

CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES DE PEDAGOGIA SOBRE SIMETRIA DE REFLEXÃO

Rosinalda Aurora de Melo Teles
UFPE
rosinaldateles@yahoo.com.br

Luciana Ferreira dos Santos
UFPE
Lfsantos20@gmail.com

Resumo:

O objetivo deste artigo é identificar conhecimentos do conteúdo específico de estudantes de Pedagogia sobre simetria de reflexão. Nessa categoria, Shulman (1986) discute compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos de áreas específicas e de outras relacionadas. Aplicamos um instrumento diagnóstico com figuras que apresentam características diferentes, tais como: figura A com segmentos e ângulos retos conexos ao eixo de simetria; figura B com segmentos diagonais conexos ao eixo; figura C segmentos diagonais, desconexos ao eixo. Foi possível identificar que os graduandos apresentam indícios de conhecimento em relação à conservação de forma e comprimento, mas precisam aprofundar conhecimentos em relação ao alinhamento de pontos, inversão da figura para manter a equidistância em relação ao eixo de simetria. O estudo demonstra que os conhecimentos dos estudantes são ainda insuficientes para construir figuras diferentes, especialmente em relação à equidistância e inversão da figura.

Palavras-chave: Conhecimento do professor; Simetria de Reflexão; Pedagogia.

1. Introdução

Quais conhecimentos servem de base para o ofício do professor? Quais conhecimentos são necessários para ser um bom professor? Estas questões tem promovido intenso debate em todo mundo desde os meados de 1980. No Brasil tem gerado inúmeras pesquisas na área da Educação Matemática que buscam investigar o conhecimento de professores oriundos dos cursos de Pedagogia e que lecionam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

As investigações indicam que os professores demonstram conhecimento superficial dos conteúdos matemáticos, mesmo para este nível de escolarização. Pesquisas como as de Curi (2005), Pavanello (2002, 2003), Pavanello e Nogueira (2012), têm mostrado que esses docentes tiveram, em geral, muita dificuldade com a Matemática durante sua escolaridade, o

que

possivelmente influenciou sua opção por uma formação que, aparentemente, não exige grandes conhecimentos na área.

Estudos também constataram que em alguns cursos de Pedagogia a carga horária destinada à Matemática é reduzida e, assim, a única disciplina oferecida, pode ser Metodologia para o Ensino de Matemática ou Fundamentos para o Ensino da Matemática, abordada quase sempre em um ou dois semestres apenas. A problemática do conhecimento docente torna-se ainda mais crítica quando se refere ao conhecimento do professor no eixo da Geometria, de acordo com Lorenzato (2006) os professores tendem a não trabalhar com este campo de saber, por não dominarem os conteúdos.

Dentre os conhecimentos geométricos, neste trabalho nos interessamos pelas transformações geométricas, em especial a simetria de reflexão, pois constitui uma aplicação muito interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático e fornecer, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos.

Nesse contexto, surge o questionamento: Que conhecimentos sobre simetria de reflexão são mobilizados por estudantes de Pedagogia ao completarem figuras apresentadas numa malha quadriculada?

Para responder esta indagação, desenvolvemos um estudo que objetivou identificar, o conhecimento de graduandos do 5º período do curso de Pedagogia sobre o conteúdo simetria de reflexão. Como aporte teórico foi utilizado a categoria conhecimento do conteúdo específico de Lee Shulman (1886). Esse modelo teórico tem subsidiado inúmeros estudos que apresentam como objeto de investigação os conhecimentos necessários ao professor para ensinar nos diversos níveis de escolaridade. Realizaremos a seguir uma breve discussão sobre o tema.

2. Conhecimento profissional docente

A escolha por esse referencial deve-se, em grande parte, pelo pioneirismo de Shulman (1986) ao considerar o Conhecimento Pedagógico indissociável do Conhecimento do Conteúdo específico, e ao identificar o papel decisivo da formação universitária na segmentação destes dois tipos de conhecimentos. Além disso, Shulman (1986) compreende o conhecimento do conteúdo como conhecimento-chave para a profissão docente.

