

## UM ESTUDO SOBRE PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: SIGNIFICADOS, REPRESENTAÇÕES E CONTEXTOS

*José Ivanildo Felisberto de Carvalho*  
*Universidade Federal de Pernambuco - UFPE*  
*ivanfcar@hotmail.com*

*César Diogo Bezerra da Silva*  
*Universidade Federal de Pernambuco - UFPE*  
*cesar.diogo.b.silva@hotmail.com*

*Tiago dos Santos Paraíba*  
*Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE*  
*tiagoparaiba@gmail.com*

### **Resumo:**

Neste trabalho buscamos compreender como o conceito de probabilidade é abordado em três coleções de livros didáticos destinado aos anos finais do Ensino Fundamental no Brasil aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático 2014. Procedemos a um mapeamento das atividades de probabilidade nas coleções e categorizamos essas atividades de acordo com significados, representações e contextos. Os dados da pesquisa nos revelaram que os livros analisados não contemplam satisfatoriamente o trabalho com o conceito de probabilidade por meio dos diversos significados, contextos e representações, e ainda, não instigam um trabalho com a probabilidade experimental preconizado pelas orientações curriculares e pela literatura atual.

**Palavras-chave:** Educação Probabilística; Livro Didático; Significados de probabilidade.

### **1. Introdução**

Neste trabalho buscamos compreender como os significados de probabilidade são apresentados em três coleções de livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD ANO 2014) destinados aos anos finais do Ensino Fundamental. Procedemos a um mapeamento das atividades de probabilidade nas coleções e categorizamos essas atividades de acordo com significados, representações e contextos.

No que se refere à probabilidade, Souza, Coutinho e Souza (2014) afirmam que de 31 pesquisas sobre ensino e aprendizagem da probabilidade identificadas no banco de teses da CAPES apenas duas trazem como foco o livro didático de Matemática. Citamos ainda os estudos de Azcárate e Serradó (2006) que analisaram a probabilidade

em quatro coleções de livros didáticos voltados a educação secundária obrigatória e Carranza e Kuzniak (2009) em dois livros didáticos franceses; ambos os estudos concluem que os livros apresentam exercícios que focam mais no aspecto do cálculo do que em interpretações de probabilidade. Diaz-Levicoy e Roa (2014) analisaram três coleções didáticas de 8º primária no Chile (estudantes de 13 a 14 anos) e encontraram diferenças na estrutura dos livros, entretanto predominou os exercícios rotineiros, de caráter puramente matemático.

## 2. Marco teórico

A Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 2009) discorre que nos processos de ensino e aprendizagem de um conceito matemático se deve por em jogo todas as diversas situações que conferem significado a um determinado conceito, além das propriedades e representações que sustentam o referido conceito. A probabilidade é um conceito multifacetado e ao falar nos significados que a probabilidade pode apresentar, queremos contribuir para uma melhor compreensão deste conceito.

Utilizamos os significados da probabilidade sistematizados por Batanero (2005) e que é o fio condutor da nossa pesquisa, a saber: intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e formal. Batanero (2005) defende que a probabilidade deve ser introduzida progressivamente em cada significado e estudada como a razão entre o número de casos favoráveis a um evento pelo número de casos possíveis, como frequências relativas obtidas, como a crença pessoal nos eventos e como um modelo matemático.

Buscaremos identificar essas características nas atividades propostas nas três coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental selecionadas entre as 10 coleções aprovadas no PNLD 2014.

## 3. Método

Partimos da compreensão de que o livro didático deve atuar em sala de aula como um dos recursos didáticos oferecido ao professor para o seu trabalho pedagógico. Selecionamos três coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, entre as 10 coleções aprovadas no PNLD 2014. Para compor esta amostra optamos por coleções adotadas pelas escolas públicas no município de Caruaru-PE na

perspectiva de um recorte das coleções utilizadas na região ao qual o referido trabalho de pesquisa está inserido. As três coleções que selecionamos são as mais utilizadas no município conforme os estudos de Santos (2013) as quais nomeamos por C1, C2 e C3 que representam as coleções *Praticando Matemática – Edição Renovada*, *Projeto Teláris* e *Vontade de Saber Matemática*, respectivamente.

Procedemos a um rastreamento de todas as atividades que envolvia o conceito de probabilidade, dentro e/ou fora dos capítulos destinados ao eixo *Tratamento da Informação*. Neste estudo, consideramos como atividades: os exemplos, exercícios, problemas, desafios, oficinas e projetos, ou seja, tratamos como atividades qualquer referência à reflexão e prática sobre a probabilidade.

