VALIDAÇÃO DE CONJECTURAS POR ALUNOS DO 8° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Liana Krakecker
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
lia_krake@hotmail.com

José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
joseluizufms2@gmail.com

Resumo:
Neste artigo apresentamos os resultados parciais de nossa pesquisa de mestrado ainda em desenvolvimento. Nosso objetivo consiste em analisar a produção de conjecturas e provas de propriedades de ângulos de polígonos por alunos do 8° ano do ensino fundamental. Assim, fazemos uso da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986) e da Tipologia de Provas (BALACHEFF, 1987) como referencial teórico. Com relação ao referencial metodológico, utilizamos a Engenharia Didática de Artigue (1988). Neste momento da pesquisa, estamos na quarta fase da Engenharia, análise a posteriori e validação e dentre os principais resultados, percebemos que os alunos se apoiam fortemente na utilização do transferidor para justificarem suas afirmações. No decorrer das sessões, os alunos com maior frequência deixam de utilizar o instrumento de medida, passando a fazer algumas afirmações por meio de deduções.
Palavras-chave: Ângulos de polígonos; conjecturas; tipologia de provas; argumentação.

1. Introdução

Temos por finalidade, neste artigo, apresentar alguns resultados parciais de nossa pesquisa de mestrado, cujo objetivo é analisar a produção de conjecturas e provas de propriedades, relativas a ângulos de polígonos, por alunos do 8° ano do ensino fundamental. Procuramos observar o processo de investigação, elaboração de conjecturas, bem como quais argumentos são utilizados pelos alunos para validarem as afirmações realizadas. Além disso, as dificuldades por eles apresentadas também são levadas em consideração em nossas análises.

Desta forma, a parte experimental da pesquisa foi realizada em uma escola municipal de Campo Grande-MS, com alunos de duas turmas de 8° ano. A participação dos mesmos foi voluntária, uma vez que as sessões ocorreram em horário extra-escolar. Ao todo, foram desenvolvidas 7 sessões, com duração média de 2 horas cada.

Para a elaboração e desenvolvimento das atividades propostas, nos apoiamos na Teoria das Situações Didáticas – TSD (BROUSSEAU, 1986) e na Tipologia de Provas (BALACHEFF, 1987). Para nós, a TSD é um referencial que valoriza o trabalho, tanto do professor quanto do aluno, no sentido de que permite proporcionar ao último certa independência no tocante ao processo de ensino e aprendizagem. Assim, o professor tem o importante trabalho de pensar em propostas que permitam ao aluno vivenciar o processo de ‘fazer matemática’, caminhando de forma quanto mais independente possível. Já o modelo teórico de Balacheff (1987) referente à Tipologia de Provas, nos auxiliará na compreensão das provas produzidas, desde aquelas mais simples até as mais complexas, tais como as demonstrações.

A metodologia por nós utilizada foi a Engenharia Didática proposta por Artigue (1988), uma vez que sua finalidade é analisar as situações didáticas (MACHADO, 2012, p. 233), fundamentais em nosso objeto de estudo nesta pesquisa.

2. Investigação, argumentação, prova

Imenes, em 1987, aponta em um artigo publicado numa Revista de Ensino de Ciências, que de modo geral, “[...] os alunos são apenas informados a respeito de certas propriedades das figuras. Nem descobrem tais propriedades fazendo experiências, nem chegam a elas fazendo deduções.” A esse respeito, pesquisas como as de Gazire (2000) e Almouloud e Mello (2000) indicam que isso parece não ter mudado no âmbito da maioria das escolas. Apesar do destaque e das orientações dos documentos oficiais (PCNs e outros) direcionadas a um ensino que valorize a argumentação e o processo dedutivo em geometria, ainda é muito evidente a algebrização e tal como Imenes escreve, “informação” de fórmulas e propriedades. Para o autor,

> Quando afirmo que simplesmente informamos os alunos a respeito destas propriedades quero dizer que as idéias contidas naquelas proposições não costumam ser **construídas**. Poderíamos construí-las realizando experimentos simples com tesoura e papel para, depois, apresentá-las dedutivamente [...]. Entretanto, não se faz nem uma coisa nem outra. Estas informações costumam ser apresentadas isoladamente, uma a uma, sem que se estabeleça qualquer relação entre elas. São apresentadas sem justificativas e como se fossem fatos independentes. (IMENES, 1987, p. 57).

