REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SITUAÇÕES COMBINATÓRIAS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS

Rute Borba
UFPE
resrborba@gmail.com

Juliana Azevedo
UFPE
azevedo.juliana1987@gmail.com

Marilena Bittar
UFMS
marilenabittar@gmail.com

Resumo

Objetivou-se investigar como representações semióticas são tratadas no ensino de Combinatória e apresenta-se resultados da análise de livros didáticos propostos para anos iniciais do Ensino Fundamental. A maioria dos problemas são os denominados de produto cartesiano; há alguns poucos de combinação; muito poucos de permutação; e nenhum problema de arranjo – apesar das recomendações curriculares de que se trabalhe, desde os anos iniciais, com variadas situações combinatórias. Observou-se ser comum a apresentação de problemas com mais de uma forma de representação simbólica; todos os problemas analisados apresentam ao menos uma conversão de representações; e alguns envolvem múltiplas conversões. Aspectos positivos no trato de situações combinatórias foram observados, mas verifica-se a necessidade de mais amplo espectro de tipos de problemas e mais discussão sobre possibilidades de conversões entre registros de representação semióticas, de modo a auxiliar o desenvolvimento do raciocínio combinatório de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Representações semióticas; situações combinatórias; anos iniciais do Ensino Fundamental.

1. O papel de livros didáticos no ensino e na aprendizagem da Matemática

A observação de práticas de sala de aula aponta a importância do livro de didático no ensino de conteúdos escolares, em particular de conceitos matemáticos. Esse é um fenômeno que ocorre em diversas partes do mundo, como indicam Harries e Sutherland (1999), em estudo de análise de livros didáticos dos Estados Unidos da América, da França, da Hungria, da Inglaterra e de Singapura. Esses autores observaram que os livros didáticos de diferentes países refletem o que se pensa a respeito do que seja Matemática e de como a mesma deve ser ensinada e aprendida. Dessa forma, livros didáticos podem indicar quais conceitos são selecionados para o ensino e como devem ser trabalhados na escola.

Carvalho e Lima (2010), ao discutirem o papel do livro didático no ensino de Matemática, destacam quatro polos que precisam estar articulados: 1) o livro didático e o autor, 2) o professor que usa o livro, 3) o estudante usuário do livro e 4) a área de conhecimento e os conceitos tratados no livro. Assim, autores de livros didáticos precisam

Excluído:

deixar claro quais os seus entendimentos a respeito de como se aprende Matemática e, consequentemente, como se deve ensinar, devendo as atividades propostas estarem na mesma direção dessas concepções. Os professores precisam estar cientes e concordarem com as propostas pedagógico-metodológicas dos autores dos livros didáticos que adotam em suas salas de aula e os estudantes precisam se engajar nas atividades propostas, de modo a favorecer seus desenvolvimentos matemáticos. Destacamos, também, que acreditamos que autores de livros didáticos devem acompanhar as discussões referentes ao ensino e à aprendizagem, advindas de experiências vivenciadas em sala de aula e resultantes de pesquisas científicas.

Excluído: a

Entende-se, aqui, o livro didático como um *currículo apresentado*, que, segundo Sacristán (1998)[1], trata-se de materiais de orientação do *currículo prescrito*. No caso do Brasil, tem-se, atualmente, como currículos prescritos o que consta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) e das propostas curriculares estaduais e municipais. Já os currículos apresentados se traduzem em orientações metodológicas expostas em materiais, tais como livros didáticos e outros recursos, voltados à discussão de propostas curriculares, como os Cadernos do Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014) e o Guia do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) (BRASIL, 2106). Na Matemática, e em outras áreas do conhecimento, tanto o currículo prescrito quanto o apresentado se baseiam – direta e indiretamente – em teorias e pesquisas que dizem respeito ao modo como estudantes aprendem e como podem ser ensinados.

