

“O PROBLEMA DAS CORDAS”: CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS COMBINATÓRIOS MEDIADOS PELA COMUNICAÇÃO COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jaqueline Lixandrão Santos

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

jaquelisantos@ig.com.br

Resumo:

Neste trabalho buscamos apresentar as contribuições da articulação de um problema de combinatória com uma dinâmica de comunicação em aula de matemática na construção e significação de procedimentos de enumeração e contagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa baseia-se na perspectiva histórico-cultural, que considera a sala de aula - um ambiente de aprendizagem de alunos e professora – como contexto de pesquisa. Concluímos com nossos estudos que os alunos possuem conceitos sobre combinatória, mesmo que espontâneos, mas ao se depararem com uma proposta de ensino problematizadora, que articulada à comunicação de ideias, eles são capazes de se envolver em um processo de elaboração conceitual, (re)significando conceitos, chegando a outros mais elaborados.

Palavras-chave: combinatória; prática problematizadora; raciocínio combinatório; comunicação; ensino e aprendizagem.

1. Introdução

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado que se insere no campo da Prática Pedagógica em Educação Matemática, com foco nas significações produzidas pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental a partir da articulação entre a combinatória e a probabilidade a partir de elementos mediadores: linguagem, tarefa e ambiente de aprendizagem. A pesquisa tem como questão de investigação: “Quais os indícios de articulação entre conceitos probabilísticos e combinatórios podem ser identificados em uma prática problematizadora, pautada nas interações e na produção de significações com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?”.

Tal questão remete a alguns objetivos específicos, como: identificar as ideias sobre combinatória que emergem do processo de comunicação oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula; identificar quais tarefas são potencializadoras para o

raciocínio combinatório e buscar indícios da contribuição de um estudo da combinatória articulado ao desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Para tanto, optamos por fazer uma pesquisa de cunho qualitativo, baseada na perspectiva histórico-cultural, que considera a sala de aula um ambiente de aprendizagem de alunos e professores, tratando-a como contexto de pesquisa, como espaço de formação. Essa perspectiva leva em conta os pressupostos de Vygotsky, que considera a linguagem como uma função básica para o desenvolvimento do ser humano a partir do intercâmbio social e do desenvolvimento do pensamento generalizante.

Os sujeitos envolvidos eram alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, com idade entre 11 e 13 anos, de uma escola da rede pública estadual de uma cidade do interior de São Paulo, na qual a pesquisadora atuava como professora de Matemática. Desse modo, a pesquisa foi desenvolvida no decorrer das suas aulas de Matemática, sendo a pesquisadora a professora da turma investigada. A sala de aula possuía 28 alunos, que foram organizados em duplas para o desenvolvimento das tarefas¹.

Os dados da pesquisa foram produzidos a partir de: registros dos alunos diante das tarefas propostas, diário de campo da professora-pesquisadora, transcrições de áudio do diálogo entre professora-pesquisadora e alunos no desenvolvimento das tarefas de investigação em grupos e gravações em vídeo dos momentos de socialização coletiva das tarefas realizadas.

Durante a pesquisa de doutorado foram desenvolvidas com os alunos 23 tarefas, que proporcionaram a eles o contato com a linguagem ligada à combinatória e à probabilidade, bem como o raciocínio combinatório e probabilístico. Tais tarefas tinham como objetivo principal promover a reflexão sobre a análise combinatória e pensamento probabilístico nas aulas de Matemática. Neste trabalho apresentamos a análise de uma das tarefas desenvolvidas, “o problema das cordas”, que envolve a enumeração de possibilidades a partir de procedimentos lógicos de contagem. Dessa forma, nosso foco de discussão será a combinatória.

¹ Compreendemos, de acordo com Christiansen e Walter (1986), tarefa como um conjunto de ações – exercícios, problemas, situações-problemáticas, estratégias de ensino – organizadas pelo professor, visando que conceitos da Matemática sejam compreendidos e desenvolvidos pelos alunos.

