

**NOVAS TECNOLOGIAS NA FORMAÇÃO DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA
(MR 14 – Educação Matemática e Formação de Professores)**

Victor Giraldo

(Instituto de Matemática – UFRJ)

victor@dmm.im.ufrj.br

Obstáculos e Benefícios na Aprendizagem de Matemática com Novas Tecnologias

Com o advento e a popularização de computadores e calculadoras gráficas nas duas últimas décadas, se apresentaram diferentes propostas e experiências alternativas para o ensino tradicional de matemática usando novas tecnologias (veja por exemplo Barbastefano, Belfort & Guimarães (1999); Bianchini et al (1998); Bianchini & Santos (2000); Carvalho & Giraldo (2000); Hughes-Hallet (1999)). A questão inicialmente discutida, a partir do desenvolvimento das primeiras pesquisas sobre o impacto de tecnologias computacionais no ensino, era se estas teriam efeitos positivos ou negativos na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Os resultados de diversas pesquisas apontaram para deficiências na formação de conceitos matemáticos atribuídas ao uso de novas tecnologias no ensino, ou pelo menos relacionadas de alguma forma com o mesmo. Destacamos três obstáculos, que consideramos de fundamental importância, apontados em algumas dessas pesquisas:

1. As características intrínsecas da máquina tornam limitada a representação de certos objetos matemáticos, especialmente aqueles que envolvem noções de infinito, limite e continuidade, como o próprio conjunto dos números reais, além de retas e curvas e forma geral. Em alguns casos,

pode se verificar grande divergência entre o modelo matemático e sua representação computacional.

2. O uso excessivo de novas tecnologias pode gerar uma certa “dependência” por parte de professores e estudantes. Muitas pesquisas verificaram que a capacidade de alunos para resolver problemas e discutir questões se atrofiou a partir de programas de ensino de matemática baseados no uso de computadores e calculadoras gráficas.
3. As respostas dadas pela máquina podem adquirir o papel de principal critério verificação de verdades matemáticas. Alguns professores dão prioridade aos resultados de *software* – mesmo que muitas vezes claramente errados – em relação a seus próprios conhecimentos matemáticos anteriores.

Num estudo desenvolvido por Hunter, Monaghan & Roper (1993) um grupo de estudantes foi submetido a um curso de funções baseado no aplicativo *Derive*. Durante o curso, os estudantes não precisavam substituir valores na expressão algébrica da função para obter o gráfico, pois este era dado diretamente pelo software. Antes e depois do curso, foram aplicados testes, nos quais a seguinte questão foi colocada:

“O que você pode dizer de u se $u=v+3$ e $v=1$?”

Um terço dos estudantes responderam corretamente a questão no pré-teste. No entanto, no pós-teste, todos os estudantes erraram ou não souberam responder – mesmo aqueles que haviam acertado anteriormente.

Os autores Monaghan, Sun & Tall (1994) observaram os resultados do grupo **A**, de 9 estudantes (considerados altamente qualificados) submetidos a um curso inicial de cálculo também baseado no *Derive*, em comparação ao grupo de controle **B**, em que 19 estudantes fizeram o mesmo curso baseado unicamente em recursos tradicionais. Ao final da experiência, todos os estudantes do grupo **A** calculavam limites de funções racionais simples, enquanto somente 12 em 19 do

grupo **B** conseguiam fazê-lo. No entanto, nenhum estudante de **A** sabia calcular esses limites sem o apoio do *software*. Além disso, foi pedido aos estudantes que explicassem a definição de derivada. Todos de **B** deram explicações teóricas aceitáveis, mas os estudantes do grupo **A** se limitaram a descrever a sequência de comandos usada no *software* para calcular a derivada de uma função dada.

Em contrapartida, outros estudos revelaram experiências empregando de novas tecnologias no ensino com resultados considerados satisfatórios.

Gray & Pitta (1997) realizaram uma experiência usando uma calculadora simples com uma criança considerada deficiente em aritmética. Como resultado, os autores relatam que a criança teve sucesso em atribuir significado às relações e operações com número naturais, quando antes só era capaz de realizar contagens.