Gérard e Roegiers (1998) destacam que os livros didáticos apresentam o rol de conteúdos a serem trabalhados, bem como servem de auxílio para o planejamento de atividades a serem desenvolvidas durante o ano escolar. Esses autores ressaltam, ainda, que livros didáticos são fontes de formação continuada de professores. Em particular, nos manuais do professor dos livros didáticos devem ser apresentados pressupostos teórico-metodológicos referentes ao que se concebe como processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, bem como devem ser detalhadas as atividades propostas no livro do aluno – deixando claro ao professor quais as intenções de cada situação apresentada e como a mesma pode propiciar avanços nos conhecimentos matemáticos dos estudantes.

Nesse sentido, o presente estudo buscou observar como o estudo da Combinatória é proposto em livros didáticos de anos iniciais do Ensino Fundamental, em particular, como são

[1] Para mais detalhes, ver Sacristán (1998) que apresenta seis tipos de currículos: *prescrito* (presente em propostas curriculares), *apresentado* (discutido em recursos voltados aos professores), *moldado* (planejado pela escola e por seus professores), *em ação* (efetivado em sala de aula), *realizado* (apreendido pelos estudantes) e *avaliado* (por meio de avaliação do processo de implementação de propostas curriculares).

apresentadas e tratadas as representações simbólicas que auxiliam o entendimento das crianças a respeito de situações combinatórias. Destaca-se, aqui, que a Análise Combinatória – com o estudo de fórmulas variadas, tais como as de *arranjos*, *combinações* e *permutações* – se dá oficialmente no 2º ano do Ensino Médio, mas há recomendações curriculares de que situações combinatórias simples sejam tratadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997). Busca-se, desse modo, verificar no estudo o quanto o que é prescrito – no que se refere ao ensino da Combinatória desde os anos iniciais da escolarização – é efetivado em livros didáticos desse nível de ensino, e, mais especificamente, analisa-se o papel que é dado às representações semióticas no tratamento de situações combinatórias.

Excluído: –

2. Representações semióticas e o aprendizado de Matemática

Vergnaud (1996) defende a importância da simbolização no aprendizado matemático. Esse autor coloca a representação simbólica como um dos eixos da conceitualização, em conjunto com as situações que dão significado aos conceitos e com as relações e propriedades – por ele denominadas de *invariantes* – que caracterizam o conceito e seus subconstrutos e que estão em processo de construção pelos indivíduos. A representação simbólica tanto pode gerar uma dificuldade – como no caso da apresentação e do uso precoce de fórmulas ainda não compreendidas pelos estudantes – quanto pode ser um facilitador na compreensão de conceitos – como quando há uma quantidade grande de dados a serem organizados e tratados.

Duval (1995) também destaca o papel de registros de representação semióticas, ao afirmar que não há outra forma de acessar objetos matemáticos a não ser por suas representações. O autor enfatiza a importância de diferentes tipos de transformações de representação semiótica: *tratamento* (transformações internas nas quais o sistema de registro se mantem o mesmo) e *conversão* (nas quais há mudanças de sistemas de registro e nas quais o mesmo objeto é reconhecido a partir de diferentes representações simbólicas). Segundo Duval, para que haja a conceitualização deve-se ser capaz de *identificar* traços que sejam perceptíveis da representação do conceito, de *tratar* adequadamente representações do conceito, bem como de *converter* uma forma de representação do conceito em outra(s) forma(s) equivalente (s).

Os PCN (BRASIL, 1997) defendem que no ensino de Matemática é necessário relacionar observações do cotidiano com representações simbólicas variadas, tais como esquemas, figuras, quadros e tabelas e que as representações também devem se relacionar com princípios e conceitos matemáticos. Ressaltam, ainda, que as representações simbólicas exercem importante papel na interpretação de problemas e na comunicação de estratégias de resolução. Discute-se, então, como pode ocorrer a evolução de representações pictóricas (como desenhos), até representações que se aproximam cada vez mais da simbologia matemática formal (como expressões numéricas e fórmulas).

Excluído:)

Em particular, no que concerne estudos anteriores em Combinatória, Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011) e Azevedo (2013) observaram que estudantes em início de escolarização conseguem resolver algumas situações combinatórias de naturezas diversas: *produtos cartesianos* – como denominado por Inhelder e Piaget (1976), *arranjos*, *combinações* e *permutações*. Essas autoras verificaram resoluções corretas por estudantes que utilizavam desenhos e listagens, dentre outras formas de representar situações combinatórias. Também se observou que árvores de possibilidades representam de modo sistematizado problemas de Combinatória, como também havia sido indicado por Fischbein (1975).

