

CONSTRUINDO CASAS COM HEXAEDROS REGULARES: HABILIDADES E PROCESSOS DE VISUALIZAÇÃO DESENVOLVIDOS COM FUTUROS PROFESSORES.

Campo Elías Flórez Pabón
Unicamp
ceflorezp@gmail.com

Jenny Patricia Acevedo Rincón
Unicamp
jennyacevedorincon@gmail.com

Resumo:

A experiência apresenta os resultados obtidos a partir do desenvolvimento de atividades criadas com o objetivo de identificar as Habilidades e Processos de Visualização dos alunos de terceiro, quarto e quinto ano da Pedagogia em Matemática da Universidade Austral de Chile. A experiência foi desenvolvida na disciplina optativa *Visualização em Educação Matemática*, envolvendo atividades práticas durante seis sessões. A experiência foi desenvolvida sob aplicação de uma sequência de atividades para chegar até a proposta de modelos de casas com hexaedros regulares. A tarefa inicial evidenciou no grupo algumas dificuldades dos futuros professores ao desenhar formas geométricas não prototípicas, e também ao usar as habilidades de visualização (identificação visual, discriminação visual, reconhecimento de posições e de relações espaciais), assim como os processos de visualização (Interpretação da Informação Visual e Processamento Visual) em tarefas específicas. Porém, as aprendizagens no decorrer das atividades foram além das habilidades, e processos visuais nos futuros professores.

Palavras-chave: Habilidades de visualização; Processos de visualização; situações ricas; aprendizagem situada; poliedros regulares.

1. Introdução

A Universidade Austral de Chile (UACH) oferece a graduação em Pedagogia em Matemática¹. A proposta curricular da Universidade Austral (Chile), para a Pedagogia em Matemáticas, conta com nove semestres de formação. Os estudantes desenvolvem cinco estágios Supervisionados. Sua primeira prática profissional de estágio é no quinto semestre de formação, começando por uma prática de tipo observação, uma segunda de observação

¹O programa é chamado de Pedagogia em Matemática, sendo que para se formar neste programa os alunos devem cursar nove semestres (cinco anos). Porém, os alunos podem optar por se formar como licenciados em Matemáticas cursando e aprovando os primeiros oito semestres, ou ser Bachareles com quatro semestres.

participante, uma terceira prática é vinculante, a quarta é pré-profissional e a quinta é a prática profissional.

A universidade é relativamente nova, pelo que tem interesse em formar professores que mantenham o equilíbrio entre o disciplinar das matemáticas e o relativo à educação Matemática. Desde o programa de Pedagogia, o professor de matemáticas se concebe como um profissional preparado para exercer a docência em Matemáticas, com um elevado nível científico-pedagógico e uma adequada preparação cultural general. No entanto, o currículo da Pedagogia em Matemática envolve mais matemática do que pedagogia, sendo um 70% o disciplinar das Matemáticas. Sob esta preocupação pela formação em educação matemática tanto permanente como continuada, o Centro de docência em Ciências Básicas propõe desde o ano 2015 o desenvolvimento de disciplinas optativas (em educação), cursos pós-formação dos egressos da faculdade e a participação no grupo de Práticas Pedagógicas Reflexivas. Assim, procurando pelas compreensões sobre as experiências de aprendizagem, a partir da problematização das práticas pedagógicas, se desenvolveu uma prática *colaborativa*, no sentido Fiorentini (2012), entre o do Centro de docência em Ciências Básicas e a Unicamp².

As práticas pedagógicas exercidas ao interior da sala de aula das disciplinas optativas da UACH visam por constituir uma prática de tipo social, que segundo a Teoria social da Aprendizagem “não se desenvolvem em isolamento, senão que fazem parte de um sistema de relações nas quais tem significação” (LAVE & WENGER, 1991). Assim, as práticas nas salas de aula da Pedagogia em Matemática não são isoladas, e permitem a problematização das práticas pedagógicas para que os que participam reflitam sobre os fatos de *ensinaraprender*³ na escola básica, e, sobretudo visa pela procura daquelas ações, interações e relações dentro da sala de aula, quando os alunos fazem construções geométricas.

