ATIVIDADES HISTÓRICAS E O TRIÂNGULO ARITMÉTICO DE PASCAL: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Natália Santiago Cavalcante
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
natalia.scrt@hotmail.com

Joselandia de Jesus Silva
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
josylove.angels@hotmail.com

Francisco Guimarães de Assis
Secretaria de Estado da Educação da Paraíba
franciscoguimaraespb@gmail.com

Graciana Ferreira Dias
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
graciana@dcx.ufpb.br

Resumo:

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e discutir as atividades históricas realizadas em um projeto do Programa das Licenciaturas (PROLICEN-UFPB) que teve como intuito utilizar a História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, através da execução de oficinas pedagógicas nas escolas da rede pública de ensino do Litoral Norte. As oficinas foram realizadas em duas turmas de 2º ano do Ensino Médio em uma escola da rede estadual do município de Mamanguape/PB. As atividades históricas foram elaboradas a partir da obra Tratado sobre o Triângulo Aritmético, de Blaise Pascal, que é uma fonte histórica traduzida para o português. Ao final das atividades observamos uma compreensão dos conteúdos por parte dos alunos, bem como um grande envolvimento dos mesmos.

Palavras-chave: História da Matemática; Atividades históricas; Triângulo Aritmético.

1. Introdução

O presente trabalho trata da utilização da História da Matemática por meio de atividades históricas que foram aplicadas através de oficinas pedagógicas em uma Escola pública da cidade de Mamanguape/PB.

Estas atividades fazem parte de um projeto sobre a utilização da história da Matemática no Programa de Licenciaturas da UFPB (PROLICEN/UFPB).

Conhecer a origem dos assuntos no qual lhe chama atenção é uma curiosidade natural das pessoas, principalmente quando se vive em aprendizado diário. Na escola, surgem curiosidades para diversos assuntos. No que se refere aos conhecimentos matemáticos, comumente se pensa que não há nada mais a ser descoberto ou inventado e a matemática é apresentada aos alunos, na maioria das vezes, como algo pronto e acabado. Dessa forma os alunos não conseguem enxergar por que estudar alguns conteúdos matemáticos, por não compreenderem qual a necessidade que tiveram os matemáticos na criação de suas teorias, bem como o desenvolvimento que a matemática obteve até chegarmos aos dias de hoje.

Sebastiani Ferreira (1998, citado por Mendes, 2001, p. 82) considera que

> a utilização da História da Matemática como recurso didático é imprescindível, pois vai muito além de um mero elemento motivador nas aulas de matemática, é uma justificativa para os porquês conceituais e teóricos da matemática que serão aprendidos pelos alunos.

Neste sentido, o objetivo do nosso trabalho é apresentar e discutir as atividades históricas aplicadas aos alunos participantes do nosso projeto. Trabalhamos com os alunos do 2º Ano do Ensino Médio o Triângulo Aritmético, tendo como fonte histórica a obra de Pascal (2013) o Tratado sobre o Triângulo Aritmético. A obra trata-se de uma fonte original traduzida para o português, a utilizamos para mostrar alguns conteúdos a partir de sua história, para que eles tenham conhecimento de conteúdos e maneiras de pensar matematicamente diferentes das comumente apresentadas nos livros didáticos.

2. A História da Matemática no ensino

A História da Matemática pode ser vista como um aliado no processo de ensino e aprendizagem, trazendo à tona uma linha de ideias e processos matemáticos, que pode explicar muito da matemática dos tempos atuais. Raramente encontram-se livros didáticos, no nosso sistema brasileiro de ensino, que utilizem a História da Matemática ao longo de suas páginas e quando contém são apenas citações que não contribuem na construção de conceitos por parte dos alunos. Mendes (2001) nos diz que:

> É muito raro encontrarmos a história da matemática nos livros didáticos utilizados por professores e estudantes do nível fundamental ou médio do sistema educacional brasileiro. Embora esses livros incluam muitas vezes, certas informações históricas, tais informações geralmente falam sobre figuras históricas e acontecimentos que se constituem em algo meramente desnecessário à aquisição (geração/construção) de conhecimento matemático pelo estudante. (MENDES, 2001, p. 68)

