

PROPOSTA E RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ONLINE

Jeannette Galleguillos¹
UNESP
jeannette.galleguillos@gmail.com

Resumo:

O objetivo deste texto é observar como ocorre o desenvolvimento da modelagem matemática em um curso de extensão online. Os participantes do curso são professores de matemática num curso de formação continuada, interagindo num grupo fechado da rede social facebook, no desenvolvimento de uma tarefa de modelagem. A tarefa consistiu em propor e resolver um problema de modelagem a partir de um tema de interesse do grupo. O estudo foi abordado qualitativamente observando a ocorrência de uma situação de expansão, que envolve a emergência e resolução de contradições. Encontraram-se contradições que foram resolvidas por meio da eliminação do impossível e a eliminação do contraditório, dando lugar ao desenvolvimento de modelagem. Outros elementos que estimularam os processos de modelagem foram: o interesse dos participantes pelo tema escolhido e o uso de tecnologias, pois a Internet concedeu os dados para construir as tabelas e o Geogebra atuou propondo modelos para esses dados.

Palavras-chave: Modelagem matemática; Teoria histórico-cultural da atividade; Educação a distância online; Formação continuada de professores; Contradições internas.

1. Introdução

Este trabalho situa-se entre os temas: Teoria da Atividade, Modelagem Matemática e Educação a Distância online. Um sistema de atividade é compreendido como um organismo cujos sujeitos em interação com o mundo se transformam para o desenvolvimento do sistema. O desenvolvimento do sistema se dá pela mediação dos instrumentos na relação sujeito-objeto em uma relação dialética em que o sujeito é transformado pelo mundo e o mundo é transformado pelo sujeito. Os sujeitos do sistema podem enfrentar situações de contradição que, em vez de serem vistas como situações indesejáveis, são vistas como oportunidades de desenvolvimento. Um sistema encontra-se sempre em movimento e transformação, mas quando essa transformação é qualitativa ocorre uma situação de expansão, que corresponde à emergência e resolução das contradições, que é um indicador de desenvolvimento do sistema (ENGESTRÖM, 1987).

Neste trabalho, os sujeitos são uma dupla de professores em processos de modelagem participando num curso de extensão online. O principal tema abordado no curso foi

¹ Este artigo foi trabalhado em conjunto com meu orientador de tese, prof. Marcelo Borba.

modelagem matemática, para o qual se contemplou o desenvolvimento de uma tarefa de modelagem. Essa tarefa tinha o objetivo de enfatizar aspectos de modelagem segundo a perspectiva de Borba (1999), na qual os alunos escolhem, em grupos, um tema do seu interesse e, a partir desse tema, constroem um problema com a ajuda do professor. Esse trabalho, dos grupos interagindo em processos de modelagem num espaço fechado, foi visto como um sistema de atividade.

2. Teorias

A educação a distância online é uma modalidade de educação que com as facilidades da Internet, vem oferecendo possibilidades de implementação de cursos de formação continuada, a qual poderia resolver os problemas de tempo e espaço que a educação continuada presencial apresenta (MALTEMPI; MALHEIROS, 2010). Esta modalidade, sob uma metodologia de aula interativa (SILVA; 2000) e sob as potencialidades que oferece a Internet, possibilita o engajamento dos alunos em um ambiente virtual participativo, discursivo e mais comunicacional. A Sociedade do Conhecimento que gosta de intervir, de participar e de escolher, requer um modelo de aula que ofereça múltiplas oportunidades de interação. Junto com isso, a utilização das tecnologias digitais proporciona novas formas de comunicação e de acesso ao conhecimento, que transformaram a forma de aprender.

O curso de extensão online Tendências em Educação Matemática, ministrado na UNESP, vem-se desenvolvendo desde o ano 2001, como uma oportunidade de formação continuada para professores de matemática. Este curso apresenta características que Silva (2000) chama de uma sala de aula interativa, por dar a oportunidade aos alunos de serem participantes ativos da construção do conhecimento, pois eles podem levantar perguntas debatedoras e participar ativamente de discussões de temas abrangentes em Educação Matemática. Em 2014, o curso foi desenvolvido abordando temas centrados em modelagem, aplicações e investigação, utilizando um grupo fechado da rede social facebook como ambiente virtual de aprendizagem (AVA). Meishar, Kurtz e Pieterse (2012) pesquisaram o facebook como AVA em relação às funções normais das plataformas de aprendizagem (Learning Management System, LMS). As LMS possuem três principais funções: (1) dispor de espaços de diálogo tanto síncrono como assíncrono, (2) dispor espaços para apresentar materiais didáticos, e, (3) poder controlar perfis de usuários. O estudo das autoras apontou que o facebook oferece as duas primeiras funções mencionadas. Destaca-se que a rede social se encontra em contínuo desenvolvimento, permitindo espaços gratuitos, como grupos abertos,

