

# PERCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE TRIGONOMETRIA NO PROJETO PRÓ-CIÊNCIAS

Ana Lúcia Manrique  
Barbara Lutaif Bianchini<sup>1</sup>  
PUC-SP

## **Resumo**

*Este trabalho destaca a dinâmica proposta para o desenvolvimento do curso de funções trigonométricas, promovido pelo Programa Pró-Ciências, realizado em janeiro de 2000. Foram trabalhados alguns conhecimentos matemáticos, com o auxílio de Informática, e também a técnica dos mapas conceituais para a sensibilização dos professores tanto no campo cognitivo como no afetivo.*

## **Introdução**

A proposta para o Programa Pró-Ciências<sup>2</sup> elaborada pela PUC-SP, para o período 1998-2000, tinha como um dos objetivos efetivar a intermediação entre as pesquisas em Educação Matemática e o trabalho docente desenvolvido nas escolas do ensino médio.

Iremos relatar, neste artigo, alguns aspectos do curso realizado em janeiro de 2000 que procurou apresentar uma dinâmica diferenciada. Esse curso enfocou as funções trigonométricas e foi ministrado de forma intensiva nos dias 26, 27, 28, 29 e 31 de janeiro, totalizando 40 horas.

---

<sup>1</sup> Doutorandas do Programa de Pós-Graduação em Psicologia da Educação.  
Professoras do Departamento de Matemática da PUC-SP. Rua Marquês de Paranaguá, 111, Consolação, São Paulo – SP – 01303-050. Email: [manrique@exatas.pucsp.br](mailto:manrique@exatas.pucsp.br) e [barbara@exatas.pucsp.br](mailto:barbara@exatas.pucsp.br).

<sup>2</sup> Convênio CAPES/FAPESP/Secretaria da Educação/SEMTEC.

## ***Sujeitos***

Salientamos, a seguir, alguns aspectos que forneceram um perfil dos 42 professores participantes. A tabela a seguir mostra as faixas etárias dos professores envolvidos nesse curso.

Faixa etária	21 a 30 anos	31 a 40 anos	41 a 50 anos	mais de 50 anos
Porcentagem	29%	45%	19%	7%

A turma era composta por 39% do sexo masculino e 61% do feminino.

Dos professores que estavam lecionando, 33% trabalham na rede municipal, 97% na rede estadual e 1% na particular. Chamamos a atenção de que alguns professores trabalham em mais de uma rede de ensino.

Obtivemos informações dos professores participantes de que 36 lecionam no ensino fundamental e 30 no ensino médio. Aqui também salientamos que alguns professores trabalham em mais de um nível de ensino. Dos 30 professores que lecionam no ensino médio, apenas 10 trabalham com as funções trigonométricas, que eram o foco do curso.

Notamos que os sujeitos se caracterizavam por serem do sexo feminino, com idade na faixa de 30 a 40 anos e quase a totalidade dos professores lecionavam na rede estadual de ensino.

## ***Estratégias utilizadas***

Primeiramente, aplicamos um questionário com a intenção de obter algumas informações relacionadas à vida profissional dos professores participantes. Este foi dividido em três partes:

- a primeira consistia na identificação do professor cuja caracterização está exposta acima;
- a segunda referiu-se à metodologia que é empregada no ensino das funções trigonométricas em sala de aula, na qual constatamos que esses professores não lecionam funções trigonométricas; e,

- por último, algumas questões avaliativas dos conhecimentos de trigonometria que são abordados no ensino médio nas quais percebemos a grande dificuldade que os professores apresentaram na resolução dos problemas propostos.

Em seguida, utilizamos uma técnica para externalizar conceitos e sentimentos, conhecida por mapas conceituais (mapas mentais) (Novak e Gowin, 1984). Tivemos conhecimento dessa técnica por meio de um curso ministrado pela Professora Doutora Vânia Maria Santos-Wagner na PUC-SP, no ano de 1999. Essa professora relatou que fez algumas alterações em relação à técnica originalmente apresentada no texto de Novak e Gowin, como por exemplo, introduziu o texto explicativo do mapa conceitual. Vânia mostrou, em seu curso, que ao utilizarmos esta técnica poderíamos ter uma idéia dos conhecimentos dos professores sobre os conteúdos que iríamos estudar e, assim, trabalhar esses conteúdos de uma melhor maneira, pois os conhecimentos dos professores podem ser passíveis de ambigüidades ou inconsistências. Dessa forma, pudemos, em um momento posterior, explorar conceitos e proposições, uma vez que os mapas conceituais podem ser usados para organizar significados e apontar concepções falhas.

