O TEOREMA DE TALES SOB AS LENTES DA ENGENHARIA DIDÁTICA: EXAME DE INDICADORES DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Jamison Luiz Barros Santos
Universidade Federal de Sergipe
jbgararu@gmail.com

Laerte S. Fonseca
Universidade Federal de Sergipe
laerte.fonseca@uol.com.br

Resumo

O presente artigo aborda uma reflexão acerca do Teorema de Tales como uma noção matemática esperada para o Ensino Fundamental (9º ano). Tem como objetivo analisar a mobilização da aprendizagem desta noção sob a ótica da Engenharia Didática, priorizando uma subetapa das análises prévias representantes de uma das fases de seu desenvolvimento. O aporte teórico utilizado, fundamentou-se, principalmente, em Brousseau (1996), Artigue (1996) e D'Amore (2007), buscando argumentos capazes de amalgamar as discussões sobre as reflexões dos dados coletados. A fase empírica foi desenvolvida pela análise dos exercícios propostos em um livro didático. As análises revelaram que não existe um caminho único e melhor para o ensino de qualquer noção matemática, em particular, do Teorema de Tales. No entanto, foi possível constatar que dispor de um rol de possibilidades de trabalho em sala de aula, representa para os alunos, uma alternativa para a construção de práticas capazes de mobilizar suas próprias aprendizagens.
Palavras – Chave: Aprendizagem, Teorema de Tales, Engenharia Didática.

1 – Introdução

O Teorema de Tales de Mileto[1] é um dos conteúdos tradicionais da Geometria Euclidiana, cuja abordagem educacional está inserida no Ensino Fundamental, Ensino Médio, Graduação e Licenciatura em Matemática. Neste sentido, constituindo-se como uma noção matemática fundamental no estudo da semelhança de figuras geométricas, conceitos de grandeza, seus desenvolvimentos, suas propriedades, proporcionalidade entre outros. Através

[1] Segundo a tradição clássica da filosofia ocidental, o primeiro teórico a formular um pensamento mais sistemático fundado em bases racionais foi o grego Tales (cerca de 625 a.C. – 558 a.C.). Sendo o fundador dessa nova forma de pensar, ele é considerado o primeiro filósofo de que se tem notícia, inaugurando a linhagem filosófica dos pré-socráticos (filósofos que vieram antes de Sócrates). Nascido na cidade de Mileto, uma colônia grega na região da Jônia (atual Turquia), Tales foi matemático, astrônomo e negociante. Herdeiro de conhecimentos ainda mais antigos — como a matemática egípcia e a astronomia babilônica — Tales era tido em sua cidade como um sábio, mas também como um homem prático: conta-se que, utilizando suas habilidades, soube prosperar como um hábil mercador. (FRANCISCO, 2016).

da Geometria, o aluno desenvolve a aprendizagem no sentido de compreender, de descrever e de representar de forma organizada sua interação dinâmica do conhecimento.

Bongiovanni (2007, p.94), relata um dos enunciados mais clássicos sobre a geometria, cuja afirmação é: “se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais, então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais”. Paralelismos e proporcionalidades são trazidos como princípios encontrados nesse teorema para a resolução de problemas práticos e estão no núcleo da relação entre o geométrico e o numérico. A função do Teorema de Tales é de fundamental importância para a teoria da semelhança e por conseguinte, no campo da trigonometria, justificando as definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo.

Desta forma, Bongiovanni (2007), afirma que o Teorema de Tales:

> Surge quando se estudam as propriedades das figuras geométricas que se conservam quando traçadas em um plano e projetadas em outro plano a partir de uma fonte no infinito; dessas propriedades (conservação do ponto médio, conservação do baricentro, conservação do alinhamento, etc...), a fundamental é a conservação das razões das distâncias entre pontos alinhados. (BONGIOVANNI, 2007, p. 94).