A proposta de Imenes, com relação ao ensino da geometria com relação à construção de idéias contidas em proposições por meio de experimentos e, em seguida, deduções, não difere em demasiado das indicações das bases legais. Desde as séries iniciais os Parâmetros Curriculares Nacionais já acenam para a necessidade de se explorar metodologias que favoreçam a criação de estratégias, comprovação, justificativa, argumentação, espírito crítico, criatividade, trabalho coletivo, autonomia, dentre outros. (BRASIL, 1997, p.22). Com relação ao ensino fundamental séries finais, a investigação e a argumentação acerca da validade dos resultados e das conjecturas por meio da linguagem oral e das diversas representações matemáticas, são elementos que constituem um dos objetivos apontados pelo documento. (BRASIL, 1998).

E assim, nossa proposta tem o intuito de favorecer o processo de investigação, argumentação e prova de propriedades relativas a ângulos de polígonos. Então gostaríamos de esclarecer nossa compreensão acerca destes termos.

Quando falamos em investigação, referimo-nos àquela realizada pelo aluno no processo de descoberta das propriedades matemáticas. Nesse sentido, concordamos com Rocha e Ponte (2006, p.31), quando afirmam que o processo de investigação abarca a formulação de novas questões, elaboração de conjecturas, realização de testes para validá-las ou refutá-las, levantar novas questões para investigar, dentre outras. Trata-se da investigação relacionada à validade, teste, experimentação de hipóteses.

Acreditamos que, diante de atividades que favoreçam a investigação, os alunos que não estão acostumados com a vivência desse processo, podem encontrar dificuldades. Rocha e Ponte (2006) exemplificam isso inferindo que a maioria dos alunos utiliza as mesmas estratégias quando se trata de atividades de investigação e resolução de exercícios, evidenciando uma visão linear, na qual rapidamente recolhem-se os dados que, por sua vez, são organizados e então formula-se conclusões. Os autores pontuam que existem, também, dificuldades concernentes aos aspectos específicos da atividade investigativa, tal como a demora para a compreensão da necessidade de justificar as conjecturas.

Sobre isso, Almouloud e Mello (2000, p. 15) escrevem que, diante de alunos que não estão familiarizados com atividades que exigem argumentação, e a apresentação de justificativas e provas de suas afirmações, o trabalho do pesquisador que pretende desenvolver uma proposta neste sentido torna-se árduo. De acordo com os autores, é preciso desenvolver um trabalho de longo prazo, iniciando desde os primeiros anos da escolaridade. Nesse caminhar, concordamos com Boavida (2005, p. 01) quando escreve que durante as aulas de matemática, se faz necessário criar

> [...] condições favoráveis ao envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagem cujo foco é a explicação e a fundamentação de raciocínios, a descoberta do porquê de determinados resultados ou situações e a formulação, avaliação e prova de conjecturas [...]

A argumentação neste texto é entendida na perspectiva de Arsac (1992) e Balacheff (1987), sendo relativa ao discurso de convencimento proferido a um indivíduo ou a um pequeno grupo no qual está inserido. Esse discurso pode ser verdadeiro ou não, contudo, tem o objetivo de assegurar a validade de uma afirmação. Quando o aluno argumenta significa, neste caso, que ele já está convencido da verdade daquilo que enuncia, podendo convencer, ou deixar-se convencer para o caso de um engano.

Quando determinado grupo de pessoas (como em uma sala de aula, por exemplo) e em um determinado momento atestam a validade de dada proposição, surge a noção de prova. Deste modo, “a prova tem valor relativo, serve apenas para o grupo que a aceita, que sentiu-se convencido pelo argumento.(SALES, 1996, p. 36).”

Uma prova, neste caso, não é sinônimo de demonstração. Quando o grupo de alunos está convencido por algum motivo da validade de determinada afirmação, está-se diante de uma prova. Entretanto, de acordo com nosso referencial, existem diferentes tipos de provas, como esclarecemos no próximo item deste texto.