Nesse estudo, um objetivo específico, portanto, é o de observar que registros de representação semiótica são apresentados em livros didáticos de anos iniciais quando se propõe o estudo de situações combinatórias. Também objetiva-se identificar e analisar os tipos de transformações presentes em livros didáticos.

3. Situações combinatórias em livros didáticos de anos iniciais

Foram analisadas duas coleções de livros de um mesmo autor e mesmo editora, propostas para a Alfabetização Matemática (Anos 1, 2 e 3) e para o 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. A escolha se deu com o objetivo de analisar como as representações simbólicas são tratadas por um mesmo autor ao longo da escolarização e, em particular, nos anos iniciais do Ensino Básico e, para tal, foram escolhidas coleções que têm uso elevado em escolas públicas brasileiras[2].

3.1. Como situações combinatórias são propostas em livros didáticos de anos iniciais

A maioria das situações combinatórias são propostas em capítulos referentes ao eixo *Números e Operações*. Quando apresentadas em outros eixos (*Grandezas e Medidas*, *Geometria* ou *Tratamento da Informação*), as situações combinatórias se fazem presentes em seções cujo objetivo é revisar assuntos anteriormente trabalhados. Assim, a Combinatória é

[2] Luiz Roberto Dante é autor de coleções dos três níveis de escolarização (anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental, bem como do Ensino Médio) e suas coleções estão entre as três mais vendidas no PNLD (2013) e, por esses motivos – alcance em toda a Educação Básica e amplo uso em escolas públicas brasileiras – foram escolhidas para serem analisadas no presente estudo. As coleções de sua autoria são denominadas: Ápis (1º ao 5º ano), Projeto Telaris (6º ao 9º ano) e Matemática – Contexto e Aplicação (Ensino Médio).

tratada nas coleções analisadas como conteúdo exclusivo a números e operações aritméticas e não articulada a outros eixos da Matemática.

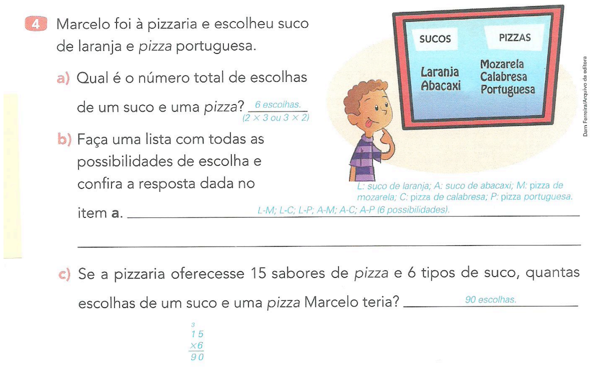
Em problemas denominados de *produtos cartesianos*, as situações estão apresentadas em seções que tratam da multiplicação. Em outras partes, há *combinações* e *permutações*, mas nos livros analisados não foi localizado qualquer problema de *arranjo* – diferentemente de estudo anterior, de Barreto e Borba (2010), no qual os quatro tipos de problemas foram localizados em livros didáticos de anos iniciais do Ensino Fundamental.

Dessa forma, nas coleções analisadas, *arranjos*, *combinações* e *permutações* nem sempre são associadas diretamente à Combinatória. Não é chamada a atenção dos estudantes ou dos professores de que há diferentes situações combinatórias, além de *produtos cartesianos*, e nem que cada tipo possui propriedades distintas. Isso também foi observado por Barreto e Borba (2010).

Excluído: para o

Situações combinatórias das que são denominadas de *produto cartesiano* foram as mais frequentes nas coleções analisadas, como a situação proposta na Figura 1. Sugere-se que os estudantes façam uma lista das possibilidades e que busquem uma generalização: se com dois tipos de suco e três sabores de pizzas se chega a seis possibilidades (resultante de 2 x 3), quanto será o total de possibilidades com 15 sabores de pizza e seis tipos de suco?

