

INVESTIGANDO PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS COM O GEOGEBRA NUM PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA COM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Hiago Portella de Portella
Centro Universitário Franciscano
hiagoporterlla@yahoo.com.br

José Carlos Pinto Leivas
Centro Universitário Franciscano
leivasjc@yahoo.com.br

Resumo:

A inserção do uso de tecnologias, no cenário educacional, como instrumento de aprendizagem, começa a transformar o funcionamento da educação na era tecnológica. Assim, buscou-se usufruir dos avanços tecnológicos disponíveis para o ensino de Geometria. A comunicação científica apresentada consta do recorte da dissertação do primeiro autor e teve por objetivo, analisar como alunos utilizam tecnologias computacionais para estudar Geometria no Ensino Fundamental. Foi utilizado o software de Geometria GeoGebra, apoiado por equipamentos computacionais, como *tablets* e computadores da escola, conectados à internet, instigando o aluno a compreender conceitos matemáticos, elaborando estratégias para investigar e solucionar os desafios apresentados ao longo da investigação. Como culminância, concluiu-se que os estudantes deste nível de escolaridade compreenderam, utilizando aspectos intuitivos associados às tecnologias, conceitos de Geometria no Ensino Fundamental, os quais foram fundamentais para a sequência da pesquisa que investigou sobre Geometria Hiperbólica, inclusive com a construção do modelo de Poincaré.

Palavras Chaves: Geometria; GeoGebra; Ensino Fundamental; Aprendizagem; Ensino.

1. Introdução

Na sociedade atual ocorrem mudanças constantes da mais variadas áreas do pensamento, aonde surgem novas formas de apropriação do conhecimento, sendo a escola o local onde os educando são preparados para a vida em sociedade, não só adquirindo conhecimento e desenvolvendo uma atitude crítica, como se formando cidadão. Nesse sentido, é preciso analisar e pensar o ensino, pois os avanços tecnológicos e as constantes mudanças comportamentais e culturais imprimem a necessidade de se adequar as práticas pedagógicas com a realidade do mundo atual, onde as pessoas precisam estar preparadas, sendo capazes de desenvolver cálculos, treinar a memória, utilizar diferentes tecnologias e linguagens, pois a assimilação das informações deve ser rápida, já que problemas precisam ser propostos e solucionados rapidamente (BRASIL, 1997; KENSKI, 2007).

A partir dessa perspectiva é necessário repensar a prática pedagógica para criar situações diferenciadas em sala de aula, para proporcionar diferentes situações de aprendizagem ao educando. No ensino de Matemática, pode-se apresentar uma nova dinâmica em sala de aula, para que os alunos aprendam, fiquem motivados e consigam apropriar-se do saber por meio do ambiente dinâmico e interativo das tecnologias computacionais e dos softwares de Geometria Dinâmica, especificamente. (KENSKI, 2007; BRANDÃO, 2008).

O uso de tecnologias computacionais, tais como softwares de Geometria Dinâmica, apresenta-se como uma ferramenta para investigar construções geométricas que integram a visualização e a verificação de resultados, contribuindo para a aquisição do pensamento geométrico avançado, favorecendo o processo de construir estruturas geométricas mentais a partir da imaginação, da intuição e da visualização para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. (DOMINGOS, 2012; LEIVAS, 2009; ALMEIDA; ALMEIDA, 2014).

Sendo assim, a Geometria representa uma importante área do saber matemático por disponibilizar uma riqueza de possibilidades para favorecer o processo do desenvolvimento do pensamento humano, por meio da percepção de relações conceituais, as quais possibilitam a representação simbólica de entes geométricos. Isso contribui para a produção de conhecimento e estabelece uma forma específica de conceber o raciocínio lógico matemático. (VENTURA, 2013; PAVIANI, 2014; GIMENES, 2015).