Desenvolvemos essa técnica no curso pensando em algumas rupturas do Contrato Didático (Brousseau, 1986). Chama-se Contrato Didático *“o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor... Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro”*.

Gostaríamos de romper uma das cláusulas que fica implícita: o professor sabe de tudo e o aluno está na aula para aprender, pois ele não sabe o que será trabalhado na aula. Pretendíamos com essa técnica que os professores colocassem suas dúvidas, dificuldades, seus conhecimentos, suas experiências, sua metodologia de trabalho, e tudo o que fosse possível de ser externalizado pela dinâmica. E, principalmente, pretendíamos nos colocar em uma outra posição no

processo ensino-aprendizagem: estávamos naquele momento querendo juntar nossos conhecimentos com os dos professores participantes.

Além do caráter cognitivo, essa técnica também tem um caráter social pois, realizada em grupo, coloca os participantes em discussão sobre os seus conhecimentos. Na aplicação dessa dinâmica ainda podem aparecer alguns sentimentos (gosto, ódio, sensação de dificuldade, de facilidade, etc.) relacionados à idéia central do mapa e, considerando que *pensar, agir e sentir* são três atitudes que, conjuntas, enriquecem o significado das experiências, acreditamos que essa técnica irá nos ajudar muito para a evolução do curso proposto.

Apesar de estarmos preocupados em apresentar alternativas de dinâmicas de aula, não poderíamos deixar de trabalhar os conteúdos matemáticos a fim de aprofundar os conhecimentos desses professores. Nesse sentido, apontamos as diferenças entre as relações trigonométricas no triângulo retângulo e funções trigonométricas, trabalhamos arcos e ângulos, funções trigonométricas e suas respectivas inversas.

No estudo das funções trigonométricas nos utilizamos do laboratório de Informática para discutir e visualizar a função, seu domínio, seu conjunto imagem, o período e as translações dos gráficos das funções trigonométricas. O professor tinha como material didático uma ficha de atividades que o orientava na aquisição e aprofundamento dos conceitos. A utilização de um *software* gráfico permite rapidamente comparar as alterações ocorridas no gráfico de uma função de referência (Manrique et alii, 1998).

As aulas destinadas aos conteúdos matemáticos tiveram uma dinâmica diferenciada. Eram fornecidos alguns exercícios motivadores para as discussões que aconteciam após uma reflexão por parte dos professores. Um deles resolvia um exercício na lousa e o grupo se questionava da existência de outras formas de se chegar à resposta, da existência ou não de solução, da unicidade ou não de solução, das notações utilizadas e do emprego adequado da linguagem natural e da linguagem matemática. Nessas discussões, procuramos dirimir os equívocos e proporcionar a aquisição dos conceitos selecionados.

Após esse aprofundamento básico e necessário, foi proposto que os professores se reunissem em grupos para a elaboração de pequenas seqüências de ensino para serem aplicadas em suas aulas. Os professores foram divididos em 8 grupos, sendo que cada tema foi abordado por dois grupos. Uma parte do tempo do curso foi dedicada à elaboração dessas seqüências de ensino em que havia uma orientação por parte das professoras capacitadoras. Ressaltamos a importância de se estar criando algo diferente do que está no livro didático, dando-se a importância necessária ao contexto escolar desses professores e de seus alunos. No final dessa dinâmica, cada grupo apresentou seu plano de aula aos demais professores do curso, que fizeram sugestões e questionamentos com o intuito de enriquecer o trabalho apresentado. Nessas discussões foram levantados os seguintes aspectos: os sucessos e insucessos da aplicação; as dificuldades e facilidades da aplicação; as expectativas do grupo de professores em relação às atividades elaboradas; os possíveis erros a serem cometidos pelos alunos; as perguntas que os alunos poderão fazer quando da resolução das atividades; e o impacto causado pela aplicação da atividade nos alunos (sensação de descoberta, tédio, interesse, autonomia, etc.).