A dinâmica de desenvolvimento das tarefas foi elaborada a partir da proposta de Christiansen e Walther (1986), que sugere três fases: (1) apresentação; (2) atividade independente; e (3) reflexão conclusiva. A fase de apresentação é aquela em que o professor apresenta a tarefa que será desenvolvida pelos alunos. A fase de atividade independente é aquela em que os alunos realizam as tarefas propostas, discutem no grupo, ou na dupla, suas considerações. A fase da reflexão conclusiva é o momento em que os grupos discutem coletivamente suas considerações, tentando chegar a uma conclusão coletiva.

As tarefas organizadas pelo professor têm como propósito desenvolver determinados conceitos matemáticos, mas é por meio de problematizações provocadas pelas tarefas e da mediação do professor no momento de sua elaboração e socialização, que ideias serão apresentadas e desenvolvidas pelos alunos. Tais considerações vêm de encontro com a perspectiva histórico-cultural, que apresentamos na sequência.

2. A formação de conceitos na perspectiva histórico-cultural: possibilidades em contexto escolar

De acordo com Vygotsky (2001), a linguagem constitui duas funções básicas para o desenvolvimento do ser humano: o intercâmbio social e o desenvolvimento do pensamento generalizante. Para o autor, “é para se comunicar com seus semelhantes que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagem” (OLIVEIRA, 2004, p. 42). Dessa forma, a linguagem é muito mais do que palavras, inclui formas de comunicações verbais e extraverbais, como gestos, sons, olhares, etc. É por meio dessa linguagem, gerada e desenvolvida no diálogo, que o ser humano cria seu mundo interior, apropria-se da sociedade em quem vive e a transforma.

Na concepção de Vygotsky, o pensamento verbal e a linguagem racional surgem quando os processos de pensamento e linguagem se unem. Dessa forma, o sujeito tem a possibilidade de um desenvolvimento psicológico mais elevado, o pensamento generalizante.

O processo de construção de si, de desenvolvimento, que acontece pela reconstrução interna de operações externas é denominado por Vygotsky como internalização. Para o pesquisador, a internalização se dá por meio de práticas e conceitos desenvolvidos em determinados contextos, por meio das funções básicas – linguagem e pensamento generalizante–, que são apropriadas, (re)significadas e transformadas pelo sujeito. Assim,

pelas relações sociais (atividade interpessoal), o sujeito desenvolve modos de ação/elaboração particulares (atividade intrapessoal) que o constituem.

Segundo Vygotsky, a evolução do pensamento verbal nas crianças é fator determinante para a formação de conceitos, cuja evolução é marcada por duas linhas de desenvolvimentos. Uma delas se desenvolve espontaneamente na vida cotidiana, constituindo os conceitos espontâneos. A outra se desenvolve no contexto escolar, estabelecendo os conceitos científicos.

Dentre as formas superiores de ação consciente, Vygotsky destaca a elaboração conceitual, “modo culturalmente desenvolvido dos indivíduos refletirem cognitivamente suas experiências” (FONTANA, 2005, p. 12). A elaboração conceitual decorre de um processo de abstração e generalização de dados sensoriais, que é mediado e materializado pela linguagem.

Considera-se que a criança, ao ingressar na escola, já possui certo nível de maturidade de funções mentais superiores, como percepção, atenção e memória; são funções consideradas fundamentais para o desenvolvimento de conceitos científicos, mas não determinantes. O processo de construção conceitual no espaço escolar possui característica sistematizadora, estabelecida em um processo social mediado e culturalmente contextualizado.

Compreendemos que o processo de elaboração conceitual é dinâmico e articulado, não se esgota quando uma generalização é elaborada ou quando um conceito científico é desenvolvido. Isso porque, ao se deparar com uma nova problemática, conceitos científicos fazem com que conceitos espontâneos sejam desenvolvidos e utilizados para que outros conceitos científicos sejam desenvolvidos e/ou (re)significados.

Consideramos que essa discussão esteja contemplada no processo de ensino e de aprendizagem da combinatória, tal como propomos apresentar.

