

## CONCEPÇÃO DE ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM RELAÇÃO AO CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS

*Almir Pereira de Moura<sup>1</sup>*  
*Secretaria de Educação de Limoeiro*  
[moura.almir@hotmail.com](mailto:moura.almir@hotmail.com)

*Marilene Rosa dos Santos<sup>2</sup>*  
*Universidade de Pernambuco*  
[rosa.marilene@gmail.com](mailto:rosa.marilene@gmail.com)

### **Resumo:**

Nesse trabalho procuramos analisar as concepções desenvolvidas pelos estudantes do nono do Ensino Fundamental relativas ao conceito de área de figuras planas, utilizando como aporte teórico o modelo de área como grandeza, proposto por Doaudy e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1986). A metodologia de trabalho utilizada foi uma abordagem qualitativa. Para isso, foi aplicado um questionário contendo duas atividades referentes ao saber área, a cada um dos 43 estudantes de uma escola da Rede Pública Estadual de Passira/PE. As análises dos resultados indicam que apenas quatro estudantes apresentam indícios de uma concepção de área enquanto grandeza, estando presentes algumas dificuldades relativas à omissão ou uso inadequado de unidades de área. Além disso, os resultados apontam que os estudantes apresentam dificuldades em lidar com as unidades de medida; dão atenção em demasia aos aspectos numéricos (o que evidencia a concepção numérica), sobretudo, não dissociam área de perímetro (consequência da concepção geométrica).

**Palavras-chave:** Área de figuras planas; Concepção de estudantes; Conceito.

### **1. Introdução**

Este trabalho discute sobre as concepções desenvolvidas pelos estudantes do nono ano do Ensino Fundamental (EF) de uma escola da Rede Pública Estadual de Passira- PE, relativas ao saber área de figuras planas. Nessa discussão procuramos adotar consoante às ideias de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002) e seus colaboradores, o ensino de área enquanto grandeza geométrica, embora, na matemática escolar, o ensino desse saber, muitas das vezes, tenha tido ênfase no campo da Geometria. Nessa direção, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) consideram o campo das grandezas geométricas como parte do estudo das grandezas e medidas, sendo, pois, um “articulador entre diversos conteúdos matemáticos por proporcionar um vasto campo de

<sup>1</sup> Professor da Educação Básica da Secretaria Municipal de Educação de Limoeiro- PE

<sup>2</sup> Doutora em Ensino das Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

problemas que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas”. (Brasil, 1997, p.85).

Nossa motivação inicial para o desenvolvimento desse estudo deu-se por um lado, pelo fato do conceito de área possuir um caráter importante no ensino da matemática escolar, em suas razões destacamos: sua aplicação no cotidiano e práticas profissionais, a conexão com outras disciplinas e em outros campos dentro da própria matemática. Por outro lado, pelo fato de que o ensino e aprendizagem de área é marcado por inúmeras dificuldades, sejam elas devido à confusão entre a área e o perímetro ou mesmo na dificuldade em lidar com as mudanças de unidades.

Diante disso nos questionamos: quais as concepções desenvolvidas pelos estudantes do nono ano do EF em relação ao conceito de área de figuras planas? Nessa direção, buscamos nesse trabalho, de uma forma mais específica, analisar, identificar e classificar as concepções de área desenvolvida por estes estudantes. A metodologia utilizada foi de abordagem qualitativa. Inicialmente foi aplicado um questionário diagnóstico contendo duas questões referentes à área de figuras planas. Em seguida apreciamos os protocolos dos estudantes a partir da noção de área enquanto grandeza.

Para tanto, a primeira seção deste texto é dedicada à apresentação de alguns elementos da fundamentação teórica sobre a noção de área enquanto grandeza. Na segunda seção, há a explicitação de algumas escolhas metodológicas que nortearam a análise realizada. A terceira seção consiste em uma síntese da análise dos protocolos dos estudantes. Apresentam-se, finalmente, algumas considerações e referências.

## **2. O conceito de área enquanto Grandeza Geométrica**

O presente estudo adota o conceito de área enquanto grandeza consoante às ideias de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002) e seus colaboradores. Nessa forma de encarar o conceito de área, faz-se necessário distinguir esse saber em três quadros: o geométrico, o numérico e das grandezas.

O campo geométrico é constituído por superfícies planas; o campo numérico consiste nas medidas das superfícies planas que pertencem ao conjunto dos reais não negativos e, finalmente, o das grandezas ao qual pertence à área, que é constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma medida. (DOAUDY E PERRIN- GLORIAN, 1989).

