PROCESSOS DE ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL: FRAÇÕES E POTÊNCIAS

Leane Oliveira de Carvalho
Universidade Federal de Sergipe
leaneoliveira18@gmail.com

Thamires Ferreira dos Santos
Universidade Federal de Sergipe
thamires_dsf@yahoo.com.br

João Paulo Attie
Universidade Federal de Sergipe
attiejp@gmail.com

Resumo:
Nesta pesquisa, o objetivo foi identificar e analisar tipos de argumentação em livros didáticos, relativos a certos conteúdos. Associado à concepção de que, em sua formação, o aluno deverá ser capaz de criar conjecturas através de pensamentos lógicos e criatividade - ratificando os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1997) - nos fundamentamos também em autores como Sales (2011) e Toulmin (2006), para compreendermos a importância do estudo da argumentação no processo de ensino. A metodologia utilizada foi a pesquisa nos livros didáticos indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, 2014), no que diz respeito aos conteúdos potências e frações, com discussões e análises, buscando apontar o(s) tipo(s) de argumentação identificado(s). Como resultados preliminares, apontamos a predominância de argumentações explicativas, que incentivam uma cultura sedimentada na utilização de fórmulas e de algoritmos, que não consideramos apropriada. Propomos então, alguns tipos de argumentação que consideramos justificava no que diz respeito aos conteúdos.

Palavras-chave: Argumentação; ensino de matemática; livro didático.

1. Introdução

Dentre as muitas inquietações que nos provocam em relação ao ensino de Matemática, nos questionamos frequentemente acerca da mera utilização de fórmulas e procedimentos em forma de algoritmo na resolução de problemas. Estudantes (e por vezes, também os professores) encontram-se tão adaptados à utilização das fórmulas apenas que, na maioria das vezes, não se perguntam o porquê de como os procedimentos acontecem. Acabam seguindo um modelo ou uma propriedade, como se ela fosse natural, e reproduzindo algoritmos de resolução de exercícios.

Defendemos a proposta de que as atividades matemáticas escolares devem incentivar e proporcionar aos alunos a oportunidade de dar palpites, argumentar e compreender, além do “como se faz”, também o “porque se faz dessa maneira”.

Ao analisarmos os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997), verificamos que um dos objetivos gerais do ensino é que o aluno seja capaz de questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Diante disso, consideramos cada vez mais importante que os professores estejam capacitados e aptos a estimularem seus alunos a se tornarem mais ativos e se apropriarem em maior medida do seu processo de ensino/aprendizagem. Nossa defesa é no sentido de que as gerações futuras possam ser capazes de analisar e argumentar antes de tomar qualquer decisão, aproximando-se do tão propalado objetivo de serem cidadãos “críticos e conscientes”.

Com isso, consideramos que a utilização da argumentação nas aulas de matemática pode auxiliar na formação social e pessoal dos alunos, pois poder se tornar um indivíduo que argumenta e é crítico em relação aos assuntos da escola (e do seu cotidiano) pode fazer com que ocorra uma apropriação efetiva de conhecimento, além de proporcionar ao indivíduo mais autonomia em suas decisões.

Motivados por essa ideia, algumas pesquisas sobre Argumentação no Ensino da Matemática tem sido propostas e, na presente comunicação, apresentaremos alguns elementos do trabalho que estamos realizando nesse contexto, especialmente em relação ao ensino dos conteúdos potências e operações com frações.

Entre os vários elementos da pesquisa, temos como finalidade principal identificar os tipos de argumentação presentes no ensino de frações no ensino básico, especialmente, a partir da análise dos livros didáticos recomendados pelo PNLD (Plano Nacional do Livro Didático). Além disso, outro objetivo é a produção de roteiros didáticos em que utilizamos uma argumentação que permita a manipulação e a compreensão de conceitos e procedimentos em relação aos mesmos conteúdos.