3. Conceitos sobre combinatória e probabilidade: articulações entre linguagem e contextos

Pesquisas como as de Gal (2005), Lopes (2008), Roa (2000) e Watson (2006), sobre a formação de conceitos de combinatória e probabilidade, normalmente analisam-na a partir da habilidade (ou não) de resolução de problemas. Desse modo, apontam que os alunos

apresentam dificuldades com a temática e atribuem tal fato ao processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Roa (2000), as dificuldades dos estudantes em resolver os problemas de combinatória se dão devido a dois motivos. Um deles é a estrutura complexa de resolução. O outro se refere às deficiências do processo de ensino, que enfatiza o uso de fórmulas e procedimentos em detrimento de componentes mais primários do raciocínio combinatório.

De acordo com Fischbein (1975), a análise das possibilidades (ou a investigação de possíveis casos) não pode ser reduzida a uma simples enumeração de elementos, mas deve ser ampliada a uma investigação que “pressupõe um processo racional, construtivo, que, com base na informação existente, cria o espaço amostral de todos os resultados possíveis” (FISCHBEIN, 1975, p. 99, tradução nossa)². Para o autor, tal análise, normalmente é elaborada por meio de análise combinatória. Isso significa que, “[...] se o sujeito não possui capacidade combinatória, o conceito de probabilidade só pode ser usado em caso muito restrito, em que os possíveis resultados podem ser diretamente enumerados” (FISCHBEIN, 1975, p. 99, tradução nossa)³.

Compreendemos que o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos alunos não seja tarefa fácil para o professor, porque, conforme apontado por Fischbein (1975), ele se desenvolve gradativamente. Dessa forma, entendemos que obter um resultado satisfatório em determinada tarefa não é garantia de que o raciocínio combinatório do aluno foi desenvolvido, mas um indício de que o trabalho realizado está promovendo tal desenvolvimento. O fato de ter desenvolvido estudos sobre combinatória em sua formação, não significa que seus conceitos estejam em alto nível de generalização e/ou que se mantenham diante de diferentes contextos, como as situações vivenciadas no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos. Segundo Vygotsky (2001), o processo de formação de conceitos não representa um percurso linear, limitado por idade cronológica ou maturação biológica.

Quanto ao ensino e à aprendizagem de análise combinatória, Lopes e Coutinho (2009, p. 62) afirmam que precisa ser “superada a aplicação de fórmulas para permutações, arranjos e combinações”. As autoras destacam que, para que haja tal superação, é necessário um

² “[...] presupposes a rational, constructive process which, on the basis of existing information, sets up a sample space of all possible outcomes”.

³ “[...] if the subject does not possess combinatory ability, the concept of probability can only be used in the very restricted case where the possible outcomes can be directly enumerated”.

trabalho com processos de resolução de problemas que envolvam o raciocínio combinatório.

O desenvolvimento de diversos tipos de registros e a explicitação de estratégias de resolução também se fazem relevantes no desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Verifique o número de cordas que podem ser traçadas em cada circunferência,

unindo dois pontos. Não pensamos no processo de ensino e de aprendizagem da combinatória dissociado

Organize os resultados obtidos e faça um registro relacionando o número de pontos e o número de cordas. da forma como os conceitos são desenvolvidos na concepção de Vygotsky, dessa forma, consideramos que uma proposta de trabalho em sala de aula envolvendo diferentes momentos