Shulman

(1986) tece os seguintes questionamentos: quais são os conhecimentos que servem de base para o ofício de professor? Qual a natureza desses conhecimentos? Shulman (1986, 1987) destaca três categorias de conhecimentos necessários para o trabalho docente: *subject knowledge matter* (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada); *pedagogical knowledge matter* (conhecimento pedagógico da matéria) e *curricular knowledge* (conhecimento curricular). Em trabalhos posteriores Shulman realiza uma revisão das categorias mencionadas, propondo novas categorias e mantendo as propostas originais de 1986.

A categoria a *subject knowledge matter* (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada) envolve a compreensão e organização, uma vez que, o professor deve compreender a disciplina que vai ensinar com base em diferentes perspectivas e estabelecer relações entre diversos temas do conteúdo disciplinar e entre sua disciplina e outras áreas do conhecimento. Nessa categoria, Shulman (1986) discute os conteúdos específicos da matéria que abrange a compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos de áreas específicas e de outras relacionadas.

Contudo, o pesquisador compreende que o domínio da estrutura da disciplina não se resume tão somente à detenção bruta dos fatos e conceitos do conteúdo, mas também aos processos de sua produção, representação e validação epistemológica, o que requer entender a da disciplina sob o ponto de vista atitudinal, conceitual, procedimental, representacional e avaliativo do conteúdo.

Na categoria *pedagogical knowledge matter* (conhecimento pedagógico da matéria), Shulman (1986) compreende como o encontro entre o conhecimento da disciplina e o conhecimento do “modo de ensinar” e de tornar a disciplina inteligível para o aluno. O autor defende que, esse tipo de conhecimento incorpora a visão da disciplina como conhecimento a ser ensinado, incluindo os modos de exibir e de tratar, de forma que sejam acessíveis para os alunos, e ainda as concepções, crenças e conhecimentos dos estudantes sobre a disciplina.

Com relação ao *curricular knowledge*, Shulman (1986) entende que os professores precisam dominar o conhecimento curricular para poder ensinar aos seus alunos. Assim, o docente precisa da capacidade de fazer articulações horizontais (interdisciplinares) e verticais do conteúdo a ser ensinado. A capacidade de fazer articulações horizontais

(interdisciplin

aridade) entre conteúdos é apontada pelo autor como atribuição profissional dos professores, ou seja, um conhecimento indispensável.

Neste artigo identificamos o conhecimento específico mobilizados estudantes do curso de Pedagogia acerca do conteúdo da simetria. Desta forma, apresentaremos uma breve discussão sobre os aspectos conceituais do conteúdo referentes à simetria, os quais são esperados (ou não) dos graduandos de Pedagogia.

3. Conhecimentos necessários para o conteúdo da simetria de reflexão

A simetria está presente nas realizações humanas mais primitivas. O fato do ser humano utilizar simetria em suas obras, nos vestígios arqueológicos das suas ferramentas e até mesmo nas suas mais antigas manifestações de arte, evidencia esse fato. O tema *simetria* também promove coligações com as artes, a geologia, a química, a física, a biologia, a música, a literatura, a arquitetura, e com muitas outras áreas do conhecimento. A simetria é uma ideia que o homem tem usado ao longo dos tempos para tentar compreender e criar ordem, beleza e perfeição (WEYL, 1997).

Neste artigo enfocaremos aspectos matemáticos da simetria que se encontra no eixo da Geometria como um subconjunto das transformações geométricas. Estas por sua vez são subdivididas em duas categorias: a simetria (isometria) e a homotetia. Teremos como objeto de estudo as Simetrias. Definida como uma operação que mantém uma forma invariante (RODHER, 1997). Do mesmo modo, Lopes e Nasser (1996), Mabuchi (2000), Mega (2001) e Ripplinger (2006) definem a simetria como *movimentos rígidos*, por fazerem as figuras apenas mudarem a sua posição.