2. Argumentação

ISSN 2178-034X

A partir de SALES (2011), tivemos mais aproximações com o conceito de argumentação, seus níveis de profundidade na matemática (a prova e a demonstração, por exemplo) e sua categorização quanto aos seus objetivos (explicação ou justificativa). Segundo o autor, argumentar é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz. Dessa maneira, argumentação seria uma expressão do raciocínio, podendo ser uma simples explicação ou uma tentativa de convencimento. Em relação ao segundo aspecto, o da argumentação como convencimento com uma justificativa, o mesmo harmoniza-se com nossa visão sobre uma das finalidades do ensino de matemática, pois é esse esclarecimento dos conceitos e procedimentos matemáticos que pode, não somente persuadir, mas, satisfazer o aluno logicamente, e pode colocar esse indivíduo em um caminho "crítico", para que, por exemplo, possa ter mais autonomia em suas tomadas de decisões.

Podemos destacar a importância da argumentação no ensino de matemática, pois de acordo com Nunes e Almouloud (2013), "a competência argumentativa abrange à capacidade de comunicar, ouvir e agir de forma crítica e atenciosa, o que pode levar os discentes a assumirem suas posições de forma esclarecida" (NUNES & ALMOULOUD, 2013:488). Dessa maneira, será possível formar indivíduos capazes de desenvolver estratégias para a resolução de problemas matemáticos não somente através de procedimentos que utilizam algoritmos, mas por meio da compreensão do que justifica tal procedimento.

Toulmin (2006), por sua vez, postula um modelo onde é possível observar e contemplar o que pode ocorrer em uma sala de aula quando tratamos de argumentações, considerando na estrutura de um argumento, elementos como afirmações, certezas, incertezas e refutações. Vejamos a seguir:

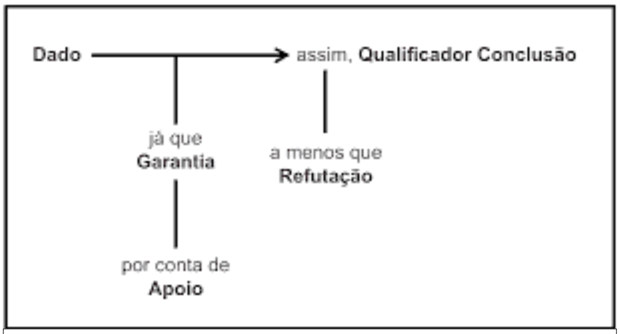


Figura 1: Modelo de Toulmin
Fonte: Toulmin (2006)

Dados: que são nosso ponto de partida; Conclusão: as afirmações que buscamos estabelecer como válidas; Garantias: que justificam a passagem dos dados para a conclusão, cuja qualidade atribui maior ou menor força ao argumento. Essa força aparece algumas vezes expressa por meio de qualificadores – que, por sua vez, podem se apresentar na forma de possibilidades ou impossibilidades. Nesse segundo caso, haverá a necessidade de se estabelecer quais as situações em que as garantias não se aplicam, ou seja, as condições de refutação; podemos ainda fazer uso explícito ou implícito de apoios na forma de afirmações categóricas que podem fundamentar nossas garantias. No caso da matemática, os apoios, geralmente, aparecem na forma de regras e definições.

Com este modelo, Toulmin defende que para realizar uma análise de argumentação, o que se deve considerar como argumento adequado e convincente varia de acordo com o contexto. Para tanto, o modelo acima favorece uma estrutura menos ambígua, provendo força ao argumento e possibilitando a flexibilidade de adequação de elementos ao contexto.

3. Caminhos Percorridos

O interesse por essa proposta de trabalho se deu por meio da participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), amparado financeiramente pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da inserção dos autores em um projeto de iniciação científica, no qual escolhemos os conteúdos que tratamos neste trabalho.

