

SUPERANDO AS DIFICULDADES COM A DIVISÃO ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE JOGOS

Janete Jacinta Carrer Soppelsa¹
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
jsopelsa@gmail.com

Arrigo Fontana²
Universidade Luterana do Brasil
arrigo.fontana@garibaldi.rs.gov.br

Resumo:

Este trabalho descreve a realização de uma atividade para auxiliar na compreensão do algoritmo da divisão por meio de um jogo de estratégia chamado NIM. O referencial teórico baseia-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. A teoria do Campo Conceitual mostra que os alunos constroem seu conhecimento à medida em que pensam sobre o assunto, vivenciam diferentes situações e quando são capazes de estabelecer relações com o conteúdo estudado. Com a realização da atividade, foi possível observar que os alunos não utilizaram apenas a operação de divisão, mas a soma, a subtração e a multiplicação para atingir os objetivos e resolver as atividades propostas.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Jogo do NIM; Divisão.

1. Introdução

Baseando-se em experiências e inquietações enquanto docente frente às dificuldades de aprendizagem dos alunos do sexto ano com operações de divisão de números naturais, de uma escola municipal, comenta-se uma sequência didática com o intuito de instigar a construção e/ou o aprimoramento desse conteúdo disciplinar.

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

² Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

Sabe-se que não existe apenas um caminho para ensinar ou aprender algum conceito matemático e que o professor, como investigador de sua turma, deve analisar uma grande variedade de situações que dizem respeito a um determinado conceito, a fim de oferecer diferentes possibilidades de aprendizagem a todos os alunos.

A base teórica desse trabalho apoia-se na Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, matemático e psicólogo francês, inspirada na teoria cognitivista de Piaget. Não é uma teoria exclusiva da matemática, mas sim, uma teoria que pode ser utilizada nas mais diversas áreas.

Em Matemática, os campos conceituais mais comuns são o aditivo e o multiplicativo, mas há também campos de outras estruturas, como a algébrica e a das relações número-espço entre outras.

A sequência didática que foi aplicada com a turma foi uma proposta que utilizou o jogo do NIM como estratégia de aprendizagem, de modo a instigar os alunos a desenvolver estratégias que permitissem ganhar o jogo utilizando o algoritmo da divisão.

2. Campos Conceituais de Gérard Vergnaud

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria de aprendizagem, na qual Vergnaud (1993) analisa o aprendizado de diferentes áreas em campos de conceitos. Como são as situações que dão sentido aos conceitos, pode-se definir campo conceitual como sendo um conjunto de situações cujo entendimento requer o domínio de vários conceitos.

Para Vergnaud (1994 apud MOREIRA, 2002, p. 16) campo conceitual é definido como “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e entrelaçados durante o processo de aquisição”.

Um conceito não está restrito à sua definição, pois na escola o interesse está centrado no ensino e aprendizagem. Um conceito pode adquirir sentido através das situações e dos problemas a serem resolvidos, de modo que os campos conceituais não são restritos ao conceito em estudo naquele momento, ao contrário, uns podem ser importantes para a compreensão de outros. Dessa forma em cada Campo Conceitual existe uma variedade de situações e os conhecimentos que os estudantes constroem vão sendo moldados pelas situações que eles,

gradativamente, dominam, no sentido que um conceito não se refere apenas a um tipo de situação e nem uma simples situação pode ser analisada levando-se em conta apenas um conceito.

Para Vergnaud, há duas classes de situações às quais se referem os esquemas:

- 1- Classes de situações para as quais o sujeito dispõe em seu repertório, num dado momento de seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento imediato da situação;
- 2- Classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que leva a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso. (MOREIRA, 2002, p. 13)

Há ainda as invariantes operatórias também conhecidas como teorema-em-ação e conceito-em-ação que designam os conhecimentos contidos nos esquemas. Dessa forma, conforme Moreira (2002, p. 8) “teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real”, ou seja, são teoremas utilizados na resolução e que não são enunciados ou provados matematicamente e ainda com Moreira (2002, p. 8) “conceito-em-ação é um objeto ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante”, isto é, são os conceitos que usamos em alguma situação.

Quando os alunos abordam uma determinada situação, os dados a serem trabalhados no problema e a sequência de cálculos a serem feitos dependem de teoremas-em-ação.

