

Oficina 2i51 – A lógica como ferramenta de análise e crítica

Lisete Godinho Lustosa
Marisa Ortegoza da Cunha

Programa de Extensão *Dá Licença* – Matemática / UFF
Instituto de Matemática – Universidade Federal Fluminense

1. Introdução

Afirma Irving Copi em seu livro *Introdução à Lógica*: “As palavras ‘lógica’ e ‘lógico’ são familiares a todos nós. (...) Em todos os casos a palavra ‘lógico’ é usada, fundamentalmente, na acepção de razoável. (...) O estudo da lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto. Naturalmente, esta definição não pretende afirmar que só é possível argumentar corretamente com uma pessoa que tenha estudado lógica (...) Mas, dada a argúcia inata do intelecto, uma pessoa com conhecimento de lógica tem mais probabilidades de raciocinar corretamente do que aquela que não se aprofundou nos princípios gerais implicados nessa atividade.”

A Lógica foi desenvolvida primeiramente para formalizar o pensamento humano, objetivo parcialmente cumprido, pois só certos tipos de pensamentos humanos se assemelham com a Lógica.

Na Grécia do século IV a.C., os filósofos - pré-sofistas – estudavam os problemas relacionados com a natureza. Posteriormente, os chamados sofistas transferiram o centro dos estudos da natureza para o homem e suas atividades e problemas. Para eles, o homem era a medida de todas as coisas, e para que esse homem pudesse argumentar e defender-se, os sofistas elaboraram a retórica, a

filosofia, a gramática e fizeram uso de sofismas como instrumento de persuasão. Sofisma é um argumento ambíguo, cuja falsidade pode derivar de má aplicação do raciocínio em premissas verdadeiras ou do raciocínio correto a partir de premissas falsas, de tal forma que, dependendo do ponto de vista adotado, uma situação pode ser considerada verdadeira ou falsa. O uso dos sofismas se tornou de grande potência para a autodefesa, fortalecendo a individualidade em detrimento do social.

Os sofistas foram os precursores do uso do encadeamento lógico do raciocínio para o ganho de causa de uma argumentação e negaram a possibilidade de conhecer o mundo objetivo, adotando o relativismo; dessa ambigüidade e relativismo dos sofistas decorreu um abalo na credibilidade dos discursos científicos.

Preocupado em resgatar essa credibilidade, Aristóteles, precedido por Sócrates e Platão, reagiu aos sofistas e procurou criar bases sólidas para o discurso perfeito, contribuindo para construir uma teoria que classificasse as ciências.¹

Paralelamente a Aristóteles, outras duas escolas – megárica e estóica² – se preocuparam com a análise da linguagem, não sob o ponto de vista da

¹ Em sua obra – ORGANON, Aristóteles propôs uma análise do discurso sob um ponto de vista subjetivo: os discursos retratariam a própria forma de o homem pensar. Essa análise se fez em nível de forma, de estrutura, não havendo compromisso com os conteúdos e, para isso, construiu aquelas que seriam as formas corretas de pensamento lógico. Essa sistematização dos procedimentos de raciocínio contribuiu para viabilizar a tese central defendida por Aristóteles de que “é possível reduzir todo raciocínio correto à aplicação sistemática de um pequeno número de regras imutáveis, independente da natureza particular dos objetos que estejam sendo considerados” (Bourbaki, 1960). Registrou-se, assim, o nascimento da Lógica. A lógica derivada de Aristóteles foi chamada Lógica das Classes ou Lógica dos Predicados.

² Euclides de Megara (século IV a.C.) foi o líder da escola megárica. A escola estóica foi fundada por Zenon de Citium (336-264 a.C.) e recebeu uma forte influência da escola megárica. Uma contribuição fundamental dos estóicos ‘a lógica de nossos dias foi relativa ‘a construção do cálculo proposicional.

“estrutura do raciocínio argumentativo” de Aristóteles, mas tentando explicitar os elos básicos que encadeavam o raciocínio lógico.

Os filósofos dessas duas escolas decompuseram o pensamento e chegaram à sua forma mais simples a que chamaram de proposição. Daí se derivou a Lógica das Proposições e a Lógica Sentencial ou dos Predicados. Essas duas lógicas compõem o que chamamos de Lógica Clássica.

2. Princípios Básicos da Lógica Clássica

- 1) Princípio da identidade: *cada coisa é igual a si mesma.*
- 2) Princípio da não-contradição: *algo não pode ser e não ser, simultaneamente* (ou “não ocorre A e não A”).
- 3) Princípio do terço excluído: *ou uma coisa é ou ela não é, não existindo uma terceira possibilidade.*

3. Lógica Proposicional

A análise da linguagem em que se baseia a Lógica das Proposições atua sobre dois tipos de elementos:

Proposição simples: oração declarativa simples; expressa um pensamento completo e é indecomponível em outras de mesmo tipo.

- a) João é um aluno brilhante.

b) Maria deve seguir seu exemplo.