Esta comunicação pretende apresentar as atividades desenvolvidas, junto com as análises e umas reflexões que surgiram durante e posterior à prática pedagógica, sob o referencial teórico das Habilidades e Processos de Visualização.

2. Habilidades e Processos de Visualização

Antes de definir as habilidades desenvolvidas mediante as atividades, é preciso dizer que compreendemos a visualização desde como “o conjunto de habilidades e processos necessários para representar, transformar, generalizar, comunicar e documentar informação

² Sob uma parceria voluntária das duas universidades (UNICAMP e UACH).

³ Carvalho e Fiorentini reconhecem que “O ensino só tem sentido, se promover aprendizagens” (2013, p. 11). O *ensinaraprender* na escola básica é um termo composto usado comumente para expressar a inter-relação entre o ensinar e o aprender.

visual ou refletir sobre ela”⁴ (GAL E LINCHEVSKY, 2010). No presente estudo se identificam as habilidades propostas por Del Grande (1990) e Gutiérrez (1996; 1998). Deste modo, a *Identificação visual* é a habilidade para reconhecer uma figura isolando-a do seu contexto. Por sua parte, a *Conservação da percepção* é a habilidade para reconhecer as propriedades invariáveis como forma e tamanho, a pesar da variabilidade dada pelo movimento. O *Reconhecimento de posições espaciais* é a habilidade para relacionar a posição de um objeto com um observador. Por outro lado, o *Reconhecimento de posições espaciais* é a habilidade que permite identificar corretamente as características de relações entre diversos objetos situados no espaço. E, a *Discriminação visual* é a habilidade que permite comparar dois ou mais objetos identificando suas semelhanças e diferenças.

Por último, Bishop (1983) refere os processos de Interpretação da Informação Figural e Processamento Visual. A *Interpretação da Informação Figural (IFI)* é o processo de interpretação de representações visuais para extrair informação delas, sendo o *Processamento visual (PV)* o processo inverso do IFI.

3. Contexto da experiência

A proposta foi desenvolvida desde o acompanhamento à turma da disciplina Optativa *Visualização em Educação Matemática* da Universidade Austral do Chile (UACH). A disciplina optativa *Visualização em Educação Matemática* foi oferecida durante o primeiro semestre do ano 2016, onde foram convidados os pesquisadores desta comunicação para o planejamento, execução e análise das práticas ali desenvolvidas durante o mês de março e parte de abril. Sendo desenvolvidas sob a supervisão da diretora e algumas das análises feitas foram compartilhadas pelos pesquisadores, ao grupo de *práticas pedagógicas reflexivas*, por meio de narrativas escritas após da execução das atividades, as quais foram apresentadas e problematizadas sobre o acontecido na experiência em sala de aula com os futuros professores.

As atividades propostas na disciplina estiveram orientadas à (re) contextualização dos conteúdos da sala de aula. Um dos objetivos das atividades planejadas é oferecer situações que permitam aos alunos refletirem, como futuros professores, sobre situações que podem eles planejar em sala de aula e que permitam inter-relacionar conteúdos, problematizar as práticas de *ensinaraprender* assim como refletir sobre o acontecido. Assim, as *situações ricas*

⁴ Tradução Livre de original em espanhol: “conjunto de habilidades y procesos necesarios para representar, transformar, generalizar, comunicar y documentar información visual o reflexionar sobre ella”.

segundo Font (2005), provem de contexto as situações da vida diária dos alunos, e motiva a aprendizagem por meio da ação e interação:

É a situação que vai além da aprendizagem passiva, pela incorporação, no processo de ensino e aprendizagem, de algum dos seguintes aspectos: a atividade do aluno, o uso de materiais, problemas do contexto, grupos de trabalho, uso de diversas representações, relações entre conteúdos, etc.⁵ (FONT, 2005, p.2)

Assim, a proposta elaborada atingiu as necessidades de problematizar por meio de atividades que incorporaram construções, para identificar as *Habilidades e Processos de Visualização*, e visando pela inclusão do contexto e relação de conteúdo, uso de diversas representações, grupos de trabalho, mas não limitando ao conteúdo matemático, pois em sala de aula se mobilizam aprendizagens que não estão necessariamente no currículo da faculdade.