Após identificar as atividades envolvendo a probabilidade partimos para a categorização dos significados de probabilidade segundo Batanero (2005): 1) Intuitivo; 2) Clássico; 3) Frequentista; 4) Subjetivo; 5) Significado Formal. Nesta pesquisa o significado geométrico de probabilidade é incluído como parte do significado clássico.

Além dos significados propostos por Batanero (2005), duas categorias foram criadas para dar conta da categorização das atividades, a saber: 6) *Noções Básicas de Probabilidade* e 7) *Outras Atividades*.

*Noções Básicas de Probabilidade* - consideramos importante apresentar essa categoria, pois algumas atividades não puderam ser classificadas com as categorias anteriores, entretanto são fundamentais para a compreensão do conceito de probabilidade. Tratamos como *noções básicas de probabilidade* as atividades que envolvem evento e espaço amostral de um experimento, evento certo ou impossível, pouco provável e muito provável, sem necessitar a quantificação de probabilidades.

Inserimos a categoria *Outras Atividades*, por que ao mapear as atividades de probabilidade encontramos atividades que pedem que o aluno construa problemas envolvendo probabilidade ou pedem aplicações da probabilidade. Desse modo não conseguiríamos, de fato, encaixá-las em uma das categorias já discutidas.

A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) destaca que para a compreensão de um determinado conceito é fundamental a compreensão de cada significado que perpassa por esse conceito; os invariantes, ou seja, objetos, propriedades e relações cujo domínio contribui na compreensão dos significados e as representações simbólicas, que são utilizadas para representar esses invariantes e desse modo representar os diversos significados do conceito. Desta forma, também foi nosso objetivo analisar as representações abordadas pelas coleções.

Categorizamos os tipos de representação da seguinte forma: 0) Texto; 1) Figura-Suporte; 2) Tabela; 3) Gráfico; 4) Diagrama; 5) Figura-Não suporte. As referidas categorias não são excludentes e podem aparecer concomitantemente em uma única atividade. Com respeito às figuras distinguimos em figuras-suporte e figuras-não suporte. As Figuras-suporte: quando a figura fornece dados necessários que ajudam na resolução da atividade e, as Figuras-Não suporte: quando a figura está inserida na atividade, mas não fornece nenhuma contribuição para a resolução da atividade, atuando apenas como uma ilustração.

Segundo Silva e Felisberto de Carvalho (2014) “a teoria das probabilidades origina-se das tentativas de avaliar as chances de vitória nos jogos de sorte-azar, além de envolver a análise de seguros no transporte marítimo”. Os contextos que dão suporte a um determinado conceito matemático devem ser tratados cuidadosamente, uma vez que estão intrinsecamente articulados com a gênese desse conhecimento. Entretanto, diversos contextos devem ser abordados para uma melhor compreensão de um conceito.

No caso da probabilidade não podemos ficar fechados apenas nos dados, moedas e baralhos. Dessa forma, analisamos os contextos envolvidos nas atividades. Para isso, fizemos uso das seguintes categorias: 1) Dados; 2) Moedas; 3) Urnas, Sacos e Bolas; 4) Roletas e Alvos; 5) Cartões, Baralho e Dominó; 6) Escolha de Pessoas, Lugares ou Objetos; 7) Códigos e Senhas; 8) Dados de Pesquisa e 9) Outras atividades.

A contabilização das atividades se deu por meio de um programa estatístico de análise de dados. Com ele, criamos um banco de dados para a categorização, contagem das atividades e construção dos gráficos e tabelas.

## 4. A probabilidade nos livros didáticos – análise e discussão dos resultados

### 4.1 – Distribuição das atividades nas coleções

Mapeamos todos os volumes em todas as suas partes, não somente no eixo do Tratamento da Informação – (T.I.). Contabilizamos um total de 179 atividades, 167 nos capítulos destinados ao estudo da Estatística e Probabilidade e 12 atividades de probabilidade fora deste eixo. Consideramos fundamental contabilizar essas atividades, porque mesmo sendo um número pequeno, ainda assim são atividades que contribuem para o estudo da probabilidade. Essas atividades surgem como aplicações de alguns conteúdos matemáticos, como porcentagem, frações e números racionais. Ter atividades fora dos capítulos destinados ao eixo Tratamento da Informação pode se constituir em uma boa possibilidade para um trabalho intra-matemático.