Proposição composta: agregação de proposições simples através de conectivos.

João é um aluno brilhante **e** Maria deve seguir seu exemplo.

A Lógica Proposicional realiza uma análise em nível de estrutura formal das expressões da linguagem, sem levar em conta seus conteúdos.

Se chover esta noite, ficarei em casa.

Não fiquei em casa.

Logo, não choveu esta noite. (inferência)

Forma:

Se p então q .

É o caso que não q .

Logo, tem-se não p .

Para cada variável proposicional podemos listar as únicas duas possibilidades de valor-de-verdade: verdadeiro (V) ou falso (F), numa tabela-verdade.

- **O operador negação**

Se p é uma proposição, indicamos a proposição negação de p por $\sim p$ (lê-se “não p ”).

p : Maria fala francês.

$\sim p$: Maria não fala francês. (ou NÃO é o caso que Maria fale francês. ou NÃO ocorre Maria falar francês.)

p	$\sim p$
V	F
F	V

- **O operador conjunção**

A conjunção das proposições p e q é indicada por $p \wedge q$ (lê-se “ p e q ”).

$p \wedge q$: Ele nasceu no Rio **e** eu em São Paulo.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- **O operador disjunção**

Se p e q são proposições, a disjunção de p e q é indicada por $p \vee q$ (lê-se “ p ou q ”). A disjunção lógica refere-se ao ou inclusive, isto é, pode ocorrer p , ou q ou ambos.

$p \vee q$: Vamos ao Rio **ou** a São Paulo.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- **O operador implicação**

Trata de expressões do tipo:

se então

Se p e q são proposições, a implicação de antecedente p e conseqüente q é indicada por $p \Rightarrow q$ (lê-se “se p então q ” ou “ p implica q ” ou “ p é condição suficiente para q ” ou ainda “ q é condição necessária para p ”).

- a) Ser homem é condição suficiente para ser mortal.
- b) Ser mortal é condição necessária para ser homem.

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- **O operador equivalência**

Se p e q são proposições, a proposição composta pelo conectivo equivalência é indicada por $p \Leftrightarrow q$ (lê-se “ p se, e somente se, q ” ou “ p é equivalente a q ” ou “ p é condição necessária e suficiente para q ”).

A condição necessária e suficiente para haver vida é haver ar.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Precisamos conhecer a sintaxe da linguagem simbólica, ou seja, quais as regras que geram as “fórmulas” permitidas na linguagem da Lógica, chamadas de **fórmulas bem formadas**.

As regras de formação das fórmulas bem formadas (FBF) são dadas de maneira recursiva:

- 1) Toda variável proposicional é uma FBF.
- 2) Se p é uma FBF então $\sim p$ é uma FBF.
- 3) Se p e q são FBF então também o são $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \rightarrow q$, $p \leftrightarrow q$.
- 4) Somente as expressões acima são FBF.

Os valores-de-verdade que uma proposição composta pode assumir são determinados a partir dos valores-de-verdade que suas componentes básicas venham a ter.

Segundo seus valores-de-verdade, as FBF se classificam em:

- a) Tautologias: só assumem o valor V
- b) Contradições: só assumem o valor F

c) Contingências: assumem tanto o valor V como o valor F

- 1) $\sim p \quad \sim q$: contingência.
- 2) $p \quad \sim p$: tautologia (verifique!).
- 3) $p \quad p$: contradição (verifique!).

Duas FBF p e q são equivalentes se, e somente se, a FBF $p \leftrightarrow q$ é uma tautologia.

4. Lógica dos Predicados

Chamamos de argumento a toda expressão da linguagem formada de uma seqüência de sentenças declarativas, de modo que a última seja a conclusão das afirmações anteriores (premissas).

Forma de um argumento:

premissa 1
premissa 2
...
...
premissa n

conclusão

premissa 1: Se chover na época do plantio haverá boa colheita.

premissa 2: Não houve boa colheita.

conclusão: Logo, não choveu na época do plantio.

Forma:

premissa 1: $p \rightarrow q$

premissa 2: $\sim q$

conclusão: $\sim p$

Um argumento é **válido** ou legítimo (logicamente) se, sendo as premissas verdadeiras, sua conclusão também for verdadeira; é **inválido** ou ilegítimo (logicamente) se sua conclusão for falsa, no caso em que suas premissas forem verdadeiras. A validade de um argumento é facilmente testada através da tabela-verdade, sendo necessário apenas verificar o valor-verdade da conclusão relativo às situações em que todas as premissas são verdadeiras.

O **silogismo** é uma inferência composta de três proposições: duas premissas e a conclusão e é considerado como a forma perfeita do raciocínio dedutivo mediato.