É possível determinar, sem traçar, o número de cordas de uma circunferência com

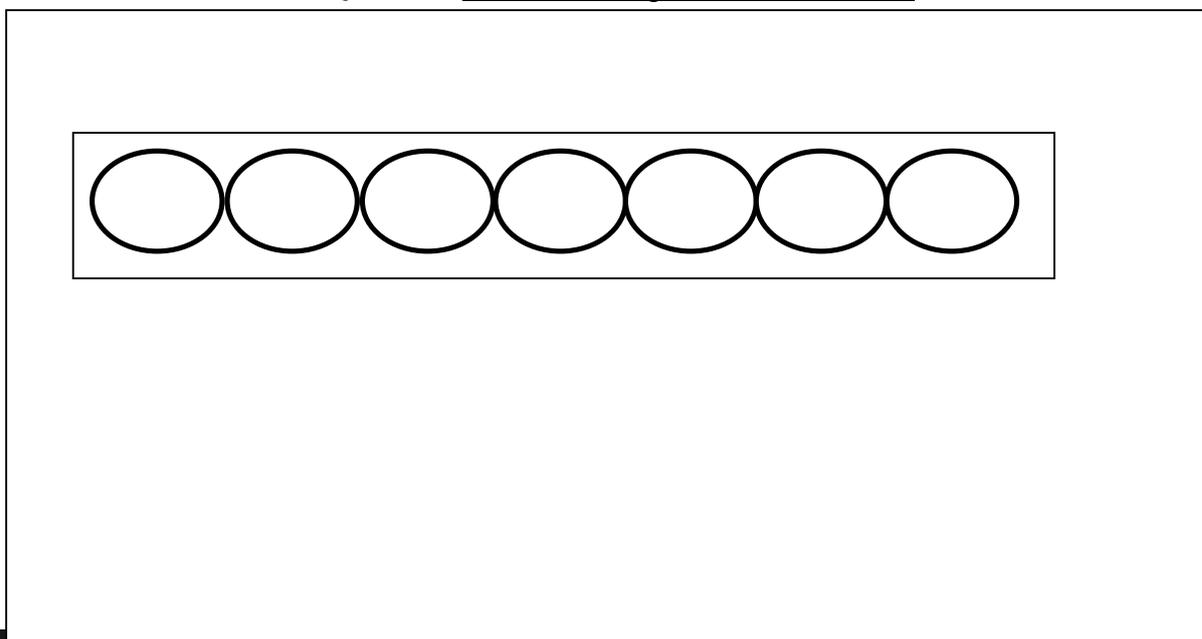
10 pontos? Justifique sua resposta. apresentação da tarefa, atividade independente e reflexão conclusiva –, em uma prática

problematizadora, na qual a tarefa não é compreendida apenas como uma situação a resolver, como desencadeadora de conceitos generalizantes. Desse modo, constitui-se uma prática adequada para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, uma vez que esse ambiente de aprendizagem favorece a mobilização de conceitos espontâneos e científicos em uma cultura de aula de Matemática baseada na negociação e na construção de ideias compartilhadas.

4. “O problema das cordas”: construção e significação de procedimentos de enumeração e contagem

O “problema das cordas” faz parte do livro *Experiências Matemáticas* (SÃO PAULO, 1998) da 7ª série, atual 8º ano do Ensino Fundamental. Mesmo sendo uma proposta organizada para alunos com maior vivência de ensino escolar, pautados nos pressupostos de Vygotsky de que o aprendizado escolar é fundamental não apenas para o desenvolvimento de elaboração conceitual dos alunos, mas também para a tomada de consciência; compreendemos que ele poderia ser interessante para a nossa pesquisa.

Quadro 1. Tarefa 11 – O problema das cordas



Fonte: Santos (2015)

Esta tarefa, conforme mencionada, foi desenvolvida com a dinâmica das três fases: apresentação, atividade independente e reflexão conclusiva. Neste trabalho apresentamos apenas um fragmento da fase da reflexão conclusiva, momento em que conceitos desenvolvidos nas fases anteriores, em pequenos grupos, são compartilhados e (re) significados pela classe.

Quadro 2 - Fragmento da transcrição da reflexão conclusiva sobre a tarefa “problemas das cordas”

1. P: *Quantas cordas eu consigo traçar na primeira circunferência?*
2. Classe: *Nenhuma.*
3. P: *E com dois pontos?*
4. Classe: *Uma corda.*
5. P: *Com três?*
6. Classe: *Três.*

Depois de alunos dizerem o número de cordas, eu anotava o respectivo número abaixo de cada circunferência, sem fazer o traçado.