No trabalho com a área enquanto grandeza geométrica faz-se necessário, a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, construir a distinção entre três elementos: a figura (quadrados, retângulos, triângulos etc.), a grandeza associada à figura ( $4\text{cm}^2$ ,  $3\text{m}^2$  etc.) e o número associado à medição dessa grandeza numa dada unidade (4, 6, 7 etc.). Na fase seguinte – Anos Finais – essa busca pela dissociação entre os três elementos mencionados anteriormente deve ser ampliada. (PERNAMBUCO 2008).

Os autores Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002) dentre outros, defendem que adotar área como grandeza exige que seja feita uma distinção clara entre área e superfície, afinal, figuras distintas podem ter mesma área; assim como, área e número, pois, ao medir a área de uma figura com diferentes unidades, obtém-se números diferentes para expressar a medida de área, entretanto, a área não se altera.

Caso essa distinção não seja compreendida pelos estudantes, permite o desenvolvimento de dificuldades, as quais Douady e Perrin-Glorian (1989) chamam de concepção geométrica e concepção numérica.

As dificuldades com os problemas que envolvem área, isto é, os erros e as lacunas decorrem da “concepção forma” e da “concepção número”. São duas concepções disjuntas, sem devido estabelecimento de relações entre o campo geométrico e o numérico (Douady e Perrin-Glorian, 1989, p.395).

Nessa direção, Balacheff (1988, apud BELLEMAIN e LIMA, 2002), acrescenta que as concepções geométricas são caracterizadas pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno. Um exemplo muito comum dos sujeitos que mobilizam esse tipo de concepção é a confusão entre área e perímetro.

As concepções numéricas, para Douady e Perrin-Glorian (1989) são aquelas que segundo as quais o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo; ou seja, são caracterizadas pela superioridade dos aspectos numéricos. A mobilização desse tipo de concepção explica erros como ao uso de fórmulas fabricadas, a comparação de grandezas de naturezas distintas, ou seja, o sujeito que a mobiliza pode comparar a área com o perímetro de uma mesma figura ou ainda usar inadequadamente as unidades de área.

Várias pesquisas, a exemplo de Chiummo (1998), Gomes (2000), Duarte (2002), Facco (2003), Santos (2005), Santana (2006), Santos & Bellemain (2007), Teles (2007), Pessoa (2010), Santos (2015), assim como a nossa, apresentam consoante aos pressupostos propostos por Douady & Perrin-Glorian (1989), área enquanto grandeza, e evidenciam

diversas dificuldades que os estudantes desenvolvem em não adotar área enquanto grandeza. Entretanto, nosso foco de análise consiste nas concepções que os estudantes desenvolvem a respeito desse saber.

Baltar (1996) a partir das considerações de Douady & Perrin-Glorian (1989), propõe uma classificação que dão sentido ao conceito de área em três grandes classes: as situações de comparação, as de medida e as de produção de superfícies. A primeira está situada no quadro das grandezas, que pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência, a segunda tem como objetivo a passagem das grandezas para o quadro numérico, uma vez que para expressar a medida de área de uma superfície fazemos uso de um número seguido de uma unidade de medida, e finalmente a terceira, diz respeito às diversas situações de construções de figuras com áreas igual, menor ou maior a uma figura com área dada.

De posse das situações proposta por Baltar, Ferreira (2010) amplia essa classificação que dar sentido ao conceito de área, e acrescenta a situação mudança de unidade. “Esse tipo de situação tem como procedimento representar uma mesma área com unidades de medidas diferentes estando mais centrado no quadro numérico e por vezes, com ausência no quadro geométrico”. (FERREIRA, 2010, p. 34).

Para se adotar área como grandeza geométrica o ensino desse saber deve situar dentro de uma função de classe de equivalência das superfícies que tem a mesma área. Nessa direção, podemos definir em consonância com Santos (2005, p. 28) que “Se duas superfícies pertencem à mesma classe de equivalência, então elas têm a mesma área. Se duas superfícies não pertencem à mesma classe de equivalência, então elas têm áreas diferentes”.

Nossa pesquisa apoia-se nas ideias de classificação proposta inicialmente por Baltar (1996), entretanto nos detemos apenas nas situações de comparação e de medida, uma vez que nosso objetivo é identificar as concepções de área desenvolvidas por estudantes do 9º ano.

### 3. Aspectos Metodológicos

Participaram desse estudo 43 estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública Estadual localizada na cidade de Passira/PE. Estes estudantes possuíam uma faixa etária de idade que variava entre 14 e 16 anos.

