

UMA NOVA PROPOSTA PARA GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO.

Daniella Assemany da Guía e Luciana Lima dos Santos - UERJ

INTRODUÇÃO

Por sermos jovens professoras da mesma disciplina e enfrentarmos os mesmos problemas com os alunos que acabaram de ingressar na universidade, buscamos pesquisar os indícios colaboradores para este problema, e estamos cada vez mais nos convencendo de que introduzir o cálculo vetorial o quanto antes é um bom caminho a ser seguido. A partir daí surgiu o nosso estudo.

Esta oficina é dirigida principalmente aos professores do ensino médio e tem como objetivo tratar a geometria analítica dentro de uma roupagem exclusivamente vetorial, propondo, a partir dessa idéia, a introdução de vetores e equação de retas no \mathbb{R}^2 já na primeira série do ensino médio.

Para isso, iniciamos revisando o plano de curso do ensino médio, reorganizando-o de acordo com a nossa proposta. A introdução do capítulo de vetores no \mathbb{R}^2 na 1ª série do ensino médio pretende lançar mão de um instrumento importante e prático no estudo da função do 1º grau e, principalmente, reduzir contas e ampliar conceitos que recorriam ao Teorema de Pitágoras, às semelhanças e fórmulas de distâncias, os quais se aplicam apenas aos raciocínios para coordenadas positivas. Acreditamos que desta forma estaremos promovendo uma proposta facilitadora sobremaneira a compreensão do conteúdo que vem a seguir. A organização dos capítulos estruturados e baseados nos vetores pretende conduzir o aluno a interpretações geométricas de fatos algébricos.

Procuramos expor ao professor de matemática razões e conseqüências para o trabalho com a geometria vetorial, mostrando, como ilustração e complementação dessa parte teórica, atividades de aplicações práticas desta geometria e incentivando o uso do software Cabri neste tipo de atividade, pois, dentre todos os motivos que a informática na

educação expõe, reafirmamos que a visualização e, muitas vezes, a descoberta dos conceitos auxiliam em muito sua compreensão.

A nossa proposta foi desenvolvida no ensino médio, entretanto, variáveis tais como bagagem do aluno, proposta do curso e objetivos da disciplina podem requerer adaptações.

UMA NOVA PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO MÉDIO

2.1) PROPOSTA CURRICULAR PARA O 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Nesse currículo, acrescentamos os conteúdos: Vetores no \mathbb{R}^2 (após par ordenado e relações), Equações da Reta no \mathbb{R}^2 e Sistemas de Equações e Inequações do 1º grau no \mathbb{R}^2 (após função do 1º grau).

CONTEÚDO	OBJETIVOS
✓ VETORES NO \mathbb{R}^2	<ul style="list-style-type: none">➤ CONCEITUAR A PARTIR DA NOÇÃO INTUITIVA.➤ REPRESENTAR GRAFICAMENTE E ALGEBRICAMENTE OS VETORES NO PLANO.➤ RECONHECER O MÓDULO, A DIREÇÃO E O SENTIDO COMO CARACTERÍSTICAS CONSTITUINTES DOS VETORES.➤ OPERAR GRAFICAMENTE E ALGEBRICAMENTE, UTILIZANDO A ADIÇÃO, A SUBTRAÇÃO E O PRODUTO POR UM ESCALAR.➤ RECONHECER OS VETORES POSIÇÃO, UNITÁRIO, NULO, OPOSTOS E COLINEARES.
✓ EQUAÇÕES DA RETA NO \mathbb{R}^2	<ul style="list-style-type: none">➤ RELACIONAR AS EQUAÇÕES DA RETA À FUNÇÃO DO 1º GRAU.➤ ESTABELECEER E DISTINGUIR AS EQUAÇÕES VETORIAL, PARAMÉTRICA, SIMÉTRICA E REDUZIDA DA RETA.➤ REPRESENTAR ALGEBRICAMENTE OS TIPOS DE EQUAÇÕES DA RETA.➤ CLASSIFICAR AS POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS NO PLANO.

✓ SISTEMAS DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES DO 1º GRAU NO \mathbb{R}^2	➤ COMPARAR O GRÁFICO DAS EQUAÇÕES COM O SISTEMA ALGÉBRICO, RELACIONANDO AS SOLUÇÕES ENCONTRADAS NOS DOIS AMBIENTES. ➤ UTILIZAR OS TIPOS DE EQUAÇÃO E OS VETORES DIRETORES DAS RETAS PARA MINIMIZAR OS CÁLCULOS E CLASSIFICAR O SISTEMA COMO POSSÍVEL DETERMINADO, POSSÍVEL INDETERMINADO OU IMPOSSÍVEL.
--	--

2.2) PROPOSTA CURRICULAR PARA O 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

Nesse programa, não acrescentamos e nem modificamos os conteúdos costumeiros nas escolas de ensino médio.

2.3) PROPOSTA CURRICULAR PARA O 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Nesse programa, retiramos o estudo no plano, pois já foi feito na 1ª série do ensino médio, e completamos ao conteúdo de geometria analítica no espaço os produtos vetorial e misto e suas consequências.