Ao mapearmos as atividades, percebemos que em algumas coleções o conteúdo de probabilidade aparece com maior frequência do que em outras coleções analisadas.

Na coleção C1, percebemos que há uma concentração das atividades para o 9º ano do Ensino Fundamental, visto que das 60 atividades encontradas na coleção, 51 delas são propostas pelo volume direcionado ao 9º ano. A coleção C2 é a que apresenta a maior frequência de atividades de probabilidade – 90 atividades. Nessa coleção as atividades estão distribuídas quase igualmente entre os volumes do 7º ao 9º ano; no 6º ano foram encontradas apenas 4 atividades. A coleção C3 é, dentre as três analisadas, a que apresenta o menor número de atividades de probabilidade – 29 atividades, sendo 11 atividades no volume para o 7º ano e 18 atividades no volume para o 8º ano.

Os dados nos revelaram que as coleções analisadas não seguem uma tendência no que diz respeito à distribuição das atividades por volumes; apenas a coleção C2 apresenta atividades em todos os volumes, embora em uma quantidade reduzida (4 atividades) no volume para o 6º ano. O gráfico 1 mostra a quantidade de atividades por coleção em relação a cada ano de ensino.

No conjunto das três coleções temos: 6º ano: 4 atividades; 7º ano: 45 atividades; 8º ano: 51 atividades e 9º ano: 79 atividades.

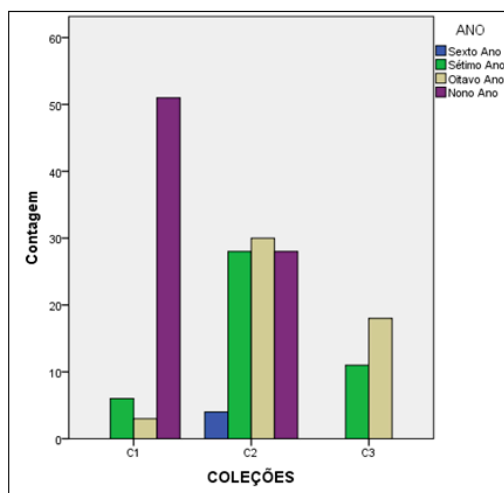


Gráfico 1: Quantidade de atividades por coleção  
Fonte: arquivo pessoal dos autores

Notamos que as coleções analisadas não apresentam ou apresentam pouco o conteúdo da probabilidade no 6º ano. Acreditamos que as atividades pouco aparecem nos livros do 6º ano devido a necessidade em compreender a probabilidade como um valor representativo que está entre 0 e 1 e nesse caso exige do aluno o conhecimento sobre fração, porcentagem e números decimais. Além disso, grande parte das atividades exige o cálculo da probabilidade, o que pode dificultar a introdução do conteúdo no 6º ano.

Por outro lado, algumas noções de probabilidade poderiam ser trabalhadas nesses volumes, inclusive a partir do tal 6º ano, como distinção entre experimentos aleatórios e determinísticos, eventos certos e impossíveis, eventos pouco ou muito prováveis, construção do diagrama de árvores e tabelas para mapeamento do espaço amostral. Inclusive um trabalho com a probabilidade experimental já é indicado para os anos iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, na etapa de escolaridade posterior – anos finais do Ensino Fundamental já é possível termos atividades distribuídos durante todos os quatro anos quem compreendem esta referida etapa.

#### 4.2 – Significados de Probabilidade

Estudiosos como Coutinho (2002) e Amâncio (2012) destacam a importância do significado clássico e frequentista para a introdução do conteúdo de probabilidade e assim, julgamos necessária a aparição desses significados nas atividades analisadas. Ao confirmarmos que as atividades centram-se, em sua maioria, no cálculo da

probabilidade nos aproximamos dos resultados obtidos por Carranza e Kuzniak (2009) que destacam em sua análise que as atividades focam mais no cálculo da probabilidade e menos na interpretação da probabilidade. Os dados nos revelam uma situação alarmante. É perceptível a grande disparidade entre o significado clássico de probabilidade com 156 atividades (87,15% do total) e as outras categorias de significados.