Partindo dessa perspectiva, a aprendizagem de conceitos da geometria proporciona ao aluno ações de natureza cognitiva passando pela exploração, visualização, manipulação, construção, representação, classificação e análise de formas. Assim, percebe-se que o conhecimento do espaço geométrico possui características necessárias para que o professor se aproprie de teorias que envolvam a geometria atual. É preciso aprender conceitos como visualização e representação que estão implícitos nos níveis de compreensão do pensamento geométrico.

Neste debate, inquietações nos são postas para a busca de estratégias em que possam favorecer o aprendizado do aluno. Entre elas estão: Quais as alternativas de estratégias de aprendizagem que podemos apresentar para facilitar o ensino da Matemática, em especial o Teorema de Tales? Questionamento como este, nos proporciona uma mudança em relação ao conhecimento matemático, tanto por parte do aluno, quanto por parte do professor. Nosso objetivo nesta pesquisa é analisar a mobilização da aprendizagem desta noção sob a ótica da

ISSN 2178-034X

Engenharia Didática e priorizar uma subetapa das análises prévias, representantes de uma das fases do seu desenvolvimento.

2 – Fundamentação Teórica: Engenharia Didática como suporte para a prática investigativa

No recuo sobre o debate de alternativas didáticas, em prol de um ensino de matemática democrático e acessível é necessário evocar os estudos de Artigue (1996), sobre a Engenharia Didática. Neste sentido, esta pesquisadora afirma que a Engenharia Didática é um processo empírico que objetiva conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas e que essa metodologia surgiu como consequência dos estudos conhecidos como a Didática da Matemática.

Segundo Douady (1984, apud D'AMORE, 2007. p. 32), esclarece que:

> Didática da Matemática é o estudo dos processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos dessa ciência (a Matemática) e se pressupõe a descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e sua aprendizagem. Ela não se produz a buscar uma boa maneira de ensinar uma determinada noção.

Ainda sobre a Didática da Matemática D'Amore (2007) complementa que:

> Acredito, porém, que a melhor maneira para evidenciar o conteúdo, os objetivos, as metodologias da Didática da Matemática e pelo menos em parte, a pesquisa atual em didática da Matemática seja a de aprofundar passo a passo alguns de seus conteúdos que se sobressaem. (D'Amore. 2007. p. 33).

Para Artigue (1996), é essencial criar uma relação entre a pesquisa e a ação baseando-se em um sistema de conhecimentos didáticos preestabelecidos que recorrem a uma metodologia investigativa. Neste sentido, a Engenharia Didática em seu papel metodológico, nos proporciona suportes para a execução da pesquisa enquanto produto didático. Entre eles estão: um plano de ensino, a criação de materiais didáticos e esquema experimental, respaldados nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a avaliação.

Neste caso, a postura do professor é:

> [...] providenciar situações favoráveis de modo que o aluno aja efetivamente sobre o saber, transformando-o em conhecimento. [...] propor aos alunos,

> s
> ituações que eles possam viver e nas quais o conhecimento apareça como solução ótima e passível de ser descoberta diante dos problemas colocados" (BROUSSEAU, 1996, p. 38).

Acolhendo-se tal ponto de vista, cabe ao professor proporcionar situações de ensino de forma que o aluno busque a autonomia de seu aprendizado. Por meio de tais sequências de atividades, espera-se que o aluno crie intervenções positivas quando o professor em suas aulas, o abordar.

Desta maneira, a opção por este tipo de prática produz um requisito fundamental na participação do aluno em seu processo de aprendizagem, ao tempo que incentiva a pesquisa na sala de aula. Outrossim, a pesquisa enquanto atividade escolar, envolve planejamento e deve estar ligada ao procedimento, envolvimento e habilidade de escolher quais caminhos serão adequados para a análise dos objetivos da investigação.

A Engenharia Didática vista como um objeto da pesquisa qualitativa cria uma conexão de estudo sobre os problemas relacionados à aprendizagem de conceitos matemáticos, sobretudo, quando prioriza conhecimento de concepções, intervenção das ações, compreensão do desenvolvimento lógico das estratégias dos alunos e a aprendizagem.

Para amalgamar esse ideário, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), destacam que:

> A matemática precisa estar ao alcance de todos [...] no ensino de matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações; outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. (BRASIL, 1998, p. 19).