ISSN 2178-034X

John Fauvel apresenta várias razões para usar a História em Educação Matemática dentre elas, vemos que

> a História da Matemática serve como motivação na aprendizagem do aluno, humaniza a matemática, contribui para que o aluno mude sua percepção em relação a matemática, traz oportunidade para investigações, ajuda o aluno a compreender o papel da matemática na sociedade, estimula o aluno a comparar a matemática antiga e a moderna (FAUVEL, 1991, citado por MENDES, 2001).

Ao observar as ideias de Fauvel, bem como as de Mendes, apresentadas acima, podemos perceber o quão importante é a História da Matemática no ensino da matemática, pois o aluno deixa de ver a matemática de forma exata e inalterada para ver uma matemática investigativa com teorias inacabadas que foram melhoradas por diversos matemáticos ao longo dos anos.

Segundo Mendes (2001), a proposta de ensino baseada na História da Matemática, favorece o desenvolvimento do pensamento interrogativo nos estudantes, levando-os, portanto, a uma prática de interpretação da realidade. Ainda acrescenta que é a ação do professor em reformular o seu modo de ensinar matemática que irá fazer estas novas propostas pedagógicas serem bem sucedidas pois, o professor deve ser o primeiro pesquisador nesta linha de ensino para que a partir do conhecimento histórico matemático que adquiriu, possibilite a seus alunos novas oportunidades de investigação e aprendizagem.

A História da Matemática é fundamental no ensino da matemática, mas, ela por si só não é capaz de ensinar tudo que o aluno precisa, é necessário, que o professor planeje suas atividades minuciosamente de acordo com cada turma que ele irá trabalhar. São necessárias, também, atividades que façam o aluno investigar, problematizar e discutir com os colegas. Enfim, acreditamos que as atividades planejadas e bem elaboras irão instigar o aluno a pensar matematicamente e daí colher os benefícios do estudo da História da Matemática.

Miguel e Miorim (2004) apresentam duas classes de argumentos reforçadores das pontencialidades pedagógicas da história, os de natureza epistemológica e os de natureza ética.

Os argumentos de natureza epistemológica afirmam que a História da Matemática deve ser utilizada, pois ela fornece um guia para a seleção de conteúdos a serem trabalhados em sala de aula,em como em alguns casos oferecem uma sequência adequada de como trabalhar esses tópicos. Segundo eles, ainda a história pode revelar problemas motivadores, episódios enigmáticos e motivadores para a sala de aula.

Ainda nos argumentos de natureza epistemológica, a História da Matemática pode apresentar métodos de ensino diferentes, bem como adequados, para os conteúdos da Matemática escolar, pois a proposta apresentada pelos matemáticos em seus escritos podem ser alternativas profícuas para o ensino da Matemática. Por entendermos que cada aluno pensa à sua maneira e constrói seus conhecimentos a partir daquilo que já conhece, eles podem se identificar em métodos diferentes dos comumente apresentados.

Ainda nos argumentos éticos, a História da Matemática pode ajudar aos alunos a admirarem a beleza da Matemática e dos aspectos estéticos muito presentes nos padrões da natureza e nas construções. Aspectos relacionados à filosofia e à arte, à simetria e às relações Matemáticas nas artes visuais podem ser encontrados na História da Matemática e trazidos para a sala de aula.

A história pode ainda desmistificar a Matemática como "ciência dos gênios", mostrando que homens e mulheres comuns se debruçaram sobre a Matemática, muitas vezes para responder a questões práticas do seu cotidiano, levando assim a uma "desalienação do seu ensino" (MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 62).

Esta série de argumentos reforçam a importância de um projeto que leve a História da Matemática para a sala de aula da Educação Básica, pois acreditamos que a História da Matemática possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico e auxilia na tomada de consciência dos usos da Matemática no cotidiano.