Dessa forma, apresenta-se um recorte do trabalho de dissertação do primeiro autor, em que se disponibiliza duas atividades relacionadas ao uso de tecnologias computacionais, a saber, o computador, o tablet e o software de Geometria Dinâmica GeoGebra com o objetivo de verificar a influência de tais tecnologias para aquisição de conhecimentos geométricos.

2. Procedimentos metodológicos

As atividades foram propostas a alunos do sétimo e do nono ano, identificados como Aluno A, Aluno B e Aluno C, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Élio Salles, em Júlio de Castilhos, no Rio Grande do Sul, desenvolvidas de forma presencial, com atividades no laboratório de informática, onde foram realizadas atividades relacionadas à Geometria

Euclidiana e a Não-Euclidiana com a utilização do software GeoGebra. Foi disponibilizado um *tablet* para cada aluno participante e um notebook para o professor pesquisador, para serem utilizados durante o período de pesquisa em registros e manuseio do software.

Dessa maneira, a pesquisa tomou a forma de um estudo de caso, sendo específica, bem definida, delimitada e com interesse próprio no estudo de Geometria Euclidiana no Ensino Fundamental, com o uso de tecnologia. O caso, em Fiorentini e Lorenzato (2007, p.110) “pode ser qualquer ‘sistema delimitado’ que apresente algumas características singulares e que façam por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador”.

O raciocínio geométrico desencadeado no decorrer das atividades, foi analisado e interpretado a partir da perspectiva da visualização dos alunos frente à tecnologia, como recurso para compreender a formação de conceitos abstratos e a elaborar as resoluções para as atividades. Buscou-se perceber, nas situações propostas, a fundamentação axiomática e os teoremas envolvidos, aliados à dedução intuitiva na obtenção dos resultados de modo consistente (LEIVAS, 2009).

Inicialmente, entregava-se aos alunos uma folha contendo um texto com a atividade e fazia-se a leitura em grupo, esclarecendo-se as eventuais dúvidas. O texto incluía instruções claras sobre qual ferramenta deveria ser usada para determinada ação. No decorrer das atividades, procurou-se interferir o mínimo possível no processo investigativo, por meio dos procedimentos e dos instrumentos de coletas de dados, com intuito de esclarecer dúvidas e questionamentos dos participantes para que estes levantassem novas hipóteses e tentassem comprová-las ou rejeitá-las.

Faz-se necessário esclarecer que, no decorrer da análise e da discussão das atividades, as transcrições literais das escritas dos alunos serão feitas em *itálico* e que a ferramenta do software utilizada está assinalada entre aspas. Destaca-se ainda, que o software utiliza a ferramenta “círculo”, no entanto, constrói circunferência, que é o necessário para as atividades que envolvem o segundo conceito e não o primeiro.


3. Análise e discussão das atividades desenvolvidas

Apresentaram-se as orientações para a realização da primeira atividade em uma folha digitada, considerando-se os conhecimentos básicos e intuitivos de Geometria Euclidiana dos alunos. A seguir, segue-se a discussão e análise da atividade de acordo com a literatura escolhida. Em relação à utilização do software GeoGebra, estabelece-se como objetivos: apresentar aos participantes as suas principais funções, conhecer sua funcionalidade na janela de visualização e a apropriar-se dos primeiros comandos geométricos.

Os conceitos geométricos envolvidos no desenvolvimento da atividade foram o de circunferência, de raio de uma circunferência, de circunferências concêntricas e de corda de uma circunferência.

Dadas orientações, utilizar o software GeoGebra e pesquisar na web os conceitos geométricos envolvidos, caso não os conheça, para responder o que segue.

- a) Construir uma circunferência de centro P e raio r . Escrever com suas palavras o que compreende por circunferência.
- b) Construir uma figura com três circunferências de centro P . O que observa-se nas circunferências?
- c) Sabe-se que corda de uma circunferência é um segmento de reta cujas extremidades estão na circunferência. Representar na janela de visualização uma corda AB .

