167) na matemática “[...] toda comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas” entre outros, que podem representar diferentes situações. Assim, a autora ainda diz que “para o ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático” (DAMM, 1999, p.167).

Assim, a aprendizagem matemática está ligada às representações de seus objetos, afim de que o indivíduo compreenda melhor o objeto que está sendo trabalhado. Para isso é necessário saber as mais variadas maneiras de representação de um objeto para poder trabalhar com ele de maneira mais simples possível pois, a partir do momento que o indivíduo tem noção que um objeto pode ser representado de diversas maneiras ele pode optar por trabalhar com a representação mais simplificada ou mais adequada à situação.

Desta forma faz-se necessário pensar na responsabilidade do professor, pois cabe a ele mostrar que existem vários tipos de representação para um mesmo objeto matemático. É de grande importância que o aluno tenha conhecimento destas várias representações para melhor manipular o objeto que se está sendo estudado.

Ao falar sobre Registros de Representação semióticas, Duval (2012) fala que:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem (DUVAL, 2012 p.269).

Se considerarmos a evolução da matemática, podemos perceber que as representações se tornaram temas centrais no desenvolvimento do conhecimento matemático. Sem essas representações fica difícil de pensar matematicamente, isso porque para adquirir conhecimento, é importante diferenciar os registros de representação que constituem o sistema semiótico, que compreendem desde as representações de linguagem natural até as de linguagens mais formais.

Para Duval (2003), as representações de um objeto podem ser mentais, internas ou computacionais e semióticas. São semióticas as representações que se utilizam de signos que pertencem a um sistema de representação, como a escrita em língua natural, a escrita

algébrica, os

gráficos cartesianos. Quando nos referimos aos diferentes tipos de representação semiótica, estamos falando de registros de representação semiótica (RRS). As representações língua natural, tabular, gráfica, figural e algébrica são exemplos de tipos diferentes de registros de representação.

Segundo Duval (2003) a utilização de diferentes representações semióticas contribui para uma reorganização do pensamento do aluno. Para ele,

O que é essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação. Para analisar essas transformações, é preciso levar em conta a diversidade de tipos de representações semióticas. (DUVAL, 2011 p.68).

Para Duval existem dois tipos de transformações de registros que podem ser descritas como: tratamento ou conversões. Conversões são as transformações de registros de representação semiótica de um tipo para outro, e os tratamentos são transformações de registros de representação em outros de mesmo sistema semiótico.

Assim, as noções de vários tipos de representações são para Duval essenciais para a compreensão dos objetos matemáticos. Para funções, por exemplo, existem vários tipos de representações: como a representação algébrica, $f(x) = x$, representação linguística como “função linear” e a representação gráfica da mesma. É essencial que o aluno saiba que todos esses tipos de representação estão se referindo a um mesmo objeto matemático. Para Duval (2011) é preciso que o aluno aprenda mais de um tipo de representação para saber que está se tratando de um único objeto, mas de várias maneiras. É necessário também que o aluno seja capaz de operar com conversões entre uma e outra representação. É a partir disto que o aluno será capaz de diferenciar o objeto de sua representação.

A função afim foi escolhida pelo fato de ser a primeira função trabalhada no Ensino Médio e, portanto, supõe-se que todos os alunos, ao chegarem ao Ensino Superior, já tenham trabalhado esse conteúdo. Também tem-se a possibilidade de poder trabalhar todas as representações (Língua natural, algébrica, tabular e gráfica). e observar os tratamentos e as conversões destes registros de representação.

3. Procedimentos metodológicos

Para alcançar os objetivos desta investigação, a metodologia de pesquisa adotada neste trabalho é a qualitativa. Segundo Garnica (2004 p. 77) a metodologia qualitativa de pesquisa em educação matemática é uma abordagem bastante recente e algumas vezes ainda “vista com reservas pela comunidade”. Porém essa metodologia tem, segundo este autor, uma ampla

“pretensão de

construir-se em documento a ser apreciado” para que a “comunidade reflita sobre ele e percebam sua viabilidade” (GARNICA, 2004 p.77).

A concepção de Garnica (2004 p. 86) sobre o adjetivo “qualitativa” está entre as pesquisas que reconhecem:

(a) Transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p.86).