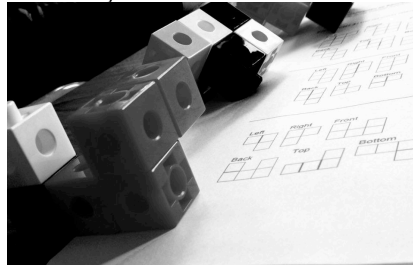
4. Proposta de atividades para a construção de casas com hexaedros

Tendo presente que a aprendizagem é de tipo social, que não se desenvolve de maneira isolada, e que está em constante mudança segundo (LAVE E WENGER, 1991), se propuseram as seguintes atividades, que foram desenvolvidas em seis sessões com o fim de identificar as habilidades de visualização que os alunos desenvolviam ao interagir em grupos de trabalho e ao problematizar a prática de construir casas em um terreno próximo à universidade. Para o desenvolvimento das atividades próprias da construção das casas, se realizaram outras; com base em atividades propostas em Acevedo (2010; 2012), tipo diagnóstico das dificuldades ao representar formas tridimensionais sobre o plano de folhas brancas⁶, e/ou abstrair informação de representações planas para construir formas tridimensionais, se encontraram dificuldades no processo de Interpretação de Informação Figural (IFI), é dizer, quando os alunos deviam abstrair informação das figuras planas para construir uma forma tridimensional, a figura foi construída após de três ou mais tentativas de construção. Na Figura 1, se apresenta uma das atividades onde os alunos tinham as vistas (superiores, frontais e laterais), e com base nisso deviam construir o poliedro que correspondia.

⁵ Tradução livre do original em espanhol: “situación que supere el aprendizaje pasivo, gracias a la incorporación al proceso de enseñanza e aprendizaje, entre otros, de algunos de los siguientes aspectos: la actividad del alumno, el uso de materiales, problemas contextualizados, grupos de trabajo, uso de diferentes representaciones, la relación entre diferentes contenidos, etc.”

⁶ O uso de folhas brancas permite aos alunos evitar as representações prototípicas. O uso de quadriculas induz a inflexibilidade de pensamento, limitam a solução de problemas a um caminho só, enviam as representações a formas geométricas conhecidas e em uma posição única.

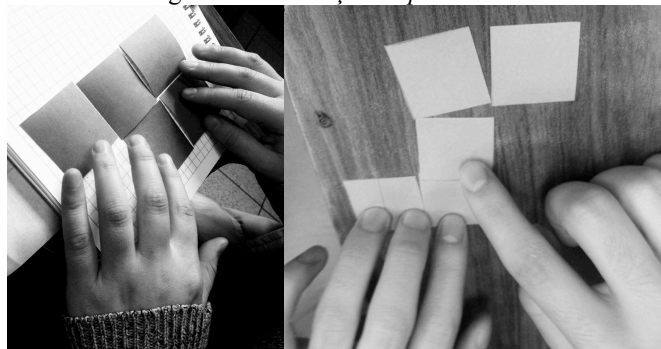
Figura 1. Construção de vistas das faces de um poliedro