Figura 1. Atividade de *produto cartesiano* apresentada para o Ano 3.


4 Marcelo foi à pizzaria e escolheu suco de laranja e *pizza* portuguesa.

a) Qual é o número total de escolhas de um suco e uma *pizza*? 6 escolhas. (2 × 3 ou 3 × 2)

b) Faça uma lista com todas as possibilidades de escolha e confira a resposta dada no item **a**. L: suco de laranja; A: suco de abacaxi; M: pizza de mozarela; C: pizza de calabresa; P: pizza portuguesa. L-M; L-C; L-P; A-M; A-C; A-P (6 possibilidades).

c) Se a pizzaria oferecesse 15 sabores de *pizza* e 6 tipos de suco, quantas escolhas de um suco e uma *pizza* Marcelo teria? 90 escolhas.

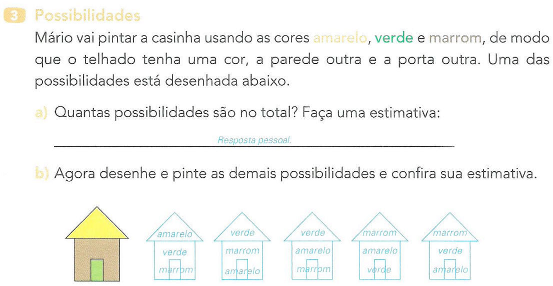
15 × 6 = 90

Fonte: Dante (2014), Coleção Apis, volume 3, p. 164.

Essas propostas de atividades estão de acordo com o que é prescrito pelos PCN (BRASIL, 1997) e apresentado no Guia do PNLD 2016 (BRASIL, 2016), os quais defendem que se busque procedimentos de cálculo que levem a generalizações. Nesses documentos defende-se variadas formas de realização de cálculos como atividades de formação dos estudantes, possibilitando o exercício da "memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização" (BRASIL, 1997, p. 76).

No mesmo volume (o terceiro) da coleção de Alfabetização Matemática analisada, encontra-se a atividade colocada na Figura 2.

Figura 2. Atividade de *permutação* proposta para o Ano 3.


3 Possibilidades
Mário vai pintar a casinha usando as cores amarelo, verde e marrom, de modo que o telhado tenha uma cor, a parede outra e a porta outra. Uma das possibilidades está desenhada abaixo.

a) Quantas possibilidades são no total? Faça uma estimativa:

Resposta pessoal.

b) Agora desenhe e pinte as demais possibilidades e confira sua estimativa.

Fonte: Dante (2014), Coleção Apis, volume 3, p. 221.

Sob o título *Possibilidades*, o autor propõe um problema de permutação de três cores para pintar o telhado, a parede e a porta de uma casa. De modo adequado, desafia-se o estudante a fazer uma estimativa de quantas são as possibilidades de permutar as três cores e depois solicita-se que desenhe e pinte as demais possibilidades, para confirmar, ou não, a estimativa efetuada. Do modo como é apresentada, a situação combinatória está de acordo com o prescrito e apresentado em documentos curriculares oficiais, no que diz respeito à valorização da estimativa como uma aproximação antes de se efetuar o cálculo. Também se valorizam modos mais informais de determinação de possibilidades, como, no caso, desenhos da casa com a permutação das cores no telhado, na parede e na porta.

O que nos parece estar faltando, é uma orientação ao professor de que essa atividade de *permutação* é também uma situação combinatória, mas que se diferencia do *produto cartesiano* no qual são escolhidos elementos de conjuntos distintos. No caso da *permutação*, o conjunto de escolha é único (as cores amarelo, marrom e verde, nesse caso) e todas as possibilidades solicitadas são compostas das três cores, permutando a ordem de escolha das mesmas (para o telhado, a parede e a porta). Sem uma discussão sobre os diferentes tipos de problemas combinatórios, corre-se o risco de que se generalize que se pode sempre determinar o número de possibilidades multiplicando-se os números constantes do enunciado (nesse caso, três cores e três partes da casa; 3 x 3), ao invés do correto manuseio das quantidades (seis permutações de três cores, na atividade proposta).