Nestes termos, a primeira questão concerne em trazer a matemática para a realidade do aluno, já a segunda visa à formação de habilidades e competências que permitam ao aluno, investigar, raciocinar, formar conceitos, trabalhar com o coletivo, aguçar o pensamento criativo entre outros. Tais propriedades incentivam a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como melhor ou único para o aprendizado matemático. Portanto, conhecer diversas possibilidades de desenvolver estratégias didáticas para a sala de aula justificaria a importância do papel de professores preocupados com a construção de suas práticas.

ISSN 2178-034X

reforçador desta reflexão repousa sobre a perspectiva de Dolz e Schneuwly (2004), quando defende a estimulação das estratégias de aprendizagem por meio das sequências didáticas, sinônimo de instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções.

Estes pesquisadores são favoráveis à implementação de sequências de atividades sempre que permitirem a transformação gradual das capacidades iniciais dos alunos. Assim sendo, Dolz e Schneuwly (2004), sugerem que [...] as atividades podem ser concebidas com base no que os alunos já sabem e a cada etapa, aumenta-se o grau de dificuldade com o intuito de ampliar a capacidade desses estudantes.

Acatando parte das proposições de Dolz e Schneuwly (2004), a Engenharia Didática prioriza experimentos baseados em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino.

Para Artigue (1996), a Engenharia Didática se organizada em quatro fases de investigação: 1) análises prévias; 2) concepção e análise, a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3) implementação da experiência; 4) análise a posteriori e validação da experiência.

Isto posto e, considerando cumprida a reflexão sobre as bases teóricas que alicerçarão a análise dos dados desta breve investigação, adentraremos na parte empírica enfocando as dificuldades e os obstáculos encontrados ao analisarmos o conteúdo Teorema de Tales num livro didático de Matemática.

3 – Parte Empírica: o Teorema de Tales sob a ótica da Engenharia Didática

Para proceder à análise dos dados desta investigação, optamos pela via documental, mais precisamente, a obra de Mori e Onaga (2006), intitulada “**Matemática ideias e** desafios”, livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental aprovado no PNLD (2008 -2010), escolhido por um número significativo das Escolas da Rede Municipal de Ensino de

Gararu/SE,

segundo informações oficiais da Secretaria Municipal de Educação de Gararu/SE. Tal característica que despertou a atenção dos autores desse trabalho e, dessa forma, justifica os critérios da escolha.

Como categoria de análise, optamos por uma das subetapas das análises prévias da Engenharia Didática, que conforme Artigue (1996), pode ser compreendida como possíveis

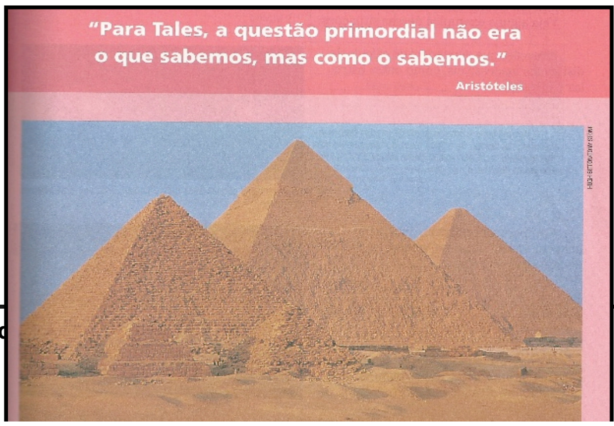
dificuldades e obstáculos referentes à apresentação do conteúdo Teorema de Tales no livro didático em tela.

Neste sentido, definimos os seguintes critérios para analisar a mencionada categoria: imagens visoespaciais, informações inerentes à história da Matemática; episódios de contextualizações, via situações-problema do cotidiano e articulação de questões teóricas próprias das ciências (conceitos relacionados através dos resultados da vivência e da observação de fenômenos que ocorrem na natureza).