Assim, é de nossa pretensão fazer com que os alunos entendam os motivos pelos quais algumas propriedades geométricas, referentes a ângulos de polígonos, são válidas. Seja isso por meio de atividades práticas ou um raciocínio dedutivo formal. Procuramos elaborar atividades que permitissem a exploração, investigação e a formulação de conjecturas, a fim de que os alunos pudessem eles mesmos vivenciar o processo de “fazer matemática”.

3. Tipologia de Provas

Balacheff (1987), analisando problemas de geometria combinatória, nos propõe um modelo de classificação dos diferentes tipos de provas produzidos pelos alunos, classificando-as em dois níveis, a saber, provas pragmáticas e provas intelectuais. No primeiro nível, situam-se as provas baseadas em exemplos singulares e manipulações. Quando a afirmação é realizada com base em alguns exemplos particulares, está-se diante de uma prova do tipo *empirismo ingênuo*. Quando o aluno não se convence com a observação de alguns casos particulares e decide verificar a validade da afirmação para um caso mais específico, diferente dos já analisados, trata-se do tipo *experimento crucial*.

Pertencem ao segundo nível de provas, cujas conclusões obtidas fundamentam-se em deduções, considerando a generalidade, o *exemplo genérico* e a *experiência mental*. O primeiro ocorre quando o aluno escolhe um caso para representar os demais possíveis, assim, ele o relaciona a um representante geral. Para o caso da segunda, a afirmação realizada é baseada uma proposição genérica. Assim, as demonstrações são exemplos de provas do tipo experiência mental.

4. Teoria das Situações Didáticas – TSD

Na perspectiva da TSD, o trabalho do aluno deve ser próximo ao trabalho do cientista, na medida em que deve ser ele o protagonista das descobertas matemáticas em jogo. Assim, o professor deve evitar a apresentação precoce dos conteúdos, permitindo ao aluno a vivência do processo de investigação na sala de aula (FREITAS, 2012). Este, por sua vez, deve adaptar-se a um meio antagônico e o saber decorrente de tal adaptação manifestar-se-á por meio de novas respostas as quais são a prova da aprendizagem (BROUSSEAU, 1996).

Na TSD, o professor tem a importante função de elaborar boas questões, escolhidas de forma que os alunos possam aceitá-las, falar sobre, refletir e evoluir por si mesmo (BROUSSEAU, 1996) para criar situações adidáticas em sala de aula. Estas podem ser compreendidas como os momentos nos quais os alunos trabalham sozinhos, sem a interferência direta por parte do professor.

Para o caso de isso não ocorrer, deve-se “devolver” o problema, colocar novas questões a fim de que o aluno possa aceitar resolvê-lo por sua vontade própria e não apenas por uma exigência do professor. Assim,

> Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se *adidática*. (BROUSSEAU, 2008, p.34-35).

Considerando as situações adidáticas, Brousseau (1996) propõe para fins de análise a seguinte diferenciação:

- Situação adidática de ação: quando o aluno realiza procedimentos mais imediatos em busca da resolução do problema. Neste tipo de situação não há necessidade de afirmações, mas sim de ações.

- Situação adidática de formulação: quando o aluno passa a utilizar procedimentos de natureza teórica, percebendo regularidades e/ou formulando enunciados.

- Situação adidática de validação: Quando o aluno utiliza mecanismos de prova para validar a resposta obtida.

Também se tem a institucionalização, que tem por finalidade a busca do caráter objetivo e universal do conhecimento (PAIS, 2011). Neste momento, não se trata mais de uma situação adidática, pois o professor reassume o papel central.

5. Engenharia Didática

De acordo com Artigue (1988, p. 285), a Engenharia Didática é caracterizada como sendo "[...] um esquema experimental baseado sobre "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino." Assim, a metodologia descrita pela autora possui quatro fases que descrevemos a seguir:

Durante as análises preliminares, realiza-se um estudo teórico podendo este abarcar uma análise epistemológica do conteúdo, análise do ensino, da concepção dos alunos, obstáculos epistemológicos, dentre outros. Para Artigue (1988, p. 198), os trabalhos

ISSN 2178-034X

realizados neste momento "são retomados e aprofundados ao cabo das diferentes fases do trabalho, em função das necessidades, não sendo por isso prévios se não a um primeiro nível de elaboração".