Belfort & Guimarães (1998) descrevem uma experiência com o uso de *software* de geometria dinâmica na formação continuada de professores, na qual os participantes eram estimulados a formular conjecturas e verificar sua validade. A maioria dos professores tiveram sucesso em mostrar que suas hipóteses eram verdadeiras ou falsas, por meio de argumentos matemáticos formais ou da apresentação de contra-exemplos, conforme o caso. Mais do que isso, muitos deles reconheceram que esta verificação de hipóteses não pode ser feita por meio da simples visualização na tela do computador, ou, de forma mais geral, através de métodos empíricos. Segundo os autores, os professores relatam que os termos “geometria experimental” e “geometria dedutiva” passaram a ser melhor compreendidos. Os autores concluem que:

“Finalmente, do ponto de vista de softwares de geometria dinâmica em formação de professores, estamos convencidos que é possível utilizá-los não apenas no estágio exploratório do estudo da geometria, mas também como uma ferramenta de apoio para o desenvolvimento da capacidade de justificar resultados e da valorização do raciocínio dedutivo em geometria.”

Belfort & Guimarães (1998)

Os exemplos aqui citados sugerem que os “benefícios” ou “malefícios” do uso de novas tecnologias no ensino não são intrínsecos à máquina, mas determinados pela forma pela qual seu emprego em sala de aula é desenvolvido. David Tall (2000) afirma que:

“O uso de calculadoras e computadores em matemática nem sempre tem tido tanto sucesso quando poderia. Na Inglaterra, o uso de calculadoras com crianças pequenas tem sido desencorajado na esperança de que sua ausência capacitará as crianças a construir relações aritméticas mentais. Talvez esta atitude tenha mais relação com o mal uso da calculadora (para realizara cálculos sem ter que pensar) do que qualquer falha inerente na próprio aparato. Bem usada – para encorajar reflexões em idéias matemáticas – a calculadora pode ser bastante benéfica (...)”

Tall (2000)

Os computadores e calculadoras não são nada mais que recursos didáticos e, sendo assim, seus efeitos não podem ser avaliados genericamente. O emprego destas ferramentas em sala de aula requer portanto cuidadoso planejamento, visando a exploração da melhor forma possível dos recursos e – talvez principalmente - das limitações da máquina.

A Atitude de Professores frente a Novas Tecnologias

Para que as abordagens de tópicos de matemática usando novas tecnologias possam ser bem sucedidas, é necessário, antes de mais nada, que o professor esteja preparado para planejá-las.

Em sua dissertação de mestrado, Abrahão (1998) observou as reações de quatro professores de ensino fundamental e médio diante de gráficos de funções reais gerados por computadores e calculadoras gráficas. Nas atividades aplicadas os resultados fornecidos pela máquina eram de forma geral contraditórios com a teoria matemática envolvida, em virtude de erros dos *software* empregados, ou

limitações da janela gráfica escolhida para visualização. Por diversas vezes no decorrer do experimento, os professores hesitaram em considerar o fato de que um computador pode gerar resultados errados ou incompletos. Nestas situações, os resultados chegaram a ser considerados verdadeiros, sem questionamento. A visualização no computador foi assumida como critério absoluto de verdade, mesmo quando claramente contrário à teoria matemática. A autora comenta que:

“Quando solicitados a interpretar alguns gráficos não usuais produzidos em computadores, os entrevistados apresentaram algumas dificuldades. Pudemos observar que a compreensão de gráficos gerados por tecnologia gráfica não é imediata. Nem sempre o professor conseguia conciliar seus conhecimentos teóricos com a visualização gráfica.”

Abrahão (1998)

Mais adiante, na análise dos resultados de uma das atividades, prossegue:

“Um dos professores entrevistados, ao ver a janela onde o gráfico da função do 3º grau lembrava uma parábola, interpretou esse gráfico parcial como sendo o gráfico global da função cúbica. Nesse momento seus conhecimentos teóricos não foram ativados para fazê-lo perceber que sua interpretação estava incorreta.”

Abrahão (1998)

Resultados semelhantes são encontrados em Belfort & Guimarães (1999). Nesse trabalho, foi observado o comportamento de professores no desenvolvimento de atividades de geometria plana em computadores durante cursos de extensão e aperfeiçoamento, ao longo dos anos de 1997, 1998 e 1999. Em uma das atividades descritas foi pedido que se encontrasse experimentalmente o retângulo com 40m de perímetro e a maior área possível. Com o *software* empregado, os professores podiam construir um retângulo com o perímetro dado e variar os lados mantendo o mesmo fixo, observando a variação da área. O retângulo que soluciona o problema é o quadrado de 10m de lado e