fechados e secretos, que podem ser utilizados num curso de extensão. A rede social é um espaço de discussão privilegiado que responde aos interesses do curso tediado, e por sua massificação, não requer uma introdução prévia aos alunos sobre como usá-la.

No curso acima citado trabalhou-se com temas relacionados à modelagem matemática, a qual é vista como um enfoque pedagógico que é utilizado para fazer conexões entre a matemática e a realidade, e que pode ser usado para quebrar a rigidez de uma aula tradicional. Modelagem matemática é vista em geral como um processo em que os alunos devem descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema proveniente de alguma área do conhecimento (BIEMBENGUT, 2009). Contudo, não existe uma única forma de compreender modelagem; existe uma diversidade de pontos de vista sobre ela. A perspectiva de modelagem de Borba (1999) enfatiza que os próprios alunos, em grupos, construam um problema a partir de um tema de seu interesse, proveniente de seu cotidiano, oportunizando uma forma de engajamento deles na tarefa de envolver-se com o tema e modelar.

Os dados provenientes do curso acima exposto foram observados na ótica da Teoria da Atividade, que foi desenvolvida a partir do trabalho de Vygotsky (1978), sobre a mediação dos instrumentos na relação sujeito–objeto. Para Vygotsky o desenvolvimento humano acontece por meio do uso de instrumentos de mediação disponíveis em um tempo e espaço determinados. Em um olhar coletivo, Leontiev (1978), observou as potencialidades da organização dos sujeitos em uma atividade coletiva por sobre a realização de ações individuais. Os sujeitos organizados, em prol de satisfazer suas necessidades, se desenvolvem por meio de uma atividade coletiva que acontece em diferentes inter-relações sistêmicas que produzem resultados, o que Engeström (1987) chama de um sistema de atividade. O objeto do sistema é visto segundo Engeström (1987) como a matéria prima que se transforma num produto e que é motivado por uma necessidade dos sujeitos. Deste modo, um sistema de atividade é um sistema de relações que contribui para satisfazer necessidades coletivas como parte da organização do trabalho em sociedade (ROTH; RADFORD, 2011).

Num sistema de atividade podem ocorrer contradições internas, as quais são situações opostas, contraditórias, que se chocam produzindo tensões (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011). As contradições não são visíveis por si sós, mas podem-se visualizar por meio de tensões ou distúrbios, entre outros tipos de manifestações (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011). A ocorrência de contradições não é um fato negativo para esta corrente de pensamento, pois elas são vistas como oportunidades de desenvolvimento do sistema, quando elas são

resolvidas. A resolução das contradições levaria a uma situação de expansão, ou seja, ao desenvolvimento do sistema por meio da emergência e resolução das contradições internas. Neste estudo, o sistema observado está composto por uma dupla de professores de matemática propondo um problema de modelagem e interagindo num grupo fechado do facebook. O intuito deste estudo é observar como ocorrem os processos de modelagem nesse sistema de atividade.

3. Métodos

O estudo se desenvolveu no curso “Tendências em Educação Matemática: modelagem, aplicações e investigação”, no ano de 2014, utilizando a rede social facebook como ambiente virtual de aprendizagem. O curso teve duas sessões síncronas semanais, durante 8 semanas. As aulas síncronas se desenvolveram sobre uma metodologia de aula interativa (SILVA, 2000). Depois de 6 semanas de leituras, discussões e exemplos, os alunos trabalharam em grupos em uma tarefa de modelagem durante duas semanas, em duplas ou trios, na construção de um problema de modelagem a partir de um tema de interesse. Os grupos discutiram em espaços fechados do facebook desenvolvendo a sua tarefa, e depois expuseram seus resultados sob a plataforma de conferência Adobe Connect.