Na Geometria Euclidiana a simetria é um tipo isometria baseia-se nos movimentos de objetos (figuras ou formas), tal que a distância entre quaisquer dois pontos, antes ou depois do movimento, permanece a mesma. Na proposição IV de Euclides sobre congruência de triângulos ele define,

se dois triângulos tiverem dois lados iguais a dois lados, cada um a cada um, e os ângulos compreendidos por estes lados, forem também iguais; as bases e os triângulos, e os mais ângulos, que são opostos a lado iguais, serão também iguais (EUCLIDES, 1944, p.10)

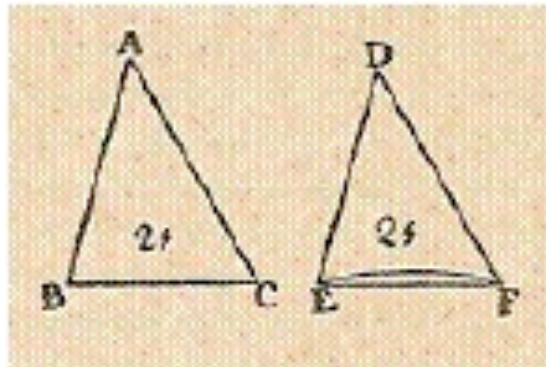


Imagem 01: Proposição IV de Euclides

As simetrias (isometrias) produzem três tipos básicos de movimento: reflexões em relação a uma reta; translações; rotações em torno de um ponto. Nesse artigo iremos estudar apenas a simetria do tipo de reflexão. Segundo Siqueira (2000),

dada uma reta r , diz-se que $\sigma: \Pi \rightarrow \Pi$ é uma reflexão com relação à r (referida como o eixo de simetria) se esta reta é a mediatriz do segmento de extremidades P e $\sigma(P)$, P representando um ponto qualquer do plano (p.9).

Sendo assim, é possível identificar como propriedades essenciais da simetria de reflexão de uma figura:

- Uma figura e a sua imagem por reflexão sobre um eixo de reflexão são congruentes;
- Se dobrarmos a folha pelo eixo de reflexão r , a figura original e a sua imagem sobrepõem-se ponto por ponto;
- A reflexão muda o sentido dos ângulos, mas mantém a sua amplitude;
- Os pontos do eixo mantêm-se fixos (não se movem por efeito da reflexão);
- Ângulos perpendicularidade e o alinhamento de pontos.

O estudo das propriedades geométricas é recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL,1997). De acordo com esse documento, o ensino de geometria, em particular o de simetria, deve privilegiar a visualização e a compreensão das propriedades geométricas sem manifestar uma maior preocupação com o vocabulário.

Nos anos iniciais o conceito de simetria pode ser também a base para atividades de descrição e classificação de figuras geométricas, de argumentação/demonstração, através da análise de objetos artísticos ou de cristais através das suas simetrias são atividades que estabelecem ligações entre a matemática e outros domínios do saber como sugerem os parâmetros curriculares (BRASIL, 1997) e Guia do livro didático de Matemática (BRASIL, 2013).

4. Procedimentos metodológicos

Participaram dessa pesquisa 36 estudantes do 5º período do Curso de Pedagogia matriculados na disciplina de Fundamentos do Ensino da Matemática na universidade Federal de Pernambuco. Numa situação normal de aula, foi vivenciada uma atividade introdutória, antes da intervenção didática propriamente dita, para verificar os conhecimentos oriundos de suas aprendizagens anteriores no ensino fundamental e médio, contendo três figuras desenhadas numa malha quadriculada, as quais os estudantes tinham que completar o objeto realizando a reflexão da figura, como descritas a seguir:

Considere a linha um eixo de simetria para a figura que está à sua esquerda. Complete a outra parte da figura.

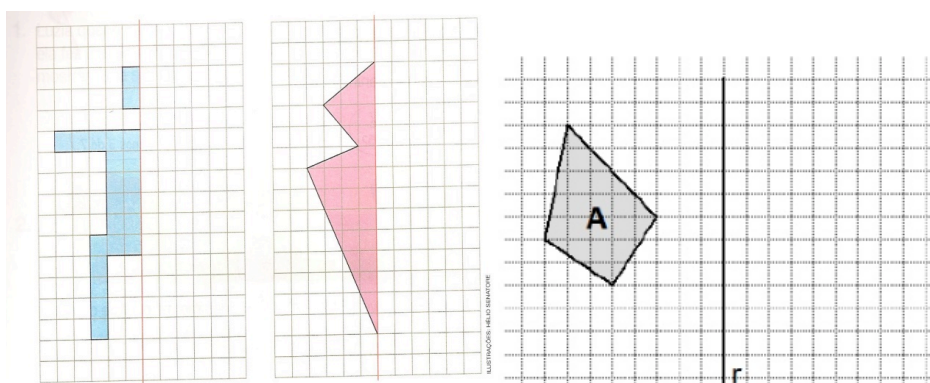


FIGURA A

FIGURA B

FIGURA C

Imagem 02: figuras utilizadas no instrumento diagnóstico

Partindo do pressuposto que os conhecimentos mobilizados pelos estudantes seriam diferentes em cada uma delas, utilizamos figuras com características diferentes, as quais se constituíram em variáveis didáticas:

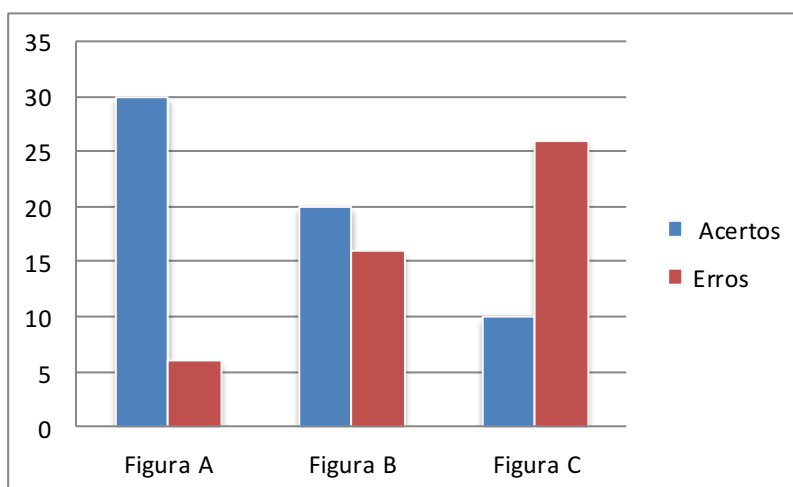
- Na figura A: congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo) equidistância entre os pontos;
- Na figura B, congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo) equidistância entre os pontos; além das propriedades descritas acima os estudantes tiveram que traçar os segmentos na diagonal o que promoveu maior dificuldade;
- Na figura C congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo) equidistância entre os pontos; por ser desconexa ao eixo, os estudantes precisavam usar conhecimentos de inversão para preservar a distância dos pontos objeto e imagem ao eixo de simetria.

5. Discussão e análise dos resultados

5.1. Frequência dos conhecimentos mobilizados pelos estudantes

Do ponto de vista quantitativo, analisaremos a frequência de acerto e erros cometidos pelos estudantes em cada figura. Nos 36 protocolos analisados, identificamos 30 (trinta) acertos na figura A em detrimento de 6 (seis) erros; na figura B é possível identificar 20 (vinte) acertos e 16 (dezesseis); na figura C foram apenas 10 (dez) acertos e 26 (vinte seis) dos equívocos cometidos, podemos visualizar no gráfico 01 abaixo:

Gráfico 01: Frequência de acertos e erros mobilizados pelos estudantes



Conforme, o gráfico registrado acima há maior incidência de acertos na figura A cerca de (84%), pois se trata de uma figura simples se comparadas às demais, então se torna mais fácil os sujeitos mobilizarem conceitos como: congruência das figuras (comprimento, forma, alinhamento de pontos, de medida de ângulo), assim como, a equidistância entre os pontos. Contudo, ainda assim (16%) dos sujeitos apresentam dificuldade de mobilizar tais conhecimentos.

Com relação à figura B o número de acerto diminui para (57%) atribuímos ao fato da figura apresentar segmentos diagonais, tal aspecto dificultou que (23%) dos sujeitos construíssem a figura imagem de forma congruente e equidistante, em alguns casos mesmo quando preservam a forma e o tamanho das figuras, não conseguia traçar de forma adequada os segmentos.

Observamos que na figura C o número de acertos chega apenas (28%), tais resultados já eram previstos, uma vez que a figura solicita que os sujeitos, além de mobilizar conhecimentos sobre a congruência, equidistância, perpendicularidade, também realizem a inversão da figura.

5.2. Índícios de conhecimento ou desconhecimento sobre o conteúdo da simetria de reflexão

O conhecimento do conteúdo específico, como já explicitado sucintamente, é tão necessário para o professor, quanto qualquer outro. A partir das respostas dos estudantes ao protocolo contendo as três atividades, foi possível identificar conhecimentos e também limitações que podemos associar a desconhecimentos ou equívocos dos graduandos. Alguns apresentavam mais indícios de conhecimento que outros, como indicado no quadro 01 a seguir:

Quadro 01: indícios de conhecimento ou equívocos.