A concepção e análise a priori é a segunda fase na qual define-se as variáveis didáticas e o objeto matemático a ser pesquisado. Este é o momento de elaboração da sequência didática e de previsão de possíveis comportamentos dos alunos e atitudes a serem tomadas frente a isso. Nesse sentido, pensamos em atividades sobre ângulos de polígonos que pudessem favorecer a investigação, elaboração de conjecturas e suas justificativas. A partir delas, descrevemos possíveis resoluções, considerando nossos referenciais teóricos, bem como possíveis dificuldades e atitudes dos pesquisadores.

A terceira fase é a experimentação e consiste na implementação da sequência didática elaborada. Nesta fase ocorre a produção e coleta de dados da pesquisa. Trabalhamos com alunos de 8° ano e em contraturno escolar. Devido a isso, tivemos uma disparidade com relação à participação nas sessões de modo que os alunos analisado foram escolhidos de acordo com sua frequência.

A quarta e última fase é constituída da análise a posteriori e validação. Assim, os dados obtidos por meio dos instrumentos de coleta, áudio, vídeo, dentre outros, são tratados. Nessa metodologia a validação ocorre internamente através da confrontação das análises a priori e a posteriori. Encontramo-nos nesta fase da Engenharia.

6. Análise da terceira sessão

A sequência didática que elaboramos é referente ao tema ângulos de polígonos. Assim, as principais noções com as quais trabalhamos foram: ângulo reto, ângulo de meia volta, ângulos complementares e suplementares, retas paralelas e transversais, ângulos opostos pelo vértice (OPV), soma dos ângulos internos de triângulos, soma dos ângulos internos de polígonos quaisquer, soma dos ângulos externos de um polígono convexo.

Neste texto trazemos algumas considerações referentes à terceira sessão aplicada, na qual tínhamos o objetivo de fazer com que os alunos conjecturassem sobre a possibilidade de ângulos OPV terem mesma medida.

Este tema já havia sido abordado na segunda sessão, contudo, em nossa análise a posteriori local, aconselhável para eventuais correções e revisões da sequência didática (MACHADO, 2012), percebemos que nem todos os alunos compreenderam claramente a propriedade alusiva aos ângulos OPV. Por isso, optamos por retomar este tema na sessão 03. Aqui, trazemos alguns resultados da dupla composta pelos alunos A_1 e A_3.

6.1. Experimentação

Esta sessão ocorreu no dia 03 de novembro de 2015. Estiveram presentes 06 alunos e como de costume, formamos duplas de acordo com as participações dos mesmos. Neste dia, A_1 e A_3 trabalharam juntos.

6.2. Análise a posteriori

Quando propusemos o questionamento, as duplas empenharam-se na busca por uma resposta. Percebemos que A_1, mesmo tendo afirmado que os ângulos OPV teriam mesma medida na sessão anterior, parece apresentar dúvidas e deste modo, testa para mais casos. Na dupla, ocorreu o seguinte diálogo:

A_1: Ela quer saber se sempre vai dar igual aqui e aqui e aqui e aqui...
A_3: Ué! Lógico que sim!
A_1: Mas não sei, eles podem ser diferentes! Ai olha aqui ó...
A_3: Mas do mesmo jeito tudo isso é igual! Mas é sobre aquele desenho ali ou qualquer desenho?
A_1: Não você escolhe, só está perguntando aqui, olha! Aqui deu quanto?
A_3: deu dois de 90°!
A_1: 10°, 20°, 30°... Aqui deu 90° também! Deu igual!
Algum tempo depois
A_3: Eu acho que vai sim!
A_1: Deu tudo 60°?
A_3: Então! Esse aqui da 60° esse da 60° também!
A_1: Vamos tentar com outro ângulo... Deu 90!
A_3: Aqui de 90° e aqui deu 90°...
A_1: Você mediu?
A_3: Não, mas vai dar 90°!
Algum tempo depois
A_1: Quanto deu?
A_3: 140°. Ah! Aqui também deu 140°! Também deu 140° aqui olha! Eu medi errado antes...
Algum tempo depois
A_1: Mesmo pequeno ou grande, dá do mesmo jeito [referindo-se a abertura do ângulo]
A_3: Então vamos para resposta...