O Aluno A, inicialmente, construiu uma circunferência c , de centro P utilizando a ferramenta do software GeoGebra “círculo dados centro e um de seus pontos”  e expressou verbalmente que: *circunferência era uma figura em que todos os pontos estavam à mesma distância do ponto P* . No mesmo arquivo e com a mesma ferramenta e mesmo centro P , construiu outras duas circunferências, uma maior e outra menor que a circunferência c . A seguir, determinou os pontos A e B pertencentes à circunferência maior, e traçou a corda AB , utilizando a ferramenta “segmento”, conforme a figura 1.

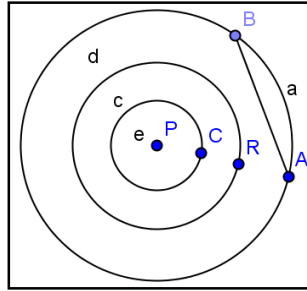




Figura 1- Circunferência e corda
Fonte: acervo da pesquisa.

O Aluno B resolveu cada item dessa atividade em arquivos separados. No primeiro, apresentou uma circunferência de centro A, de raio um, construída com a ferramenta “círculo

dados centro e raio” , e argumentou: *tudo que tem um ponto central e um raio é*

circunferência ao expressar seu entendimento do que seria circunferência, conforme parte esquerda da figura 2. Em um segundo arquivo, apresentou três circunferências concêntricas,

construídas com a ferramenta “Círculo dados centro e um de seus pontos” , tendo o ponto P como ponto central. A respeito de circunferências concêntricas, deduziu: *ficam uma maior que a outra, pelo mesmo centro*, sobre o que observara da construção, conforme parte direita da figura 2. No terceiro e último arquivo, o aluno construiu uma circunferência que continha uma corda CD, a partir do conceito de corda, dado na atividade, de acordo com a parte central da figura 2.

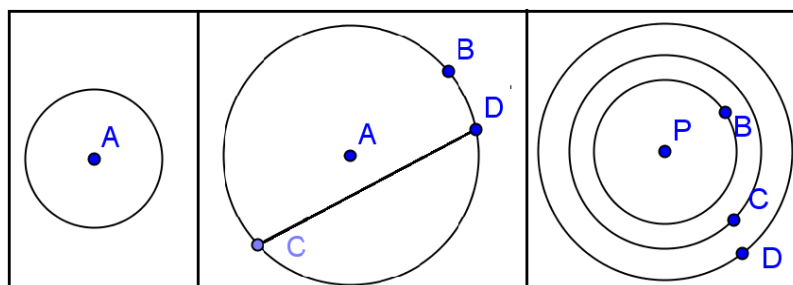


Figura 2- Circunferências construídas pelo aluno B
Fonte: acervo da pesquisa.

O Aluno C resolveu todos os itens da atividade em um único arquivo, representado pela figura 3. Inicialmente, construiu uma circunferência r de centro P , passando pelo ponto G , utilizando a ferramenta “círculo dados o centro e um de seus pontos”, e as circunferências c e d , de centro P . Prosseguindo, determinou uma circunferência de centro A passando pelo ponto B ; o ponto D , sobre a circunferência e a corda BD , conforme a definição dada na atividade. Assim como o Aluno A, ele concluiu: *circunferência é uma figura que todos os pontos têm a mesma distância do centro*.

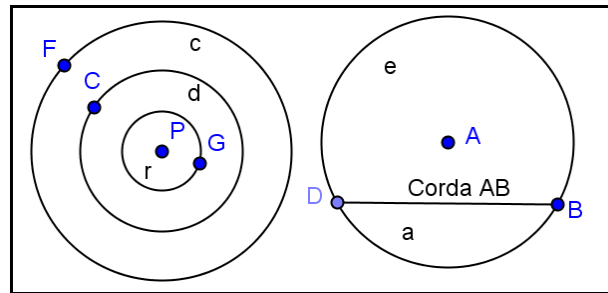


Figura 3- Circunferências construídas pelo aluno C
Fonte: acervo da pesquisa.