Índícios de conhecimento e equívocos	Quantos
Consegue completar a figura com congruência, equidistância entre os pontos e realiza a inversão da imagem na figura C.	6
Consegue completar as figuras A e B com congruência, equidistância entre os pontos, mas na figura C não realiza a inversão da figura imagem cometendo um equívoco em relação à conservação da distância entre pontos.	17
Cometeram equívocos em todas as figuras, não demonstrando conhecimento sobre as propriedades da congruência (forma e tamanho) e equidistância (conservação da distancia entre pontos	4

da figura).	
Consegue demonstrar conhecimentos (congruência e equidistância) na figura A, mas não consegue demonstrar esses conhecimentos nas figuras B, ao traçar segmentos na diagonal sem precisão e sem conservação de pontos em relação ao eixo. Na figura C não realiza a inversão e, assim não mantém a distância entre pontos.	8
Apresenta equívocos na figura A com relação à congruência e equidistância, mas apresenta as figuras B e C congruentes e equidistantes.	1
Total	36

Os dados sistematizados nesta tabela permitem visualizar alguns possíveis indícios de conhecimentos e equívocos cometidos pelos estudantes de Pedagogia, observamos que os protocolos apresentam indícios de conhecimento sobre as propriedades da congruência, mas os sujeitos apresentam dificuldade na equidistância entre pontos da figura, a imagem 03 a seguir mostra alguns desses estes indícios:

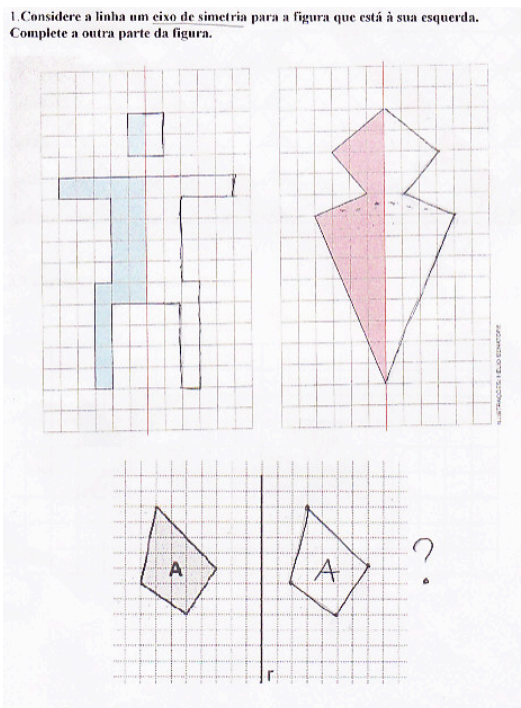


Imagem 03: protocolo 01

Ao analisarmos a imagem observamos que a estudante mobiliza conhecimentos necessários para completar de modo adequado a figura A e B, contudo a figura C revela que os conhecimentos não eram suficientes para completar de forma adequada a figura. De modo que, a estudante comete equívocos em relação à propriedade da equidistância e não mantém a mesma distância entre os pontos em relação ao eixo; como não inverte a figura a estudante realiza uma translação. Diferente do protocolo 04 a seguir que comete inúmeros equívocos em relação à congruência, mas consegue inverter a figura que, por ser desconexa ao eixo. A estudante usou conhecimentos sobre inversão para preservar a distância dos pontos objeto e imagem ao eixo de simetria, embora não tenha conseguido concluir a figura.