Formatado: Espaço Após: 6 pt

3.2 Situações combinatórias em diferentes anos escolares

Pode-se observar na Tabela 1 que na coleção de Alfabetização Matemática (1º a 3º ano) apenas um tipo de problema combinatório é tratado – os denominados *produtos cartesianos*. Dessa forma, o autor da coleção parece indicar que acredita ser esse o único tipo de situação combinatória que se pode trabalhar no início da escolarização.

Tabela 1: Percentagem (e quantidade) de situações combinatórias apresentadas, por níveis de escolarização e por tipo de problema.

Nível de escolarização	Produtos Cartesianos	Arranjos	Combinações	Permutações
Ciclo de Alfabetização	38 (20)	0 (0)	2 (1)	6 (3)
4o e 5o anos	27 (14)	0 (0)	25 (13)	2 (1)

A tabela indica, ainda, que 65% dos problemas apresentados – em conjunto da coleção de Alfabetização Matemática com a coleção voltado ao 4º e 5º anos – são *produtos cartesianos*, poucos são os problemas de *combinação* (27%) e menos ainda são os problemas de *permutação* (8%). Há, assim, uma distribuição desequilibrada entre os tipos de situações combinatórias tratadas nas coleções analisadas.

Embora haja uma tentativa de abordar situações combinatórias variadas, as coleções não atendem ao que é prescrito pelos PCN (BRASIL, 1997), pois não são apresentados os quatro tipos básicos de problemas combinatórios e também não há equilíbrio na distribuição das situações combinatórias desde o início da escolarização.

3.2.Conversões de representações simbólicas em situações combinatórias

Na Tabela 2 pode-se observar as conversões, sugeridas nas coleções analisadas, de uma forma de representação simbólica para outra forma. Ressalta-se que, em todas as atividades analisadas, ao menos uma forma de conversão foi solicitada, uma vez que o enunciado é dado sempre na língua natural (LN) e, para resolver a atividade, é preciso passar para outro registro de representação semiótica.

Verifica-se que nos livros analisados há, frequentemente, situações combinatórias com mais de um registro de representação semiótica – o que se constitui em um aspecto muito bom no tratamento da Combinatória, em particular nos anos iniciais de escolarização. Esse procedimento atende ao recomendado por Duval (1995), no sentido de que ser capaz de

Formatado: Espaço Após: 6 pt

realizar conversões de diversas formas de representação equivalentes auxilia o desenvolvimento conceitual, nesse caso a compreensão de conceitos da Combinatória.

Tabela 2: Percentagem (e quantidade) de conversões sugeridas, por tipo de problema

Excluído:

Formatado: ICME Heading 3, Centralizado, Recuar: Primeira linha: 1,23 cm

Formatado: Fonte:Não Negrito

Tabela formatada

Conversões	PC	A	C	P
LN -> L ou LN -> Num	8 (4)	0 (0)	0 (0)	4 (2)
LN & D -> L ou LN & D -> Num ou LN & D -> D	25 (14)	0 (0)	15 (8)	4 (2)
LN & Ár -> Ár ou LN & Qua -> Quad	8 (4)	0 (0)	4 (2)	0 (0)
LN & Qua -> Num ou LN & Ár -> Num	6 (3)	0 (0)	2 (1)	0 (0)
LN & Gr -> L	0 (0)	0 (0)	2 (1)	0 (0)
LN & D -> L & Num ou LN & Gr –> L & Num	0 (0)	0 (0)	4 (2)	0 (0)
LN, D & Ár -> Num ou LN, D & Ár -> Ár	12 (6)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
LN, D & Qua -> Qua ou LN, D & Qua -> Num	4 (2)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
LN, Ár & Qua -> Num	2 (1)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Total	65 (34)	0 (0)	27 (14)	8 (4)

D – desenho; Gr – gráfico; L – lista; LN – linguagem natural; Num – expressão numérica; Qua – quadro; Ár – árvore de possibilidades; PC – produtos cartesianos ; A – arranjos; C – combinações; P – permutações.