CONTEÚDO	OBJETIVOS
✓ GEOMETRIA ANALÍTICA I : \mathbb{R}^3 - VETORES E RETAS	➤ REPRESENTAR ALGÉBRICA E GRAFICAMENTE PONTOS E VETORES NO ESPAÇO. ➤ OPERAR GRAFICAMENTE E ALGEBRICAMENTE, UTILIZANDO A ADIÇÃO, A SUBTRAÇÃO E O PRODUTO POR UM ESCALAR. ➤ OPERAR COM A CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS. ➤ RESOLVER OS PRODUTOS: ESCALAR, VETORIAL E MISTO, IDENTIFICANDO O ESPAÇO VETORIAL (\mathbb{R}^2 OU \mathbb{R}^3) NECESSÁRIO E SUFICIENTE PARA COMPORTAR TAIS OPERAÇÕES. ➤ DETERMINAR, USANDO OM CÁLCULO VETORIAL, A DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS. ➤ ESTABELECEER, DISTINGUIR E REPRESENTAR ALGEBRICAMENTE AS EQUAÇÕES VETORIAL,

	<p>PARAMÉTRICA, SIMÉTRICA E REDUZIDA DA RETA NO \mathbb{R}^3.</p> <p>➤ DETERMINAR VETORIALMENTE A DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA.</p> <p>➤ OBTER O ÂNGULO FORMADO POR DUAS RETAS.</p> <p>➤ CALCULAR VETORIALMENTE A ÁREA DE POLÍGONOS E VOLUMES DE SÓLIDOS.</p>
--	--

ATIVIDADES PROPOSTAS

Iniciamos esta etapa com duas atividades resolvidas que sugerem a noção de vetor e não utilizam o software Cabri, em seguida, propomos algumas atividades com o software para aplicação da proposta descrita neste trabalho.

Um exemplo das atividades apresentadas na oficina está a seguir:

Objetivo: Observar as posições relativas entre duas retas no \mathbb{R}^2 e relacioná-las as suas equações, destacando o significado geométrico de um sistema de equações.

- 1) Escolha no último ícone “*Mostrar eixos*”. Aparecerá na sua tela o plano cartesiano.
- 2) Queremos construir o gráfico de uma reta dados dois pontos: $A = (-3, 1)$ e $B = (1, 2)$.
Primeiramente, vamos marcar os pontos A e B.
- 3) Utilize o ícone *Edição Numérica* para escrever a abscissa -3. A seguir, faça o mesmo para escrever a ordenada 1.
- 4) Clique no 5º ícone *Transferência de Medidas* e depois no -3. Então, aponte o mouse para o eixo x e clique. Aparecerá marcado o valor do -3 neste eixo. Faça o mesmo com a ordenada 1, mas apontando o mouse para o eixo y.
- 5) Para marcar esse ponto, vá em *Reta Perpendicular* e clique sobre o eixo x e sobre o ponto marcado -3. Depois clique sobre o eixo y e sobre o ponto marcado 1. Na interseção das duas retas se localiza o ponto da reta que você está utilizando, marque-o.

- 6) Esconda essas duas retas perpendiculares.
- 7) Repita os procedimentos anteriores para marcar o ponto B.
- 8) Trace uma reta por esses dois pontos e usando o ícone *Comentários* chame-a de f.
- 9) No 9º ícone, clique sobre *Equação e Coordenadas* e em seguida sobre a reta construída. Aparecerá na sua tela a equação de f.
- 10) Repetindo os procedimentos acima, construa agora a reta que possui equação $4y = x + 10$. Chame-a de g.
- 11) Peça ao software a equação desta reta para que você verifique se sua construção está correta.
- 12) Qual é a posição relativa entre f e g?
- 13) Construa uma reta paralela a g usando o 5º ícone, passando por qualquer ponto do plano cartesiano. Chame-a de r.
- 14) Peça a equação de r e compare-a com a de g.
- 15) Escreva usando o ícone *Comentários* o vetor diretor das retas f, g e r. O que você observa?
- 16) Mexa livremente com r, observando sua posição relativa à f e g e sua equação em cada posição. O que você pode observar? Escreva suas conjecturas e discuta com seus colegas.
- 17) Agora, construa uma reta s concorrente a r em um ponto qualquer do plano cartesiano. Encontre a sua equação e escreva o vetor diretor de s.
- 18) Altere a posição de s até que fique paralela a r, observando e comparando seus vetores diretores e suas equações.
- 19) Agora, altere s de modo a sobrepô-la em r, tornando-as coincidentes.
- 20) O que você pode arriscar como conjectura para as equações de retas que assumem as posições: paralelas, concorrentes e coincidentes?

CONCLUSÕES

A nossa proposta curricular ainda está em fase experimental, entretanto é de extrema importância que seja ouvida e observada pela comunidade docente para que possa ser aprimorada e garantir um espaço significativo no currículo atual da matemática, pois, ao buscar benefícios ao processo ensino-aprendizagem, correlacionamos os assuntos equivalentes da geometria analítica no ensino médio.

As atividades propostas dão margens a muitas observações, proporcionando discussões entre professor e alunos. Isso auxilia os alunos a tirarem suas próprias conclusões no que diz respeito ao conteúdo matemático de cada atividade, ajudando a desenvolver neles um espírito lógico e crítico, além da visão que a geometria dinâmica oferece, fazendo um elo de fatos reais com a matemática, o que, para o aluno, é um fator de desconforto quando tal processo não se dá.

Quanto à disposição e ao objetivo das atividades, temos absoluta certeza de que não abrangemos todas as situações referentes aos vetores, entretanto, as propostas proporcionam a criação de outras atividades que complementam estas iniciais, o que nos mantém na posição de professores preocupados com a Educação Matemática.

“A Matemática ensina-se ouvindo e aprende-se falando.” (Roberto Baldino)

Contatos: danyprof@bol.com.br e lucianalimaprof@bol.com.br

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Departamento de Geometria - IME