Os dados obtidos por Azcárate e Serradó (2006) destacam que em uma parte dos livros analisados por eles as atividades envolvendo o significado clássico são encontradas em maior quantidade e em outra parte, as atividades envolvendo o significado frequentista predominam. Nossos estudos distanciam-se dos estudos desses autores, pois, apesar dos dados revelarem a grande quantidade de atividades do significado clássico, somente 11 atividades que envolvem o significado frequentista forem encontradas em nossa pesquisa. Ortiz (2002) ressalta a atribuição da probabilidade a sucessos simples e compostos a partir da regra de Laplace. Obtivemos resultados semelhantes, pois 156 atividades tratam do significado clássico, onde a maior parte delas busca o cálculo da probabilidade pela mesma regra.

Ressaltamos que em nossa pesquisa classificamos o significado geométrico como uma aplicação do significado clássico, corroborando com as ideias de Amâncio (2012) e Coutinho (1994). Destacamos que embora o número de atividades categorizadas no significado clássico tenha sido alto, apenas três dessas atividades se encaixam no significado geométrico.

Consideramos que as atividades que envolvem o significado geométrico podem ganhar maior destaque no estudo da probabilidade e poderiam aparecer com mais frequência nos livros didáticos. A atividade AT169, exposta na figura 1, é uma das atividades encontradas que envolvem o significado geométrico. Nela é preciso utilizar a medida área para o cálculo da probabilidade.

Concernente ao significado frequentista constatamos apenas onze atividades, ou seja, uma parcela muito pequena de atividades com esse significado. Em relação à distribuição dessas onze atividades nas coleções trabalhadas temos que a coleção C1, C2 e C3 apresentam 4, 6 e 1 atividades respectivamente.

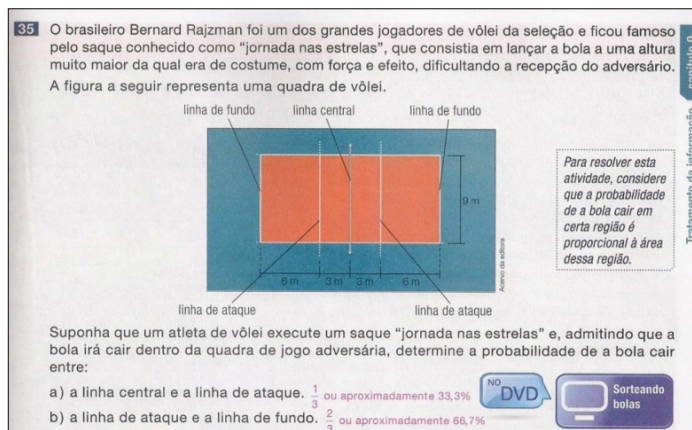


Figura 1: Atividade com o significado geométrico

Fonte: arquivo pessoal dos autores

É perceptível que o significado frequentista é pouco abordado nas coleções analisadas. Se confrontarmos os dados obtidos no significado frequentista com os dados no significado clássico, evidenciamos a diferença entre essas duas categorias em relação à quantidade de atividades.

Há de ser considerado que embora o significado frequentista seja encontrado em uma menor quantidade nas coleções analisadas, ainda assim temos a informação de que esse significado está sendo abordado pelos livros. Nesse caso, trata-se apenas da necessidade da ampliação dessas atividades. Tal como nos estudos de Acevedo (2015) não se apresenta aos estudantes atividades explícitas de experimentação que permita transitar desde o experimental ao teórico, ou seja, uma articulação coerente entre o significado frequentista e o clássico, como o caso do lançamento de dados, registro em tabelas e seguir para a construção gráfica.

Os significados intuitivo, subjetivo e formal não foram encontrados nas atividades analisadas. Para a ausência do significado intuitivo destacamos que nos volumes em que não havia um capítulo específico para a probabilidade, quando aparecem algumas atividades envolvendo esse conteúdo as próprias atividades apresentam a regra clássica para o cálculo da probabilidade. Em relação às atividades dentro de capítulos voltados ao estudo da probabilidade, a regra clássica surge nos exemplos iniciais e desse modo o significado intuitivo não aparece. Podemos atribuir a ausência do significado subjetivo devido a necessidade do pensamento probabilístico mais aprofundado, visto que o significado subjetivo estabelece conexões com o Teorema de Bayes.



Em relação à Probabilidade Formal destacamos que, segundo Batanero (2005), esse significado exige do estudante uma maturidade matemática, de modo que, fica inviável ser trabalhado nos momentos iniciais do estudo probabilístico. Este é um tipo de significado que deve ser sistematizado na etapa de escolaridade do Ensino Médio.