7. P: *E com quatro pontos?*
8. Lucas: *Seis.*
9. P: *E aqui, com cinco pontos?*
10. Luís Felipe: *Não sei.*
11. Lucas: *Dez.*
12. Valéria: *Tem que traçar!*

Comecei a traçar as cordas na circunferência com cinco pontos. Alguns alunos foram contando à medida que eu traçava.

13. Luís Felipe: *Olha, formou uma estrela.*

Quando terminei de traçar as cordas na circunferência, os alunos concluíram:

14. Classe: *Dez.*
15. P: *E agora?*
16. Stela: *Vai unindo os pontos.*

Aluna sugere que continue a traçar as cordas.

17. Luís Felipe: *É mais que 10.*
18. P: *Por quê?*

Luís Felipe: *Aumentou um ponto.*

19. 46. Thadeu: *São 14.*
20. 47. Lucas: *Quinze.*

Lucas e Felipe diziam “15”, vários alunos “14”.

Quatro duplas colocaram que com 6 pontos seriam traçadas 14 cordas. Esse fato deu

força às duplas para insistirem em sua hipótese.

22. 48. Valéria: *Vamos contando.*

23. Thadeu: *Vai dar 14.*

À medida que eu traçava as cordas, os alunos contavam e concluimos:

24. Classe: *Quinze.*

25. P: *Com sete pontos quantas cordas tenho que traçar?*

26. Jéssica: *Vinte e seis.*

27. Lucas: *Quinze.*

28. Valéria: *O Prô, vai traçando do ponto de cima e esgota todas as possibilidades dele, aí você faz o mesmo com o próximo.*

29. P: *OK!*

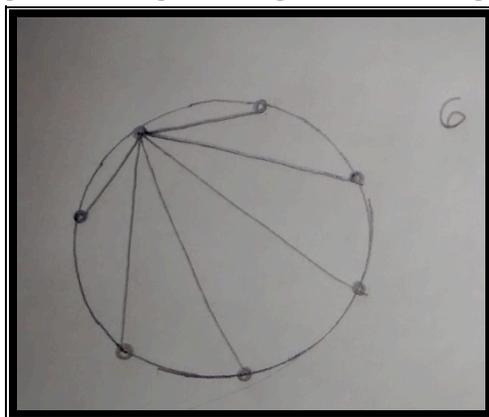
Segui as orientações da Valéria, porém no final errei e tracei o vigésimo primeiro traço sobre o que havia traçado anteriormente, o vigésimo. A classe ficou agitada. Uns dizendo que eram 20 cordas, outros me dizendo 21.

30. P: *Vamos começar novamente para conferir.*

31. Valéria: *Vai anotando quando termina um ponto.*

A aluna queria que o número de cordas fossem anotados assim que esgotasse as possibilidades de cada ponto. Ficou da seguinte forma:

Figura 1 – Registro: sugestão de contagem



Fonte: Santos (2015)

Iniciamos a contagem do ponto ao lado do anterior e contamos cinco cordas.

32. Lucas: *Vai diminuindo um Prô.*

33. P: *Será?*

Iniciamos outra contagem:

34. Luís Felipe: *Agora vai dar quatro.*

Contamos quatro cordas e partimos para a próxima contagem.

35. Luís Felipe: *Agora três.*

De forma semelhante, a cada contagem Luís Felipe dizia o número de cordas, uma a menos que a anterior, e a quantidade se confirmava. Fizemos isso até o final.

37. P: *E agora pessoal?*

38. Lucas: *Deu 21: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$.*

39. 64. P: *Ok!*

40. P: *No item b, era preciso organizar os dados que fizeram em um registro. Eu observei que as duplas fizeram diferentes registros. Como sugerem que eu faça esse registro na lousa?*

41. Augusto: *Faz uma tabela.*

42. P: *Pode ser turma?*

43. Classe: *Pode.*

Construí uma tabela na lousa, na primeira linha da primeira coluna escrevi pontos e na coluna ao lado cordas. De acordo com as orientações dos alunos fui completando a tabela.