Como instrumento de coleta de dados, utilizamos um teste escrito composto de questões abertas ou discursivas. Entende-se por questões abertas ou discursivas aquelas que não apresentam alternativas de resposta para sua resolução. Para respondê-las, o estudante deve compreender a questão e utilizar registros de representação para comunicar suas ideias. O teste escrito foi aplicado aos alunos ingressantes no segundo semestre de 2015 no curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública. O teste foi aplicado em horário de aula, com duração de 50 minutos. Antes da análise das questões foi feita a classificação do número de pessoas que acertaram, as que erraram e as que deixaram em branco e as que escreveram algo justificando sua resposta (ou a falta dela).

O teste escrito foi aplicado para 27 alunos, porém foram considerados para este trabalho apenas 22. Foram excluídos das análises um teste escrito de um aluno do 4º período do curso que respondeu as questões por fazer parte daquela turma, e outros quatro testes pelo fato de os alunos terem se comunicado entre si durante a realização do teste, o que não garante que os registros dos mesmos sejam inteiramente de autoria própria.

O teste escrito foi composto por 3 questões, de autoria própria, sendo a primeira composta de itens de *a* a *i*, a segunda e a terceira compostas por questões *a* e *b*.

4. Resultados e Análise

Os resultados da correção das questões são apresentados a seguir na Tabela 1. Para o presente trabalho, por questão de limitação de espaço, foi escolhida a questão 1 para apresentação de análise mais detalhada, uma vez que foi a questão que teve maior número de acertos e a questão 3 a, que teve o menor número de acertos. A correção das questões foi feita

classificá-las em totalmente corretas (código 2). Parcialmente corretas (código 1), incorretas ou em branco (código 0).

Tabela 1- Resultado das correções

Questão	Incorretas (Código 0)		Parcialmente corretas (código 1)		Corretas (Código 2)	
	<i>n</i>	%	<i>N</i>	%	<i>n</i>	%
1ª	0	0,0	0	0,0	22	100
1b	3	13,6	0	0,0	19	86,4
1c	10	45,5	0	0,0	12	54,5
1d	11	50,0	0	0,0	11	50
1e	0	0,0	2	9,1	20	90,9
1f	2	9,1	13	59,1	7	31,8
1g	21	95,5	1	4,5	0	0,0
1h	21	95,5	1	4,5	0	0,0
1i	11	50,0	8	36,4	3	13,7
2ª	21	95,5	0	0,0	1	4,5
2b	19	86,4	3	13,4	0	0,0
3ª	21	95,5	1	4,5	0	0,0
3b	21	95,5	0	0,0	1	4,5

Fonte: (Autor)

Para as análises da primeira questão, foram separadas as questões em três grupos, sendo eles separados com questões totalmente corretas, parcialmente corretas e incorretas ou em branco. As questões selecionadas foram do grupo das parcialmente corretas e do grupo das questões incorretas. Foram consideradas parcialmente corretas as resoluções que acertaram pelo menos a representação generalizada da função. Aqui serão consideradas as questões referentes as letras a, b, c, d. Essa opção foi proposta pelo fato dos resultados delas serem bem parecidos em todos os testes.

Figura 1- Resolução do aluno A1

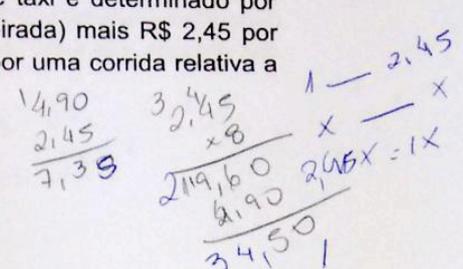
1) Na cidade de Curitiba, o custo de uma corrida de taxi é determinado por uma quantia fixa de R\$ 4,90 (chamada de bandeirada) mais R\$ 2,45 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de:

a) 1 Km 7,35

b) 2 Km 8,80

c) 8 Km 34,50

d) x Km 7,35



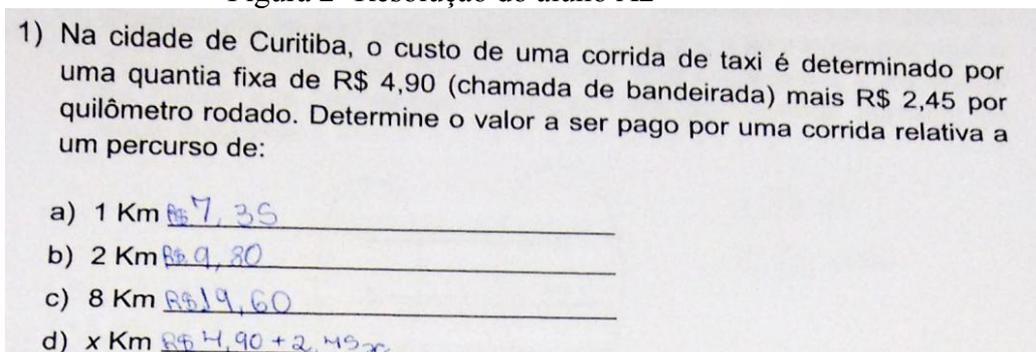
Fonte: Dados da pesquisa

Essa questão faz parte do grupo de respostas que tem como características a incapacidade de fazer a conversão da linguagem natural para a algébrica. Na letra a