A grande maioria desses conceitos e teoremas-em-ação permanecem totalmente implícitos, mas eles podem também ser explícitos ou tornarem-se explícitos e aí o professor tem um papel fundamental de mediador: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito. É nesse sentido que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, mas isso pode levar muito tempo. (MOREIRA, 2002, p. 16)

Resumindo, o conhecimento explícito é a utilização da linguagem natural e o conhecimento implícito é quando o aluno a utiliza em sua ação, escolhendo operações adequadas sem explicar as razões essas escolhas.

Vergnaud, define o conceito como S. I. L. onde:
S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
I é o conjunto de invariantes operatórias que estruturam as formas de organização da atividade;
L é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas que permitem representar os conceitos e suas relações. (MOREIRA, 2002, p. 10)

Os alunos geralmente têm dificuldade de expressar em forma de linguagem os teoremas-em-ação que utiliza, mesmo que sejam capazes de desenvolver certas atividades, o que mostra que há uma lacuna entre a ação e a formalização da ação. Conforme Moreira (2002, p. 16), “a análise cognitiva dessas ações muitas vezes revela a existência de potentes teoremas e conceitos-em-ação implícitos. Portanto, palavras e outras expressões simbólicas, são instrumentos cognitivos indispensáveis para a transformação de invariantes operatórios, implícitos, em conceitos e teoremas científicos, explícitos”. A formalização é necessária, porém é preciso levar em conta que as ideias científicas evoluem no aluno, durante um longo período de desenvolvimento cognitivo, através de uma variedade de situações e atividades.

Na teoria dos Campos Conceituais nos deteremos no campo conceitual das estruturas multiplicativas, ou campo conceitual multiplicativo, embora essas estruturas necessitem muito e se apoiem nas estruturas aditivas.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é denominado por um conjunto de situações ou tarefas, cujo tratamento exige uma multiplicação, ou uma divisão, ou uma combinação das duas.

Vergnaud (1993) ressalta que as estruturas multiplicativas são um conjunto de problemas que envolvem: a) isomorfismo de medidas, como uma estrutura que consiste numa proporção entre duas grandezas, por exemplo, problemas de divisão e multiplicação; b) produto de medidas, que é uma situação que tem uma relação entre três quantidades, onde uma delas é formada pelo produto das outras, ou seja, a esta estrutura pertencem conceitos relativos a área, volume, superfície, produto cartesiano e outros; c) proporção múltipla, que é bem semelhante ao produto de medidas.

A divisão envolve várias regras operatórias, como divisões sucessivas, multiplicação e subtração e alguns alunos encontram muita dificuldade no domínio do algoritmo da divisão, seja na estrutura do algoritmo, na multiplicação, na subtração ou até no uso mecânico do algoritmo.

A estrutura multiplicativa nos sugere inserir o aluno em situações que envolvam variadas multiplicações e divisões e envolve um conjunto variado de conceitos que estão relacionados entre si, como, múltiplos, divisores, fator, divisível por algoritmo da divisão, divisão exata, restos de uma divisão, subtração, estimativa, razão, fração e muito mais.

3. O Jogo do NIM

A utilização de jogos em sala de aula deve estar atrelada ao objetivo do professor, e deve ser aplicado mediante a um estudo aprofundado do mesmo. A ideia é que o jogo seja um facilitador para introduzir ou amadurecer conceitos e não um passatempo para as aulas. O jogo deve despertar o interesse do aluno no sentido de que, ao errar a jogada ele busque entender o erro cometido, a fim de jogar novamente e superar o adversário. Nesse caso o erro não tem um efeito negativo para o aluno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Matemática enfatizam que a utilização de jogos, em sala de aula, permite ao professor avaliar alguns aspectos importantes nos estudantes, tais como: a compreensão que ele faz do jogo, a facilidade para encontrar estratégias para vencer, a descrição do processo que o leva a determinada estratégia e, também, a capacidade de levantar hipóteses e fazer previsões de suas jogadas.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

O jogo do NIM é um dos jogos mais antigos que se tem conhecimento, embora sua origem seja desconhecida, acredita-se que tenha surgido na China. Uma análise completa desse jogo foi publicada pela primeira vez, em 1901, por Charles Leonard Bouton. O NIM foi o primeiro jogo de que se tem relatos a ser estudado matematicamente.

Existem muitas variações do jogo do NIM, mas nessa sequência didática exploramos apenas a variação que usa a divisão Euclidiana³ como estratégia máxima para vencer o jogo, no sentido de que o aluno deve buscar uma estratégia que garanta que ele vai vencer sempre. Nessa perspectiva, quem inicia o jogo e sabe a estratégia, sempre vence.