Linguagem natural e *desenhos* são as formas de representação simbólica mais comuns nos livros didáticos analisados – o que são muito apropriados para estudantes de anos iniciais do Ensino Fundamental. Formas de conversão comuns são o de linguagem natural e desenhos para listagens, para expressões numéricas ou para outros desenhos. Na Figura 1 solicita-se a conversão de linguagem natural e desenho (quadro com indicação de opções de tipos de sucos e sabores de pizzas) para listagem (a solicitação b: Faça uma lista com todas as possibilidades de escolha…) e a Figura 2 é um exemplo de conversão de linguagem natural para desenho (de casas com três cores permutadas no telhado, parede e porta). O que é proposto atende ao que é prescrito, em termos de conversão de diferentes sistemas de registros, bem como está de acordo com resultados de estudos empíricos, tais como Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011), que evidenciam que estudantes dos anos iniciais utilizam com frequência desenhos e listagens em suas soluções de problemas combinatórios.

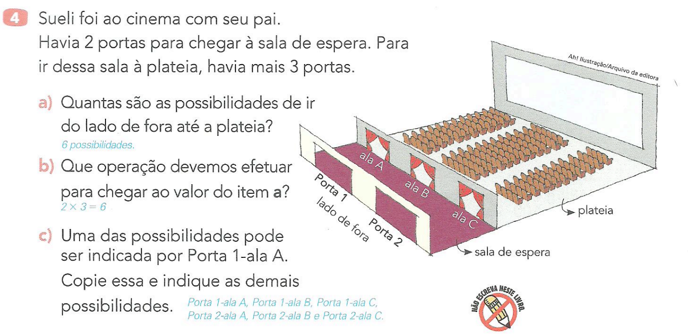
Ressalta-se que os desenhos utilizados para a apresentação das situações combinatórias, por vezes, não apenas ilustram a situação, mas podem auxiliar os estudantes na resolução dos problemas postos. A Figura 3 é um exemplo de situação na qual o desenho das

Formatado: Espaço Após: 6 pt

ISSN 2178-034X

portas de entrada de um cinema até a plateia pode ajudar os estudantes a perceberem que há seis modos de chegar do lado de fora até a plateia.

Figura 3. Atividade de *produto cartesiano* proposta para o Ano 4 na qual o desenho pode auxiliar na resolução da situação combinatória.



Fonte: Dante (2014), Coleção Apis, volume 4, p. 139.

Na Figura 4, a situação é apresentada com *linguagem natural* e com *árvore de possibilidades* e solicita-se a expressão numérica, ou seja, a multiplicação que indica o número de duplas que se pode formar com dois meninos e quatro meninas.

Figura 4. Atividade de *produto cartesiano* proposta para o Ano 4 na qual solicita-se converter linguagem natural e desenho para quadro e para expressão numérica.

Fonte: Dante (2014), Coleção Apis, volume 4, p. 138.

Formatado: Justificado, Recuar: Primeira linha: 0,63 cm, Espaço Após: 6 pt, Espaçamento entre linhas: 1,5 linhas

Formatado: Fonte:Itálico

Formatado: Fonte:Itálico

Excluído: .

Observa-se, assim, que, em conjunto, as coleções analisadas apresentam variadas formas de representação simbólica de situações combinatórias e também propõem múltiplas formas de conversão de um modo de representar para outro. Esses são aspectos bem positivos das coleções e que atendem ao prescrito no que diz respeito ao uso de uma variedade de representações simbólicas no aprendizado da Matemática. Nos parece estar faltando, entretanto, orientações ao professor sobre o uso dessas representações simbólicas variadas de situações combinatórias e como podem auxiliar os estudantes a perceberem as equivalências entre os registros diferentes.

Formatado: Espaço Após: 6 pt, Espaçamento entre linhas: 1,5 linhas

Excluído:

4. O que se pode concluir e quais avanços ainda se fazem necessários

Como destacado por Duval (1995), transformações de representações semióticas são necessárias para o desenvolvimento conceitual de estudantes de todos os níveis de ensino e, em particular, dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A partir dessas transformações, é possível que as crianças reconheçam propriedades essenciais dos conceitos que são expressas em diferentes modos de registro.

