

A UTILIZAÇÃO DE UM PCOC MATERIALIZADO NA IMPRESSORA 3D PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE INTEGRAIS DUPLAS

Sheila Aline dos Santos Silva Marques
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
sheilaaline@hotmail.com

Resumo:

Este artigo é um recorte do trabalho de Dissertação de Mestrado que desenvolvemos em torno do processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), com foco nas Integrais Duplas (ID), onde identificamos, a partir de pesquisas desenvolvidas no GPEMAC¹, a necessidade da visualização de objetos matemáticos no registro gráfico na realização de tarefas de ID. Para contribuir com estes tipos de tarefas, propomos elaborar Projeto de Construção de Objeto Concreto (PCOC) implementados no *software Cubify Invent* e materializados na impressora 3D durante a pesquisa interna. O objetivo deste artigo é apresentar os resultados obtidos na pesquisa externa desenvolvida no âmbito de uma Sequência Didática utilizando um PCOC como instrumento auxiliar na realização das tarefas propostas num dispositivo experimental organizado com base na praxeologia de ID. Com efeito, encontramos uma fundamentação nas Teorias Antropológica do Didático, nas noções de registros e na Abordagem Instrumental. Os referidos resultados mostram que a utilização de um PCOC inverte a praxeologia de ID, contribuindo na aprendizagem de estudantes que são confrontados com novo tipo de tarefas que exigem a descoberta e a utilização de funções ou equações necessárias na resolução dos problemas propostos.

Palavras-chave: Integrais Duplas; Impressora 3D; Ensino-Aprendizagem.

1. Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral é uma das disciplinas da área de Matemática que está presente em vários cursos das Instituições do Ensino Superior (IES) e, as Integrais Duplas como objeto de estudo revelam o seu *habitat* nesta disciplina. Alguns estudos realizados no GPEMAC têm mostrado que muitos estudantes têm apresentado diversas dificuldades na aprendizagem deste objeto, bem como na aplicação e utilização de seus conceito na resolução de problemas que requerem a visualização de superfícies e de sólidos no registro gráfico.

Baseados nisso, nos propomos elaborar Projeto de Construção de Objetos Concretos (PCOC), visando o tratamento de tarefas que exigem a visualização no registro gráfico como estratégia de realização.

Um PCOC é um modelo matemático descritivo idealizado a partir de análise de uma situação-problema, tarefa, exercício ou um exemplo institucional que resulta em um objeto

¹ Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem da Matemática em Ambiente Computacional.

construído com materiais concretos e/ou com auxílio de um ambiente computacional de aprendizagem (HENRIQUES, 2014, p.220).

Segundo o autor, um PCOC permite a inversão da praxeologia usual (Henriques, 2013) de ID, colocando em prática, a praxeologia modelada (Henriques, 2013). Assim, acreditamos que a utilização de um modelo de PCOC previamente elaborado com base na praxeologia de ID, implementado no *Cubify Invent* e, materializado com uma impressora 3D pode favorecer a investigação da sua operacionalidade na aprendizagem de Integrais Duplas. Com efeito, consideramos o percurso metodológico proposto por Henriques (2014), nas Pesquisas Interna e Externa² (Figura 1).

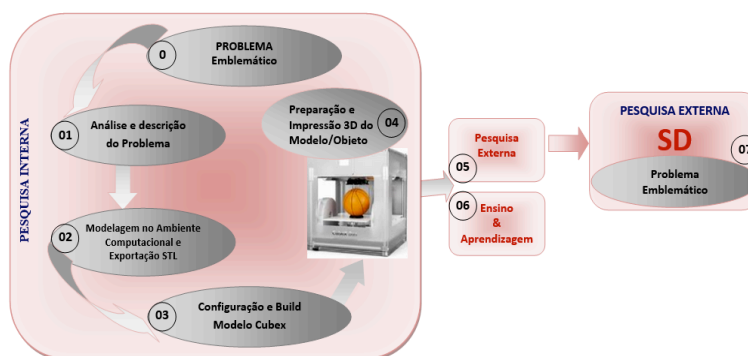


Figura 1: Percurso metodológico do desenvolvimento e aplicação de PCOC
Fonte: Henriques (2014)

Neste artigo nos restringimos na Pesquisa Externa percorrendo os níveis (05), (06) e (07), questionando-nos: Quais as vantagens e desvantagens da utilização de um PCOC como instrumento auxiliar na realização de tarefas de ID que exige a visualização no registro gráfico como estratégia de realização? Buscando elementos teóricos para a análise desta questão, nos limitamos neste artigo na vertente Praxeológica da Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1992) que resumimos a seguir.