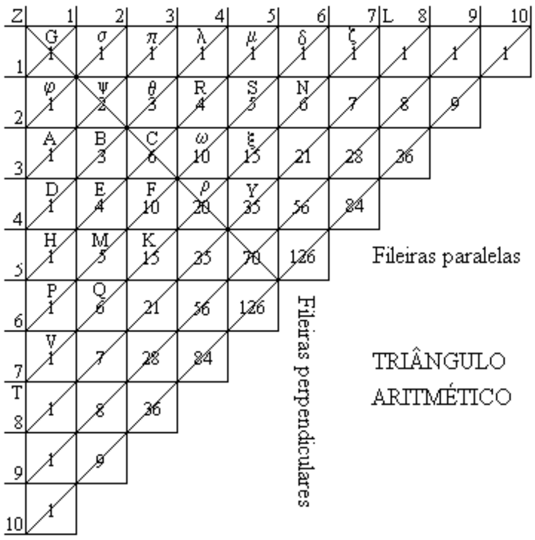
3. O Tratado sobre o Triângulo Aritmético

No início da obra Pascal (2013) traz a descrição do Triângulo Aritmético contendo sua lei de formação e uma figura do mesmo para melhor compreensão. O Triângulo tal como Pascal apresenta pode ser encontrado na Figura 1.

Pascal apresenta a lei de formação do Triangulo Aritmético, e mostra cada parte que o compõe, definindo diversos termos como base, célula, gerador, expoente, fileiras paralelas, fileiras perpendiculares e células recíprocas. A linguagem nos parece inicialmente um pouco complexa, mas, quando lida conjuntamente com a figura dada no texto, se mais fácil a compreensão. Observamos que Pascal se preocupou em explicar cada parte sempre citando exemplos o qual também se torna uma forma de melhor compreender o Triângulo Aritmético por completo.

ISSN 2178-034X

Figura 1: Triângulo Aritmético



Fonte: Pascal (2013)

Logo após as definições do Triângulo Aritmético, Pascal aborda dezenove consequências, nas quais a maior parte decorre da própria lei de formação do Triângulo. Estas consequências são, em outras palavras, relações que foram percebidas ao longo da construção do triângulo, cada uma é demonstrada por Pascal através de um exemplo que mostra a estrutura presente nos outros casos. Esse tipo de demonstração é chamado por Fossa (2013, citado por DIAS, 2014) de demonstração por exemplificação.

4. Oficinas Pedagógicas: Relatos Das Atividades Históricas

Trabalhamos três atividades históricas adaptadas de Dias (2014), relataremos aqui duas dessas atividades realizadas durante as oficinas.

As oficinas foram realizadas em duas turmas de 2º ano do Ensino Médio em uma escola da rede estadual do município de Mamanguape/PB. Na primeira atividade abordamos a lei de formação do Triângulo Aritmético, no intuito de construir o mesmo, na segunda atividade são trazidas as cinco primeiras consequências de Pascal que foram escritas a partir da lei de formação do Triângulo aritmético. A terceira atividade trazia a aplicação do Triângulo Aritmético às combinações, que é também conteúdo de Análise Combinatória vista no 2º ano do Ensino Médio, porém esta atividade não foi trazida aqui devido ao tamanho das atividades, pelo espaço que tínhamos foi necessário fazer uma escolha. Essas atividades foram realizadas pelos alunos em duplas, a partir de uma dinâmica investigativa.

3.1 Atividade 1 – Lei de formação do Triângulo Aritmético

Apresentamos a primeira atividade para os alunos, na qual era solicitado que eles preenchessem o Triângulo Aritmético, de acordo com sua lei formação, em seguida deveriam observar o mesmo e registrar o que conseguiram observar entre os números do Triângulo.

Esta atividade foi realizada com 26 (vinte e seis) alunos da Turma 1. Os alunos preencheram o Triângulo Aritmético com diversos números de gerador, todos o preencheram corretamente e fizeram várias observações importantes. Vejamos abaixo algumas:

- *"Percebi que alguns números são iguais aos outros"*. O grupo percebeu a igualdade de valores ao longo do triângulo que chamamos de células recíprocas.