Deste modo, tais critérios foram avaliados a partir dos seguintes indicadores: Satisfatória: (S) para a condição necessária e suficiente na aprendizagem do aluno e Pouco Satisfatória (PS) para a dificuldade na compreensão e percepção da aprendizagem do aluno.

Ao iniciarmos essa subetapa das análises prévias percebemos que o conteúdo é abordado enfatizando-se o conceito de semelhança de figuras — considerado importante para a resolução de vários problemas presentes nas ciências e no cotidiano — para fundamentar as noções de proporcionalidade, foco da unidade analisada. Diante das condições preestabelecidas, verificamos que as imagens visoespaciais estão associadas ao cotidiano histórico do Teorema de Tales conforme ilustração abaixo:

Figura 1 – Pirâmides do Egito



ISSN 2178-034X

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 134).

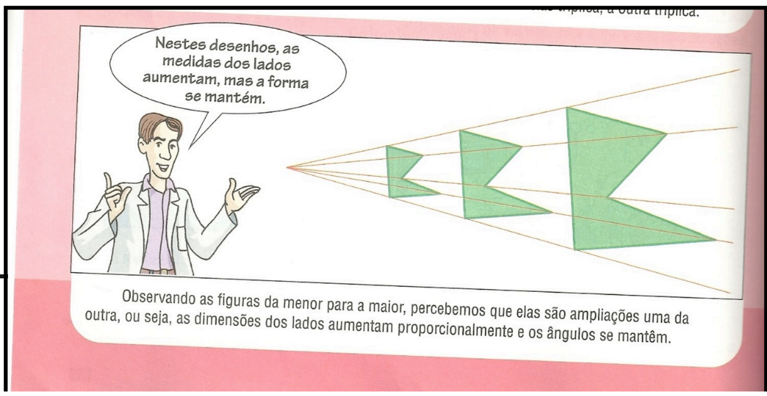
Avaliamos este indicador como S, uma vez que estimula o aluno na visualização de cenários possíveis de articular os objetos matemáticos que serão relacionados ao teorema em questão. Ele também auxilia na descrição de um breve relato da história de Tales de Mileto, seu feito e de que forma calculou a medida aproximada da altura das pirâmides do Egito.

Outro contexto classificado como S (satisfatório) é a abordagem dos elementos investigativos, destacados nas figuras que seguem:

Figura 2 – Comparação de medidas de lados de triângulo. Observando a variação da proporcionalidade direta

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 135).

Figura 3 – Comparação no aumento das dimensões dos lados proporcionalmente e os ângulos que se mantêm

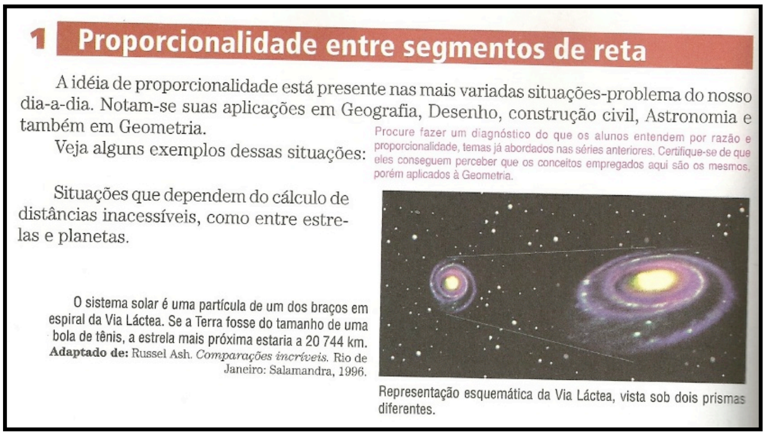


Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 135).

Neste indicador, provavelmente, Mori e Onaga (2006) esperam que com esses elementos os alunos consigam perceber a identificação inicial da proporcionalidade entre segmentos de retas, relacionando suas respectivas medidas da mesma forma que a ampliação e a redução de figuras, segundo uma razão. Neste caso, consideramos S (satisfatório) a apresentação destes dados.