Fonte: Acervo pessoal

Sem perder o norte de que esta atividade constituía uma situação hipotética, se deu a possibilidade de sonhar com a construção de uma casa, baseada em modelos cúbicos, onde eles poderiam planificar o modelo que queriam e enquanto eles deixavam voar a imaginação, se pediu para fazer as atividades de construção dos cubos base para a casa. Posteriormente, se pediu que os alunos encontrassem a maior quantidade de *tetraminós*, *pentaminós* e *hexaminós*⁷, como apresenta a Figura 2. Para encontrar os diferentes tetraminós os alunos precisaram ir até as construções delas usando material concreto assim como se apresentou também no estudo de Acevedo (2010), onde os alunos precisam comprovar figuras congruentes a partir da construção das mesmas. É importante ressaltar aqui que alguns alunos usaram como estratégia para encontrar os *hexaminós*, a composição de movimentos ao colocar três quadrados seguidos, e a translação dos três restantes; e, depois, usaram a estratégia de formar um quadrado como base e trasladar os outros dois.

Figura 2. Construção de *pentaminós*



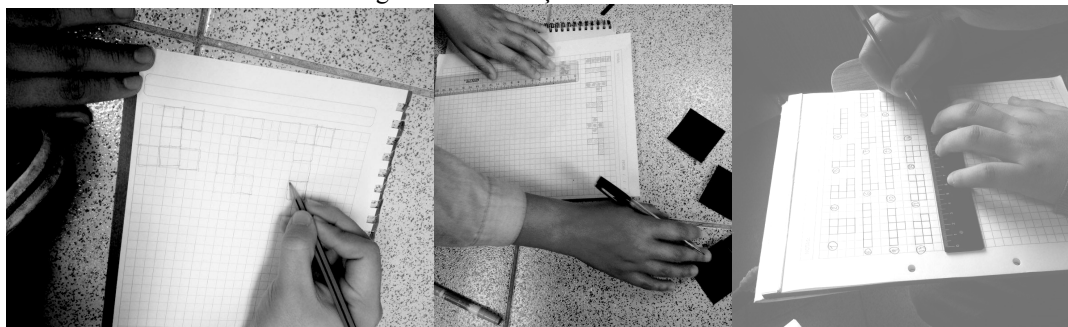
Fonte: Acervo pessoal

Os alunos desenvolvem as habilidades de *Identificação Visual* e *Conservação da Percepção*, enquanto fazem *Processamento Visual* (PV), além de exercer a *Discriminação visual* ao comparar figuras que são produtos de uma rotação ou reflexão de uma figura que

⁷ Formas geométricas construídas com 4, 5 e 6 quadros respectivamente, cuja condição é a cada par de quadros verificar que estão unidos por um lado. Para os *tetraminós* existem 7 modelos, 12 *pentaminós* e 35 *hexaminós*.

tinham construído. Foi relativamente fácil encontrar a quantidade máxima de *tetraminós* e *pentaminós*, mas foram muito poucos os alunos que encontraram os 35 *hexaminós*. Assim que foi necessário projetar para eles os 35 *hexaminós*, para que eles usarem a *Discriminação visual* e posteriormente compararem com os que tinham e encontrar os que lhes faltavam. A Figura 3 apresenta algumas das construções feitas pelos alunos onde é necessário o uso de material concreto para eles abstrair e/ou comprovar, as formas resultantes.

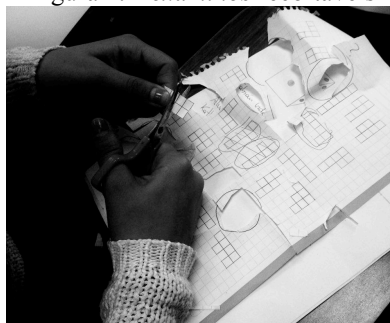
Figura 3. Construção de *hexaminós*



Fonte: Acervo pessoal

Enquanto avançavam as atividades, vai se perguntado se conhecem ou lembram-se de modelos para construir hexaedros regulares. Algumas respostas apontam aos modelos de T ou T construídos por eles. Ao dizer que existem mais do que duas formas de construir cubos com *planificações*⁸, o rosto de surpresa apareceu entre eles. Assim, se propôs para eles encontrarem a maior quantidade de planificações possíveis, as ressaltaram para depois construir. Alguns dos alunos tiveram que recortar as planificações feitas no papel para dobrar e comprovar quais eram as que conformavam um cubo ao se dobrarem como apresenta a Figura 4. Outros, somente usaram suas habilidades de reconhecimento de Posições no espaço para decidirem a maior quantidade. Cinco foi o número máximo de *planificações* do hexaedro regular encontrado por eles.