A pesquisa teve um enfoque qualitativo. Os dados de cada grupo foram construídos a partir de: (1) dados discursivos produzidos num grupo fechado em facebook (postagens) no desenvolvimento da tarefa; (2) da tarefa de modelagem; (3) da exposição da tarefa, gravada num vídeo, e (4) de uma entrevista realizada depois de finalizado o curso. Também se utilizou um evento facebook de apresentação pessoal dos alunos participantes antes de começar o curso, o qual serviu para conhecer o contexto de cada participante. Foram formados sete grupos fazendo modelagem; três deles apresentaram maior profundidade na descrição dos seus processos, sendo factíveis de analisar.

Neste texto analiso o desenvolvimento de um desses três grupos atuando em processos de modelagem matemática. Na análise de dados tentarei identificar indícios de contradições sistêmicas, observando a sua evolução nos processos de modelagem visualizados nos dados, com o fim de determinar a existência de uma situação de expansão.

Os dados foram organizados em linhas numeradas: 1, 2, ..., etc., correspondem às discussões no desenvolvimento da tarefa; A1, A2, ..., etc., correspondem a postagens da aula de apresentação; e E1, E2, ..., etc., correspondem a linhas de entrevista.

4. Análise e Resultados

Para analisar os dados neste estudo o texto discursivo foi dividido em episódios, os quais correspondem a fases completas do processo vivido pelos sujeitos no desenvolvimento da tarefa de modelagem. Para este artigo, eu analiso uma dupla que desenvolveu o tema “O uso do Facebook no Brasil”, e por motivos de espaço, extraio alguns trechos vivenciados nesse sistema.

A dupla em desenvolvimento de modelagem é composta por Bia e Flávio (nomes fictícios), sujeitos do sistema. Os seguintes dados nos mostram o contexto dos sujeitos e o seu sentir antes de começar o curso. Os dados nos indicam que ambos os sujeitos têm formação em matemática e experiência em modelagem matemática, mas eles residem em diferentes estados do Brasil.

- A1. Bia: Olá, gente. Eu sou Bia, aluna do curso de doutorado em ensino de ciências e Matemática, [...] e o mestrado este ano [de 2014], aqui no mesmo programa [...] também estou ansiosa para o início do curso. Penso que as discussões com pessoas de formações e pontos de vista diferentes (em programas, regiões diferentes...) nos enriquecerão muito. Abraços. (Aula de apresentação, 14 de agosto de 2014 às 18:57)
- A2. Flávio: Boa noite! Sou Flávio, sou licenciado em Matemática e estou cursando o mestrado em Ciências [...]. Estou animado com o curso. Um grande abraço e até breve. (Aula de apresentação, 1 de setembro de 2014 às 22:26)
- E1. Flávio: Bem, a Bia já havia trabalhado com MM [Modelagem Matemática]. Eu estou fazendo minha dissertação sobre MM e já giz uma proposta com MM em uma turma de pós [...]. (Entrevista, 5 de dezembro de 2014 às 11:40)

Os sujeitos narraram o desenvolvimento da tarefa no espaço de trabalho do facebook depois de havê-lo desenvolvido. Assim, analisamos aquelas narrações que eles acharam importante reproduzir nesse espaço de discussão, complementadas com os dados da entrevista e slides da tarefa. Os dados foram relatados pelos sujeitos para o professor antes da sua exposição. Seguem os episódios de desenvolvimento do grupo.

Episódio 1: A escolha do tema

Os sujeitos inicialmente estavam interessados em investigar sobre a falta de água no Brasil, mas pela dificuldade de encontrar os dados na Internet referente a seus estados de residência decidiram em mudar o tema para “O uso de Facebook no Brasil”.

1. Bia: Professor, o Flávio e eu optamos por estudar o uso e a dinâmica de usuários do facebook no Brasil. (21 de outubro às 10:42) (//)

2. Bia: Flávio, então vamos por partes...Da nossa busca pelo tema: Inicialmente pensamos em estudar o problema da falta de água, no Brasil. Para tanto pensamos em analisar nossos estados: PR e RJ. No entanto, não obtivemos muito sucesso na busca pelos dados que permitissem essa análise. Isso dificultou o processo de problematização, pela gente. Então, pensamos no nosso curso, via facebook e, pensando nas possibilidades proporcionadas pelo uso dessa rede social, bem como nos problemas gerados nela, optamos por estudar o facebook... (25 de outubro às 11:20)
3. Professor: Nossa, estou curioso. (25 de outubro às 11:22)
4. Bia: Professor, Flávio e eu nos empolgamos, fizemos uma espécie de relatório do que fizemos até agora, mas o arquivo está muito grande e vamos ter q arrumar outra forma de apresentar. [...]... vou enviar, p enquanto, nosso arquivo p vc in box, e vamos relatar nossas falas aqui...rs. (25 de outubro às 11:23)
5. Bia: Particularmente, escolhi o facebook pq poderia usar o face, que eu adoro, sem peso na consciência, já que era pra estudar matemática! Ahahaha. (25 de outubro às 11:27)