44. Valéria: *Um ponto, zero cordas.*

45. P: *Dois pontos?*

46. Guilherme: *Uma corda.*

47. P: *Três pontos?*

48. Classe: *Três cordas.*

49. 74. P: *Quatro pontos?*

50. Felipe: *Seis cordas.*

51. P: *Cinco pontos?*

52. Classe: *Dez cordas.*

53. P: *Seis pontos?*

54. Melissa: *Quinze cordas.*

55. P: *Sete?*

56. Stela: *Vinte e um.*

57. P: *Olhando para esses números, vocês observam alguma coisa?*

58. Felipe: *Que do primeiro ponto aumentou uma corda. Depois aumentou duas cordas.*

Registrei a fala do aluno ao lado da tabela.

59. Lucas: *Depois aumenta três.*

60. 85. Luís Felipe: *Depois quatro.*

61. Valéria: *Mais cinco.*

62. 87. Stela: *Mais seis.*

63. P: *E dez pontos, quantas cordas teríamos?*

64. Felipe: *Quarenta e cinco.*

65. Thadeu: *Sete pontos mais seis dá 28.*

66. Lucas: *Vinte e oito mais oito dá 36.*

67. Felipe: *Dez pontos, aumenta nove, aí são 45.*

68. Thadeu: *E assim por diante.*

69. P: *Pessoal, fiquei pensando em uma coisa. Quando contamos as cordas no círculo com sete pontos, o número de cordas foi diminuindo, e agora foi aumentando. Alguém tem alguma ideia por que aqueles números diminuem e esses aumentam?*

Ficaram quietos por uns instantes.

70. Felipe: *É que o amigo que joga a corda para salvar os outros e vai embora. Aí, diminuem os salvamentos.*

71. P: *Não entendi, me explique.*
72. Felipe: *No começo tinha sete amigos, um jogou as cordas, salvou seis amigos e foi embora. Outro que ficou, jogou a corda para cinco e foi embora. Ai vai, até não ter ninguém para salvar.*

A classe não entendeu a explicação que Felipe deu. Expliquei a eles que a dupla considerava cada ponto como um amigo e as cordas eram usadas para salvar os amigos.

73. Classe: *Legal!!!*

Na transcrição, diferentes colocações são apresentadas na socialização da tarefa, como quando Luís Felipe diz que não sabe quantas cordas podem ser traçadas com cinco pontos e Lucas diz que são *dez*. Para resolver essa problemática, Valéria sugere um procedimento de enumeração: “*Tem que traçar!*”. Percebe-se, nesse movimento, que as problemáticas que surgem favorecem o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas. Nesse processo, os alunos vão se apropriando dos procedimentos de enumeração e os incorporando a sua prática.

A organização no processo de enumeração e de registro de possibilidades, característica importante do raciocínio combinatório, foi observada em algumas considerações de Valéria: “[...] *vai traçando do ponto de cima e esgota todas as possibilidades dele, aí você faz o mesmo com o próximo*” e “*vai anotando quando termina um ponto*”. Tal traço também é notado em uma fala de Augusto, quando sugere: “*faz uma tabela*”.

As alterações da quantidade de possibilidades, ocasionadas com o aumento das variáveis, número de pontos e cordas, foi observada por Luís Fernando depois que concluímos que, com cinco pontos, teríamos 10 cordas. Ele disse que são “*mais que 10*” e justificou o porquê de sua conclusão: “ *aumentou um ponto*”. As observações de Luís Fernando podem ser um indício do pensamento por complexo, pois conexões foram desenvolvidas entre a regularidade da sequência e os parâmetros de possibilidades.

No decorrer do diálogo, houve vários conflitos com o número de cordas na circunferência com seis pontos. Lucas e Felipe afirmavam “*quinze*”, e outros alunos “*quatorze*”. A solução para esse confronto de ideias foi proposta por Valéria, que se envolveu no diálogo e sugeriu que fôssemos contando a quantidade de cordas a partir do traçado. Em momento posterior, ao traçar as cordas na circunferência com sete pontos, a professora errou a

representação ao traçar as cordas, traçou 20, sendo que o correto seriam 21 cordas. Valéria novamente se envolveu na discussão e propôs: “*vai anotando quando termina um ponto*”. As sugestões de Valéria indicam que tem compreensão de procedimentos sistemáticos de enumeração e de contagem. Esse indicativo é uma característica do raciocínio combinatório.