Observa-se que os alunos construíram as circunferências utilizando a ferramenta adequada, dentre todas as oferecidas pelo software. Com relação à compreensão do que é circunferência e de como a descreveriam, percebeu-se que os Alunos A e C apresentam uma ideia intuitiva correta, no sentido apontado por Fischbein (1987, p. 21): “Uma intuição é, então, uma ideia que possui as duas propriedades fundamentais de uma realidade concreta, dada objetivamente; imediatez, isto é, evidência intrínseca e certeza (não certeza formal convencional, mas praticamente significativa, certeza imanente”.

Eles compreenderam o que é centro de uma circunferência e que todos os pontos da circunferência estão à mesma distância desse centro. De acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 143), “circunferência é o conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência”. Em relação ao Aluno B, infere-se que ele não possui um conceito claro sobre o que é uma circunferência, pois ao responder que tudo que tem um ponto central e um raio é uma circunferência não deixa claro seu entendimento.

Quanto às circunferências concêntricas, os alunos demonstraram assimilar a ideia, pois ao resolverem a atividade com as ferramentas disponíveis no software, puderam visualizá-las e expressar como as entenderam. Sobre a corda de uma circunferência, percebeu-se que os alunos compreenderam a definição dada no texto da atividade, a partir da construção realizada.



Dessa forma, conclui-se, nesse primeiro contato com o software, que a visualização da construção, na tela do computador, auxiliou na compreensão dos conceitos matemáticos, pelo uso de recursos tecnológicos, ao fornecer subsídios para o professor, na tarefa de orientar a atividade e, para os alunos, ao oferecer o suporte necessário para a construção do saber, estimulando os conhecimentos prévios e integrando os novos. (COSTA; CARVALHO, 2014; LEIVAS, 2009).


Na sequência, apresenta-se a segunda atividade realizada pelos alunos no laboratório de informática com o uso do tablet e do computador, desenvolvida no GeoGebra. Tem-se como objetivos dessa atividade aprofundar o conhecimento de novas ferramentas do software, e investigar propriedades geométricas da circunferência no plano. A partir desses objetivos a serem alcançados, foram fornecidos comandos para a realização da atividade e, a seguir, apresenta-se a discussão e análise dos resultados desenvolvidos.

Utilizar o GeoGebra para provar o seguinte resultado: “toda tangente a uma circunferência é uma reta perpendicular ao raio que contém o ponto de tangência”.

Para essa resolução foi proposta a sequência a seguir.

a) Criar um arquivo novo. Utilizar a ferramenta, “círculo dados Centro e um de seus pontos” para desenhar uma circunferência de centro P, passando por um ponto Q.

b) Construir o segmento PQ utilizando a ferramenta “segmento” . Com a ferramenta “reta tangente” , determinar uma reta r tangente à circunferência construída, passando por Q.

c) Usar a ferramenta “ponto” , para marcar os pontos A e B pertencentes a reta r, distintos de Q. Dessa forma, construir os ângulos AQP e BQP.

d) Descobrir uma ferramenta do software para medir esses ângulos. Ela é suficiente para comprovar o resultado acima? Verificar as medidas.

e) Como se pode caracterizar retas perpendiculares?

Nessa atividade, procurou-se relacionar os conceitos de circunferência, de reta tangente e de reta perpendicular. Propunha-se que, o teorema “toda tangente a uma circunferência é uma reta perpendicular ao raio que contém o ponto de tangência”, visualmente, seria comprovado por meio do software. Entende-se a habilidade de visualização, a partir de Leivas (2009, p. 22), como: “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”.

Além disso, para Fischbein (1987, p. 104), representações visuais:

[...] não somente auxiliam na organização da informação em representações como constituem um importante fator de globalização. Por outro lado, a concretude de imagens visuais é um fator essencial para a criação de um sentimento de auto evidência e imediatez. Uma imagem visual não somente organiza os dados em estruturas significativas, mas é também um fator importante para orientar o desenvolvimento de uma solução analítica; representações visuais são essenciais dispositivos antecipatórios.