A motivação pelo tema da falta de água no Brasil está fortemente ligada à data (outubro de 2014), quando diversos estados do Brasil apresentavam problemas de escassez de água, e inclusive, em alguns lugares, o racionamento da mesma. Isso mostra que este primeiro tema foi escolhido por uma necessidade importante que vivia o país, e que eles assumiram como cidadãos. Nos seguintes trechos da entrevista os sujeitos explicaram suas razões para mudar seu tema.

- E2. Flávio: Bem, [...] O problema foi encontrar um tema que conseguíssemos desenvolver em uma semana. Começamos com o tema Água. Mas vimos que não seria tão fácil, pois ao considerarmos o Rio de Janeiro e lá no Sul, onde a Bia mora, seria um trabalho que iríamos precisar de mais tempo para a fase de interação, então ela propôs a utilização do facebook. (Entrevista, 5/12/2014, 11:21)
- E3. Bia: [...] pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do facebook; Delimitamos o tema: o uso do facebook, especificamente, no Brasil; delimitamos um problema: sobre o aumento de usuários do face no Brasil; Procuramos dados que nos auxiliariam nesse estudo, tais como: quando o face foi aberto no Brasil, o número de usuários nesses anos, número de perfis e donos dos perfis, dentre outros. (Entrevista, 9/12/2014, 10:21)

Nestes trechos observamos que o tema foi mudado por causa do pouco tempo disponível para desenvolvê-lo (linha E2) e pela dificuldade de encontrar dados padronizados de ambos os estados, o que se mostra na expressão “não obtivemos muito sucesso na busca pelos dados que permitissem essa análise” (linha 2). Os sujeitos procuraram informação sobre a falta de água em seus estados, mas eles não conseguiram a informação necessária, e o tempo que restou para finalizar esse tema não era suficiente. Esta é uma tensão que reflete uma possível contradição sistêmica. O objeto dos sujeitos (visto como matéria prima que se

transforma num produto) estava impulsionado pela necessidade de estudar o tema da falta de água no Brasil, mas surgiu a tensão entre este objeto e o tempo disponível (regra), que foi insuficiente para desenvolver a tarefa. Assim, retrato esta situação como uma contradição secundária entre o objeto e as regras. Uma contradição secundária, segundo Engeström (1987), ocorre entre dois componentes de um sistema de atividade, neste caso, entre o objeto e as regras.

Na linha E3 percebemos que o novo tema foi delimitado a “O uso de facebook no Brasil”, com algumas variáveis já pensadas pelos sujeitos. O tema do facebook foi muito interessante para Bia; de fato foi ela quem propôs (linha E2). O interesse da escolha observa-se na expressão “Particularmente, escolhi o facebook pq poderia usar o face, que eu adoro, sem peso na consciência [...]” (linha 5). Também porque esse tema seria mais interessante para trabalhar com alunos da Educação Básica, pois Bia expressa: “pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam)” (linha E3). Na opinião de Bia, o tema também foi interessante para o Flávio (“Flávio e eu nos empolgamos com o tema”, linha 4). Este tema então resulta ser do interesse dos sujeitos e dos possíveis alunos que no futuro trabalhariam com o tema, sendo o interesse pelo tema um fator impulsionador de modelagem.

Com a mudança de tema os sujeitos resolveram a contradição eliminando o tema anterior, ou seja, a contradição foi resolvida por meio da *eliminação do impossível*. Observo que o tema e a viabilidade de coletar os dados, dentro do tempo disponível, foram variáveis que foi necessário analisar. Superando essa dificuldade o grupo avançou no seu trabalho de modelagem, focando-se na variável: número de usuários de facebook no Brasil (sobre outras variáveis citadas na linha E3, como: quando o facebook foi aberto no Brasil, número de perfis e donos de perfis, etc.).

Neste episódio se visualizam cadeias de ações em propor um tema, busca de informação na Internet, análise da viabilidade de prosseguir com o tema e eliminação do impossível. Depois se percebe o desenvolvimento de tentativas de modelos em construção, o que dá passo ao seguinte episódio.