- *"Na segunda fileira paralela somando do 1 até o 6 o resultado dá 21, que está abaixo do 6"*. O grupo encontrou a 3º consequência apresentada por Pascal na obra.

- *"A primeira fila perpendicular e a primeira fila paralela sempre vai ser o mesmo número"*. O Grupo conseguiu observar a 1º Consequência.

Observamos que a maior parte dos alunos encontraram a segunda, a terceira e a quinta consequências.

A mesma atividade foi realizada com 24 (vinte e quatro) alunos da Turma 2 em outro momento. Os alunos preencheram o Triângulo Aritmético corretamente e fizeram observações importantes. Vejamos a seguir algumas observações dos alunos, nas quais entre algumas delas faremos comentários.

- *"Quando dividimos ao meio as células na diagonal, os números da parte superior que foram somados são iguais ao da parte inferior, onde na parte superior os números estão na ordem crescente e na inferior na ordem decrescente"*. O aluno citou a relação de reciprocidade das células que é a quinta consequência.

- *"Todos os números do triângulo aritmético, tendo 2 como gerador são pares"*. Qualquer que seja o gerador sendo ele um número par os números ao decorrer do triângulo serão pares, pois, o triângulo é formado por soma e sempre que se somam dois números pares o resultado será par.

- *A 4º linha paralela somando do 2 ao 20, o resultado da soma estará abaixo do último número a ser somado".* O aluno cita a 4º linha paralela, mas, o mesmo acontece com qualquer outra linha paralela na qual se escolha esta é, portanto, a segunda consequência.
- *Observamos que alguns números se repetem menos, as células que estão na diagonal principal".* Foi observado que as existem células presentes no Triângulo Aritmético que não possuem células recíprocas, aquelas que estão na diagonal principal.

3.2 Atividade 2 - Consequências Do Triângulo Aritmético

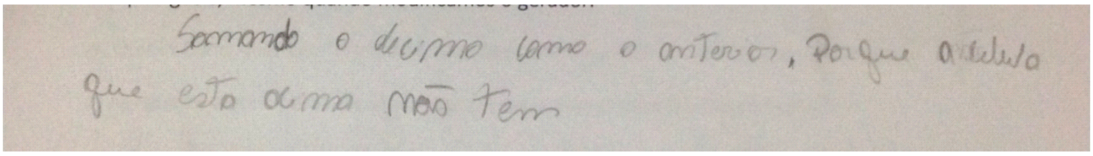
No segundo dia de oficina expomos o Triângulo Aritmético e aplicamos uma atividade na qual eram trabalhadas as Consequências de número 1 a 5, que apresentavam resultados das operações entre as células. Percebemos que nesta segunda atividade houve muitas dúvidas, sobretudo na quinta consequência, pois eles não lembravam o que seriam células recíprocas, fizemos uma explanação mostrando o passo-a-passo e eles conseguiram compreender. Com relação às outras dificuldades e questionamentos, nos empenhamos para auxiliá-los igualmente indo em cada dupla.

A primeira questão traz a Primeira Consequência, observamos que os alunos não sentiram dificuldades, pois anteriormente já tinham preenchido o Triângulo com o gerador de número 1 e outro número no qual eles escolheram aleatoriamente. No item (a) que perguntava se esta consequência se aplica para qualquer gerador diferente de 1, todos os alunos das duas turmas (1 e 2) responderam que sim e para complementar preencheram o triângulo com um gerador diferente de 1.

O item (b) pedia para que os alunos com suas palavras explicassem porque todas as células da primeira linha e da primeira coluna são sempre iguais, mesmo quando se modifica o gerador. Os alunos do das duas turmas apresentaram respostas semelhantes. Vejamos na Figura 2, a resposta de um dos grupos.

O grupo quis dizer que pela lei de formação para acharmos o valor de determinada célula devemos somar o valor da célula que está acima desta célula com o valor da célula anterior a ela e como na primeira fileira paralela não tem célula acima e na primeira fileira perpendicular não há célula a se somar o valor será sempre igual ao gerador. Este mesmo raciocínio foi utilizado pelos alunos da Turma 1.