Em situações combinatórias, conversões entre formas de representação auxiliam no reconhecimento de relações combinatórias em comum, presentes em diferentes tipos de problemas: os denominados de *produto cartesiano*, os *arranjos*, as *combinações* e as *permutações*. As propostas dos livros didáticos analisados apresentam os problemas em linguagem natural e associados a outras formas de registro, tais como desenhos, quadros e árvores de possibilidades e pede-se que sejam convertidas para outras formas de registro, como listas e expresses numéricas. As atividades da forma como propostas possibilitam que as crianças percebam que as possibilidades registradas em uma lista, podem também ser expressas em forma de árvore de possibilidades e que dessas formas de registro se pode perceber quais os produtos que resultam no número total de possibilidades solicitadas. Algumas dessas atividades ainda solicitavam que os estudantes efetuassem generalizações – a partir de aumento de número de elementos dos conjuntos a serem combinados, como se poderia determinar, por meio de multiplicações, o novo número total de possibilidades.

Destacamos, assim, que aspectos muito positivos referentes ao ensino de Combinatória foram observados nos livros analisados. Um destaque é o de uso de múltiplas formas de registro das situações e a possibilidade de se observar aspectos em comum entre as diferentes representações simbólicas, bem como o incentivo à generalização de procedimentos.

Um aspecto negativo observado diz respeito a um número limitado de variados tipos de situações combinatórias, ao contrário do que é prescrito pelos PCN (BRASIL, 1997) que recomendam que desde os anos iniciais variados tipos de problemas de Combinatória sejam trabalhados com as crianças. Outra limitação das coleções analisadas é que faltam orientações precisas – nos manuais voltados aos professores – de que há diferentes tipos de problemas combinatórios e que cada tipo possui características próprias, o que implica em diferentes procedimentos para a determinação do número total de possibilidades solicitadas. Também se faz necessário melhor orientar o professor quanto ao papel de variadas representações simbólicas no tratamento de situações combinatórias e como a conversão de um tipo de registro a outro pode auxiliar os estudantes nos seus desenvolvimentos conceituais, em particular em suas compreensões da Combinatória.

Excluído: conceitual

Excluído: dos estudantes

5. Agradecimentos

A pesquisa foi parcialmente financiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa) por meio de Bolsa de Produtividade e pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por meio do Programa Nacional de Pós-Doutorado (PNPD) e por bolsa de doutorado CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e bolsa de doutorado sanduíche no país (SWP) CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa).

6. Referências

AZEVEDO, Juliana. **Alunos de Anos Iniciais Construindo Árvores de Possibilidades**: É melhor no papel ou no computador? (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE. Recife: UFPE. 2013

BARRETO, Fernanda.; BORBA, Rute. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. **Anais...** X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador. 2010.

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane.; BARRETO, Fernanda.; LIMA, Rita. Children's, young people's and adults' Combinatorial reasoning. In Ubuz, B. (Ed.). **Proceedings...** 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 169-176). Ankara, Turkey: PME. 2011.

Excluído: .;

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático - PNLD**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental. 2016.

CARVALHO, José Pitombeira; LIMA, Paulo. **Escolha e uso do livro didático**. Volume 17, Brasília. 2010.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Ápis - Matemática.(1º ao 5º ano). Ática: São Paulo. 2014.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**. Berna: Peter Lang. 1995.

FISCHBEIN, Ephraim. **The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children**, Reidel. Dordrecht, 1975.

GÉRARD, François-Marie.; ROEGIERS, Xavier. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Ed. Porto.1998.

HARRIES, T.; SUTHERLAND, R. Primary school mathematics textbooks: an international comparison. In I. Thompson (Ed.), **Issues in teaching numeracy in primary schools**. Maidenhead: Open University Press. 1999.

INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. **Da lógica da criança à lógica do adolescente.** São Paulo: Livraria Pioneira Editora. 1976.

SACRISTÁN, J. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos. 1996.

Excluído: .;

Excluído: -

Excluído: .;

ISSN 2178-034X