As análises seguintes nos permitiram verificar como a aplicabilidade foi inserida pelas autoras que destacaram a proporcionalidade entre os segmentos de reta, referindo-se a algumas áreas do conhecimento, tais como: Geografia, Desenho, Construção Civil, Astronomia e também Geometria. As Figuras 4 e 5 demonstram os referidos indicadores:

Figura 4 – Representação esquemática da via láctea, vista sob dois prismas diferentes


1 Proporcionalidade entre segmentos de reta

A idéia de proporcionalidade está presente nas mais variadas situações-problema do nosso dia-a-dia. Notam-se suas aplicações em Geografia, Desenho, construção civil, Astronomia e também em Geometria.

Veja alguns exemplos dessas situações:

Procure fazer um diagnóstico do que os alunos entendem por razão e proporcionalidade, temas já abordados nas séries anteriores. Certifique-se de que eles conseguem perceber que os conceitos empregados aqui são os mesmos, porém aplicados à Geometria.

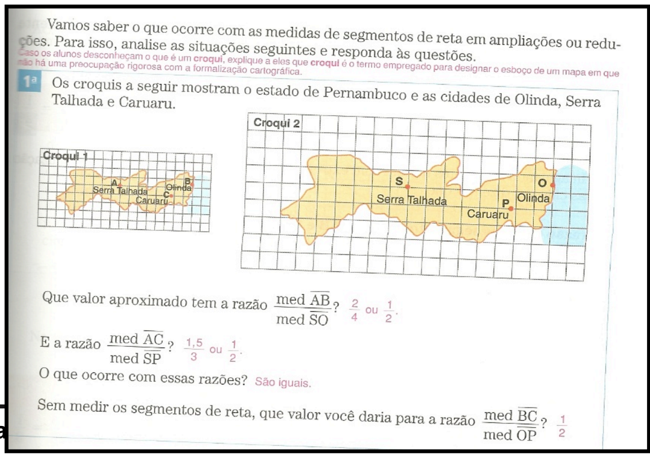
Situações que dependem do cálculo de distâncias inacessíveis, como entre estrelas e planetas.

O sistema solar é uma partícula de um dos braços em espiral da Via Láctea. Se a Terra fosse do tamanho de uma bola de tênis, a estrela mais próxima estaria a 20 744 km.
Adaptado de: Russel Ash. *Comparações incríveis*. Rio de Janeiro: Salamandra, 1996.

Representação esquemática da Via Láctea, vista sob dois prismas diferentes.

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 136).

Figura 5 - Exercício proposto para análise de medidas de segmentos de reta em ampliação ou redução


Vamos saber o que ocorre com as medidas de segmentos de reta em ampliações ou reduções. Para isso, analise as situações seguintes e responda às questões.

Caso os alunos desconheçam o que é um **croqui**, explique a eles que **croqui** é o termo empregado para designar o esboço de um mapa em que não há uma preocupação rigorosa com a formalização cartográfica.

1ª Os croquis a seguir mostram o estado de Pernambuco e as cidades de Olinda, Serra Talhada e Caruaru.

Que valor aproximado tem a razão $\frac{\text{med } \overline{AB}}{\text{med } \overline{SO}}$? $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$.

E a razão $\frac{\text{med } \overline{AC}}{\text{med } \overline{SP}}$? $\frac{1,5}{3}$ ou $\frac{1}{2}$.

O que ocorre com essas razões? São iguais.

Sem medir os segmentos de reta, que valor você daria para a razão $\frac{\text{med } \overline{BC}}{\text{med } \overline{OP}}$? $\frac{1}{2}$