100m² de área. No entanto, devido aos arredondamentos efetuados pelo *software*, os resultados gerados pela máquina podiam ser incorretos. Um dos professores cursistas, por exemplo, ao encontrar como solução um retângulo com área 100m² lados e lados 10,03m e 9,97m, teve dificuldades em encontrar uma explicação para esta incoerência. Os autores relatam:

“(...) muitos professores aceitavam a resposta dada pelo software como conclusiva. Em um dos experimentos, fomos chamados por três duplas de professores que, sentados próximos haviam comparado suas respostas. Todos tinham obtido uma área máxima de 100m², mas os valores do lado AB diferiam. Esses professores ficaram em um impasse, e não conseguiram decidir qual dos três valores encontrados seria o correto. A exploração do ‘erro’ do software levou à necessidade de encontrar uma solução teórica para o problema.”

Belfort & Guimarães (1999)

A partir dos exemplos citados, verificamos que não se estabelece de forma simples e natural a ponte entre as representações computacionais dos objetos matemáticos e as respectivas formulações teóricas. Entretanto, nos alinhamos com vários dos autores citados na opinião de que é justamente na construção desta ponte – inclusive com a ocorrência de aparentes contradições - que as novas tecnologias podem se colocar como um recurso didático rico para o ensino de matemática.

Cursos de Formação de Professores e Planejamento de Atividades com Apoio de Novas Tecnologias

Tomando como base os exemplos e considerações aqui citados, consideramos de fundamental importância que os cursos de formação inicial e continuada (licenciaturas, especializações, etc.) levem em conta a preparação dos professores para lidar com novas tecnologias no ensino de matemática.

Acreditamos que os recursos computacionais devam estar presentes nesses cursos pelo menos sob duas formas distintas:

- em disciplinas de conteúdo matemático, juntamente com os recursos tradicionais, quando for cabível, de forma a estarem presentes na formação e desenvolvimento de conceitos;
- em disciplinas específicas, que visem a discussão das possibilidades e limitações do uso de novas tecnologias.

Entendemos que, em primeiro lugar, a familiarização com os recursos tecnológicos não deve se dar de forma isolada da aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelo próprio professor. A reflexão sobre o papel adequado destes recursos no planejamento de atividades pedagógicas deve estar baseada, em princípio, na própria experiência de aprendizagem. Num momento posterior, a questão pode ser revisitada, com a discussão fundamentada em pesquisas e resultados de experiências.

Objetivamos desta maneira a formação de um professor preparado para encarar criticamente o uso de novas tecnologias no ensino. O professor a que nos referimos deve ser capaz de planejar ele próprio propostas de abordagens apoiadas em recursos computacionais, considerando as especificidades de cada situação pedagógica. Esta visão crítica se faz necessária inclusive para a opção consciente pela não utilização de tecnologias. O professor não pode estar sujeito, nem ao uso desmedido por falta de preparação, por um lado, nem ao não uso por falta de informação, por outro.

Destacamos alguns aspectos que julgamos importantes para a formação da visão crítica do professor, da forma que propomos, devendo portanto estar presentes nos cursos de formação.

1. Exploração mais rica de aspectos já abordados com recursos tradicionais.

Podemos considerar esta como a primeira e mais evidente vantagem do uso de recursos tecnológicos. Por exemplo, no estudo do efeito da variação do coeficiente angular de uma reta, o próprio aluno pode traçar, com rapidez e interatividade, várias retas e comparar seus resultados. Discussões deste tipo podem ser e são desenvolvidas perfeitamente sem o uso de computadores. Portanto, este não é o caso em que o recurso tem muito a acrescentar, mas, de qualquer forma, esta é uma vantagem a ser considerada. O cuidado a ser tomado aqui é no sentido de que o computador não venha a substituir os recursos tradicionais, tornando-se o principal referencial teórico para os alunos. Esta inversão pode conduzir a graves deficiências na formação de conceitos, como indicam os resultados de diversas pesquisas.

2. Investigação e formulação de conjecturas.

A grande capacidade para cálculos e a interatividade podem também ser empregadas em atividades investigatórias, em que os alunos podem lidar facilmente com uma grande quantidade de exemplos e observar a validade ou não de propriedades. Experiências desta natureza devem entretanto ser necessariamente acompanhadas das abordagens teóricas associadas, de forma a evitar que a visualização computacional se torne um critério absoluto de verdade matemática para os alunos. Devem inclusive ser evidenciadas situações onde o computador produz resultados errados ou contraditórios com o modelo matemático correspondente.