2. Quadro Teórico

Henriques, Attie, Farias (2007) sublinham, que “as referências teóricas constituem ferramentas necessárias no desenvolvimento de pesquisas, em particular, em Didática da Matemática, com o objetivo de fundamentar, compreender e interpretar os fenômenos que emergem no processo ensino-aprendizagem”.

A Abordagem Praxeológica da TAD é uma referência, que consiste em um modelo, para análise da ação humana institucional, descrito por quatro noções:

² O leitor poderá encontrar os conceitos de Pesquisa Interna e Externa em Henriques (2014).

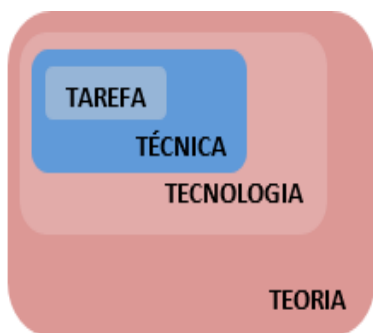


Figura 2: Modelo Praxeológico
Fonte: Nossa organização

- **TAREFA**: denotada por T , consiste num tipo de tarefa identificado na *praxeologia* de um objeto do saber, contendo ao menos uma tarefa t .
- **TÉCNICA**: denotada por τ é uma maneira de fazer ou realizar um tipo de tarefa T .
- **TECNOLOGIA**: representada por θ é um discurso racional que tem por objetivo de justificar a técnica τ , garantindo que esta permita realizar as tarefas do tipo T .
- **TEORIA**: representada por Θ que tem como função justificar e tornar compreensível uma tecnologia θ .

As quatro noções descrevem o que Chevallard (1992) denomina de organização praxeológica completa, denotada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$ e, permite a modelização das práticas sociais em geral e das atividades matemáticas. Segundo Henriques (2006), “produzir, ensinar e aprender matemática são ações humanas institucionais que podem descrever-se conforme o modelo praxeológico”. Assim, baseando-nos neste modelo, procuramos entender as técnicas e os discursos colocados em prática pelos estudantes na realização de tarefas T que compõem a sequência didática que organizamos com base na análise institucional em torno de ID.

3. Sequência Didática (SD)

Entendendo a SD como um dos aspectos da Engenharia Didática (Artigue, 1989), Henriques (2001) apresenta uma SD como um esquema experimental formado por situações, ou tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvido por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar [análise institucional] em torno de um objeto do saber e de uma análise matemática/didática, caracterizando os objetivos específicos de cada situação, problema ou tarefa [constituente de uma praxeologia].

Para o autor, as análises matemática/didática destacam as resoluções possíveis, a forma de controle e os resultados esperados em cada situação, pré-requisitos e competências e, são partes da análise *a priori* e se desenvolvem com base na praxeologia de referência do objeto de estudo, no nosso caso, as Integrais Duplas. As sessões que o autor se refere são modeladores de encontros na aplicação de uma SD, organizadas por dispositivos experimentais contendo um número finito de tarefas propostas ao público investigado. Henriques (2011) considera cinco momentos fundamentais no desenvolvimento de uma SD: análise preliminar (análise institucional), organização do dispositivo experimental, análise *a priori*, aplicação da Sequência Didática, análise *a posteriori* e validação.

A nossa pesquisa percorre os cinco momentos. Contudo, neste artigo nos restringimos

aos três últimos, apresentando a análise de uma das tarefas da SD, visando-se a utilização de um PCOC (cf. Figura 3) construído na Pesquisa Interna com auxílio do *software Cubify Invent*, e materializado por prototipagem rápida na impressora *CubeX DUO 3D* no L@VIM³.

3.1 Dispositivo Experimental da SD

O dispositivo apresentado aos estudantes é acompanhado com o modelo da Figura 3.



Figura 3: Modelo de um PCOC

A tarefa que nos referimos, extraída do dispositivo da SD aplicada aos estudantes do curso de Engenharia de Produção, traz o seguinte enunciado.

t5.	Utilizar uma integral dupla para determinar o volume do sólido deste modelo.
-----	--

Objetivo t5: O objetivo desta tarefa consiste na mobilização de conceitos de ID que favorecem a determinação do volume do sólido correspondente ao PCOC, utilizando os resultados obtidos nas tarefas que precedem esta.