Nosso estudo, que foi realizado tomando como base uma abordagem qualitativa, consistiu na aplicação de um questionário diagnóstico, conforme a figura a seguir.

Passira, 18 de março de 2016.

Caro estudante, você agora será submetido a um questionário diagnóstico cuja finalidade é de interesse científico. Sua participação é de suma importância assim como sua integridade durante o processo de aplicação.

Identificação:

Nome: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_

### Questionário Diagnóstico

#### Atividade 01

Observe as figuras desenhadas em malhas, e responda as questões abaixo:

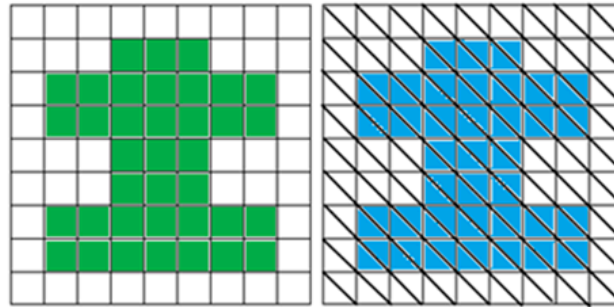


Figura 1

Figura 2

As figuras acima possuem a mesma área? Justifique a sua resposta.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

#### Atividade 2

Dada a figura ao lado, calcule corretamente:

- a) A área da figura.

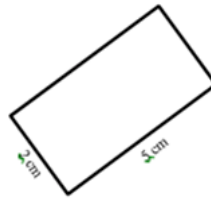


Figura 1: modelo do questionário aplicado aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental  
Fonte: Elaborado pelos autores.

Como podemos observar na figura anterior, o questionário diagnóstico continha duas questões: uma referente à comparação de figuras com mesma superfície, no entanto com medidas de áreas diferentes, e a outra referente ao cálculo da área de um retângulo conhecendo as medidas de seu comprimento e de sua largura. Para responder ao questionário foi destinado aos estudantes um período de 50 minutos para a resolução das atividades.

#### 4. Análise de dados

Embora nossa pesquisa apresente uma abordagem qualitativa, optamos em apresentar alguns dados quantitativos de forma a tornar mais compreensível e significativa a análise.

Dos quarenta e três (43) estudantes que responderam a primeira questão, apenas dois (2), consideraram que as figuras não apresentavam a mesma área. Quanto às justificativas, chama-se atenção para o estudante 41, que alega que “as figuras não possuem a mesma área por terem a mesma medida”. Assim, diante de sua justificativa percebemos que o estudante além de não compreender o conceito de área, apresenta dificuldade em lidar com a unidade de medida utilizada em cada figura – o quadrado na figura 1, o triângulo na figura 2 – e conseqüentemente em perceber que a medida de área dessas figuras é expressa por números diferentes.

Embora 41 estudantes tenham percebido que as figuras da primeira atividade possuíam a mesma área, em suas justificativas foi possível notar algumas dificuldades e erros com relação ao conceito de área. Esboçamos um quadro a seguir, na intenção de favorecer a compreensão das justificativas desses estudantes e ao mesmo tempo fornecer elementos associados às dificuldades que eles apresentam em relação ao conceito de área.

Quadro 1: Ideias associadas a área e justificativas dos estudantes

Ideia associada à área	Número de estudantes	Justificativas	Principal dificuldade em relação ao conceito de área
Medida de uma superfície	30	As figuras apresentam a mesma medida de área.	Compreender o significado de medida de área. Relacionar a unidade de medida utilizada em cada figura. Compreender que quando medimos a área de uma figura usamos diferentes unidades, portanto, o número obtido muda, entretanto, a área não se altera.
Espaço ocupado por uma figura	04	As figuras são idênticas então seus espaços internos também são.	Perceber que para duas figuras possuírem a mesma área não necessariamente elas precisam ser idênticas.
Tamanho e espessura de uma figura	03	As figuras possuem o mesmo tamanho e/ou as figuras possuem a mesma espessura.	Associar a grandeza comprimento à grandeza área.
Outros	04	As figuras são semelhantes, portanto possuem a mesma área.	Poderá ser: só podemos comparar área de figuras se estas apresentarem o mesmo formato.

Fonte: Elaborado pelos autores

Chamamos atenção para as justificativas de 30 estudantes. Em suma, justificaram que as figuras possuíam a mesma medida. Embora esses estudantes não especificassem que medida era essa, acreditamos que seus argumentos estão baseados na observação que a área de dois triângulos da figura 1 equivale a área de um quadrado da figura 2. Entretanto, o que se percebe é que no momento da aplicação do teste diagnóstico os estudantes investigados não dissociavam de maneira organizada o conceito de medida (número) tampouco o de unidade

(símbolo) – uma das recomendações dos documentos oficiais (PERNAMBUCO, 2008) ao tratar área enquanto grandeza geométrica.