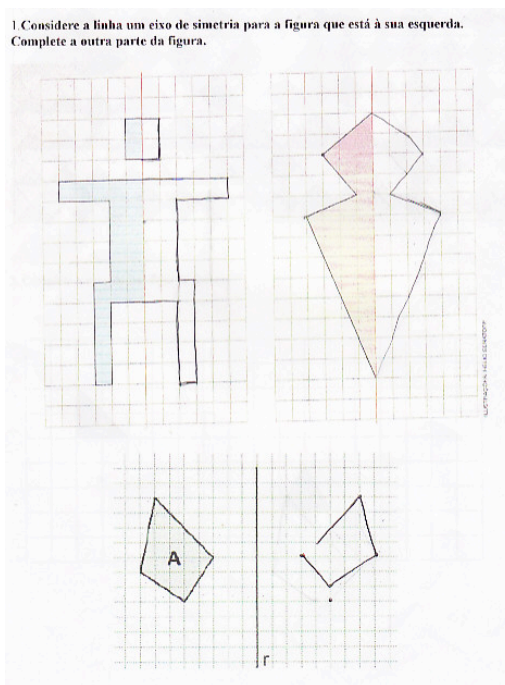


Imagem 04: protocolo 04

Ao analisar as respostas, identificamos uma tendência a traçar corretamente a figura A, por apresentar segmentos retos, mas possuem dificuldade na figura B, por apresentar segmentos na diagonal, tal aspecto é resolvido na figura C, quando utiliza a régua. Observamos que nesta figura a estudante não conserva o comprimento do segmento de forma adequada, embora apresente alguns conhecimentos da equidistância de alguns pontos ao tentar alinhá-los mantendo a distância entre os quadrados da malha e o eixo.

Os

resultados indicam que as figuras mobilizaram diferentes conhecimentos específicos do conteúdo acerca das propriedades da simetria. Contudo, os dados revelam que os sujeitos apresentam um conhecimento ainda superficial sobre o tema simetria de reflexão, sendo indispensável uma discussão mais profunda sobre as propriedades que constituem uma figura simétrica.

Ressaltamos que o conhecimento sobre o conteúdo da simetria não se restringe a aspectos conceituais, fatos e procedimentos. Concordamos com Shulman (1986) quando afirma que, o conhecimento do conteúdo envolve uma compreensão histórica e epistemológica. Além disso, concordamos com o autor (1986) quando afirma que o desconhecimento desses conceitos poderá afetar tanto o que os futuros professores irão ensinar como na forma como irão fazê-lo.

Considerações Finais

A partir deste breve panorama sobre os conhecimentos dos graduandos de Pedagogia sobre a simetria de reflexão, foi possível identificar indícios de conhecimento ou desconhecimento sobre o assunto. Os indícios de conhecimentos foram em relação à congruência da figura, principalmente a figura A que se apresentava conexa ao eixo, com segmento e ângulo retos. Os equívocos cometidos foram em relação à equidistância e inversão da figura na figura C, cujas principais características eram ser desconexa ao eixo e apresentar segmentos na diagonal. Tais aspectos apontam para um conhecimento superficial em relação aos conceitos matemáticos da simetria de reflexão.

Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - v.3 - Matemática. Brasília: MEC, 1997.

_____. **Guia do Livro Didático - Matemática** - Séries/ anos finais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília: MEC, 2013.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

EUCLIDES. **Elementos de geometria**. São Paulo, 1944: Edições Cultura. Disponível em <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/be000001.pdf> 21/02/2016.

LOPES, M. L. L.; NASSER, L. **Geometria: na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MEGA, É. **Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série**: um estudo comparativo em relação ao material utilizado. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elio_mega.pdf. Acesso em: 30 jun. 2008

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas - a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares**. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) Pós - Graduação - Universidade Pontificadora de São Paulo. São Paulo/SP, 2000. disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/MABUCHI_setsuko.html. acesso em: 21 de jun. 2008.

PAVANELLO, R. M. A pesquisa na formação de professores de matemática para a escola básica. **Educação Matemática em Revista**, n. 15, 2003, 8-13.

RIPPLINGER, H. M. G. **Simetria nas práticas escolares**. Dissertação de (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2006. disponível em: <http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/bitstream/1884/3951/1/Grzybowski%20Ripplinger,H>

ROHDE, G. **Simetria: Rigor e imaginação**. Porto Alegre: Edipucrs, 1997.

SIQUEIRA, J. E. de Melo. **Explorando a simetria de reflexão**: uma sequência didática no *Cabri-Géomètre*. Monografia (Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco. Departamento de Matemática, 2000.

SHULMAN, L. S. Those who understand: the knowledge growth. *In Teaching. Educational Researcher*. F fev, 1986, 4-14.

WEYL, H. **Simetria**. Trad. Victor Baranauskas - São Paulo: Edusp, 1997.