

# **TRIGONOMETRIA: uma análise da sua evolução histórica e da transposição didática desse conhecimento presente nos manuais didáticos e propostas curriculares**

**Adair Mendes Nacarato** – Universidade São Francisco - USF

**Cláudia Cristiane Bredariol** – CNPq/USF

**Miriam Paula Franco Passos** – PROBAIC/USF

## **INTRODUÇÃO**

A trigonometria, provavelmente, surgiu a partir da semelhança de triângulos retângulos devido à necessidade de se medir distâncias inacessíveis. No século V a.C. já se tem registro de resoluções de problemas sobre cálculo de distâncias inacessíveis, por meio de semelhança de triângulos retângulos.

Alguns séculos mais tarde, principalmente no início da era cristã, com a necessidade de ampliar as noções de seno, cosseno e tangente, surge o quadrante trigonométrico como substituto do triângulo retângulo. Nesse momento inicia-se o trabalho com a trigonometria em circunferências, por meio do cálculo de cordas e conseqüentemente a montagem das primeiras tabelas trigonométricas. Tais conhecimentos foram ampliados pelas necessidades encontradas pelos astrônomos.

Estudos realizados em Mecânica com movimentos periódicos (que de tempos em tempos passam a se repetir), como o movimento de um pêndulo, de uma corda em vibração e outros, mostraram a necessidade de serem ampliadas as noções de seno, cosseno e tangente de um ângulo, tanto para ângulos maiores que  $360^\circ$  como para ângulos negativos. É nesse momento, início da Idade Moderna, que surge a necessidade das funções circulares.

Não se pode negar a importância da trigonometria para a própria matemática e para a Física. Daí, a sua inclusão no currículo do Ensino Médio. A trigonometria é um campo da Matemática que esteve presente na escola secundária ao longo de todo o século XX. No entanto, mesmo sendo um conteúdo obrigatoriamente ensinado no atual Ensino Médio, constata-se que os alunos chegam ao Ensino Superior sem o conhecimento necessário nessa área do conhecimento matemático. Por outro lado, verifica-se que os livros didáticos

dedicam grande parte de seu conteúdo ao tratamento da trigonometria. Então, o que ocorre com o seu ensino que não acarreta em aprendizagem, por parte dos alunos?

Intrigadas com essas questões, decidimos analisar, mais profundamente, o que vem ocorrendo com o ensino desse conteúdo. Decidimos centrar nossa investigação em dois focos: o desenvolvimento histórico da trigonometria e a história de seu ensino no Brasil.

A parte da pesquisa já concluída contém dados relativos ao ensino da trigonometria no Brasil no século XX. Nos apoiamos nos seguintes materiais bibliográficos: Programas de Ensino de Matemática, Propostas Curriculares para o Ensino de Matemática, livros didáticos e questões de vestibulares e avaliações oficiais (ENEM e Provão). Esperávamos com a análise desse material, identificar as tendências presentes no ensino de trigonometria e as forças internas ou externas à Matemática que possam ter contribuído para mudanças de conteúdo e metodologia de ensino. Dentre as forças externas, partíamos do pressuposto de que os exames vestibulares, de certa forma, vêm direcionando os conteúdos a serem ensinados no Ensino Médio.

Esta pesquisa está sendo desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco/USF, Bragança Paulista/SP.

Seu objetivo mais amplo é analisar como se deu, ao longo do século XX, a transposição didática do conhecimento matemático em trigonometria para as propostas curriculares e livros didáticos e suas relações com o desenvolvimento histórico desse conteúdo.

A pesquisa centrou-se em dois eixos:

- 1- Desenvolvimento histórico da Trigonometria.
- 2- A história do ensino da Trigonometria no século XX no Brasil.

A análise do segundo eixo está sendo realizada tomando como referência o primeiro e se utilizando o conceito de “transposição didática”(CHEVALLARD). Para esse autor há três instâncias de conhecimento – por ele denominado saber -, ou seja: o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado. O saber científico

é aquele produzido pela comunidade científica. No caso desta pesquisa seria o conhecimento matemático de Trigonometria. O saber a ensinar refere-se àquele que se destina à sala de aula e é permeado por um processo pedagógico – situações didáticas numa linguagem adequada a professores e alunos. Nesta pesquisa é o conteúdo no segundo eixo: o ensino da Trigonometria. O saber ensinado refere-se àquele que realmente chega a sala de aula, que constitui a aprendizagem do aluno. Esse tipo de saber não é objeto de estudo nesta pesquisa.