Principais tipos de silogismos:

a) Silogismo condicional

forma: $p \rightarrow q$
 $q \rightarrow r$

 $p \rightarrow r$

b) Modus ponens

forma: $p \rightarrow q$
 p

 q

c) Modus tollens

forma: p q
 ~q

 ~p

d) Silogismo disjuntivo

forma: p q
 ~p

 q

e) Silogismo conjuntivo

forma: ~(p q)
 p

 ~q

Aristóteles deu especial importância às **proposições categóricas**.

a) Todos os gregos são homens. (afirmação de inclusão total)

b) Alguns ângulos não são retos. (negação da inclusão total)

Estrutura de uma proposição categórica simples:

S (não) é P

(sujeito) (verbo ser) (predicado)

Quanto à quantidade, uma proposição é:

Universal: **TODO** S é P ou **TODO** S não é P

Particular: **ALGUM** S é P ou **ALGUM** S não é P

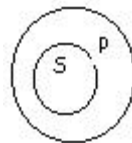
Quanto à qualidade, uma proposição é:

Afirmativa: Todo S **É** P ou Algum S **É** P

Negativa: Todo S **NÃO É** P ou Algum S **NÃO É** P

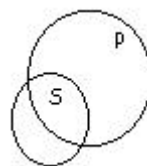
Tipos de proposições categóricas simples:

Universal afirmativa: Todo S é P.



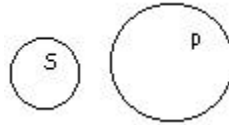
conclusão válida: Algum S é P.

Particular afirmativa: Algum S é P.



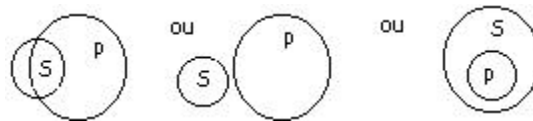
conclusão válida: Algum P é S.

Universal negativa: Todo S não é P (ou Nenhum S é P).



conclusão válida: Todo P não é S (ou Nenhum P é S).

Particular negativa: Algum S não é P.



NADA se pode concluir!

Silogismo categórico: argumento composto inteiramente de proposições categóricas.

Todos os **cães** são **mamíferos**.

Todos os **mamíferos** são **animais**.

Todos os **cães** são **animais**.

Há silogismos válidos e não-válidos; o do exemplo acima é válido; o exemplo a seguir é não válido.

Todas as plantas verdes são coisas que contêm clorofila.
Algumas coisas que contêm clorofila são comestíveis.
Logo, algumas plantas verdes são comestíveis.

5. A Lógica como auxiliar na análise de discurso

Como a linguagem é um instrumento extremamente complexo, havendo possibilidade de erros decorrentes do seu próprio uso, é preciso prestar muita atenção para detectar incorreções nos argumentos.

5.1 Argumentos silogísticos

Os argumentos em linguagem corrente não se apresentam nessa forma. Premissas podem estar faltando e a ordem dos enunciados pode estar embaralhada. O primeiro passo é traduzí-los para silogismos completos de forma padrão. Essa transformação envolve três etapas:

- 1) Identificação das premissas e da conclusão.
- 2) Tradução das premissas e da conclusão na forma de proposições categóricas.

3) Suprimento das premissas em falta (se qualquer delas tiver sido omitida).

Completadas essas etapas, podemos testar a validade do silogismo.

5.2 O perigo de confundir uso e menção

9/12 tem um nove no numerador

$3/4 = 9/12$

Logo, 3/4 tem um nove no denominador

Esse argumento poderia parecer válido, pois a conclusão resulta da primeira premissa ao substituir iguais por iguais; entretanto, as premissas parecem ser verdadeiras e a conclusão, falsa.

Na primeira premissa, usamos o numeral 9/12, enquanto que na segunda, fazemos menção à classe de equivalência representada, indiferentemente, pelos numerais 3/4 ou 9/12.

5.3 Ambigüidade e equívoco

Uma palavra pode ter muitos significados. Geralmente, o contexto determina qual dos vários significados é o que se pretende utilizar. Há casos, porém, em que uma palavra é usada de tal modo que não podemos dizer qual de vários significados é o correto. Dizemos, então, que a palavra está sendo usada de modo *ambíguo*, visto que o enunciado em que ela ocorre permite, pelo menos, duas interpretações distintas. Fora de um contexto esclarecedor, como interpretar a frase: “O banco quebrou.” ? Tais argumentos cometem a *falácia do equívoco*.

6. Bibliografia

- Bourbaki, N. *Elements d'histoire des mathématiques*. Paris: Hermann, 1960.
- Copi, I. M. *Introdução à Lógica*. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1978.
- Dopp, J. *Noções de Lógica Formal*. São Paulo: Editora Herder São Paulo, 1970.
- Mates, B. *Lógica Matemática Elemental*. Madrid: Editorial Tecnos, 1979.
- Nerici, I.G. *Introdução à Lógica*. São Paulo: Livraria Nobel S.A., 1978.
- Salmon, W.C., *Lógica*. Rio de Janeiro: Editora Prentice-Hall do Brasil Ltda., 1993.