Para realizar a construção, o Aluno A determinou uma circunferência c de centro P , com o ponto Q pertencente a c e, a seguir, o segmento PQ (figura 4). Com a ferramenta “reta tangente” determinou a reta r , tangente a c , passando por Q . Com a ferramenta “ponto” determinou os pontos A e B pertencentes a r , sendo Q , entre A e B , construindo, assim, os ângulos AQP e BQP . Na sequência, com a ferramenta “ângulo”, mediu os ângulos construídos e comprovou que estes medem 90° , ou seja, são ângulos retos. Ao concluir a atividade, o aluno caracterizou reta perpendicular como: *retas que formam ângulos retos*.

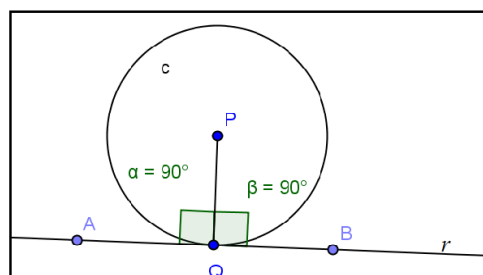


Figura 4- Reta tangente à circunferência

Fonte: acervo da pesquisa.

O Aluno B construiu uma circunferência de centro P passando pelo ponto Q , e o segmento PQ , raio da circunferência. Com a ferramenta “reta tangente” determinou a reta b , tangente pelo ponto Q . Marcou os pontos A e B , pertencentes a b , com Q entre A e B , e usou a ferramenta “ângulo” para construir os ângulos AQP e BQP , retos em Q (figura 5).

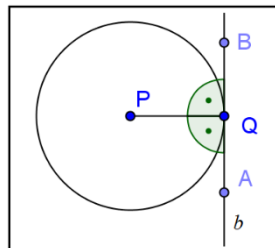


Figura 5- Reta tangente à circunferência feita pelo aluno B

Fonte: acervo da pesquisa.

O Aluno C construiu uma circunferência c de centro P , passando por Q , o segmento PQ , raio dessa circunferência, a reta b , tangente a c , pelo ponto Q (figura 6). Determinou os pontos A e B , sobre b , com Q entre A e B , e com a ferramenta “ângulo” construiu os ângulos AQP e BQP , retos em Q .

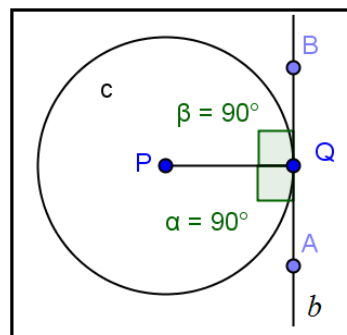



Figura 6- Construção feita pelo aluno C

Fonte: acervo da pesquisa.

Os alunos construíram corretamente a figura referente ao teorema dado, usando as ferramentas do software indicadas na atividade. Essa resolução indicou que o centro da circunferência é o ponto P, passando pelo ponto Q, porém o GeoGebra determinou centro A, passando por B, ou seja, os participantes renomearam os entes matemáticos envolvidos, conforme as figuras 4, 5 e 6, respectivamente. A exceção foi na reta r , que continuou b , na construção dos Alunos B e C, conforme as figuras 5 e 6.

Para medir os ângulos formados os alunos descobriram que deveriam usar a ferramenta “ângulo” , ao vasculhar a barra de ferramentas do software. Observaram que a ferramenta tem uma sequência correta para dar a medida do ângulo procurado. Essa sequência consiste no sentido de marcação do ângulo.

Ao resolver a atividade o Aluno C questionou o que seria uma reta perpendicular e como não recebeu uma resposta direta do pesquisador, resolveu procurar na web, onde obteve o referido conceito. Esse oferecia o conceito válido, segundo o professor investigador, assim, os alunos concluíram que retas perpendiculares são retas que formam ângulos retos.