A nossa opção pelo livro didático se pauta no pressuposto de que ele se constitui em fonte histórica do ensino. Ele, de certa forma, deixa explicitar as tendências pedagógicas de cada momento histórico, as concepções de ensino e de ensino de matemática.

A evolução do livro didático no Brasil ficou explícita no momento de seleção dos livros a serem analisados. Constatou-se a sua pouca existência até meados do século. Dessa forma, o critério adotado, foi analisar o livro que estivesse disponível em alguma biblioteca.

## **METODOLOGIA**

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica e documental, cujo problema é: “Como se deu a passagem histórica e epistemológica da trigonometria no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico e funções trigonométricas e a existência ou não de relações entre essa trajetória e o tratamento dado ao ensino de trigonometria pelas propostas curriculares e manuais didáticos do século XX e a análise das forças presentes, implícita ou explicitamente nesse tratamento”.

A hipótese inicial é de que essa transposição didática não segue o percurso histórico do desenvolvimento da trigonometria, transformando-a em um conteúdo árido e abstrato a ser trabalhado no Ensino Médio.

Baseando-se nesse problema mais amplo e nessa hipótese inicial, a pesquisa desdobrou-se em 3 etapas:

- Trajetória da Trigonometria<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Esta parte da pesquisa ainda não está concluída.

- Transposição didática da Trigonometria para os livros didáticos.
- A Trigonometria numa visão oficial: propostas curriculares, exames vestibulares e exames de avaliação: ENEM e Provão.

## O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NA VISÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Para este estudo foram selecionados 18 livros didáticos assim distribuídos por décadas:

Década	Título	Autor(es)	Ano	Editores
00	Curso de Trigonometria Retilínea e Esférica	Thimoteo Pereira	1902	Livraria Clássica de Francisco Alves
00	Lições de Trigonometria	E.D. Castro	1903	Typ Espindola
00	Trigonometria Elementar	F.T.D.	1909	Lyon
30	Curso de Matemática	Euclides Roxo, Cecil Thiré, Mello e Souza	1938	Livraria Francisco Alves
40	Matemática	Euclides Roxo, Haroldo L. Cunha, Roberto Peixoto e César Dacorso Netto	1944	Livraria Francisco Alves
40	Curso de Matemática	Algacyr Munhoz Maeder	1949	Edições Melhoramentos
40	Quinto Ano de Matemática	Jacomo Stávale	1942	Companhia Editora Nacional
50	Matemática	Carlos Galante, Antonio de Souza Teixeira Júnior	1960	Editôra do Brasil
60	Matemática – curso colegial v.II	Texto organizado pelo School Mathematics Study Group. Trad. Lafayette de Moraes e Lydia C.	1961	Universidade de Brasília

		Lamparelli		
60	Matemática – segundo ano colegial	Ary Quintella	1964	Companhia Editora Nacional
60	Curso Colegial Moderno, v. 1	Scipione Di Pierro Neto, Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen Barbosa	1967	IBEP

70	Matemática Curso Colegial Moderno v. 1	L.H. Jacy Monteiro, Osvaldo Sangiorgi e Renate Watanabe	1972	Editora do Brasil Ltda
70	Matemática Aplicada v.1e v.2	Fernando Trotta, José Jakubovic e Luiz Márcio Pereira Imenes	1980	Editora Moderna
80	Matemática	Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, José Teixeira, Nilson Machado, Marcio Goulart, Luiz Castro e Antonio Machado	1990	Atual
80	Matemática	Scipione Di Pierro Neto	1988	Scipione
90	Matemática na escola do 2º grau, v.1	Antonio Santos Machado	1996	Atual
90	Matemática volume único	Manoel Paiva	1999	Moderna
90	Matemática para o Ensino Médio - volume único	Carlos Alberto Marcondes dos Santos, Nelson Gentil e Sérgio Emílio Greco	1999	Ática

Para esse levantamento bibliográfico consultou-se o acervo das seguintes bibliotecas:

- Universidade São Francisco: Câmpus Itatiba e Bragança Paulista.
- Círculo de Estudos , Memória e Pesquisa em Educação/Unicamp.
- Faculdade Padre Anchieta, Jundiaí/SP.
- Colégio Anglo Itatiba.
- Acervo particular da equipe da pesquisa.