Percebemos, por meio deste excerto, que a devolução ocorreu e que a dupla estava empenhada na resolução da atividade proposta. No primeiro momento, A_3 infere que os ângulos serão iguais, baseada na observação do desenho feito por A_1. Em seguida, durante a

ISSN 2178-034X

aplicação de alguns testes realizados com o transferidor, A_3 afirma novamente que os ângulos OPV têm mesma medida. Nesse sentido, podemos dizer que o aluno está vivenciando situações adidáticas de ação, caracterizadas por ações mais imediatas, "(...) resultando em um conhecimento de natureza mais experimental e intuitiva do que teórica" (PAIS, 2011, p. 72). Prevalecendo aqui, o conhecimento de natureza mais intuitiva. Como também, formulação e validação, já que em meio ao processo de discussão e testes, tanto ele quanto A_1, concluem que "grande ou pequeno", referindo-se a abertura do ângulo, os ângulos OPV terão mesma medida.

Conforme são encontradas as medidas em outros casos, os alunos parecem ficar mais convencidos de que as medidas sempre serão iguais. Apesar disso A_1 expressa certa resistência em deixar o uso do transferidor de lado, como fica claro no momento em que questiona A_3 sobre como encontrou a medida 90°.

Aos poucos, a dupla começa a perceber que algumas medidas podem ser encontradas sem o auxílio do transferidor. Deste modo a pesquisadora questionou se, dadas duas retas concorrentes, a partir de uma medida de um ângulo, seria possível descobrir as demais,

P: Será que a gente consegue sem o transferidor, descobrir a medida dos outros ângulos?
A_1: Sim!
P: Como que vocês fariam?
A_1: 115°... Quantos que falta?
A_3: 115° mais 115°...
A_1: Vai dar 230°...
A_3: Ai quanto que falta pra chegar no 300°... Ai dá metade aqui e metade aqui...
A_1: Tira o 5°, e se esse daqui fosse 20° ia faltar 60°. Vai ficar 65°!
P: Por que você falou em 300° e dividir?
A_3: Porque esse aqui tem que ser igual a esse. Ai a gente soma 115° mais 115°. Ai vai dar 230°. 360° menos 230° que vai dar... 130°. Então tem que ver quanto é a metade pra colocar metade aqui e metade aqui...
P: Mas você tem certeza que eles são iguais?
A_3: É porque... Eu acho que é...
A_1: Deu 55°, está errado...
A_3: É que eu sou ruim de divisão...
P: A_1, agora explica como você pensou...
A_1: Eu contei mais. 115° mais 65° dá 180°. Daí aqui também eu coloquei o mesmo resultado ai tudo da 360°...

Neste caso, percebe-se que, pelo menos A_3, está convencido de que ângulos OPV são congruentes, pois parte dessa informação para encontrar as demais medidas dos ângulos formados por duas retas concorrentes. Assim, considera dois ângulos de 115° e verifica quanto falta para 360°. O resultado disso é dividido por dois, de modo que cada um deles é correspondente a um do outro par de ângulos OPV. Por outro lado A_1 já consegue observar a relação de suplementaridade e descobre o ângulo suplementar a 115°.

Uma das dificuldades por nós encontradas refere-se ao registro escrito nos protocolos. Nossa orientação foi para que eles escrevessem, pelo menos como ou o que fez com que a conclusão fosse obtida. Ao analisarmos as produções de A_1 e A_3 nesta sessão, percebemos diversos desenhos de retas concorrentes e alguns cálculos de soma e de subtração realizados. As respostas dadas ao nosso questionamento inicial foram as seguintes:

A_3 Sim, porque medimos com o transferidor e o lado [referindo-se ao ângulo] oposto tem que ser igual ao outro e o total tem que dar 360° [referindo-se ao total da soma de todos os ângulos formados por retas concorrentes]

A_1 Sim, porque sempre vai ter que dar 180° [a soma de dois ângulos suplementares] ou 360°de todos [o total da soma de todos os ângulos formados por retas concorrentes]. Por que se não der 180° ou 360° não vai estar certo (...).