O material utilizado para o jogo do NIM são palitos de fósforo de devem ser dispostos em cima da mesa, um ao lado do outro. Os jogadores jogam alternadamente. Cada jogador, na sua vez, retira uma determinada quantidade de palitos, sendo que deve retirar no mínimo um

³A divisão Euclidiana, ou divisão com resto, é uma das quatro operações trabalhadas no ensino fundamental.

palito e no máximo a quantidade indicada na atividade. Perde o jogo quem retirar o último palito.

Exemplificando tomemos uma quantidade x de palitos onde os jogadores podem retirar $1, 2, \dots$ ou n palitos, que são previamente estipulados. Para adotar a estratégia máxima o jogador que começar o jogo deve dividir x por $(n+1)$, que é a quantidade que ele sempre poderá agrupar juntando a retirada do adversário e a sua. O resto dessa divisão é que indica quantos palitos o jogador deve retirar no início para vencer o jogo. Ele deve considerar o resto r e retirar $(r-1)$ palitos na primeira jogada, deixando o palito restante para o final e que será retirado pelo adversário, ganhando assim o jogo. Nas jogadas intermediárias o jogador deve observar a quantidade de palitos retirada por seu adversário e completar sempre o número de $(n+1)$ palitos. Isso garante que, quem inicia o jogo vence, desde que o resto da divisão seja zero ou maior que um. No caso de ser resto igual a um, não podemos garantir a estratégia máxima e tudo dependerá da astúcia e observação dos jogadores.

Os principais conceitos matemáticos envolvidos no jogo do NIM se referem a conceitos de divisão com resto, divisão exata, divisibilidade, múltiplos, cálculo mental e outros.

4. Dificuldades Observadas

A atividade foi desenvolvida com 18 alunos do 6º ano de uma escola municipal, situada na cidade de Garibaldi, localizada na região nordeste do Rio Grande do Sul, onde a autora era a professora titular da turma. A motivação para essa atividade foi a dificuldade apresentada por alguns alunos em desenvolver o algoritmo da divisão de forma correta.

Foram duas as maiores dificuldades encontradas e que se relacionavam com o domínio e o desenvolvimento do algoritmo da divisão. Na primeira ocorria erro no procedimento de cálculo devido a não compreensão do algoritmo. Vejamos um exemplo: vamos supor a operação $639 \div 4$, o aluno conhecendo o dividendo e divisor começava a divisão tentando dividir 63 por 4 e não 6 por 4 ocasionando dificuldades em prosseguir com o cálculo. A segunda dificuldade constatada relacionava-se ao uso do zero no quociente. Um erro bastante comum que se verificou foi que após “baixar” um número e diante do fato de o valor a ser dividido ser menor que o divisor, o aluno “baixava” outro número sem colocar o zero no quociente.

Esses alunos consideram a operação de divisão muito difícil ao perceberem que não conseguem “acertar a conta” e acabam achando que não são capazes de resolver problemas matemáticos.

Se considerarmos os tipos de erros no uso do algoritmo da divisão perceberemos que a turma tem características singulares onde alguns alunos encontram-se em um estágio cognitivo que pode comprometer a compreensão e o desenvolvimento dos conteúdos apontados no currículo para o 6º ano, além da motivação desses alunos em relação à matemática. Essas diferenças individuais devem ser consideradas e trabalhadas fazendo-se necessário levar em consideração os esquemas disponíveis, assim como o ritmo de aprendizagem de cada um.

5. A Atividade

Para essa atividade os alunos foram divididos em grupos e todos receberam as instruções do jogo e o material necessário para desenvolver a atividade, bem como folhas para registro.

Inicialmente os alunos estudaram as regras do jogo, exploraram o material e jogaram de forma aleatória, realizando registro do que iam fazendo, isso permitiu a compreensão das regras. Foram questionados se achavam que a vitória dependia apenas de sorte ou se poderia haver uma estratégia para ganhar o jogo e as respostas foram muito variadas. Uns acharam que apenas deviam observar as últimas jogadas, outros acharam que deviam observar a paridade dos números, e outros disseram que poderia existir uma estratégia, mas não faziam ideia de como ela seria.