Alguns alunos observaram que a quantidade de cordas diminuía de um ponto para o outro. Dessa forma, ao traçar as cordas na circunferência com sete pontos, de acordo com a sugestão de Valéria de esgotar todas as possibilidades de traçados de um ponto e fazer o registro da quantidade, antes de iniciar o traçado em outro ponto, construiu-se uma adição com sequência de parcelas decrescentes, $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$, e concluiu-se que a quantidade de cordas seria 21. Os dados produzidos nessa e em outras sequências feitas na tarefa indicam que ela possibilita não apenas o desenvolvimento de conceitos sobre combinatória, mas também de padrões numéricos. Isso também evidencia a possibilidade de articulação da combinatória com outras áreas de estudo da Matemática.

Considerações finais

A problematização apresentada na forma escrita, na primeira fase das tarefas, e depois na forma oral, na terceira fase das tarefas, levou os alunos a analisar, questionar, criticar, buscar modelos explicativos, comparar, entre outras coisas. Com isso, esse contexto favoreceu o movimento entre conceitos espontâneos e científicos.

Ficou evidente que a tarefa “o problema das cordas” favorece a apropriação de procedimentos de enumeração e contagens pelos alunos. As problematizações desenvolvidas pela professora promoveu um movimento de significados e significações sobre a combinatória. Tais evidências indicam que a tarefa “o problema das cordas” pode ser considerado como uma potencialidade para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Também ficou evidente nessa tarefa o movimento entre conceitos espontâneos e científicos a partir do conjunto de componentes mediadores: tarefa, ambiente de aprendizagem e linguagem. O que impulsiona o movimento de formação de conceitos é a comunicação de ideais entre as pessoas envolvidas no processo de ensino e de aprendizagem. Em concordância com a perspectiva histórico-cultural, é por meio das relações com o outro, mediadas pelo sistema linguístico, que o sujeito se desenvolve. A mediação do outro movimenta, de certa forma, um sistema complexo, possibilitando a produção de significados e sentidos, as significações (FONTANA, 2005).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHRISTIANSEN, Bent; WALTHER, Gerd. Tarefa e actividade. In: CHRISTIANSEN, Bent; HOWSON, Geoffrey; OTTE, Michael (Org.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 243-307. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>>. Acesso em: 6 mar. 2015.

FISCHBEIN, Efraim. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht: Reidel, 1975.

FONTANA, Roseli A. **Mediação pedagógica na sala de aula**. Campinas: Autores Associados, 2005. (Coleção Educação contemporânea)

GAL, Iddo. Towards probability literacy for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: Jones, Graham. (Ed.). **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. Nova York: Springer, 2005. p. 39-63.

LOPES, Celi E. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação estatística. In: LOPES, Celi; CURTI, Edda (Org.). **Pesquisas em Educação Matemática: um encontro entre a teoria e a prática**. São Carlos: Pedro e Pontes Editores, 2008. p. 67-86.

LOPES, Celi; COUTINHO, Cileda. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, Celi; Nacarato, Adair (Org.) **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas: Mercado das Letras, 2009.

OLIVEIRA, Martha. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. 4. ed. São Paulo: Scipione, 2004.

ROA, Rafael. **Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada**. 2000. 184 f. Tese (Doutorado)–Departamento de Didática da Matemática da Universidade de Granada, Universidad de Granada, Granada, 2000.

SANTOS, Jaqueline. **O desenvolvimento do pensamento probabilístico e combinatório no contexto de sala de aula**. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife, Brasil, 2011. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1468.pdf>>. Acesso em: 8 mar. 2015.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas: 7ª série**. São Paulo: SEE/CENP, 1998.

VIGOTSKY, Lev. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WATSON, Jane M. **Statistical literacy at school: growth na goals**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.