Figura 4. *Hexaminós* recortáveis

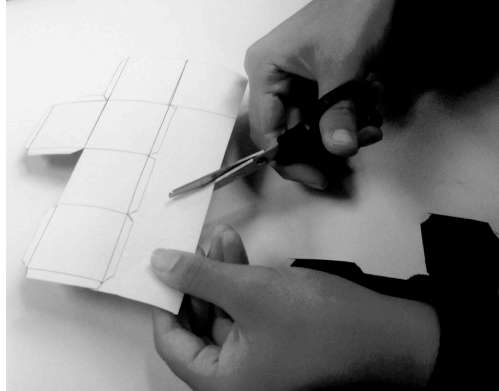


Fonte: Acervo pessoal

⁸ A planificação de um poliedro é um arranjo de polígonos, de lados comuns, que ao serem dobrados retornam à forma espacial que lhe deu origem.

Antes de passar para a próxima atividade, foi solicitado encontrar o número mínimo de dobras necessário para colar os *hexaminós*. Foram poucos os que ao utilizar o *Reconhecimento de Relações Espaciais*, encontrou as sete dobras necessárias. A Figura 4 apresenta um exemplo, dos muitos que aconteceram, onde precisaram construir o *hexaminó*, dobrar e verificar a quantidade mínima.

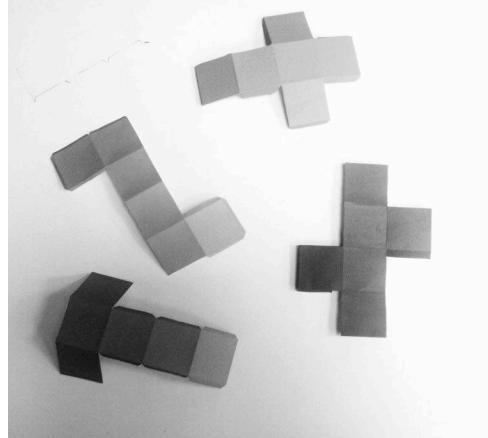
Figura 4. Número mínimo de dobras para colar o *hexaminó*



Fonte: Acervo pessoal

A Figura 5 apresenta uma mostra dos quatro modelos que foram mais comumente construídos pelos futuros professores.

Figura 5. Algumas planificações do Hexaedro regular



Fonte: Acervo pessoal

Os modelos dos quatro alunos que conformavam cada grupo estavam feitos e para isso se pediu encontrar a maior quantidade de formas de unir aqueles quatro hexaedros de tal maneira que ao construírem o modelo, respondesse a um modelo de casa “real”, no sentido de aproveitar os espaços e das possibilidades de construção de dito modelo. Dessa vez não se limitou para eles colarem as faces dos cubos, senão que a proposta tivesse pelo menos uma estrutura na qual a casa não caísse. A Figura 6 apresenta uma das propostas.