Episódio 2: Tentativas de representação do Modelo

Os sujeitos procuraram informações na Internet sobre o número de usuários do facebook no Brasil desde o ano de 2008 a 2012, para as quais construíram uma tabela (Figura

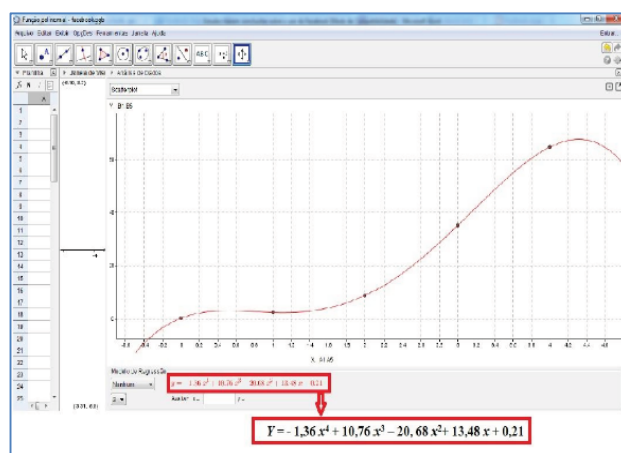
1). Após o preenchimento da mesma eles procuraram um modelo que representasse os dados obtidos. Os sujeitos utilizaram o software Geogebra para gerar o modelo, por meio da ferramenta “modelo de regressão”.

Bia explica que escolheram primeiro um modelo exponencial, mas este apresentava uma diferença grande em relação aos dados reais, razão pela qual escolheram uma função polinomial de grau 4. Com essa função, os dados entre o 2008 e 2012 pareciam bem representados, mas os gerados para o ano 2013 e 2014 eram errados, mostrando um descenso no ano 2013 e um valor negativo para 2014 (ver Figura 2).

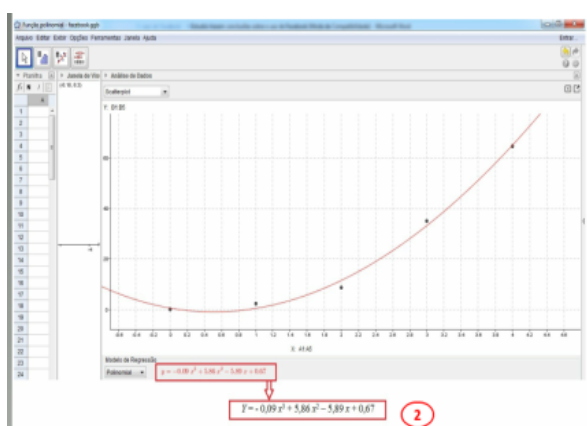
Figura 2. Função polinomial de grau 4.

Tabela 2 – Avaliação da função 1 determinada.

t	Ano	Número de usuários (em milhões) de acordo com a tabela 1	Número de usuários (em milhões) obtidos pela função 1
0	2008	0,209	0,209
1	2009	2,413	2,413
2	2010	8,821	8,821
3	2011	35,157	35,157
4	2012	64,6	64,6
5	2013	-	47,784
6	2014	-	-97,202



Os sujeitos usam dados da Internet para compará-los com os dados dos modelos gerados no software, o que se mostra nas expressões “E segundo dados publicados pela



eMarkete (...)” (linha 9) e “de acordo com os dados apresentados na página Meio & mensagem o número de usuários brasileiros do facebook continuou a crescer” (linha 15). Isto corresponderia a uma contradição entre o atual modelo proposto (objeto atual) e a predição dos dados. O objeto atual é um modelo em construção que é contraditório em relação à previsão da realidade, o qual é uma contradição primária no objeto; uma

contradição é primária quando ocorre em um componente do sistema (ENGESTRÖM, 1987). Então, para resolver a contradição os sujeitos descartaram os modelos contraditórios e

procuraram uma função polinomial de grau 3, oportunizando um gráfico que representasse melhor o comportamento dos dados (Figura 3). Esse processo corresponde a uma resolução da contradição por meio da *eliminação do contraditório*.

Neste episódio ocorreram cadeias de ações em: coletar dados; modelar, por meio de tabelas e gráficos; avaliar os modelos, comparando-os com dados de previsão, e eliminar modelos contraditórios. As ações de coletar dados e propor modelos ocorreram pela mediação da Internet e do Geogebra, instrumentos do sistema, que atuaram ativamente no desenvolvimento dessas cadeias de ações coletivas e mediadas.