ISSN 2178-034X

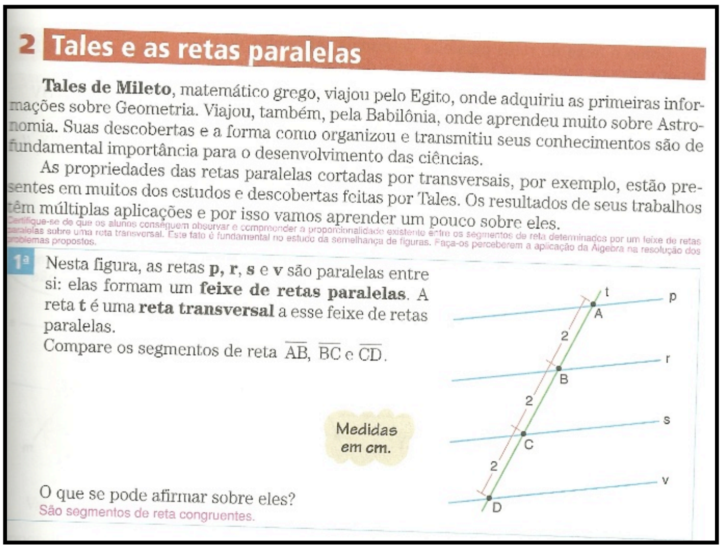
Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 137).

As situações apresentadas nas Figuras 4 e 5, permitiram-nos verificar uma relação do conteúdo com outras áreas do conhecimento, abordando situações que envolvem a ideia de proporcionalidade entre segmentos de reta, o conceito de razão e proporção entre eles, qualificando como S (satisfatório) os indicadores relacionados. Nestes termos, importa também destacar que os exercícios propostos pelas autoras contemplam as situações cotidianas esperadas no rol de critérios preestabelecidos pela categoria em análise.

Semelhantemente aos exercícios de fixação, o livro didático apresenta uma “seção livre”, cuja finalidade é aprimorar os conhecimentos já existentes através do conteúdo. Recapitula também outros já estudados, levando-os a compreensão dos conceitos de razão e proporcionalidade entre segmentos de reta.

No próximo tópico abordado (Figura 6) Mori e Onaga (2006) objetivam desenvolver noções de proporcionalidade entre segmentos de reta num feixe de retas paralelas e em triângulos quaisquer (Teorema de Tales). As Figuras 6 e 7 nos permitem analisar tal situação:

Figura 6 – Exemplo para análise de segmentos de retas paralelas e reta transversal


2 Tales e as retas paralelas

Tales de Mileto, matemático grego, viajou pelo Egito, onde adquiriu as primeiras informações sobre Geometria. Viajou, também, pela Babilônia, onde aprendeu muito sobre Astronomia. Suas descobertas e a forma como organizou e transmitiu seus conhecimentos são de fundamental importância para o desenvolvimento das ciências.

As propriedades das retas paralelas cortadas por transversais, por exemplo, estão presentes em muitos dos estudos e descobertas feitas por Tales. Os resultados de seus trabalhos têm múltiplas aplicações e por isso vamos aprender um pouco sobre eles.

Certifique-se de que os alunos conseguem observar e compreender a proporcionalidade existente entre os segmentos de reta determinados por um feixe de retas paralelas sobre uma reta transversal. Este fato é fundamental no estudo da semelhança de figuras. Faça-os perceberem a aplicação da Álgebra na resolução dos problemas propostos.

1ª Nesta figura, as retas **p**, **r**, **s** e **v** são paralelas entre si: elas formam um **feixe de retas paralelas**. A reta **t** é uma **reta transversal** a esse feixe de retas paralelas.

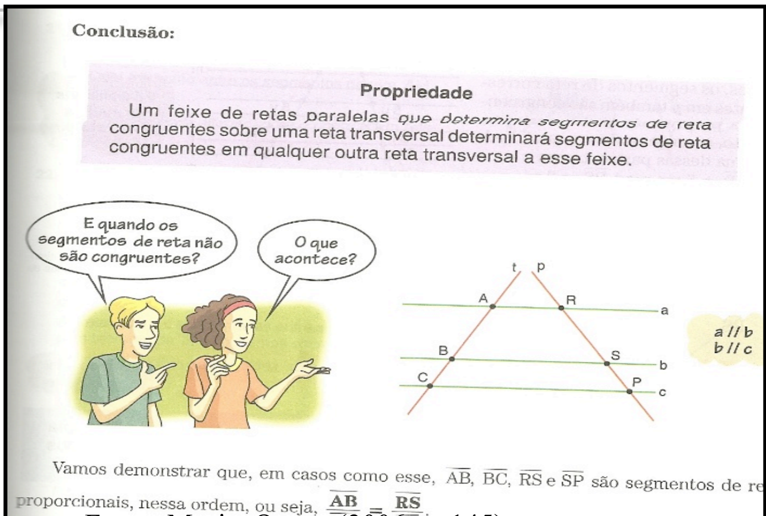
Compare os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$.