Identificamos também que alguns estudantes associaram área ao espaço ocupado por uma figura. Embora a ideia de espaço nos remeta a grandeza volume, percebemos que ela foi utilizada pelos estudantes como sinônimo de superfície de uma região plana. Essa forma de enxergar área se aproxima da ideia de área enquanto grandeza proposta por Doaudy e Perrin-Glorian (1989). Ou seja, as áreas das figuras em questão pertencem a uma classe de equivalência, portanto elas possuem a mesma área.

Percebemos ainda que alguns estudantes utilizaram outras grandezas para justificarem as suas respostas – a exemplo da grandeza comprimento – esse fato evidencia dificuldades apresentadas pelos estudantes diante do estudo das grandezas e medidas, provavelmente, resultado de atividades que envolvem comparação de grandezas sem especificar a grandeza conforme salienta Bellemain e Lima (2010).

Outro fator relevante nos chamou atenção, foi o fato de quatro estudantes utilizarem o conceito de semelhança para justificar suas respostas. Inquietos por esses argumentos, procuramos posteriormente saber qual o conteúdo abordado dias antes da aplicação do questionário e para nossa surpresa o conteúdo tratava-se de semelhança de figuras planas. Embora esse não seja nosso objetivo – se debruçar sobre os eventuais fatores que cooperaram para estes estudantes utilizarem esses argumentos – percebemos a incompletude na construção do conceito de semelhança de figuras, uma vez que estes alegaram que as áreas das figuras eram as mesmas, pois, as figuras eram semelhantes. Entretanto o que dizer da comparação das áreas de duas figuras na qual uma foi ampliada num fator de proporcionalidade igual a 2?

Na segunda atividade lançamos nosso olhar sob os métodos de resolução utilizados pelos estudantes, ou seja, buscamos identificar se eles faziam ou não o uso ou aquisição de fórmulas para se determinar a medida de área de um retângulo não apresentado de maneira usual, se faziam uso adequado da representação de área enquanto grandeza (par formado por um número e uma unidade de medida), e finalmente, que aspectos são evidenciados no processo da resolução.

Percebemos nessa atividade diversas dificuldades o que justifica que nenhum estudante conseguiu respondê-la corretamente. A tabela a seguir, sintetiza essas informações apontando as dificuldades desenvolvidas pelos estudantes.



Tabela 1: Estabelecimento de expressões de resolução da atividade 2 pelos estudantes

Método de resolução	Quantidade de estudantes	Utilizaram a unidade de medida adequadamente		Levou em consideração apenas o aspecto numérico
		Sim	Não	
Ideia de Perímetro	17	05	0	12
Soma das medidas dos dois lados adjacentes do retângulo (2cm +5cm)	04	03	01	0
Ideia de Área (comprimento x largura)	08	0	04	04
Razão de semelhança	01	01	0	0
Soma da medida dos ângulos internos do retângulo	01	01	0	0
O produto da medida do comprimento de todos os lados	03	0	01	02
O produto da medida da soma dos lados opostos	03	0	02	01
Soma das medidas do comprimento de todos lados do retângulo duas vezes	01	01	0	0
Não respondeu	05	0	0	0
Total	43	11	08	19

Fonte: Elaborada pelos autores

De acordo com as informações da tabela anterior, percebemos nessa atividade indícios do uso de fórmulas, sobretudo percebemos em maior quantidade a presença de expressões ligadas à grandeza perímetro levando em consideração principalmente os aspectos numéricos uma característica do desenvolvimento de uma concepção numérica conforme salienta Douady e Perrin-Glorian (1989). Com relação à ideia de área, percebemos que apenas 8 estudantes associaram ao produto da medida do comprimento pela medida da largura, entretanto, nenhum estudante representou a grandeza área como um par formado por um número e uma unidade de medida, o que vem a reforçar a supremacia nos aspectos numéricos e o uso inadequado das unidades de área.

Outro fator preponderante a ser destacado é em relação à dificuldade que os estudantes apresentaram consoante as ideias de grandezas. Percebemos um pequeno número de estudantes que associaram corretamente a unidade de medida à grandeza, embora a atividade faça referência a área, os estudantes que utilizaram a ideia de perímetro, por exemplo, fizeram uso da unidade correta para esta grandeza. Isso reforça a necessidade do professor favorecer situações que permitam a dissociação entre três elementos envolvidos no trabalho com as grandezas geométricas: a figura, a grandeza associada à figura e o número associado à medição dessa grandeza numa dada unidade. (PERNAMBUCO 2008).