No momento seguinte a professora realizou verbalmente algumas intervenções durante alguns momentos do jogo. Foram questionamentos e observações a fim de provocar os alunos para que analisassem suas jogadas e formassem as jogadas seguintes, bem como a constatação das jogadas certas e como essas jogadas poderiam ser generalizadas para obter a estratégia máxima e ganhar o jogo.

Na primeira atividade os alunos deveriam dispor 14 palitos sobre a mesa e poderiam retirar 1 ou 2 palitos em cada jogada. Na segunda atividade aumentou-se o número de palitos que eles deveriam dispor sobre a mesa para 20 e ainda poderiam retirar 1 ou 2 palitos em cada jogada.

Inicialmente os alunos não avançavam muito e continuavam jogando sem estratégia nenhuma, apenas aguardando as últimas jogadas que seriam pensadas de modo a conseguir vencer o jogo até que um grupo vibrou quando descobriu que não poderia deixar dois ou três palitos para o final na primeira e na segunda atividade, pois o grupo adversário jogaria deixando um palito e ganharia a partida. O levantamento dessa hipótese fez com que todos na sala começassem a observar esse detalhe.

A partir daí, direcionados com algumas intervenções, alguns alunos começaram a perceber que havia uma certa regularidade e que poderiam desenvolver uma estratégia, porém ainda não compreendiam claramente como isso seria possível.

Na terceira atividade eles não conseguiram confirmar a conjectura feita na jogada anterior, pois a atividade sugeria que eles dispusessem 14 palitos sobre a mesa e que cada jogador, em sua vez, poderia retirar 1, 2 ou 3 palitos em cada jogada. Porém, eles perceberam que não poderiam deixar quatro palitos para o final e isso começava a fazer sentido, pois perceberam que quatro palitos era um a mais do máximo que eles poderiam retirar em cada jogada, ou seja $(n+1)$ palitos.

A partir desse momento os alunos foram estimulados a buscar uma estratégia que permitisse a vitória desde o início do jogo. A professora os desafiou e jogou com a turma a quarta atividade que pedia para utilizar 35 palitos podendo retirar 1, 2, 3 ou 4 palitos em cada jogada. Cada grupo fazia uma retirada e os palitos e as retiradas foram desenhados no quadro e tudo começou a ficar mais claro para os alunos.

Eles realizaram mais uma atividade e a professora sugeriu que eles anotassem a quantidade de palitos restantes após cada jogada para incentivá-los a montar uma estratégia de jogo. A professora interferiu novamente, forçando um raciocínio que os levasse para a divisão e um menino começou a fazer observações que foram direcionadas e ele entendeu parte da lógica do jogo. O processo de intervenção da professora foi fundamental para o desenvolvimento da atividade no sentido de interferir na organização e nas estratégias dos grupos, direcionando para o objeto de estudo.

Um grupo decidiu se unir e, após cada jogada, diziam em voz alta a quantidade de palitos retirada e a quantidade restante na mesa. Eles combinaram de retirar, alternadamente, o máximo e o mínimo de palitos possível. Conforme percebemos na Figura 1, os alunos observaram, que

se fizessem isso, a disputa ficaria para o final. A professora sugeriu que eles analisassem as jogadas dos dois grupos e observassem como se comportavam as retiradas em cada jogada para tentar elaborar uma estratégia para vencer o jogo já no início. Esses resultados foram socializados com todos os grupos e todos tentaram seguir esse exemplo.