acredita-se,

pelo cálculo feito pelo aluno, que ele somou os dois números que havia na questão ou multiplicou pelo número um e não achou necessidade de mostrar nos cálculos. Na letra *b* e *c*, já podemos observar que há dificuldade na conversão, pois apesar de apresentar cálculo na letra *c* os resultados estão incorretos, fazendo assim pensar que o aluno não conseguiu obter a linguagem algébrica que representava a função. E por fim na letra *d* podemos ver que há realmente dificuldade, pois o aluno não conseguiu generalizar a função em representação algébrica.

Figura 2- Resolução do aluno A2



1) Na cidade de Curitiba, o custo de uma corrida de taxi é determinado por uma quantia fixa de R\$ 4,90 (chamada de bandeirada) mais R\$ 2,45 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de:

a) 1 Km R\$ 7,35

b) 2 Km R\$ 9,80

c) 8 Km R\$ 19,60

d) x Km R\$ 4,90 + 2,45x

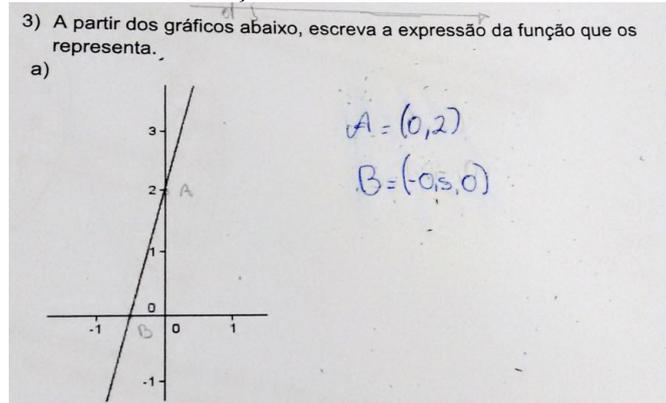
Fonte: Dados da pesquisa

A figura 2 apresenta a resolução da questão 1, que faz parte do grupo daqueles que acertaram a conversão da passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e conseguiram generalizar a questão, porém não estão totalmente corretas. Na letra *a*, *b* e *d*, o aluno não mostra ter tido dificuldade, mas na letra *c* mostra que o aluno se perdeu nas contas ou ele ainda não havia percebido a regra geral que estava acontecendo, pois se multiplicar 2,45 por 8 tem se a resposta feita pelo aluno. Entretanto, o aluno não somou 4,90, ou ele pode ter simplesmente esquecido de somar esse valor.

A próxima questão foi escolhida pelo fato de ser uma das questões com menor número de acertos e por nenhum aluno ter acertado ela totalmente. A questão abaixo foi escolhida aleatoriamente do grupo das questões três.

Figura 3-

Resolução do aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa

A figura 21 mostra que o aluno não conseguiu fazer a conversão da Representação gráfica para a representação algébrica, contudo o aluno mostrou que sabia algo sobre o tipo de representação gráfica e através dessa percepção foi capaz de apontar os pontos de intersecção do gráfico com os eixos cartesianos e escrevê-los em forma de par ordenado, fazendo uma conversão de registros de representação.

5. Considerações Finais

Esse trabalho buscou em seus objetivos, analisar os registros de representação semiótica que os alunos ingressantes no Curso da Licenciatura em Matemática utilizam ao trabalharem com funções. Após a realização do teste pode-se observar que os registros mais utilizados pelos alunos foram o da conversão da linguagem natural e da conversão da representação em forma de conjuntos para a conversão numérica.

Esse trabalho buscou também verificar se as dificuldades encontradas no Ensino Médio acompanham os alunos que ingressam no Ensino Superior. Uma das perguntas que esse trabalho busca responder é se essas dificuldades já foram superadas, se os alunos conseguem utilizar diferentes registros de representação de objetos matemáticos para comunicar suas ideias e quais são os registros de representação mais utilizados por eles.