Vale ressaltar que nesta atividade percebe-se a superioridade dada pelos estudantes nos aspectos numéricos o que nos justificam certas dificuldades também apresentadas na atividade 1, além de um grande número de estudantes associarem área à grandeza perímetro, uma característica da concepção geométrica segundo Balacheff (1998, apud BELLEMAIM e LIMA, 2002).

## 5. Considerações Finais

O ensino de área enquanto grandeza permite aos estudantes a percepção de uma grandeza autônoma, e que, portanto pode ser medida e comparada. Acreditando nisso buscamos nesse estudo fortalecer as discussões a respeito das concepções construídas por estudantes ao lidar com o objeto do saber área de figuras planas. Analisando os resultados percebemos que os estudantes pesquisados apresentaram dificuldades em lidar com o conceito de área, nos levando a concluir que essas dificuldades são referentes às abordagens dos conceitos no momento do ensino, pois identificamos estudantes com concepção do tipo numérica (com ênfase nos aspectos numéricos), do tipo geométrica (apresentam confusão entre área e perímetro) e alguns (quatro), com indícios de concepção de área enquanto grandeza (constituídos por classes de equivalências de superfície de mesma medida), mesmo estando presente algumas dificuldades relativas a omissão ou uso inadequado de unidades de área. Nesse sentido, podemos inferir que o ensino de área tem sido marcado dando ênfase em demasia aos aspectos numéricos – sem antes favorecer situações que permita ao estudante diferenciar área e superfície, assim como área e número – e a utilização de fórmulas, não valorizando as situações que dão sentido ao conceito de área nem tampouco as situações que evidenciem as diferenças ente área e perímetro.

Devido esses tipos de erros cometidos por estudantes ao se deparar com situações em que envolvem o cálculo e/ou a comparação de área de figuras planas, percebemos a necessidade de uma intervenção abordando área como grandeza facilitando na construção do conceito desse saber em três grandes classes: as situações de comparação, as de medida e as de produção de superfícies, proposta por Baltar (1996), assim como, a situação mudança de unidade proposta por Ferreira (2010). Percebemos ainda a necessidade do ensino de área explorando as classes de equivalência que facilitem aos estudantes perceberem que ao medir a área de uma figura com diferentes unidades, obtem-se números diferentes para expressar à medida de área, entretanto, a área não se altera.

## 6. Referências

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BELLEMAIN, P. & LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental.** Natal: SBHMat, 2002.

\_\_\_\_\_. **Matemática: Ensino Fundamental.** In: Carvalho, João Bosco Pitombeira Fernandes (org.). In: **Coleção Explorando o Ensino.** Brasília-DF. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, volume 17, p. 167-200, 2010.

CARVALHO, Dierson Gonçalves; BELLEMAIN, P. M. B. **Um estudo diagnóstico com alunos do Projovem Urbano da região metropolitana do Recife-PE para resolver problemas de área.** VI EPBEM – Encontro Paraibano de Educação Matemática. UEPB. Monteiro-PB, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1998.**

CHIUMMO, A. **O Conceito de Áreas de Figuras Planas: Capacitação para Professores do Ensino Fundamental.** São Paulo. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC – SP. São Paulo. 1998.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área, como Grandeza, no Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2002.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP, 2003.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

GOMES, G. H. **Um Estudo de Área com Alunos da 6ª série do Ensino Fundamental.** São Paulo. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC – SP. São Paulo, 2000.

PESSOA, G. S. **Um Estudo Diagnóstico sobre o Cálculo da Área de Figuras Planas na Malha Quadriculada: influência de algumas variáveis.** Dissertação (Mestrado em

Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2010.

SANTANA, W. M. G. **O Uso de Recursos Didáticos no Ensino do Conceito de Área: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental.** Dissertação, UFPE, Recife, 2006.

SANTOS, Marilene Rosa. **Resolução de problemas envolvendo área do paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife: 2005.

SANTOS, M. R. & BELLEMAIN, P. M. B. A Área do Paralelogramo no Livro Didático de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, nº 23, ano 13, Recife, 2007.

SANTOS, M.R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental:** um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. Recife 281 f. Tese (Doutorado no ensino das Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural de Pernambuco. – Recife, 2015.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas.** Tese. UFPE 2007.