Ao idealizarmos este curso esperávamos oferecer momentos de reflexão individual e de discussão coletiva nos quais os professores pudessem refletir sobre a prática, o conhecimento matemático, a dinâmica de aula e o contexto escolar. Pois acreditamos que os professores devem *“criticar e desenvolver as suas teorias práticas à medida que refletem sozinhos e em conjuntos na ação e sobre ela, acerca do seu ensino e das condições sociais que modelam as suas experiências de ensino”*. (Zeichner, 1993).

O professor teve a oportunidade, nesse encontro, de estar reelaborando sua seqüência com o objetivo de superar alguns dos obstáculos detectados, além de refletir sobre sua prática (Schön, 1992).

Esta proposta está de acordo com Canário (1998, p.13), quando afirma que *“...deve ser reequacionada e compreendida a formação 'centrada na escola', entendida como uma estratégia suscetível de assegurar a diversidade, a contextualização e a pertinência dos processos e ofertas formativas”*.

Nesse sentido, é que elaboramos este curso de Pró-Ciências, no qual tentamos dar uma formação dinâmica que envolvia uma reflexão pessoal sobre os conhecimentos matemáticos que o professor possuía ou não, e a sua prática profissional, além de uma construção identitária na qual o professor reinventa novas modalidades de socialização em sua ação.

Detalharemos, agora, os mapas conceituais obtidos pelos professores.

### ***Mapas conceituais***

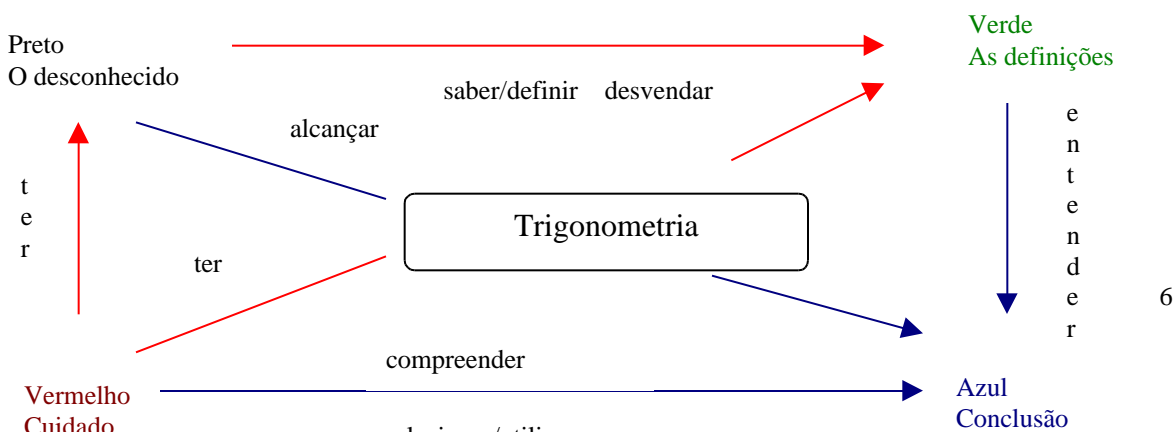
Esta técnica foi utilizada no primeiro dia de curso. A partir da palavra detonadora "trigonometria", os professores diziam as palavras ou conceitos significativos ligados a essa idéia central, que eram colocados aleatoriamente no quadro negro. Essa fase gerou um conjunto de aproximadamente 50 palavras ou expressões. Em seguida, solicitamos que os professores se dividissem em grupos de 4 ou 5 para a elaboração de categorias. Estas eram estabelecidas de acordo com a visão da matemática do grupo. As categorias receberam nomes e foram interligadas no mapa conceitual por meio de frases significativas.

Nesse instante, cada grupo realizou uma pequena apresentação de seu mapa e em seguida a elaboração de um texto explicativo do mapa.