Episódio 3: O modelo final

Neste episódio os sujeitos apresentaram o seu modelo final que representa o número de usuários de facebook no Brasil. Ainda que a função polinomial de grau 3 parecesse representar bem o comportamento do número de usuários de facebook, os sujeitos decidiram utilizar uma função por partes gerada no Geogebra, uma função

$$U_1(t) = - 1,36 t^4 + 10,76 t^3 - 20,68 t^2 + 13,48 t + 0,21$$

polinomial de grau 4 para os anos 2008 a 2010 ($0 \leq t \leq 3$), e uma função

$$U_2(t) = - 0,09 t^3 + 5,86 t^2 - 5,89 t + 0,67$$

polinomial de grau 3 para os anos 2011 a 2012 ($3 < t \leq 5$). Notamos a preocupação dos sujeitos para que os pontos de dados passassem muito próximos (talvez sejam os mesmos) da função que os representa, e se preocupam de acertar com a previsão para os anos 2014 e 2015.

Neste episódio os sujeitos apresentaram seu modelo final, executando ações de modelar e avaliar o modelo. A construção do modelo algébrico é baseada na mediação do Geogebra, o qual participou na geração do modelo algébrico final.

Episódio 4: Possibilidades na sala de aula

Neste último episódio os sujeitos apresentam outras possibilidades de análise deste tema com os estudantes na sala aula. Ela expressa possibilidades de análise frente a rede social facebook, como, o acesso a Internet e o tempo que os usuários passam no facebook. Ela também expressa sua intenção de levantar aspectos sócio-críticos que podem ser discutidos pelos professores nas salas de aulas por meio do desenvolvimento de projetos de modelagem

(“pra que nós, professores, discutamos aspectos sociais, como crimes na rede, o acesso à informação e a qualidade destas informações, a influência que as redes sociais [...]”, linha 19).

Flávio propõe fazer análise de gráficos, nas aulas do Ensino Fundamental, do número de usuários de facebook e do crescimento da população brasileira, com a incorporação de gráficos de relações entre essas variáveis.

Instrumentos: Facebook, curso Tendências, Internet, Google, tarefa de modelagem

Sistema O Facebook no Brasil

Este último episódio mostra uma preocupação dos sujeitos participantes em como tratar este tema nas suas aulas. Esta etapa corresponde a um planejamento da possível implementação de modelagem em uma aula e a uma reflexão dos processos experimentados.

Sujeitos: Bia e Flávio

Objeto: Construir e resolver um problema de modelagem

Produto: Problema e modelo

Regras: tempo de entrega da tarefa.

O sistema “O Facebook no Brasil”

Comunidade: Bia, Flávio e Professor colaborador.

Organização do trabalho

O objeto, visto como uma matéria prima que se transforma em um produto por meio da atividade (ENGESTRÖM, 1987), foi se transformado sucessivamente num produto por meio de diversas ações coletivas do grupo através dos episódios. O objeto passou por ações de definir o tema e a variável a analisar (episódio 1), definir o modelo (episódio 2 e 3), sendo o objeto geral o de construir um problema de modelagem a partir de um tema de interesse. O produto finalmente construído foi o problema e o modelo.

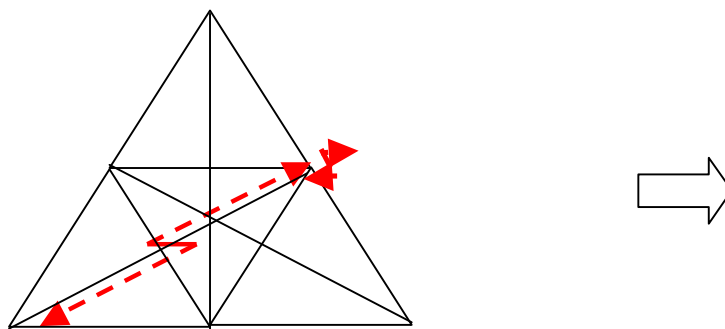


Figura 4: Sistema de atividade “O uso de Facebook no Brasil”.