Análise a priori de t5:

Para alcançar o objetivo de t5, podemos recorrer as estratégias de realização deste tipo de tarefa, consideradas por Henriques (2011), bem como as técnicas que apresentamos no [Quadro 1](#) e do Crivo-Geométrico: “Conservação única de partes de uma curva ou de uma superfície necessária na representação do objeto matemático correspondente no registro gráfico” (HENRIQUES, 2015). As referidas estratégias são: Analítico-algébrico que consiste na realização da tarefa sem recorrer ao registro gráfico e a Gráfico-geométrico que consiste na realização da tarefa recorrendo ao registro gráfico com a mobilização de conhecimentos geométricos.

Quadro 1: Técnicas de realização de t5 de DE

1	Representação da projeção PCOC no plano- xy no registro gráfico
2	Representação analítica da projeção do PCOC no registro algébrico
3	Identificação da função a integrar
4	Representação da integral dupla no registro algébrico em coordenadas polares
5	Aplicação de integração sucessiva

³ no Laboratório de Visualização Matemática (L@VIM) da UESC.

A tecnologia () que justifica estas técnicas consiste nas definições, propriedades, e teoremas de Integral Dupla, tendo como teoria () as Integrais Múltiplas, reconhecidas institucionalmente. Assim, esta subtarefa revela uma praxeologia completa [T, , ,].

Com base na estratégia Gráfico-geométrico e na técnica 1 podemos recorrer a Figura 4, pois, a sua projeção no plano- xy é uma região circular R composta de dois discos concêntricos R_1 e R_2 , conforme se mostra na Figura 5.



Figura 4: Modelo de PCOC na Estratégia

Figura 5: Projeção do PCOC no plano- xy

Fonte: Nossa produção (2016)

Vale salientar que R_2 é a projeção do crivo da superfície cônica do PCOC sobre o plano- xy . Sendo R_1 é a projeção do crivo do plano superior do PCOC sobre o plano- xy . Utilizando a técnica 2 é possível representar R_1 analiticamente em coordenadas cartesianas, o que não é evidente para R_2 . Assim, para simplificar os cálculos utilizamos a técnica 2 em coordenadas polares. Ora, R_1 é um disco de raio 1. Com efeito, a sua representação analítica no registro algébrico pode ser dada por: $R_1 = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta < 2\pi\}$

Ao passo que, R_2 é um anel de raio 3-1(raio de circunferência externa menos raio da circunferência interna), cuja representação analítica no registro algébrico é dado por: $R_2 = \{(r, \theta) \mid 1 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta < 2\pi\}$.

Segue-se, portanto, que a região R é a união de R_1 e R_2 . Ou seja:

$$R_3 = R_1 \cup R_2 = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta < 2\pi\} \cup \{(r, \theta) \mid 1 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta < 2\pi\}$$

Para determinar o volume do PCOC por meio da técnica 4, é necessário inicialmente utilizarmos a técnica 3. Ou seja, identificar a função a integrar sobre cada uma das regiões que compõem R . Assim, retomando a Figura 4, e observando unicamente o representante do PCOC, é possível ver, conforme a Figura 5, que R_1 é de fato a projeção do crivo do plano de equação $z = 8$, cuja função correspondente a esta equação é $f_1(x, y) = 8$, que em coordenadas polares é dada por $f(r \cos \theta, r \sin \theta) = 8$, ou simplesmente, $f_1(r, \theta) = 8$, pois neste caso f_1 é uma função de variáveis r e θ em coordenadas polares.

Além disso, R_2 é de fato a projeção do crivo da superfície cônica de equação $z = 12 - 4\sqrt{x^2 + y^2}$, cuja função correspondente a esta equação é $f_2(x, y) = 12 - 4\sqrt{x^2 + y^2}$, que em coordenadas polares é dada por $f(r \cos \theta, r \sin \theta) = 12 - 4r$, ou simplesmente $f_2(r, \theta) = 12 - 4r$, pois conforme f_1 , a função f_2 é também de variáveis r e θ em coordenadas polares.