O que se pode afirmar sobre eles?

São segmentos de reta congruentes.

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 145).

Figura 7 – Princípio do teorema de Tales


Conclusão:

Propriedade

Um feixe de retas paralelas que determina segmentos de reta congruentes sobre uma reta transversal determinará segmentos de reta congruentes em qualquer outra reta transversal a esse feixe.

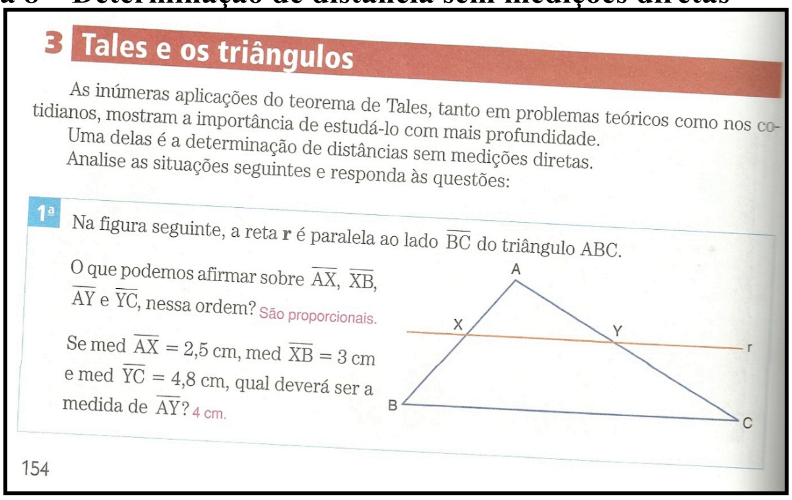
Vamos demonstrar que, em casos como esse, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{RS}$ e $\overline{SP}$ são segmentos de re
proporcionais, nessa ordem, ou seja, $\frac{AB}{BC} = \frac{RS}{SP}$

Fonte: Mori e Onaga (2006 p. 145)

Podemos verificar que nas Figuras 6 e 7, os elementos investigativos são S (satisfatórias) destacando as condições necessárias e suficientes para a aprendizagem do aluno. Aborda a história de Tales, suas descobertas, bem como exemplos de segmentos de retas proporcionais, feixes de retas paralelas e transversais. Similarmente aos exemplos, o livro didático apresenta outra seção "fazendo e aprendendo", cuja finalidade é a elaboração de exercícios com situações problemas do cotidiano dos alunos.

Em vias de conclusão deste tema matemático, são destacados nas Figuras 8 e 9 indicadores que segundo Mori e Onaga (2006) conduzem os alunos para os cenários de outras aplicações do teorema de Tales, tanto em problemas teóricos como nos cotidianos, conforme se verifica abaixo:

Figura 8 – Determinação de distância sem medições diretas


3 Tales e os triângulos

As inúmeras aplicações do teorema de Tales, tanto em problemas teóricos como nos cotidianos, mostram a importância de estudá-lo com mais profundidade.
Uma delas é a determinação de distâncias sem medições diretas.
Analise as situações seguintes e responda às questões:

1ª Na figura seguinte, a reta **r** é paralela ao lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC.