3. Ampliação do universo de objetos matemáticos estudados.

Mais uma vez, as facilidades de cálculos do computador torna acessíveis aos alunos objetos cuja representação era difícil somente com recursos tradicionais. No estudo de funções, por exemplo, não precisamos mais nos

restringir às classes tradicionalmente apresentadas – retas, parábolas, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas. Dentre outras possíveis explorações, podemos lidar com polinômios de graus superiores, funções racionais, operações entre as funções de diferentes classes.

4. Novas visões sobre antigos conceitos.

Consideremos o seguinte exemplo. Normalmente conceitua-se assíntota horizontal como *uma reta da qual a função se aproxima no infinito*. A curva $y=x^2/(x^2-1)$ admite uma assíntota horizontal em $y=1$. Ao visualizarmos a curva no computador numa janela gráfica com valores pequenos para y e grandes para x (por exemplo, $-100 < x < 100$ e $0 < y < 2$), veremos que esta adquire um aspecto semelhante ao da reta $y=1$. Podemos explorar assim uma visão complementar para a noção de assíntota: *uma reta com a qual a função se parece no infinito*.

Podemos ainda desenvolver esta idéia estudando as chamadas “funções limitantes”, uma generalização da noção de assíntota. Podemos observar que a curva $y=x^4/(x^2-1)$, por exemplo, fica parecida com uma parábola quando visualizada em janelas gráficas com valores grandes para as variáveis¹.

Cabe ressaltar que o que propomos aqui é uma *complementação* – e não *substituição*. Isto é, o computador pode ser usado para enriquecer imagens conceituais, mas não para assumir o papel de formador único de conceitos.

Tentamos ordenar os quatro aspectos acima de acordo com um critério: *a importância do recurso computacional em si no desenvolvimento da experiência*. No primeiro aspecto citado, o computador tem um papel meramente “decorativo”, isto é, é empregado somente para tornar a abordagem mais rica e dinâmica, podendo perfeitamente ser dispensado sem comprometer a abordagem. Já no quarto, seu papel é central. De fato, a experiência dificilmente poderia ser desenvolvida sem tê-lo como recurso.

¹ Maiores detalhes sobre esta experiência podem ser obtidos em *Recursos Computacionais para o Ensino de Funções* (oficina 1G82), nestes anais.

Considerações Finais

Como indicam as pesquisas recentes na área, a discussão inicial, que procurava determinar se computador é “maléfico” ou “benéfico” para o ensino de matemática, já pode ser substituída pela seguinte questão:

De que forma empregar novas tecnologias computacionais de forma positiva para a aprendizagem de conceitos matemáticos?

O computador é um **recurso** para o ensino, não um oráculo ou fonte de sabedoria, e é como recurso, não mais, que deve ser encarado. Os resultados produzidos serão sempre determinados pela forma como a máquina é utilizada. Desta forma, acreditamos que questionar se o computador é “bom” ou “mal” seria o mesmo que questionar, por exemplo, se o quadro negro é “bom” ou “mal” – depende do que escrevemos nele!

A pergunta enunciada acima, entretanto, está longe de ter respostas simples e globais. A própria estrutura da máquina - lógico-matemática por concepção - torna seu emprego no ensino desta disciplina bastante particular em relação ao das demais.

Uma das principais críticas ao uso de computadores e calculadores em sala de aula é a de que certos erros e limitações intrínsecos à máquina podem conduzir a graves falsas concepções. De fato, esses erros e limitações são inevitáveis, mas, ao contrário, podem ser evidenciados e potencializados como ricas ferramentas didáticas. Para tal, é de fundamental importância que a experiência computacional nunca seja apresentada isoladamente, mas figure dentro de um leque amplo de experiências e representações de diversas naturezas. Se o computador é apresentado como referencial dominante, pode assumir o papel de determinação de verdades matemáticas para alunos e professores. É exatamente a partir da exploração de situações em que a representação computacional é aparentemente contraditória com o modelo matemático real que fica claro o papel do raciocínio dedutivo e da construção

teórica formal. Fazemos questão portanto de frisar esta questão, que consideramos central: nenhuma abordagem exclusivamente baseada em recursos computacionais pode ser considerada satisfatória.