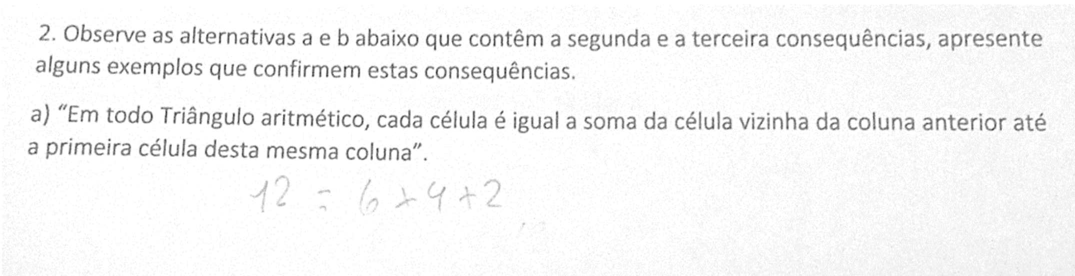
Figura 2: Primeira consequência – resposta de um grupo da Turma 2


Somando o decimo como o anterior, Porque a célula que esta acima não tem

Fonte: Arquivo do Projeto

Na segunda questão que constam a Segunda e a Terceira Consequências, encontramos dois itens, no primeiro pede que o aluno dê exemplos que confirmem a validade da Segunda Consequência. No segundo item pede também exemplos que confirmem a validade desta vez da terceira consequência. Os alunos das duas turmas (1 e 2) não conseguiram compreender a questão apenas com a leitura, então foram dados exemplos e eles concluíram a atividade com exemplos diferentes sem ter grandes dificuldades. Vejamos nas Figuras 3 e 4 como a Turma 2 respondeu.

Figura 3: Segunda consequência – resposta de um grupo da Turma 2 item (a)

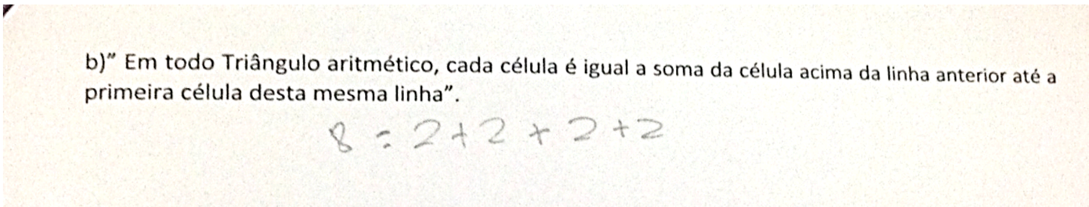

2. Observe as alternativas a e b abaixo que contêm a segunda e a terceira consequências, apresente alguns exemplos que confirmem estas consequências.

a) "Em todo Triângulo aritmético, cada célula é igual a soma da célula vizinha da coluna anterior até a primeira célula desta mesma coluna".

12 = 6 + 4 + 2

Fonte: Arquivo do Projeto

Figura 4: Segunda consequência – resposta de um grupo da Turma 2 item (b)


b)" Em todo Triângulo aritmético, cada célula é igual a soma da célula acima da linha anterior até a primeira célula desta mesma linha".

8 = 2 + 2 + 2 + 2

Fonte: Arquivo do Projeto

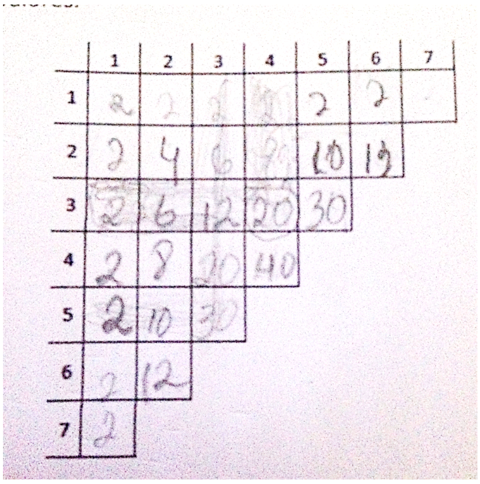
ISSN 2178-034X

Os alunos escolheram, no item (a), a célula de número 12 que está na terceira linha paralela e terceira coluna perpendicular e colocou após a igualdade as células 6,4 e 2 que estão na coluna anterior.