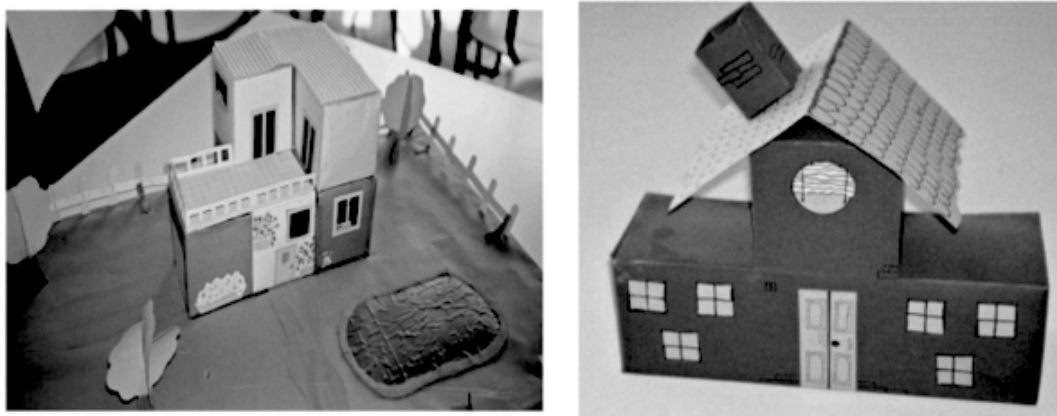
Figura 6. Modelo de casa com quatro Hexaedros



Fonte: Acervo pessoal

Posterior à construção das propostas de casa, eles tiveram que decidir por uma delas, e assim colocar portas, e ventanas, para o que posteriormente eles deviam usar as noções de proporcionalidade, para a adequação da área que precisariam para localizar aquela casa. Por último se deu a oportunidade de sonhar com as dimensões do terreno aonde a casa se construiria assim se problematizou sobre as possibilidades de construção com um maior investimento usando a habilidade de *Reconhecimento de Relações Espaciais*. Alguns alunos propuseram para ter uma piscina, outros queriam um amplo jardim, ou um pequeno ginásio, e, alguns outros um parque para seus filhos.

Figura 7. Casas finalizadas



Fonte: Acervo pessoal

Finalizando a atividade, foi possível encontrar diferentes modelos, onde as faces dos hexaedros eram colocadas de maneiras criativas, com o fim de fazer casas “diferentes” às convencionais. Uma possibilidade de ampliar esta atividade é a de encontrar todas as possibilidades de poliedros formados com quatro hexaedros, ou de encontrar as formas diferentes de juntar pares de

construções como o exemplo apresentado à esquerda da Figura 7, onde a casa construída tem como base a união de duas casas apresentadas por dois grupos diferentes.

5. Considerações Finais

O uso de formas prototípicas é constante nas representações de figuras geométricas em duas dimensões quanto as de três dimensões. Enquanto à construção de modelos tridimensionais, a partir de modelos desenvolvidos no plano da folha, limita as possibilidades dos alunos desenvolverem as habilidades de abstração das propriedades dos sólidos. Tanto o envolvimento quanto as aprendizagens dos alunos sempre é maior quando as atividades fazem parte do seu contexto, ou pelo menos de situações que a eles afetam. No caso da experiência, o sonhar se converteu numa motivação para eles desenvolverem com maior interesse as atividades propostas.

Além das aprendizagens que puderam desenvolver ao usar suas habilidades e processos visuais, os alunos aprenderam também a se comunicar melhor com os outros colegas do grupo, a tomar decisões frente às problemáticas, tentando negociar muitas vezes significados dentro e fora das matemáticas. A aprendizagem situada dá a possibilidade dos alunos aprenderem além das fronteiras colocadas pelos conhecimentos disciplinares, integrando-os nas diferentes formas de participação entre eles, e colocando à disposição dos colegas para eles decidirem a solução pertinente às situações propostas. Ao comprovar cada uma das respostas obtidas estava na ordem do dia, mesmo eles sendo alunos da Pedagogia tiveram que comprovar diferentes atividades, sendo “pressuposto” que eles têm desenvolvido outras habilidades de abstração ao longo da faculdade na graduação. No entanto, cabe refletir sobre as bases de formação dos formadores de professores, assim como o domínio pedagógico e disciplinar, ao planejar e desenvolver experiências com os futuros professores, porque possivelmente, algumas das dificuldades para encontrar soluções às situações, podem ter origem em habilidades de visualização não desenvolvidas por seus anteriores formadores e assim, em consequência, os futuros professores seguem se reproduzindo suas dificuldades através das gerações. A realidade dos futuros professores é outra. O uso de vocabulário formal da área de matemáticas, durante todo o tempo da interação com os alunos obriga a razoar de maneira diferente e a utilizar as propriedades daquela matemática formal, envolvida em atividades simples de construção.