Percebemos na tentativa de A_1 e A_3 justificarem a resposta dada, a influencia da escrita da questão, tendo em vista que o enunciado solicitava uma justificação. Entretanto o recurso de que dispõe para isso é a linguagem escrita, como se estivessem contando "porquê" a resposta apresentada está correta. Nesse sentido, a dupla se apóia no transferidor, mas já consegue utilizar outros elementos de conferência, como a noção de ângulos suplementares e ângulos de uma volta. Essa dificuldade de justificação também é evidenciada por Oliveira (2009). E nesse sentido, a autora aponta que um trabalho em sala de aula que não privilegie as argumentações, bem como as justificativas sobre as estratégias utilizadas como um dos fatores causadores de tais dificuldades. Assim, "(...) mesmo quando ficava explícita, na atividade, a necessidade de justificar muitos alunos não o faziam, ou quando isso acontecia às justificativas não passavam inicialmente de um empirismo ingênuo." (OLIVEIRA, 2009, p.166).

7. Considerações Finais

Neste momento da pesquisa estamos na quarta fase da Engenharia Didática, nosso referencial metodológico, relativa a análise a posteriori e validação. A partir desse movimento, embora ainda no início, já percebemos alguns elementos, dentre eles o modo como os alunos participantes da pesquisa estão validando suas respostas. Notamos que muitas das justificativas apresentadas fundamentam-se no uso do transferidor, na medição realizada. No decorrer das demais sessões o transferidor começa a ser deixado de lado e algumas conclusões passam a ser obtidas por meio de deduções.

Percebemos, também, que os alunos com maior frequência nas sessões conseguem, aos poucos, estabelecer relações entre o que já foi trabalhado em sessões anteriores e assim, reinvestir conhecimentos em outras atividades, como foi o caso visto anteriormente quando os alunos começam a utilizar as informações referentes a ângulos de meia e de uma volta.

8. Agradecimentos

À CAPES, que financia a pesquisa que está em andamento.

9. Referências

ALMOULOUD, S. A. MELLO, E. G. S de. **Iniciação à demonstração apreendendo conceitos geométricos.** In: 23ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2000, Caxambu. Anais 23ª Reunião anual da ANPED, Caxambu, 24-28 de setembro de 2000. Rio de Janeiro: ANPED, 2000. v. 1, p. 1-18.

ARSAC, G. et al. **Initiation au raisonnement déductif au collège**. Lion-França: Presses Universitaires de Lion, 1992.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. v. 9. n. 3. 1988.

BALACHEFF, N. **Processus de preuve et situations de validation. In educational studies in mathematics**, nº18, 1987, pp.147-176.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOAVIDA, A. M. (2005). A **argumentação na aula de matemática: Olhares sobre o trabalho do professor**. In J. Brocardo, F. Mendes & A. Boavida (Orgs.), XVI SIEM – Atas (pp. 13-43). Setúbal: APM.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. recherches en didactique des mathématiques**. v. 7. n. 2. 1986.

____________, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

FREITAS, J. L. M. de. Teoria das Situações Didática*s*. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. 3. ed. revisada. 2. reimpr. São Paulo: EDUC, 2012. pp. 77-111.

GAZIRE, E. S., **O não resgate das geometrias.** Tese de doutorado, Universidade Estadual de campinas - Faculdade de Educação, Doutorado em Educação Matemática, Campinas-SP, 2000.

IMENES, M. I. **A Geometria no Primeiro Grau: experimental ou dedutiva?**. Revista de Ensino de Ciências, n.19, p. 55-60, out. 1987.

MACHADO, S. A. Engenharia Didática.In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática:**uma (nova) introdução. 3. ed. revisada. 2. reimpr. São Paulo: EDUC, 2012. pp. 233-247.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

ROCHA, A., PONTE, J. P.**Aprender Matemática investigando**. Zetetiké, 14(26), 29-54. 2006.

SALES, A. **O ensino de matemática no 1° grau:** um estudo sobre o significado do conhecimento geométrico para alunos da 8a série. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 1996.

ISSN 2178-034X