Incluímos as atividades envolvendo a construção do espaço amostral, experimento aleatório, experimento determinístico, evento pouco provável, evento muito provável, evento certo e evento impossível na categoria “Noções Básicas de Probabilidade”, pois estes conceitos são fundamentais no estudo probabilístico. Das atividades analisadas, apenas 20 abordam a referida categoria. Destacamos na figura 2, um exemplo de atividade encontrado em nossa pesquisa abordando as noções básicas de probabilidade.

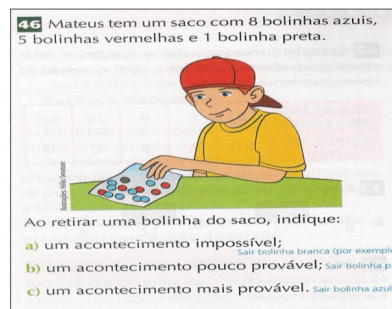


Figura 2: Atividade envolvendo noções básicas - Fonte: arquivo pessoal dos autores

Ortiz (2002) evidencia em sua pesquisa que atividades envolvendo algumas noções básicas não são exploradas pelos livros didáticos. Nossos resultados corroboram com os resultados apontados pelo autor nesse ponto, tendo que em vista que embora tenhamos encontrado atividades, essas ainda constituem um número pequeno.

### 4.3 – Representações e contextos

Trataremos como representações as figuras, as tabelas, os gráficos e os diagramas. Com relação às figuras presentes nas atividades, destacamos quando a figura oferece um suporte para a resolução da atividade: figura-suporte; e quando a figura é apenas ilustrativa onde não auxiliam no pensamento necessário para a resolução desta: figura-não suporte. Com respeito às representações abordadas nas atividades encontramos as representações “apenas texto” (37,43%) e “figuras-suporte” (30,17%) como as mais enfatizadas pelas coleções.

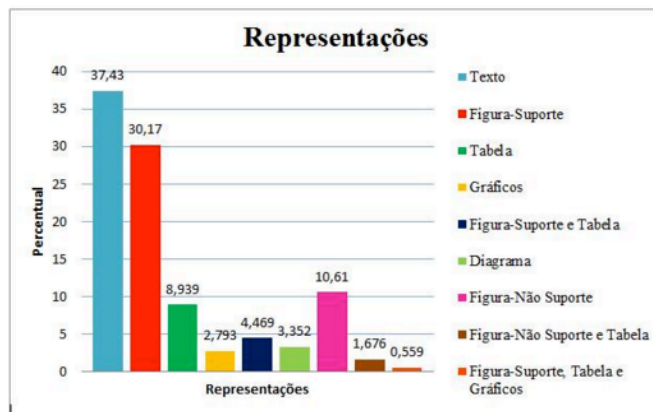


Gráfico 2: Frequência das representações abordadas nas atividades - Fonte: arquivo pessoal dos autores

Como acreditamos que as representações podem contribuir para a compreensão das atividades que envolvem a probabilidade e, por consequência, para a compreensão do seu conceito, julgamos fundamental a utilização de um número maior das representações além das atividades da categoria “figuras” ou “texto”. Aventamos que se os livros didáticos trabalhassem com uma maior quantidade de atividades do significado frequentista poderia implicar em um maior número de outras representações, como por exemplo, as representações que envolvem tabelas.

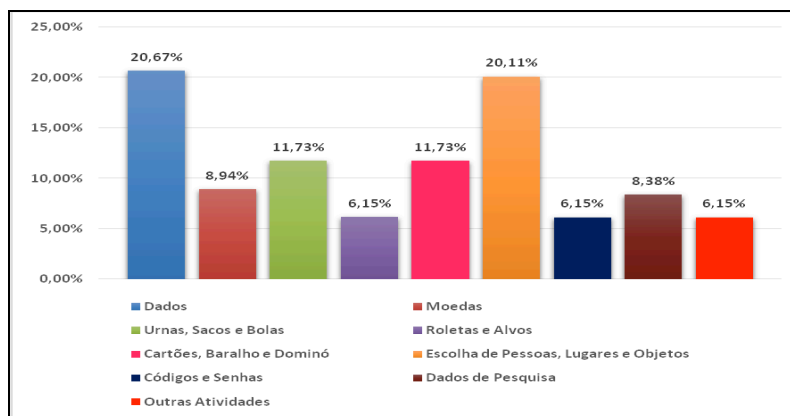


Gráfico 3: Frequência dos contextos abordados nas atividades - Fonte: arquivo pessoal dos autores