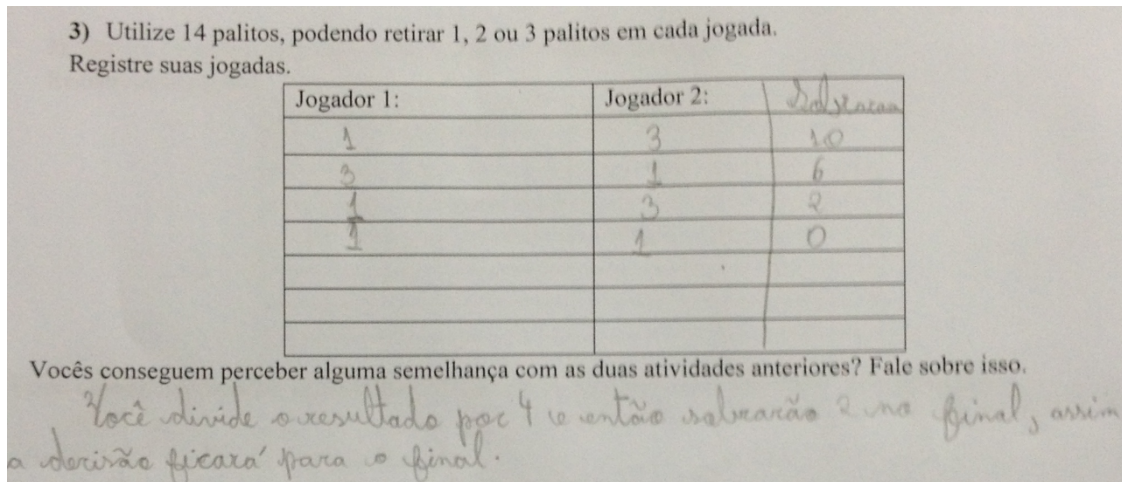


Figura 1: Resolução do grupo B

Um grupo realizou a próxima atividade usando a sugestão da professora e descobriu que, se em cada jogada, a soma das retiradas dos dois grupos sempre desse como resultado um palito a mais do que o total sugerido pela atividade, então eles poderiam usar uma estratégia apenas na última rodada. A professora interveio e perguntou: “Por que tem que ser na última rodada?” Os alunos ficaram pensativos e discutiam em seus grupos. Foi então que um grupo pediu para jogar novamente, ganhando o jogo. O grupo estava eufórico com a descoberta. Vejamos a fala do aluno A em sua explicação para o grupo: “Olha só, não precisa esperar até o final para ver quem vai ganhar. Se eu cuidar o que vou tirar no início, em seguida é só cuidar para sempre fechar 4. Daí eu ganho”. A professora perguntou: “Mas por quê fechar 4?” e o aluno A respondeu: “Olha só, se eu tirar 1 palito no início e sempre cuidar para fechar 4 com meu colega, no final é a vez dele jogar e daí sobra 1 pra ele tirar e eu ganho”. Eles explicaram para os colegas como descobriram a estratégia e alguns grupos quiseram realizar novamente as atividades anteriores para comprovar os resultados. Podemos perceber que, intuitivamente, o aluno A está usando o resto da divisão por 4 para elaborar a uma estratégia utilizando subtrações sucessivas de 4 elementos.

Na sequência, houve um momento de dúvida que foi quando o resto da divisão foi igual a 1, pois eles perceberam que não era possível dividir esse resto em duas etapas como vinham fazendo, concluindo que não seria possível garantir a vitória para quem iniciasse o jogo. Essa

conclusão foi muito importante, pois eles entenderam que, além da divisão, deveriam observar o resto para garantir a estratégia máxima e vencer o jogo. Vejamos a fala do aluno F com seu grupo: - “Acho que não dá para ganhar essa se os dois jogadores souberem do segredo. Só se o segundo jogador se atrapalha, senão quem joga por primeiro nunca vai ganhar”. Percebemos que, mesmo sem utilizar esses termos, o aluno tem noção de que, se o resto da divisão for igual a 1, não tem como “repartir” esse resto em duas partes e garantir uma estratégia vencedora.

O interesse matemático por esse jogo se relaciona ao fato de que o jogo do Nim seja caracterizado como de estratégia e lógica, que possibilita aos alunos construírem um método para vencer. Para desenvolverem tal artifício, eles necessitam observar regularidades e descrever os resultados através de um modelo matemático. Os conceitos e/ou noções envolvidos na estrutura do jogo dizem respeito ao conceito de divisão Euclidiana, com valorização do resto, além do uso do cálculo mental. Para ter a certeza de vencer é necessário a construção de uma estratégia onde são trabalhados vários conceitos matemáticos pelos alunos.

A escolha da atividade do jogo do NIM mostrou-se desafiante no sentido de provocar os alunos para que mobilizassem seus conhecimentos prévios, identificar e superar o que ainda não sabiam, além de possibilitar uma atitude positiva em relação à matemática.

Na Figura 2 seguem algumas considerações de um grupo em relação à atividade desenvolvida. Podemos perceber que eles entenderam que deveriam usar as operações básicas para garantir o resultado.