Com base nesta análise e utilizando a técnica 4, a integral dupla de uma função f que consiste no cálculo do volume do PCOC é representada no registro algébrico como a soma da integral da f_1 sobre a região R_1 com a de f_2 sobre a região R_2 , pois tanto a f_1 quanto a f_2 é positiva sobre as regiões (domínios integração) correspondentes. Assim, procedendo esta forma temos:

$$V_{PCOC} = \int_{R_3} f(r, \theta) dA = \int_{R_1} f_1(r, \theta) dA + \int_{R_2} f_2(r, \theta) dA$$

A título de aplicação da técnica 5 procedemos tratando inicialmente a integral referente a f_1 , em seguida o cálculo da integral referente a f_2 e finalmente realizamos a soma de ambas. Assim, relativamente a f_1 temos:

$$\int_{R_1} f_1(r, \theta) dA = \int_0^{12} \int_0^{12-2r} 8rd \, dr = 16 \int_0^{12} r \, dr = 16 \left. \frac{r^2}{2} \right|_0^{12} = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8 \text{ cm}^3$$

Relativamente ao cálculo da integral de f_2 sobre R_2 , temos:

$$\begin{aligned} \int_{R_2} f_2(r, \theta) dA &= \int_0^3 \int_0^{12-2r} (12 - 4r)rd \, dr = 2 \int_0^3 (12r - 4r^2) dr = 2 \left. \left[\frac{12r^2}{2} - \frac{4r^3}{3} \right] \right|_0^3 \\ &= 2 \left[\frac{12 \cdot 3^2}{2} - \frac{4 \cdot 3^3}{3} \right] = 2 \left[\frac{12 \cdot 1^2}{2} - \frac{4 \cdot 1^3}{3} \right] = 2 [54 - 36] = 6 \cdot \frac{4}{3} \\ &= 2 \cdot \frac{40}{3} = \frac{80}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Assim, concluímos que o volume do PCOC resulta no cálculo da integral:

$$V_{PCOC} = \int_{R_3} f(r, \theta) dA = \int_0^{12} \int_0^{12-2r} 8rd \, dr + \int_0^3 \int_0^{12-2r} (12 - 4r)rd \, dr = 8 + \frac{80}{3} = \frac{104}{3} \text{ cm}^3$$

3.2 A aplicação da SD

A SD foi aplicada aos estudantes do curso de Engenharia de Produção da UESC, utilizando o PCOC da Figura 3. Apresentamos a seguir a análise *a posteriori* da SD sobre as práticas efetivas dos estudantes desta instituição.

3.2.1 Análise a *posteriori*

O objetivo desta análise é conhecermos de perto as práticas efetivas dos estudantes na realização do tipo de tarefas propostas na SD, identificar as técnicas que eles mobilizam e as estratégias utilizadas, além de, confrontar tais práticas com a análise *a priori*.

Para análise da subtarefa t5 do DE, consideramos os seguintes critérios que elaboramos com base nos conhecimentos visados, identificados por C_i onde i é um número inteiro de identificação de um critério:

- C_1 : o estudante apresenta corretamente, no registro gráfico, a projeção do PCOC no plano- xy .
- C_2 : o estudante representa analiticamente, no registro algébrico, a projeção do crivo (R_1) do plano superior do PCOC no plano- xy .
- C_3 : o estudante apresenta analiticamente, no registro algébrico, a projeção do crivo (R_2) da superfície cônica do PCOC no plano- xy .
- C_4 : o estudante identifica corretamente a função a integrar sobre a região R_1 .
- C_5 : o estudante identifica corretamente a função a integrar sobre a região R_2 .
- C_6 : o estudante utiliza uma integral dupla, no registro algébrico, em coordenadas polares (4) como soma da integral das funções identificadas em C_4 e em C_5 .
- C_7 : o estudante utiliza uma integral dupla, no registro algébrico, em coordenadas polares (4) como diferença de duas integrais de funções não esperadas sobre R_1 e a R_2 .
- C_8 : o estudante estabelece a integral esperada e determina o volume do PCOC.
- C_9 : o estudante estabelece uma integral não esperada e não encontra o volume do PCOC.

Com base nestes critérios, apresentamos na Tabela 1, os dados brutos obtidos na leitura das práticas efetivas dos estudantes em torno da realização de t5 de T1.