No item (b) a célula escolhida é de número 8 que está localizado na segunda linha paralela e quarta coluna perpendicular e após a igualdade colocou também os valores das células, mas desta vez as células 2,2,2 e 2 que estão na fileira paralela acima.

A terceira questão aborda a Quarta Consequência de Pascal, a questão foi feita de forma dinâmica, pedimos para que os alunos escolhessem uma célula qualquer em seguida, que pintassem toda sua fileira paralela e perpendicular. No item (a) perguntamos aos alunos quanto valia a soma das células que estavam entre as células que eles pintaram e se havia alguma relação entre o valor que encontraram e o valor da célula que eles escolheram. Vamos observar a Figura 5 que se refere ao procedimento feito por um dos grupos da turma 2.

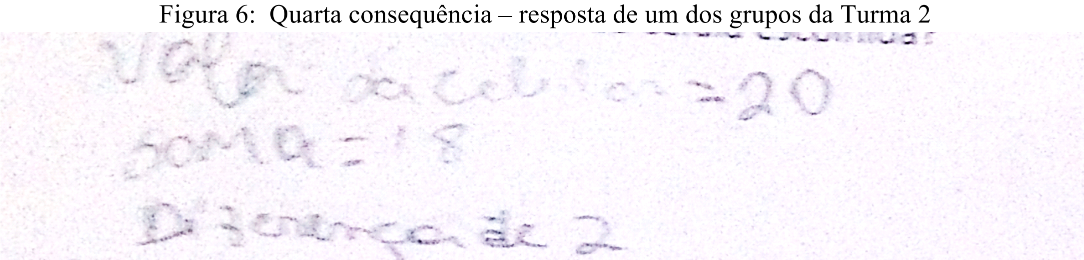
Figura 5: Quarta consequência – resposta de um dos grupos da Turma 2



Fonte: Arquivo do Projeto

A Figura 5 mostra como o aluno encontrou a resposta do item (a) da quarta questão da atividade. O grupo explica de forma detalhada seu raciocínio, na Figura 6.

Figura 6: Quarta consequência – resposta de um dos grupos da Turma 2

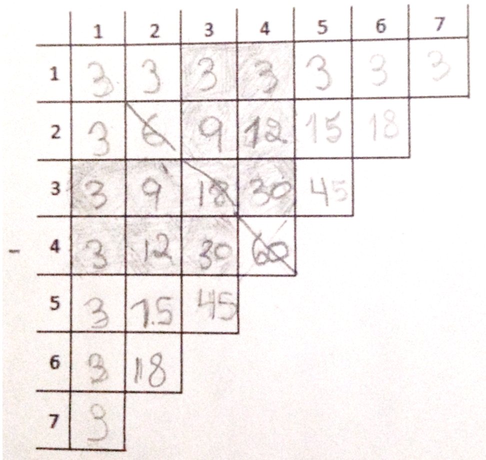


Fonte: Arquivo do Projeto

O grupo diz o valor da célula que escolheu neste caso a célula de número 20 a soma entre as células resultou no número 18 e ele disse que a diferença entre a célula escolhida e a soma das células foi de 2 (Figura 6).

Alguns alunos da Turma 2 não conseguiram explicar o que queriam dizer na questão, mas foi perguntado a eles o que fizeram e verbalmente conseguiram explicar, mostrando que compreenderam o que a consequência diz. A Turma 1 também teve algumas dificuldades em perceber a relação entre o valor da célula que escolheram e o valor da soma encontrado, no entanto, chamou atenção a resposta de um dos grupos. Vejamos na Figura 7.