Pela medição feita no software os alunos verificaram que o ângulo reto é o que mede noventa graus, conforme as figuras 4, 5 e 6. Ainda, a resolução do Aluno B, na figura 5, apresenta uma representação diferente da usada comumente. Deve-se salientar que esta foi construída no *tablet*.

Na realização da atividade observa-se a importância dos aspectos visuais obtidos a partir da ferramenta computacional, uma vez que a visualização é uma habilidade, um processo e um produto da criação e da interpretação sobre imagens na mente humana, no papel e também no ambiente computacional para comunicar informações a respeito de ideias desconhecidas pelo indivíduo ao progredir no processo de compreensão (ARCAVI, 1999).

4. Considerações finais

O desenvolvimento das atividades deu-se, primeiramente, pela exploração do software GeoGebra, afim de que os alunos adquirissem conhecimento de Geometria

Euclidiana, sendo desenvolvidas atividades investigativas. Os alunos aprenderam a utilizá-lo e, ao mesmo tempo, retomaram conteúdos de Geometria Euclidiana, para quase todos, novos conhecimentos. Verificou-se que o referido software influenciou diretamente na aquisição de conhecimento de Geometria, pois os alunos conseguiram resolver as atividades e as analisaram, passo a passo, quando necessário, por meio do protocolo de construção. Ainda, destaca-se a possibilidade de desfazer e refazer as resoluções, no software, para buscar erros ou compreender as etapas de modo prático a partir das interações apresentadas pelo GeoGebra, diferentemente do uso tradicional da régua e do compasso.

Portanto, a incorporação de tecnologias computacionais para estudar Geometria Euclidiana pode possibilitar o desenvolvimento de uma nova dimensão para o processo de ensino e aprendizagem, permitindo que o professor inove e avance no sentido da busca da qualidade educacional. Com relação ao uso do *tablet*, entende-se que as escolas deveriam investir nesse instrumento tecnológico, mas que este seja de qualidade, fácil de usar e que se disponha de tempo para a adaptação a essa tecnologia.

Referências

ALMEIDA, M. E. B.; ALMEIDA, N. M. P. A prática com o laptop na escola e a evolução no uso pedagógico das TDIC pelos professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, V. 16, n3, pp. 707-722, 2014. Especial ASI. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/21545/pdf>> . Acesso em: 10 de nov. de 2015.

ARCAVI, A.. The role of visual representation in the learning of mathematics. In: NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE PME, 1999. **Proceedings...** Acesso em: 30 set. 2008.

BRANDÃO, L.O. Programação geométrica: uso de Geometria dinâmica para programação. In: CARVALHO, L.M; CURY, H. N.; MOURA, C. A.; GIRALDO, V. (Org.). **História e tecnologia no ensino da Matemática**, v. 2. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

COSTA, N. M. L.; CARVALHO, M. C. P. Recursos tecnológicos em aulas de Matemática: o uso de calculadora nos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR. v. 3, n. 4, 2014

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana**. São Paulo, 2013.

DOMINGOS, A. O papel da tecnologia na aprendizagem da matemática. Um exemplo com recurso ao GeoGebra. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 120, p. 14-16, 2012.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2007.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics: an educational approach**. Dordrecht: Reidel, 1987.

GIMENES S. S. Desenvolvimento do raciocínio geométrico: uma experiência com o GeoGebra. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**. v. 05, n. 02, p. 49-66, Outubro, 2015

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2007.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009, 294 p.

PAVIANI, J. **Uma introdução à filosofia**. Caxias do Sul: Educs, 2014.

VENTURA, S. R. R. **O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro: um estudo no 2.º Ciclo do ensino básico**. 2013. Dissertação. (Mestrado em Educação, Área de especialização em Didática da Matemática). Universidade de Lisboa. Lisboa (2013). 164p.