Em relação à opção que fizemos pelos conteúdos Operações com Frações e Potências, entre as várias sugestões apresentadas pelo orientador, escolhemos esses assuntos pelo fato de nos lembrarmos de, quando estudantes do Ensino Fundamental, termos aprendido esses conteúdos de maneira esquematizada, decorando propriedades e aplicando em exemplos e exercícios. No entanto, ao nos apropriarmos do quão importante é conhecer o processo da justificativa e de argumentar no ensino de matemática decidimos tornar esse caminho como um dos fundamentos deste trabalho.

Não é difícil descrever a importância do ensino de potências, sobretudo a sua utilização para facilitar operações com números muito grandes ou muito pequenos. Essa aplicação não se dá apenas na matemática, mas também em outras áreas do conhecimento como a física, química e biologia, por exemplo.

Potenciação nada mais é do que a simplificação de sucessivas multiplicações de fatores iguais, onde representamos na base o fator que será repetido, no produto, a quantidade de vezes indicada no expoente. Para resolver operações com potências estudamos algumas propriedades que facilitam a resolução de problemas.

Ao analisarmos o conteúdo, consideramos que é exatamente nessas propriedades que deveríamos concentrar a nossa atenção, pois como veremos mais adiante, as propriedades das potências são exibidas nos livros didáticos como definições que devem ser seguidas, sem justificação.

Em relação às operações com frações, sua importância também não pode ser desconsiderada. Constatamos a importância do sistema de numeração fracionário a partir de referências históricas, pela necessidade representar uma medida não inteira com maior exatidão.

A princípio, no ensino fundamental, a primeira ideia de fração utilizada pelos professores é a relação parte-todo, que vai se estendendo, com vários outros significados sendo incorporados, como por exemplo, o quociente e a comparação entre grandezas. Sua representação mais utilizada é numerador sobre denominador, onde chamamos de numerador o número que fica acima do traço horizontal e denominador o número que fica abaixo do mesmo. Enfocando a fração como parte-todo, o numerador indica quantas partes do todo estamos considerando e o denominador indica em quantas partes o todo foi dividido. A nomenclatura desses termos pode ser comentada de forma bastante simplificada, pois

> Podemos dizer que o denominador, como o próprio nome indica, é o que "denomina", "nomeia" a fração, ou seja, cada uma recebe um nome específico a depender do número de partes em que foi repartido o inteiro. Se o mesmo for menor, múltiplo ou maior que dez, a forma de ler a fração varia de nome. Por exemplo, temos os terços, oitavos, quartos, quintos, os centésimos, etc... Já o primeiro representa a quantidade dessas partes que foram consideradas, ou seja, podemos dizer que o numerador "numera", "quantifica" a fração, nos diz quantos oitavos, ou terços, ou centésimos, estamos considerando. Por exemplo, três oitavos significa uma quantidade (três) em relação à uma qualidade de partição (oitavos) (BARBOSA, 2011:12-13).

Em se tratando dos algoritmos utilizados para as operações com frações, consideramos também que, nos livros didáticos, esse tópico é trabalhado de forma a treinar os procedimentos, sem a preocupação de esclarecer as causas e processos por trás do mesmo.

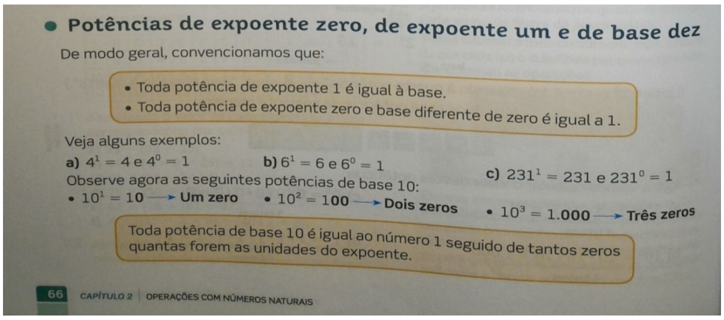
4. Metodologia

Os conteúdos Potências e Operações com Frações são apresentados, respectivamente, nos livros didáticos do 6° ano e no 5° ano do Ensino Fundamental. Para o nosso trabalho, optamos por alguns dos livros indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), do ano de 2014.