Figura 7: Quarta consequência – resposta de um dos grupos da Turma 1



Fonte: Arquivo do Projeto

O grupo escolheu a célula de número 30 pintou a fileira paralela e perpendicular e desenvolveu o processo e teve a seguinte conclusão: “O valor entre as partes pintadas é 27. A relação entre esse valor da célula escolhida é o gerador 3, 27 + 3 = 30”.

O interessante na resposta do grupo é que eles conseguiram concluir que a diferença entre a soma encontrada e a célula que eles escolheram está relacionada ao valor do gerador, então o grupo percebeu que a diferença entre eles sempre dependerá do número do gerador seja ele 3 como eles colocaram ou qualquer outro valor.

O item (b) da questão número 3 expõe a Quarta Consequência e pergunta se os alunos conseguem observar alguma relação entre o que eles fizeram no item (a). Os alunos das duas turmas perceberam que fizeram no item (a) exatamente o que a Quarta consequência diz e como cada um colocou geradores diferentes todos conseguiram perceber que a diferença sempre dependerá do número do gerador.

No item (c) pede para os alunos repetirem o mesmo processo, mas, desta vez escolhendo uma célula diferente para observar se a Quarta consequência é realmente verdadeira. Os grupos das duas turmas não tiveram dificuldades nesta alternativa e concluíram que a Quarta consequência é verdadeira.

A Quarta questão fala sobre a Quinta consequência, que traz a ideia de que cada célula é igual a sua recíproca. A princípio os alunos não lembravam o que eram células reciprocas, que foi vista na lei de formação do Triângulo Aritmético, então, explicamos novamente o conceito de células recíprocas e eles foram conseguindo desenvolver a questão. No item (a) pede para que os alunos apresentem alguns pares de células recíprocas e lhes pergunta se possuem o mesmo valor as duas turmas não tiveram dificuldades em encontrar as células e todos responderam que todas as células recíprocas têm valores iguais.

No item (b) pergunta se todas as células do Triângulo Aritmético têm células recíprocas, e caso a resposta seja negativa, quais são essas células. Alguns alunos nas duas turmas tiveram dificuldades em enxergar as células que não eram recíprocas então pediram ajuda e pedimos para que lembrassem novamente o conceito de células recíprocas daí, então, todos conseguiram identificar que nem todas as células tem recíprocas e as identificaram como foi pedido.

5. Considerações Finais

Após observarmos resultados das atividades é notória a compreensão por parte dos alunos, apesar de não termos feito uma análise a partir de critérios. Desejávamos aqui fazer um relato das atividades trabalhadas nas oficinas.

Para alcançarmos nosso objetivo foi necessário o envolvimento de todos os alunos e isto foi alcançado. Os alunos se envolveram nas atividades sem mostrar nenhum tipo de rejeição, pelo contrário, se mostraram cada vez mais entusiasmados e surpresos a cada aplicação, expressando o quão era interessante estudar matemática com a História da Matemática.

Surgiram algumas dificuldades, mas, os educandos aprenderam um pouco sobre a História da Matemática o que, até aquele momento era desconhecido para eles. A História da Matemática raramente aparece nos livros didáticos dos alunos e quando é citada são textos e informações que os alunos não conseguem ligar ao conteúdo e com isso não faz grande acréscimo na aprendizagem dos alunos.

A História da Matemática consegue motivar o aluno por conseguir explicar os porquês matemáticos que surgem em suas aulas de matemática e assim ver sentido nas fórmulas e teorias vistas em sala de aula. Diante disto, vale ressaltar o quão importante é fazer o aluno relacionar a partir do conhecimento histórico a matemática na qual antes ele via sem sentido e sem explicação.

6. Referências

DIAS, Graciana Ferreira. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético**. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RN, 2014.

MENDES, ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática, 2001. p. 55 – 85.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PASCAL, Blaise. **Tratado sobre o triângulo aritmético**. Tradução de John A. Fossa e Fabrício Possebon. Natal: EDUFRN, 2013.

ISSN 2178-034X