Tabela 1 - Dados obtidos na realização da subtarefa t5 de T1 do PCOC

Critério	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
Q.M.P.E	5	5	0	0	0	0	5	0	10
%	50	50	0	0	0	0	50	0	100

Q.M.P.E Quantidades de Manuscritos das Práticas Efetivas analisadas.

% Práticas Efetivas em porcentagem

Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Observando a Tabela 1, podemos perceber que cerca de 50% dos 10 estudantes apresenta corretamente, no registro gráfico, a projeção do PCOC no plano- xy para tentar determinar o volume do PCOC, enquadrando-se assim no critério C_1 . Podemos, com este resultado, inferir que estes estudantes têm uma percepção visual da geometria do PCOC que eles tiveram acesso e manipulação. Além destes observamos também que 50% dos 10 estudantes fornece a representação analítica, no registro algébrico, da projeção do crivo (R_1) do plano superior do PCOC no plano- xy , enquadrando-se assim no critério C_2 . A título de

ilustração destes resultados, apresentamos no Quadro 2 alguns recortes dos manuscritos destes estudantes.

Quadro 2: Recortes dos Manuscritos dos estudantes que se enquadram no critério C₂

Recorte do manuscrito de E ₁
Recorte do manuscrito de E ₂
Recorte do manuscrito de E ₃
Recorte do manuscrito de E ₄
Recorte do manuscrito de E ₅

Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Os dados brutos revelam ainda que os critérios de C₃ a C₆, não foram contemplados nas práticas institucionais dos estudantes envolvidos na pesquisa. Com isso se mostra que: os estudantes não chegam a identificar corretamente a função a integrar sobre a região R₁ e R₂, e conseqüentemente, não conseguem utilizar a integral dupla, como soma das integrais de funções esperadas. Isto é, as técnicas 3, 4 e 5 não são mobilizadas pelos estudantes.

Nas suas práticas, eles recorreram a estratégia de reprodução do modelo PCOC, fornecido a mão livre, como representante de um cone truncado no espaço tridimensional e a estratégia de prolongamento do crivo da superfície lateral deste modelo em busca do vértice do cone correspondente, obtendo, assim, um modelo cuja base coincide com a do PCOC. O objetivo deles é visualizar dois cones por semelhança, sendo um cone menor (C_m) e um cone maior (C_M), ambos com o mesmo vértice. Sublinhamos que a estratégia de prolongamento, não foi prevista na análise *a priori*. Contudo, esta é viável, se for utilizada convenientemente, o que não acontece nas práticas institucionais destes estudantes. A título de ilustração apresentamos na Figura 6(a), um recorte do manuscrito de um destes estudantes que se enquadra no critério C₈ e que reproduzimos na Figura 6(b).

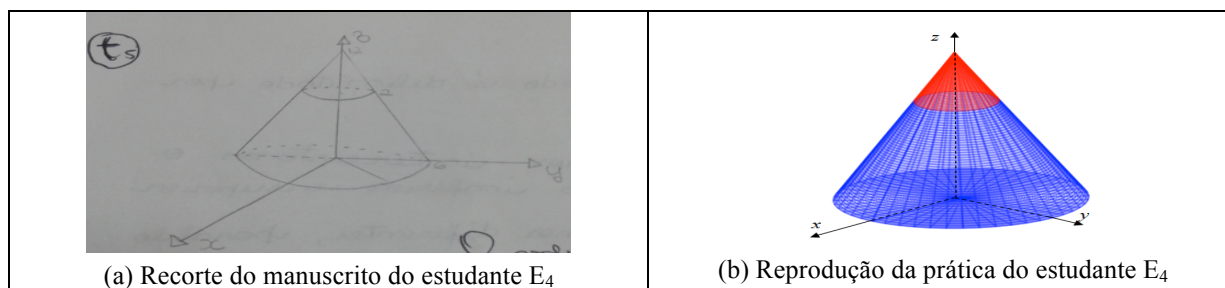


Figura 6: Recorte do manuscrito do estudante E₄ para t₅ do PCOC

Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Com base nesta estratégia verificamos que os estudantes inicialmente estabelecem duas integrais duplas, considerando a semelhança do Cone menor (C_m) com o Cone Maior (C_M). A primeira integral é estabelecida a partir da representação analítica da base do cone correspondente, assim como a segunda, utilizando as funções identificadas de forma equivocada, no sentido de que não mobilizam nenhuma técnica capaz de lhes favorecer a obtenção do valor da variável c que multiplica a raiz quadrada na expressão da função a integrar, conforme destacado na análise *a priori*. Com ausência desta técnica (determinação da variável c a partir da equação geral de um cone), as integrais que eles apresentam, não correspondem com os resultados esperados, apresentados na análise *a priori*. Para ilustrar as suas práticas, apresentamos no Quadro 3 o recorte do manuscrito deste estudante.