Ao fazer a tabela de classificação e as análises, pode-se observar que os alunos ainda trazem dificuldades encontradas no Ensino Médio, dificuldade essa que Duval (apud LOURENÇO; OLIVEIRA, 2014 p. 14) afirma que ocorre a partir do momento em que não há distinção entre o objeto e sua representação, acarretando assim dificuldades na compreensão de conteúdos, e que os alunos possuem mais facilidades quando se trata de transformações de RRS do mesmo tipo. Nesta pesquisa, verificou-se que a facilidade é maior quando os alunos

fazem

tratamentos. No que se refere à conversão de RRS, pode-se observar também que existe maior facilidade quando há conversão de RRS da língua natural para o RRS em forma de conjunto.

É importante destacar que o RRS mais utilizado – e o mais frequentemente correto – na resolução das questões pelos alunos foi o RRS numérico. Além disso, destaca-se a conversão do RRS da linguagem natural para o RRS em diagrama de conjuntos. Nesta situação, a utilização do RRS numérico era necessária, o que enfatiza ainda mais a importância destes tipos de registros para os alunos na resolução das questões.

Sobre isso, Gómez-Granell (1998, p.29) fala que “um dos problemas mais importantes que o ensino da matemática tem de enfrentar reside na enorme dificuldade que, para alunos, representa o domínio da linguagem matemática especificamente a álgebra”. O autor ainda fala que “a explicação mais generalizada é que isso se deve ao fato de que tradicionalmente o ensino de matemática [...] teve um caráter mais baseado na aplicação de regras que na compreensão do significado”. (GÓMEZ-GRANELL, 1998, p.29). Segundo Duval (2012) é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. Segundo o autor só assim será possível a representação funcionar verdadeiramente como representação sendo assim ela dá acesso ao objeto representado.

Ao analisar os RRS feitos pelos alunos no teste aplicado para eles, pode-se perceber a dificuldade em saber diferenciar um objeto de sua representação, e verdadeiramente vê-se dificuldade na compreensão do objeto fazendo assim pensar novamente no papel do professor, no qual na maioria das vezes, ao apresentar a representação da função afim em forma de algébrica, já iniciam a aula dizendo que “aquilo” que está na lousa é a função de primeiro grau, onde na verdade não é, mas é sim uma das representações da função afim. E leva a pensar além, se o aluno acha que o fato dele saber a representação em forma algébrica ele sabe função de primeiro grau, isso acarretará dificuldade no momento de aprender outro conteúdo ou melhor dizendo, outra representação.

Referências

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC, 2006.

DAMM, Regina Flemming. et.al. **Educação Matemática Uma Introdução.** Editora da PUC-sp. Série trilhas. São Paulo: EDUC, 2012.

DALTO, Jader. O. e PAZUCH, Vinicius. **O Conceito de Integral Definida como Área:**

Relato de Uma Experiência em um Curso Semipresencial disponível em:
<<https://app.box.com>> acesso: 02 mai, 2015.

DELGADO, Carlos. J. B. **O Ensino da Função Afim a Partir dos Registros de Representação Semiótica**. 2010.153 f. (Dissertação de mestrado) – Universidade Grande Rio. Duque de cachias, 2010

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma**. PROEM EDITORA. 1ª EDIÇÃO. SÃO PAULO, 2011.

DUVAL, Raymond. **Registros De Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo Do Pensamento**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia D. A. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Editora Papirus, p.11-34, 2003.

FREITAS, José L. M. e REZENDE, Veridiana. **Entrevista: Raymond Duval e a Teoria Dos Registros de Representação Semiótica**. RPEM, Campo Mourão, PR, v.2, n.3, jul-dez, 2013

FLORES, Claudia Regina. **Registros de Representação Semiótica em Matemática: História, Epistemologia, Aprendizagem**. Boletim de Educação Matemática, vol. 19, núm. 26, 2006, pp. 1-22: Rio Claro, 2006.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Et.al. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntico, 2004.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. **Rumo A Uma Epistemologia Do Conhecimento Escolar: Caso Da Educação Matemática**. IMIPAE, Prefeitura de Barcelona

LOURENÇO, Edrei. H. e OLIVEIRA, Paulo. C. **O Conceito De Função Na Produção Acadêmica Da PUC/SP Via Registros De Representação Semiótica** São Paulo, v.16, n.2, pp. 369-383, 2014.

SALGUEIRO, Nilton. C. G. e SAVIOLI, Angela. M. P. D. **Registros De Representação Semiótica De Funções: Análise De Produções Escritas De Estudantes De Ensino Médio**. VIDYA, v. 34, n. 2, p. 47-60, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014.