Alguns dos mapas conceituais elaborados pelos professores estão exemplificados a seguir. Observamos que cada grupo organizou as suas próprias categorias sem interferência das capacitadoras. O nome dado à categoria tenta refletir sobre uma idéia global do conjunto de palavras selecionadas, não significando que cada palavra do conjunto possa ser representante da categoria.

Apresentamos, a seguir, o primeiro mapa conceitual selecionado.

#### 1) *Mapa conceitual:*



### Categorias:

- *as definições (verde): círculo trigonométrico, seno, cosseno, tangente, quadrantes, localização de quadrantes através dos sinais, redução de quadrantes, arco, tabelas, gráficos, sentidos horário/anti-horário, radiano, pi, graus, raio, número 1, ponto, números, x e y, períodos, raciocínio, variáveis, expoente, relações fundamentais, imagem, medida, triângulo/triângulo pitagórico,  $f(x) = \text{sen}x$ .*
- *o desconhecido (preto): a história, o significado, de onde surgiu, para que serve?, como vou usar no dia-a-dia?, por que estudamos?, para que isso?, aplicações.*
- *conclusão (azul): álgebra, cálculo, inequações, pirâmide, retângulo áureo, figuras, arredondamento, altura.*
- *cuidado (vermelho): como ensinar, dificuldades, a partir de certo ponto complicada, dedicação, vontade de aprender, curiosidade sobre o significado de seno, cosseno, tangente.*

### Texto:

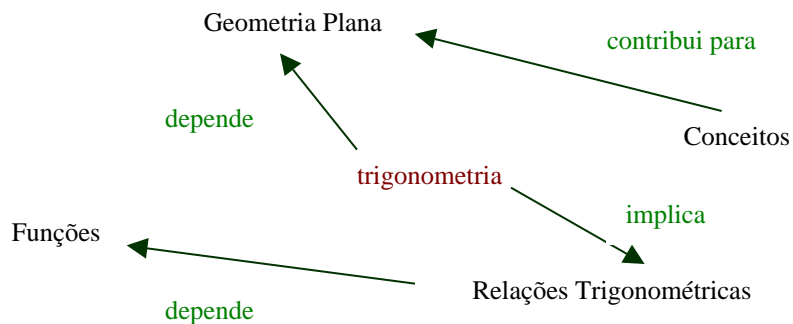
*O preto, que representa a trigonometria, é um assunto complexo que deve ser trabalhado com cuidado e atenção, no caso a cor vermelha. As definições, a cor verde, devem ter suas dúvidas e dificuldades sanadas, permitindo ao aluno estabelecer relações entre o conteúdo e a vida prática que é representada pela cor azul.*

Esse grupo de professores conseguiu expor de maneira ampla o processo ensino-aprendizagem da trigonometria. Ele não se preocupou só com os conceitos envolvidos na trigonometria, mas também com o sentimento que está presente no ato de aprender, tais como: o desconhecido, o cuidado e o desvendar. Além disso, esse grupo de professores destacou, com o auxílio das cores empregadas nas

categorias, a atenção que deve ser dada em cada fase do processo de ensino-aprendizagem.

Vejamos o segundo mapa conceitual:

## 2) Mapa conceitual:



### Categorias:

- *conceitos: como ensinar?, de onde surgiu?, como usar no dia-a-dia?, raciocínio, aplicação, para que isso?, para que serve?, história, dificuldade, a partir de certo ponto complicada, curiosidade, vontade de aprender, dedicação, significado, álgebra, por que estudamos?, para que serve a redução de quadrante?.*

- *Geometria Plana: pi, raio, graus, medidas, altura, reduzir, números, radiano, arredondamento.*

- *Funções: gráficos, tabelas, triângulo, x e y, imagem, arco, retângulo áureo, triângulo pitagórico, pirâmide, tangente, ponto, variáveis, cálculo.*

- *Relações trigonométricas: localizar quadrantes através de sinais, período,  $f(x) = \text{sen}x$ , seno, cosseno, tangente, relações fundamentais, inequação, expoente, círculo trigonométrico, sentido horário, sentido anti-horário, número um.*