Consideramos relevante investigar os contextos das atividades analisadas. O gráfico 3 apresenta a frequência de atividades de acordo com os contextos envolvidos. Silva e Felisberto de Carvalho (2014) destacam a importância em se trabalhar a probabilidade por meio de vários contextos. Para eles a utilização de vários contextos amplia o raciocínio probabilístico. Percebemos que as categorias “Dados” com 20,67% e “Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos” com 20,11% são as que mais foram encontradas. Em relação a essa última categoria pontuamos que as atividades são do

tipo em que são dados no enunciado uma quantidade de elementos e pergunta-se a probabilidade de obter um elemento específico. A figura 3 mostra uma das atividades que encaixamos nessa categoria.

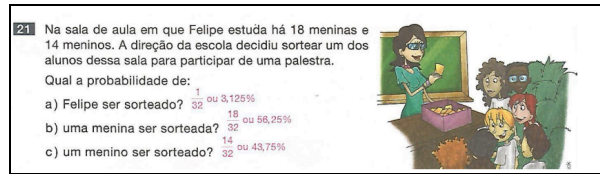


Figura 3: Contexto “escolha de pessoas, lugares e objetos” - Fonte: arquivo pessoal dos autores

Uma questão importante é que a ampliação do número de atividades que envolvem o significado frequentista pode, ao nosso olhar, contemplar outros contextos e representações além dos que foram encontrados aqui.

## 5. Considerações Finais

Estes dados nos revelam que mesmo em uma pequena amostra de coleções não há uma tendência de abordagem da probabilidade com relação aos volumes. Acreditamos que o mais indicado seria uma abordagem espiralada, ou seja, que as coleções apresentassem em todos os seus volumes atividades de probabilidade e que estas atividades aumentassem o grau de aprofundamento gradativamente. As coleções analisadas não contemplam satisfatoriamente o trabalho com a probabilidade por meio dos diversos significados, e ainda, não instigam um trabalho com a probabilidade experimental preconizado pelas orientações curriculares e pela literatura atual. Os dados apontam, principalmente, para uma grande quantidade de atividades envolvendo o Significado Clássico (87,15%) e poucas atividades envolvendo as demais categorias estabelecidas na análise. Defendemos o estudo da probabilidade a partir de diversos significados, representações e contextos. Consideramos que eles podem contribuir para propiciar o letramento probabilístico dos estudantes nesta etapa de escolaridade.

## Referências:

AMÂNCIO, J. R. **Planejamento e Aplicação de Uma Sequência Didática Para o Ensino de Probabilidade no Âmbito do Pibid**. 216p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

ACEVEDO, N. S. **El texto de matemática promueve la habilidad de resolución de problemas en el tema de probabilidad?** Actas de 29ª Reunión Latinoamericana de matemática educativa. [cd-room]. Universidad de Panamá, Ciudad de Panamá. 2015.

AZCÁRATE, P., SERRADÓ, A. Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. **Revista de Educación**, n.340, p. 341-378. 2006.

BATANERO, C. Significados de La Probabilidad en La Educación Secundária. **Revista Latinoamericana de Matemática Educativa – Relime**, v.08, n.3, p. 247-263, 2005.

CARRANZA, P., KUZNIAK, A. Approche bayésienne. **Analyse Statistique Implicative**, p. 341-352, 2009.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequencista**. 151p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontificia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

COUTINHO, C. Q. S. **Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri II**. In: Anais da 25ª Reunião Anual da Anped. Caxambu, 2002.

DIAZ-LEVICOY, D., ROA, R. Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena. **Revista Chilena de Educación Científica**. v.13, n.1, p. 9-19, 2014.

SANTOS, M. L. S. dos. **Um Estudo Sobre a Abordagem da História da Matemática em Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental**. TTC, UFPE/CAA, 67 p., 2013.

ORTIZ, J. J. **La Probabilidad en los Libros de Texto**. 264 p. Tese. Pontificia Universidade de Granada, Granada. 2002.

SILVA, C. D. B; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. **O Jogo Igba-Ita e a construção do Conhecimento Probabilístico**. In: Anais do Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2014.

SOUZA, F. DOS S., COUTINHO, C. E SOUZA, A. C. **EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: o professor e o livro didático**. Texto Mesa Redonda – Anais do VI Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. [cd-room], 2014.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino de matemática na escola elementar**. Curitiba: Ed. Da UFPR. 2009