O critério adotado para a escolha dos livros foi a quantidade de escolas públicas que os escolheram como principais referenciais didáticos para o ensino de Matemática na cidade de Aracaju, em Sergipe. Para o 6° ano, temos 89% das escolas públicas adotando as seguintes coleções: *Teoria e Contexto*, adotada por dezesseis escolas, *Vontade de Saber* com treze escolas, *Projeto Teláris* e *Bianchinni* adotados por dez colégios cada um. Já no 5° ano temos uma porcentagem de 86% das escolas optando pelas seguintes coleções: *A Conquista da Matemática*, em dezoito escolas; *Porta Aberta*, em onze escolas, *Projeto Buriti*, em sete escolas e *Projeto Ápis*, adotado por seis escolas.

No presente momento, estes livros estão sendo analisados e até então não encontramos argumentos justificativos. No que diz respeito às propriedades, tanto de potências quanto de frações, elas são apresentadas na forma de algoritmo que devem ser aplicadas na resolução de exercícios, como podemos observar nas figuras seguintes.

Ao analisarmos de que forma as propriedades são propostas para ambos os conteúdos verificamos que estas são apontadas como definições que devem ser aceitas como verdade. Não há uma justificativa do porquê se resolve dessa maneira. Vejamos:



Potências de expoente zero, de expoente um e de base dez

De modo geral, convencionamos que:

- Toda potência de expoente 1 é igual à base.
- Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.

Veja alguns exemplos:

a) $4^1 = 4$ e $4^0 = 1$ b) $6^1 = 6$ e $6^0 = 1$ c) $231^1 = 231$ e $231^0 = 1$

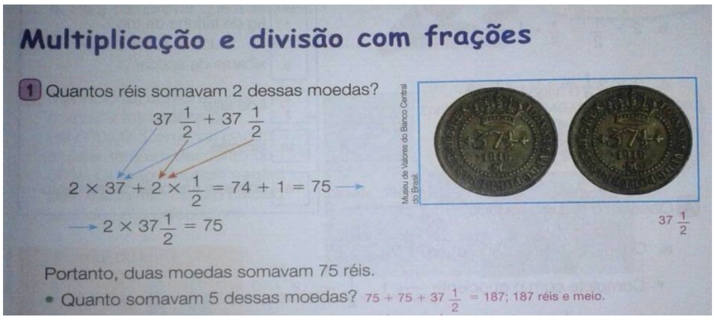
Observe agora as seguintes potências de base 10:

- $10^1 = 10$ → Um zero
- $10^2 = 100$ → Dois zeros
- $10^3 = 1.000$ → Três zeros

Toda potência de base 10 é igual ao número 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

66 CAPÍTULO 2 OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Figura1: Propriedades das Potências.
Fonte: Parato, 2012, página 66.



Multiplicação e divisão com frações

1 Quantos réis somavam 2 dessas moedas?

$37\frac{1}{2} + 37\frac{1}{2}$

$2 \times 37 + 2 \times \frac{1}{2} = 74 + 1 = 75$ →

→ $2 \times 37\frac{1}{2} = 75$

Museu de Valores do Banco Central do Brasil

$37\frac{1}{2}$

Portanto, duas moedas somavam 75 réis.

- Quanto somavam 5 dessas moedas? $75 + 75 + 37\frac{1}{2} = 187$; 187 réis e meio.