Outra crítica comum tem sido a de que este uso pode atrofiar certas habilidades matemáticas dos alunos, como a capacidade de cálculos mentais. É inegável o fato de os computadores estarem cada vez mais fortemente presentes nos mais diversos setores da sociedade e dificilmente esta tendência se reverterá. Da mesma forma que as tabelas de logaritmos e as réguas de cálculo simplesmente caíram em desuso, não acreditamos que caiba à escola escolher se as próximas gerações decorarão tabuadas ou farão contas com calculadoras. Devemos aproveitar a oportunidade aberta pela entrada destas novas tecnologias em sala de aula para formular abordagens que enfoquem outras habilidades, como análises conceituais mais profundas e construções mais livres, criativas e interativas.

É verdade que a ampla disseminação das novas tecnologias a que nos referimos no parágrafo anterior ainda esteja restrita às classes sociais mais altas. Não consideramos no entanto que este fato possa ser usado como argumento para banir os computadores da sala de aula. Ao contrário, justamente por esta razão, se apresenta à escola uma oportunidade de exercer um de seus papéis mais relevantes: a democratização do saber. A presença de computadores nas escolas públicas não resolverá a questão das diferenças sociais no Brasil, porém sua ausência só contribuirá para agravar mais ainda essas desigualdades.

Neste texto, procuramos levantar algumas questões relativas à capacitação de professores para o planejamento de abordagens de tópicos de matemática com o apoio de novas tecnologias computacionais – ou, conforme o caso, para a opção fundamentada de não lançar mão deste recurso. As respostas que buscamos, entretanto, não podem pré-apresentadas, devendo ser construídas por cada professor, considerando aspectos específicos, como o perfil dos alunos e a natureza do tópico objetivado. Para que isto se torne possível, é preciso que os cursos de formação inicial e continuada sejam planejados adequadamente. Desta forma, poderemos estar preparando professores para o desenvolvimento de uma

visão crítica em relação às aplicações de tecnologias computacionais no ensino de matemática, em lugar da aceitação passiva das mesmas ou da simples negação por desinformação.

Bibliografia

1. Abrahão, A.M.C. (1998). *O Comportamento de Professores frente a Alguns Gráficos de Funções $f:R \rightarrow R$ Obtidos com Novas Tecnologias*, dissertação de Mestrado, PUC/RJ.
2. Barbastefano, R., Belfort, E. & Guimarães, L.C. (1999). *Geometria Dinâmica e Demonstrações na Formação Continuada de Professores*, Anais do Cabri World 99, vol. eletro, PUC/SP, São Paulo.
3. Belfort, E. & Guimarães, L.C. (1998). *O Papel do Software Educativo na Formação Continuada de Professores de Matemática*, Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática, São Leopoldo.
4. Bianchini, W., Giraldo, V., Kubrusly, R., Santos, A.R. (1998). *Introdução às Funções Reais - Um Enfoque Computacional*. Edição IM/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
5. Bianchini, W. & Santos, A.R. (2000). *Aprendendo Cálculo com Maple*. Edição IM/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
6. Carvalho, L.M. & Giraldo, V. (2000). *Funções e Novas Tecnologias, Algumas Perguntas*, Anais do III Seminário: A Pesquisa em Educação Matemática no Rio de Janeiro, 1:24-29, Campos dos Goytacazes.
7. Gray, E.M. & Pitta, D. (1997). *Changing Emily's Images*, Mathematics Teaching, 161:38-51.
8. Hughes-Hallet, D. et al (1999). *Cálculo e Aplicações*, Editora Edgard Blücher.
9. Hunter, M., Monaghan, J.D. & Roper, T. (1993). *The Effect of Computer Algebra Use on Students' Algebraic Thinking*, In R. Sutherland (Ed.),

Working Papers for ESCR Algebra Seminar, London University, Institute of Education, London, England.

10. Ma, Liping (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
11. Monaghan, J.D., Sun, S. & Tall, D. (1994). *Construction of the Limit Concept with a Computer Algebra System*, In J.P. da Ponte & J.F. Matos (Eds.), *Proceedings of the International Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, Lisbon, Portugal, 3:279-286.
12. Palis, G.L.R. (1997). *Gráficos de Funções com Calculadoras e com Lápis e Papel. Educação e Matemática*, Portugal, 45:37-40.
13. Tall, D. O. (2000). *Cognitive Development in Advanced Mathematics Using Technology*, *Mathematics Education Research Journal*, 12 (3): 210-230