Quadro 3: Recorte do manuscrito do estudante E_4

Handwritten mathematical work by student E_4 showing volume calculations for a cone using double integrals. The work is divided into three sections.

Section 1: Calculation of the volume of a cone with height 3 and radius 3. The student sets up the integral $V = \int_0^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{3-n} (12-n)n \, dn \, d\theta$. After simplification, they arrive at $V = 90\pi \, u.v$.

Section 2: Calculation of the volume of a cone with height 1 and radius 2. The student sets up the integral $V = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_0^{2-n} (4-n)n \, dn \, d\theta$. After simplification, they arrive at $V = \frac{10\pi}{3} \, u.v$.

Section 3: Calculation of the volume of a truncated cone by subtracting the volume of the smaller cone from the larger one. The student writes $V_T = V_M - V_m = \left(90\pi - \frac{10\pi}{3}\right) u.v = \frac{260\pi}{3} u.v$.

Fonte: Dados as pesquisa (2016)

Como se pode notar, o estudante E_4 estabelece uma integral corretamente, procede com os cálculos de forma correta, contudo não alcança o resultado esperado, pelo fato de não mobilizar os conhecimentos necessários para identificar as funções a integrar sobre os respectivos domínios, de forma correta.

Insistimos, então a inferir que estes estudantes mostram certas competências sobre o cálculo de integrais duplas, com base nas práticas institucionais em torno da praxeologia deste

objeto de estudo (ID). Contudo, apresentam dificuldades que se manifestam na ausência de conhecimentos suficientes sobre a praxeologia de funções de duas variáveis e seus domínios, da Geometria Analítica e da GEOESPACO que se constituem em uma das ecologias que alimentam a praxeologia de integrais duplas (ID).

Além da estratégia de prolongamento do crivo da superfície lateral do PCOC, encontramos a estratégia de reprodução e visualização dos planos cujos crivos compõem as bases (superior e inferior) do modelo do PCOC. Na Figura 7 apresenta-se um recorte de manuscritos dos estudantes que utilizaram esta estratégia.

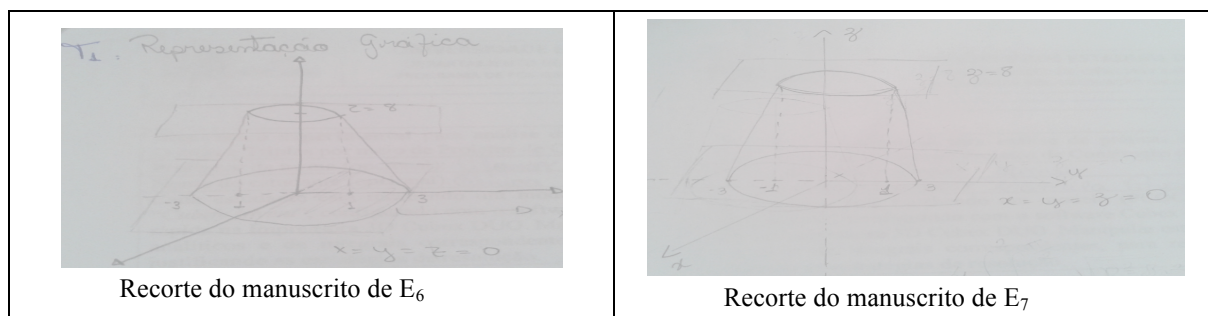
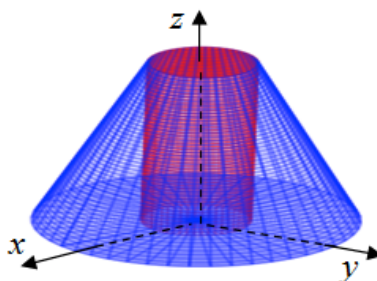


Figura 7: Recorte dos manuscritos dos estudantes E₆ e E₇ referente a t5
Fonte: Dados da Pesquisa (2016)

Para favorecer uma visualização agradável, reproduzimos na Figura 8, os recortes dos manuscritos dos dois estudantes apontados na Figura 7.