Figura2: Multiplicação de Frações.
Fonte: Centurión, 2011, página 149

ISSN 2178-034X

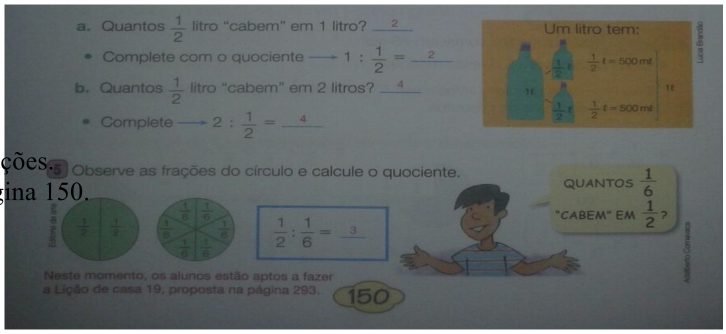


Figura 3: Divisão de Frações.
Fonte: Centurión, 2011, página 150.

5. Resultados e Considerações Finais

Em relação às potências, vamos exemplificar com sugestões para argumentação para o caso de duas das propriedades mais importantes, a potência de expoente zero e de expoente negativo.

Em ambos os casos, será preciso recorrer à seguinte propriedade: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, segundo a qual, em uma divisão de potências de mesma base, mantém-se a base e subtraem-se os expoentes. Mas, por que isso ocorre? Se tivermos, por exemplo, $\frac{2^8}{2^3}$, o que nos garante a propriedade citada? É possível escrevermos $\frac{2^8}{2^3} = \frac{2.2.2.2.2.2.2.2}{2.2.2} = 2.2.2.2.2 = 2^5$. Como podemos ver, basta uma simples expansão do que significa uma potência, para percebermos que, dos 8 fatores do numerador, podemos "tirar" apenas 3 do denominador, pela simplificação.

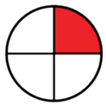
Desta forma, no caso de uma potência (de base não nula) com expoente igual a zero, a partir da utilização da propriedade anterior, vemos que, no caso de termos expoentes iguais, no numerador e no denominador, por exemplo, $\frac{3^5}{3^5}$, estaremos numa situação em que, por um lado, temos $\frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5} = 3^0$. Por outro lado, temos um número dividido por ele mesmo, o que resulta em 1. Assim, uma potência[1] com expoente zero será sempre igual à unidade.

Da mesma maneira, fazemos para a outra propriedade, a qual trata de potências com expoente negativo. Vejamos o exemplo, $\frac{2^3}{2^8}$, estendendo essa potência obtemos: $\frac{2^3}{2^8} =$

[1] Com base diferente de zero.

$\frac{2.2.2}{2.2.2.2.2.2.2.2} = \frac{1}{2^5}$. O procedimento para simplificação dos fatores foi realizado de acordo com a propriedade anterior, desse modo temos que $\frac{2^3}{2^8} = 2^{-5}$.

Já no caso das frações, verifiquemos o que acontece em operações com esse tipo de numeração. Consideremos que as frações podem ser representadas das seguintes maneiras:

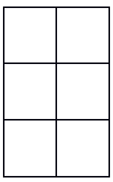
$\frac{1}{4}$ ou 

Iremos propor algumas sugestões de como justificar certos procedimentos relacionados ao ensino de frações, por exemplo, porque na multiplicação entre duas frações multiplicamos numerador por numerador e denominador por denominador? E ainda, porque numa divisão entre frações multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda?

Para isso, levemos em consideração os seguintes fatos: (i) todo número multiplicado por 1 resulta nele mesmo; (ii) todo número dividido por 1 também resulta nele mesmo.

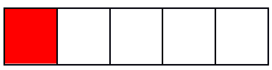
Vejamos o que acontece ao realizarmos o produto entre duas frações. A princípio, utilizaremos a noção do produto de números naturais, por exemplo, 2 x 3 = ?

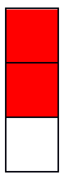
A figura lado representa o produto 2 x 3 = 6, de modo que a unidade 2 está representada na vertical e a unidade 3 na horizontal. Note que este produto nos remete à ideia de "área". É essa ideia que utilizaremos para mostrar como realizar o produto de duas frações.



Observemos o seguinte exemplo $\frac{1}{5}$ x $\frac{2}{3}$ = ?