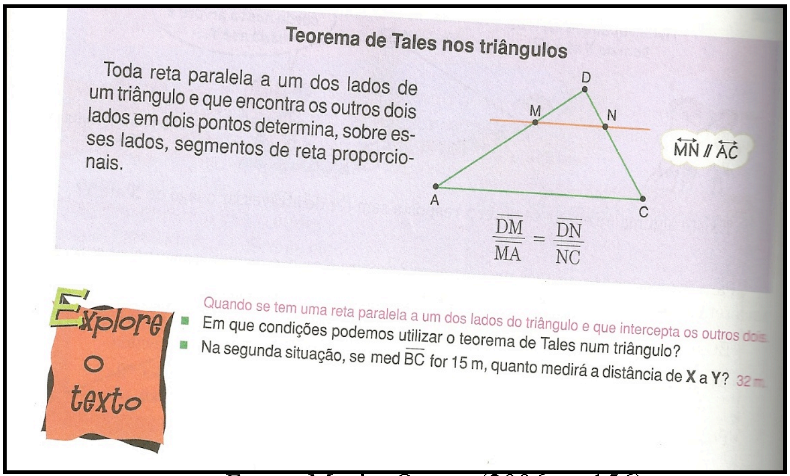
O que podemos afirmar sobre $\overline{AX}$, $\overline{XB}$, $\overline{AY}$ e $\overline{YC}$, nessa ordem? São proporcionais.

Se med $\overline{AX}$ = 2,5 cm, med $\overline{XB}$ = 3 cm e med $\overline{YC}$ = 4,8 cm, qual deverá ser a medida de $\overline{AY}$? 4 cm.

154

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 154).

Figura 9 – Teorema de Tales nos triângulos


Teorema de Tales nos triângulos

Toda reta paralela a um dos lados de um triângulo e que encontra os outros dois lados em dois pontos determina, sobre esses lados, segmentos de reta proporcionais.

$$\frac{\overline{DM}}{\overline{MA}} = \frac{\overline{DN}}{\overline{NC}}$$

Explore o texto

- Em que condições podemos utilizar o teorema de Tales num triângulo? Quando se tem uma reta paralela a um dos lados do triângulo e que intercepta os outros dois.
- Na segunda situação, se med $\overline{BC}$ for 15 m, quanto medirá a distância de **X** a **Y**? 32 m

Fonte: Mori e Onaga (2006. p. 156).

Mediante o exposto, podemos observar que as autoras buscaram tentativas de compreensão, justificação e aplicação do Teorema de Tales. Tornaram-se S (satisfatória) os indicadores atrelados à categoria enfocada nesta etapa de uma Engenharia Didática para apresentar as noções matemáticas do conteúdo abordado. Assim, oportunizaram algumas condições necessárias e suficientes para a mobilização da Aprendizagem Matemática do aluno.

4 – Algumas Considerações

À busca por instrumentos que nos possibilitem melhorar a mobilização do conhecimento matemático em sala de aula pode ser viabilizada por meio das análises prévias de uma Engenharia Didática. Nestas análises, foram possíveis perceber a compreensão, descrição e representação da noção matemática examinada no livro didático selecionado. Por meio deste estudo, o professor percebe que é importante conhecer alternativas diferenciadas para que os alunos participem das práticas dirigidas à Aprendizagem Matemática significativa.

Esperamos que esta contribuição propicie a reflexão crítica do diálogo e da compreensão dos processos de ensino e aprendizagem matemática na Educação Básica. As análises buscaram esclarecer os efeitos do ensino pautado num tipo de documento oficial – o livro didático, neste caso, em tela, as autoras tentaram dirimir as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das noções relativas ao Teorema de Tales.

Por fim, as reflexões sobre possíveis lacunas encontradas neste estudo, representaram uma oportunidade para estimular os agentes do ensino de matemática a buscarem condições mais adequadas para a mobilização da Aprendizagem Matemática.

5 – Referências

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BONGIOVANNI, Vincenzo. **O Teorema de Tales**: uma ligação entre o geométrico e o numérico**.** REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros e progressão em expressão oral e escrita**. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In Gêneros Orais e escritos na escola. Campinas (SP): Mercado de Letras, 2004.

FRANCISCO, Luciano Vieira. "**Tales de Mileto**: Tudo Começa na Água"; Brasil Escola. Disponível em <http://brasilescola.uol.com.br/filosofia/tales-mileto.htm>. Acesso em 29 de marco de 2016.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática ideias e desafios –** 9º ano. São Paulo: Saraiva, 2006.