Figura 8: Reprodução da prática dos Estudantes E₆ e E₇



Fonte: Dados da Pesquisa (2016)

Apoiados nesta estratégia os estudantes fornecem a representação analítica da base maior que em seguida é utilizada para estabelecer a integral dupla de uma função de duas variáveis em coordenadas polares, que conforme a prática do estudante E₂ também não revela a função esperada. Conseqüentemente o procedimento de cálculos ou tratamento da integral mobilizado, pelos estudantes conduz a um resultado que não corresponde ao esperado.

4. Considerações Finais

Com base na análise que acabamos de apresentar, podemos concluir que existem algumas vantagens na utilização do modelo de PCOC como instrumento auxiliar na realização

das tarefas propostas no DE. Dentre elas, destacamos as seguintes: manipulando o modelo, o estudante não tem mais a preocupação de imaginar como o objeto em jogo se comporta no espaço tridimensional, ou seja, encontrar a representação do objeto no registro gráfico a partir das equações geralmente fornecidas; com a possibilidade de manipular o modelo o estudante visualizar os crivos das superfícies envolvidas no problema; com o PCOC em mãos torna-se fácil a reprodução do sólido correspondente no espaço tridimensional utilizando as técnicas de representação no ambiente papel/lápis; o material concreto como o PCOC contribui na visualização global da tarefa; a possibilidade de utilizar os conceitos de Geometria Analítica e de Geometria Espacial para realizar as tarefas propostas.

Além das vantagens, destacamos também as seguintes desvantagens: a necessidade do estudante dominar os conceitos e propriedades da Geometria Analítica para determinar as equações de superfícies cujos crivos delimitam o modelo do PCOC, caso contrário, a realização correta das tarefas subsequentes torna-se inviável.

Acreditamos, contudo que a utilização de um modelo PCOC como instrumento auxiliar no processo heurístico de resolução de um problema de Integrais Duplas que requer a visualização correspondente, no registro gráfico, contribui de forma significativa neste processo, pois os estudantes têm uma visão ampla do problema neste registro. Todavia, esta visualização não é suficiente, ao passo que deve-se mobilizar os demais conhecimentos que alimentam a praxeologia do cálculo de volume por integrais duplas.

5. Referências

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique. Recherches em Didactique de Mathématiques.** França, V.9, n3, 1989, p.245-308

CHEVALLARD, Y. **Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique.** Recherches en Didactique des Mathématiques, V. 12, n°1, 1992. P. 73-112.

HENRIQUES, A., **L'enseignement et l'apprentissage des intégrales multiples : analyse didactique intégrant l'usage du logiciel Maple.** UJF-Grenoble, Lab. Leibniz, 2006.

HENRIQUES, A., Attie, J. P., Farias, L. M. S. **Referências teóricas da didática francesa: análise didática visando o estudo das integrais múltiplas com auxílio do software Maple.** Educação Matemática Pesquisa, v. 9 – n.1, 2007, P. 51-81. São Paulo.

HENRIQUES, A., **Análise Institucional e Sequência Didática: Aplicação de conteúdos de Licenciatura em Matemática na Educação Básica,** Anais do XV Encontro Baiano de

Educação Matemática (XV EBEM), 3-5 de Julho de 2013, UNEB CAMPUS X, Teixeira de Freitas, BA.

HENRIQUES, A., **Estudo de Relações em sala de aula com a presença de ambientes computacionais de aprendizagem – PERSAC**, Anais do I Colóquio Internacional sobre Ensino e Didáticas das Ciências, contribuições e perspectivas, (CIEDIC), 27-31 de Outubro de 2014, UFBA/UEFS, Salvador/Feira de Santana, BA.

HENRIQUES, A. **Reflexões sobre Análise Institucional e Sequência Didática: O caso do Ensino e Aprendizagem de Integrais Múltiplas**, Artigo elaborado junto ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas DCET – UESC, destinado ao processo de progressão de carreira do Magistério Superior (de Adjunto a Titular), Ilhéus – BA, 2011.

HENRIQUES, A. **Contribuições dos Ambientes Computacionais Maple, Cubex e A Impressora 3D na Pesquisa e no Ensino-Aprendizagem da Matemática nas IES. Progressão na Carreira do Magistério**, UESC-Ihéus, 2015.