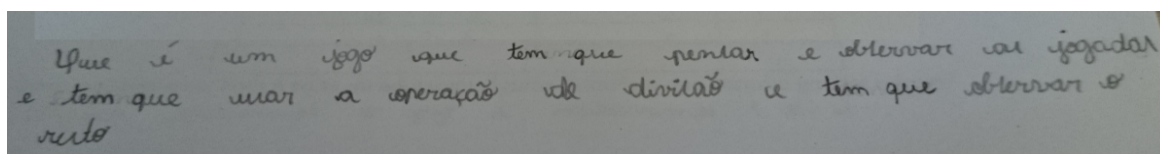


Figura 2: Considerações do grupo D

6. Considerações Finais

A teoria dos Campos Conceituais parte do princípio de que os alunos constroem conhecimento à medida que pensam sobre o assunto, vivenciam diferentes situações reais e, principalmente, quando estabelecem relações com o conteúdo estudado.

A intenção da Teoria dos Campos Conceituais é de mostrar caminhos que permitam a construção de conceitos a partir de estratégias de ensino que levem em conta a teoria e a prática, bem como o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos. Isso tudo deve ser mediado pelo professor que deve ser um investigador de seus alunos.

Vergnaud (1993) preocupou-se com uma teoria que considera que o erro é um meio para compreender a construção dos conceitos matemáticos dos alunos. Para isso o professor deve ter um olhar de pesquisador para compreender ou intervir no processo de aprendizagem, planejando atividades de qualidade a favor da aprendizagem dos alunos. Essa teoria propõe a realização de diferentes situações durante o desenvolvimento dos conteúdos, no sentido de propor desafios às crianças, ampliando as dificuldades para que elas evoluam no entendimento dos conceitos matemáticos.

Independentemente do tipo de jogo escolhido, sua abordagem deve estar centrada nas reflexões do professor e pode ser considerado como uma etapa do processo de intervenção pedagógica dentro da sala de aula.

Entre os integrantes dos grupos houve a troca de conhecimentos e estratégias de pensamento pois todos do grupo queriam entender a “lógica” do jogo.

Quando observamos o aprendizado e o desempenho dos alunos em alguma atividade, devemos observar cada parte da tarefa oferecida e não apenas o desempenho global valorizando as situações de erro como um meio para compreender a construção dos conceitos matemáticos envolvidos e para desenvolver novas atividades que permitam ao aluno superar suas dificuldades.

Podemos concluir que os alunos não utilizaram apenas a operação de divisão, mas a soma, a subtração e a multiplicação para atingir resolver as atividades propostas.

Destacamos a motivação e o envolvimento da turma, pois sua participação ativa provocou a desconforto da postura tradicionalmente apresentada por eles, uma vez que estavam acostumados a ser receptores de conteúdos e atividades e, durante a aplicação da sequência didática, passaram a assumir a responsabilidade de construtores do próprio conhecimento.

Conduzimos toda a sequência didática de modo que os alunos tivessem a oportunidade de obter resultados a partir das atividades realizadas. Procuramos não impor conceitos, mas trabalhamos de modo que os alunos ficassem convencidos dos fatos para avançar nas suas conclusões, sempre procurando desenvolver um cenário para investigação.

Para o aluno a construção do conhecimento não é um processo linear, ao contrário, pode ser demorado, complexo, com avanços e retrocessos. Ele tem que romper com o que sabe para avançar. Por isso é de extrema importância que o professor identifique sobre quais conhecimentos prévios o aluno se apoia para aprender para então poder avançar.

Concluimos, com este trabalho, que é viável aprofundar o significado das quatro operações e sua aplicação nas series finais do ensino fundamental através do uso de jogos e atividades lúdicas.

A escola, portanto, não pode ser reduzida a uma matemática que simplesmente repassa fórmulas para resolver problemas. O professor tem que estar ciente que sua prática é muito complexa e não pode estar vinculada a uma simples transmissão de conteúdos pré-definidos.

7. Referências Bibliográficas

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASSIANO, Milton. **O Jogo do NIM: uma alternativa para reforçar o Algoritmo da Divisão no sexto ano do Ensino Fundamental**. No Estado de São Paulo. São Paulo: PUC/SP, 2009. 159p. Dissertação de Mestrado. Disponível em: <<http://www.ccet.ufrn.br/matematica/lemufrn/Artigos/Dissertacao%20-%20Jogo%20para%20divisao.pdf>>. Acesso em: 24 de maio de 2014.

GROSSI, Esther Pillar. **Novo jeito de ensinar matemática começando pela divisão**. Brasília: Centro de Documentação e Informação, 2000.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre. v7. p. 7-29. 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 31 de maio de 2014.

VERGNAUD, Gérard (1993). **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26.