A comunidade esteve formada pelos sujeitos, Bia e Flávio, e pelo professor colaborador do curso. A tarefa de modelagem atuou como um instrumento, que foi introduzido pelos professores organizadores do curso, e que impôs regras nos sistema gerando contradições internas. A Figura 4 mostra o diagrama do sistema “O Facebook no Brasil” representando uma contradição secundária entre o objeto e as regras (episódio 1) e uma

contradição primária no objeto (episódio 2). Estas contradições foram resolvidas dando passo ao desenvolvimento da tarefa. Observo que as tentativas de modelos desenvolvidas pelos sujeitos não são processos errados, pois formam parte do aprendizado e da construção em evolução do modelo final (episódio 3). Finalmente, os sujeitos mostram algumas possibilidades de implementação desse tema na sala de aula (episódio 4). Através dos episódios observa-se o uso das tecnologias por parte dos sujeitos como mediadoras dos processos de modelagem, pois a Internet concedeu os dados para construir as tabelas e o Geogebra atuou propondo modelos para esses dados.

5. Conclusões e Discussão

Este estudo analisou uma dupla de professores de matemática trabalhando na proposta e resolução de um problema de modelagem. O grupo experimentou uma contradição interna entre o objeto e as regras por abordar um tema que requeria mais tempo do que o disponível para desenvolvê-lo. A contradição foi resolvida mediante a eliminação desse tema (eliminação do impossível) e a proposta de um novo. Os sujeitos focaram-se então em estudar o número de usuários de facebook no Brasil motivados pelo forte interesse deles nesse tema. Depois de resolvida a contradição, e sob um novo tema, os sujeitos realizaram cadeias de ações em que usaram a Internet para procurar os dados necessários, e o Geogebra para representar um modelo tanto gráfico como algébrico. Na tentativa de encontrar um modelo adequado, os sujeitos vivenciaram a emergência de uma nova contradição entre o modelo proposto e a previsão dos dados, a que foi interpretada como uma contradição primária no objeto. Esta foi resolvida eliminando os modelos contraditórios e procurando um que representasse melhor dados e previsões (eliminação do contraditório). Uma contradição deste tipo foi encontrada em (ROTH, 2013) quando os sujeitos não perceberam uma contradição entre um modelo matemático e as interpretações gráficas que eles produziram desse modelo.

A situação de expansão neste grupo se visualiza pelas contradições experimentadas e a sua resolução. Assim, os processos de modelagem foram não só estimulados pela resolução das contradições internas, conforme indica Engeström (1987), mas também, pelo interesse dos sujeitos pelo tema escolhido e pelo uso das tecnologias, Internet e Geogebra, como mediadoras dos processos de modelagem. Isto, pois as tecnologias participaram ativamente em cadeias de ações de coletar os dados e de propor modelos, ações importantes no processo de modelagem. A Internet concedeu os dados que foram organizados em tabelas, e o Geogebra propôs os modelos que poderiam representá-los. Este resultado é coerente com o

encontrado por Souto e Borba (2015) em que as tecnologias atuaram como agentes mobilizadores fazendo aos sujeitos sair na busca “do novo”.

6. Referências

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem matemática na educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2009. 2, p. 7–32.

BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 285–295.

ENGESTRÖM, Y. Activity Theory as a framework for analyzing and redesigning work. *Ergonomics*, v. 43, n. 7, p. 960–974, 2000.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by Expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. versão online ed. Hesinki: Orienta-Konsultit, 1987. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/mca/Paper/Engestrom/Learning-by-Expanding.pdf>>. Acesso em: 21 ago. 2014.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Discursive manifestations of contradições in organizational change efforts. *Journal of Organizational Change Management*, 2011. 3, p. 368–387.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and police. *ZDM Mathematics Education*, v. 42, p. 291–303, 2010.

MEISHAR-TAL, H.; KURTZ, G.; PIETERSE, E. Facebook Groups as LMS: A Case Study. *The International Review of Research in Open and Distance Learning*, v. 13, n. 4, p. 33–48, out. 2012.

ROTH, W.-M. Contradictions and uncertainty in scientific’s mathematical modeling and interpretation of data. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 32, p. 593–612, 2013.

ROTH, W.-M.; RADFORD, L. *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011. (Semiotic perspectives on the teaching and learning of series).

SILVA, M. *Sala de aula interativa*. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Movimentos, estagnações, tensões e transformações na aprendizagem da matemática on-line. In: SIPEM, 15 nov. 2015, Pirenópolis - Goiás. *Anais...* Pirenópolis - Goiás: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 15 nov. 2015. p. 1–12.

VYGOTSKY, L. *Mind and Society*. MA: Harvard University Press, 1978.