### Texto:

*A trigonometria se constrói a partir de um conjunto de conhecimentos inter-relacionados, que demonstram ser dotados de uma dependência recíproca.*

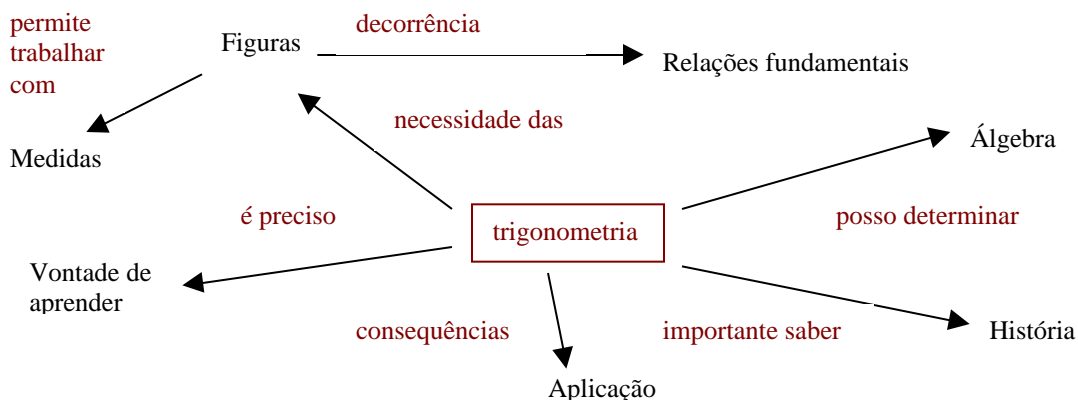
Esse segundo mapa, comparado com o anterior, já aborda os conceitos envolvidos na trigonometria, tais como: geometria plana, funções e



relações trigonométricas. Sua preocupação era relacionar esses conteúdos independentemente do contexto escolar. Não houve referência a nenhum estágio do processo ensino-aprendizagem, nem o professor nem o aluno estão presentes nesse mapa.

E segue o último mapa conceitual selecionado:

### 3) Mapa conceitual:



### Categorias:

- *Figuras: triângulo, círculo.*
- *Medidas: altura, graus, radianos, raio, sentido.*
- *Relações fundamentais: seno, cosseno, tangente.*
- *História: de onde surgiu?, por que estudamos?, como ensinar?, para que isso?, curiosidade sobre o significado de seno, cosseno e tangente.*
- *Álgebra: cálculo, variáveis, raciocínio, x e y, números, inequações.*
- *Vontade de aprender: para que serve?, dificuldade, como usar no dia-a-dia?, dedicação.*
- *Aplicação: tabelas, gráficos, imagens, a partir de um certo ponto complicado.*

### Texto:

*Nos caminhos não muito claros da trigonometria faz-se necessário o desejo de aprender os princípios básicos, permitindo trabalhar as relações fundamentais para ter como produto suas aplicações.*

Nesse mapa, percebemos o sentimento do grupo perante a trigonometria pela expressão "vontade de aprender". Outro aspecto levantado pelo grupo refere-

se à importância de saber a História da Matemática. Estão presentes também conceitos matemáticos, tais como: figuras, medidas, álgebra e relações fundamentais. Uma preocupação do grupo foi em relação às aplicações que são vistas por eles como conseqüências do ensino da trigonometria.

Os grupos apresentaram mapas conceituais distintos apesar de o conjunto de palavras significativas ser o mesmo para todos os professores. Essa dinâmica demonstrou o quanto influencia concepções e crenças do professor em relação à matemática e ao processo de ensino-aprendizagem na aquisição de seus conhecimentos e na sua interpretação de significados.