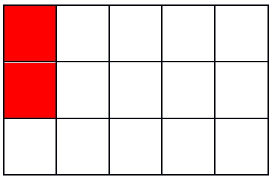
Representaremos as frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$ da seguinte forma, respectivamente:

$\frac{1}{5}$ 

 $\frac{2}{3}$

Assim como fizemos no exemplo anterior, utilizaremos a noção de área para realizar o produto das duas frações.

E assim, verificamos que $\frac{1}{5}$ x $\frac{2}{3}$ = $\frac{2}{15}$



Agora para o caso da divisão, consideremos o seguinte exemplo: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = ?$

Não sabemos ao certo quantos $\frac{3}{5}$ cabem em $\frac{2}{3}$. Porém, podemos utilizar as estratégias que já possuímos para o nosso entendimento e para facilitação da operação. Neste caso, vamos escolher o fato (i) como primeira ideia, a fim de transformar o nosso problema inicial em algo que saibamos resolver, ou seja, multiplicar o quociente entre duas frações por 1 sabendo que nada se modificará $\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} \text{ x } 1\right)$. Em particular, escolheremos $1 = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}$. Essa opção não foi feita por acaso, selecionamos "o melhor 1" de modo que eu encontrasse um resultado que por (ii) eu já possua o conhecimento necessário, daí $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} \text{ x } \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \text{ x } \frac{5}{3}}{1}$. Sendo assim, transformamos um problema inicial, em que não conseguíamos resolver, em uma operação em que já conhecemos.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3} \text{x} \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$$

Como podemos observar, existe a possibilidade de utilizarmos argumentos justificativos em relação a esses conteúdos. Dessa forma, consideramos que a aprendizagem pode ser mais efetiva, em relação à apropriação do conhecimento. Defendemos argumentação justificativa como forma de nos colocarmos, como educadores matemáticos, contrariamente a um processo de ensino meramente tecnicista, em que o aprendizado das técnicas e algoritmos prevaleça em relação à compreensão dos processos.

Infelizmente, como pudemos apontar neste trabalho, ainda vemos, mesmo em livros didáticos recomendados oficialmente, a preponderância de argumentações explicativas, que privilegiam a resolução de exercícios, em um sentido mecânico, como se aprender e fazer matemática pudesse prescindir do pensamento criativo.

6. Referências

BARBOSA, A.S. A Abordagem Histórica das Frações nos Livros Didáticos: Limitações quanto à Construção do Conceito. São Cristóvão, 2011. Monografia de Conclusão de Curso – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Sergipe.

BIANCHINI, E. . *Matemática*. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.
BRASIL, MEC. *Histórico – Plano Nacional do livro didático (PNLD)*. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>. Acesso em: 16 de março de 2016.

BRASIL, MEC. Parâmetros curriculares nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 08 de março de 2016.

CENTURIÓN, Marília Ramos; TEIXEIRA, Júnia La Scala, RODRIGUES, Arnaldo Bento. *Porta aberta:* matemática, 4° ano: com lição de casa. 1 ed. São Paulo: FTD, 2011.

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. *Teoria e contexto* **-** *Matemática*, 6° ano. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

DANTE, L. R., *Projeto Teláris – Matemática*. 1 ed. São Paulo: Atica, 2012.

GIOVANNI, José Ruy; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. *A conquista da matemática*, 4° ano. São Paulo: FTD, 2011.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S. A., *O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, 2013.

PARATO, P. R. M.; SOUZA, J. R., *Vontade de saber – Matemática*. 2 ed. São Paulo: FTD, 2012.

SALES, A. *Argumentação e raciocínio: uma revisão teórica*. Nova Andradina/ MS, 2011.

TOULMIN, Stephen Edelston. *Os Usos do Argumento*. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

UFS, Departamento de Matemática. *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID)*. Disponível em: <http://dma.ufs.br/pibid/>. Acesso em: 16 de março de 2016.