As análises até agora feitas, e compartilhadas com o grupo de professores, refletem sobre como as práticas pedagógicas são concebidas tanto pelos futuros professores, quanto

com os professores em exercício. Mas não é fácil, para um grupo de professores, nem para os futuros professores formados no paradigma do exercício, ver as possibilidades que “outro” tipo de atividade que pode se utilizar para chegar a aprendizagens mais transversais. Até hoje, primam às atividades sob o paradigma do exercício, possivelmente porque é mais fácil para o docente dar uma série de exercícios que procurar uma forma de aprendizagem adequada às condições dos grupos. O copiar o imitar é o modo de aprendizagem como currículo oculto mais forte naquelas salas de aula pelo que o caminho para formas diversas de aprendizagens até agora começa. Além da matemática, e da pedagogia em matemática, existem aprendizagens sociais que não são escritos no currículo, nem quantificáveis nas provas nacionais, sendo eles merecedores da mesma importância porque são desenvolvidos nos próprios contextos dos futuros professores.

6. Agradecimentos

À Fundação Amparo para a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) que contribuiu para o financiamento do trabalho dos pesquisadores autores por meio do processo Número 2015/16227-0.

À Universidade Austral de Chile pela oportunidade de aplicação das oficinas de Visualização em Educação Matemática.

7. Referências

ACEVEDO, Jenny. **Modificabilidad Estructural Cognitiva vs. Visualización: Un ejercicio de análisis del uso del Tetris en tareas de rotación y traslación.** Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 188p.

ACEVEDO, Jenny. (2011). **El Tetris como mediador visual para el reconocimiento de movimientos rígidos en el plano (Rotación y Traslación).** Revista Tecné, Episteme y Didaxis (TED). Número 32, v. 2, 2012, p. 33-36.

BISHOP, Allan. **Spatial abilities and mathematics thinking- A review.** In Lesh, R.& Landau (Eds). *Acquisition of mathematics concepts and process.* Academic Press. New York, 1983, p. 170-177.

CARVALHO, Dione; FIORENTINI, Dario. **Refletir e investigar a própria prática de**

ensinaraprender Matemática na escola. In: Carvalho, D., Fiorentini, D. (Org.). Análises narrativas em aulas de Matemáticas. Campinas, Pedro e João Editores, 2013. 119f.

DEL GRANDE, Jhon. (1990) **Spatial Sense. Arithmetic Teacher.** Vol 37.6, 14-20

FIORENTINI, Dario. **Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?** In: BORBA, M.; ARAUJO, J. L. (Org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, p. 53-85.

FONT, Vincent. **Reflexión en la clase de Didáctica de las Matemáticas sobre una “situación rica”**, en Badillo, E. Couso, D., Perafrán, G., Adúriz-Bravo, A. (eds) Unidades didácticas en Ciencias y Matemáticas, Bogotá, 2005, p. 59-91

GAL, Hagar; LINCHEVSKI, Lin. **To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception.** Educational Study of Mathematics, 2010, 74:163–183.

GUTIÉRREZ, Angel. **Procesos y habilidades de visualización espacial.** Memorias del tercer congreso Internacional sobre investigación en educación matemática, 1998, Valencia, p. 44-59.

GUTIÉRREZ, A. **Visualization in 3-dimensional Geometry.** In search of a framework. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds) Proceedings of the 20th PME conference. 1996, v.1, 3- 19. 89

LAVE, J.; WENGER, E. **Practice, person, social world.** In Situated Learning: legitimate peripheral participation, Cambridge, Cambridge University Press, 1991. p. 45-58.

WENGER, E. **Comunidades de prática: Aprendizaje, significado e identidad.** Barcelona, Ed. Paidós, 2001, 306p.