Elencamos, a seguir, alguns comentários que os professores fizeram no final do curso sobre essa dinâmica. Vejamos:

*"... cada grupo demonstrou aspectos diferentes";*

*"interessante para perdemos a inibição inicial";*

*"... facilita a integração do grupo";*

*"... força a lembrar de muitos conceitos já até esquecidos...";*

*"Foi muito interessante e muito estimulante, levando-nos a descobrir as várias possibilidades que sempre existem, mostrando-nos que os alunos podem entender as coisas de formas diferentes";*

*"É como se estivesse a frente de vários objetos diferentes, espalhados, sem saber a utilidade deles e resolvesse juntar-se uns aos outros e descobrisse que conseguiu algo importante".*

Finalizando o curso, pedimos que os professores relatassem como este poderia ajudá-los profissionalmente. Seguem alguns dos depoimentos obtidos:

*"... olho a trigonometria de forma diferente, com condições e recursos maiores que tinha antes";*

*"... aprendi um outro jeito de construir gráficos utilizando a informática";*

*"... visualizar a parte teórica com a prática...";*

*"Ajudou a ver de um modo diferente as funções, sem construir tabela para esboçar seus gráficos".*

## ***Alguns resultados***

Essa formação de professores teve alguns aspectos que merecem destaques:

- *Quebra do Contrato Didático.* Tentamos retirar a idéia de existência de resposta única e de uma única maneira de obtenção da solução. Esse é um aspecto que está fortemente enraizado nos professores, refletindo em sua prática escolar.

A quebra dessa cláusula do Contrato Didático esteve presente em vários momentos do curso. Por exemplo, nas aulas no laboratório de Informática havia a preocupação de não estar respondendo diretamente a pergunta feita pelo professor, e sim levando-o a fazer um questionamento sobre o que ele estava pensando e fazendo-o buscar seus conhecimentos anteriores para chegar a uma questão em que seria necessária a intervenção do professor capacitador, para a conclusão do problema proposto pelo professor. Tentamos, dessa maneira e nesse momento, dar uma atenção individual para se detectar a origem da dúvida do professor.

- *Perda da inibição inicial.* Os mapas conceituais permitem a integração dos professores participantes, além de socializarem as dúvidas, as dificuldades e os saberes.

- *Dar um status aos conhecimentos ligados à palavra trigonometria.* As palavras ligadas ao tema trigonometria estavam dispersas e desconexas na lousa e, possivelmente, na mente do professor. Com o auxílio dos mapas, cada grupo organizou e deu significado próprio ao conjunto de palavras.

- *Possibilidade de "enxergar" os conhecimentos de formas diferentes.* Na organização dos mapas, percebe-se a influência do trabalho docente, da história de vida do professor, da escala de valores pessoais, do contexto escolar, enfim, que o professor está inserido numa realidade que não necessariamente é a mesma para todos.

- *Possibilidade de aplicação em diversos conteúdos.* Foi notado, pelos professores, que as diversas técnicas empregadas nesse curso são válidas para a aplicação em outras áreas do conhecimento.

Os mapas conceituais permitiram realizar uma análise das necessidades dos professores, tanto no que se refere aos conteúdos matemáticos, quanto aos aspectos cognitivos e afetivos.

Acreditamos que o professor foi sensibilizado a refletir sobre sua prática de sala de aula, sobre a importância de verificar e valorizar os conhecimentos prévios dos alunos e incentivados a modificar sua postura diante dos erros dos alunos.

Notamos, ainda, uma maior receptividade por parte dos professores para a aceitação de dinâmicas aplicadas com o intuito de provocar rupturas do Contrato Didático que se fazem tão necessárias para a melhoria do ensino de matemática.

### ***Referências Bibliográficas***

Brousseau, G. Le contrat didatique: le milieu. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble, v.9, n.3, p.309-336, 1988.

Brousseau, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.7 n° 2, p.33-115. Grenoble, 1986.

Canário, R. A escola: o lugar onde os professores aprendem, in: *Psicologia de Educação: Revista do Programa de Estudos Pós-graduados em Psicologia de Educação – PUC-SP*. n. 6. São Paulo: EDUC, 1998.

Manrique, A. et alii. Teaching function in a computational environment. In: *Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Stellenbosch, South Africa. Proceedings of the 22<sup>nd</sup> PME, v.4, p. 273, 1998.

Novak, J. D. & Gowin, D. B. (1984) *Learning how to learn*. New York, Cambridge University Press.

Schön, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos, in: Nóvoa, A. (coord.) *Os professores e a sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional, 1992.

Zeichner, K.M. *A formação reflexiva de professores: idéias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993