Após selecionado o livro didático, procedeu-se a uma análise de como o tema Trigonometria é desenvolvido pelo autor. Num primeiro momento a análise do livro centrou-se nos seguintes critérios:

1. Identificação da obra: biblioteca em que se encontra, título, autor, editora, ano de edição, número de páginas e série a que se destina.

2. Características da obra: de que forma ela está organizada, número de capítulos ou unidades, tema de cada capítulo ou unidade, em que posição, na seqüência dos conteúdos está localizado o tema Trigonometria.

3. Como o tema é abordado na obra: seqüência dos conceitos.

4. Observações gerais quanto a metodologia e os tipos de exercícios, bem como o uso de história do tema, exercícios de aplicação e a parte gráfica e visual da obra. Neste item são ainda destacados fatos que chamam a atenção.

Foi possível constatar a existência de três momentos na história da Trigonometria (as categorias de análise):

1- A Trigonometria sob o enfoque geométrico (até, aproximadamente 1930, reaparecendo nos livros didáticos após 1990, mas com abordagens diferenciadas. No início do século, a ênfase era na geometria euclidiana e, ao final do século, na resolução de problemas).

2- A Trigonometria sob o enfoque da geometria vetorial (de 1930 a 1960, aproximadamente).

3- A Trigonometria sob o enfoque das funções circulares (1960 a 1990, aproximadamente).

Para cada um desses momentos selecionou-se cinco subcategorias de análise:

- 1- a introdução do tema;
- 2- a existência da explicitação do que seja Trigonometria;
- 3- a definição de seno;
- 4- a seqüência dos conteúdos;
- 5- tipos de representação.

## **O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NUMA VISÃO CURRICULAR**

A trigonometria esteve presente no ensino secundário no Brasil em todo o século XX. O ensino secundário sofreu transformações e mudanças na sua denominação. Atualmente a trigonometria é um conteúdo dos programas do Ensino Médio.

Embora no Brasil a origem do pensamento curricular data dos anos 20, com destaque para Anísio Teixeira, defensor dos ideais escolanovistas, até a década de 60 não existiu sistematicamente no país documentos oficiais com a denominação de “Currículo”.

A instituição responsável pela publicação dos programas de ensino no Brasil, foi o Colégio Pedro II (por um período denominado Ginásio Nacional) que, por quase cem anos foi considerado o colégio modelo para as demais instituições de ensino secundário. Esse colégio – criado em 1838 – desempenhou o papel de preparar os alunos para ingressar nas instituições de nível superior. Ele conferia ao aluno o grau de Bacharel, dando-lhe o direito de ingressar em qualquer curso superior do Império, sem a realização de novos exames. Assim, os programas por ele adotados constituíam-se em parâmetros para os demais colégios. Mesmo no período republicano sua influência permaneceu. O Colégio Pedro II foi responsável por todos os Programas de Ensino de 1850 a 1929. Em todos esses programas, a trigonometria sempre foi conteúdo da escola secundária – com maior ou menor ênfase de um programa para outro – e, às vezes, alternando de série.

No período de 1930 a 1960, os programas publicados foram por Decretos e Portarias, pelo já existente Ministério da Educação e Saúde Pública, criado em 1930.

Em 1961, com a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei 4.024/61 – a educação brasileira começa a viver uma fase de descentralização. Com ela, os governos estaduais ficam responsáveis pelo seus programas de ensino. Desta forma, em 1965, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo publica um documento contendo sugestões para um roteiro de programa de ensino de Matemática.

Nesse período, já haviam se intensificado as discussões em torno de teoria do currículo. A própria Lei 4.024/61 previa a inclusão nos cursos de Pedagogia da disciplina Currículos e Programas. O Estado de São Paulo publica os Guias Curriculares para o ensino de 1º grau em 1975 e a Proposta Curricular de Matemática para o 2º grau, em 1978. Finalmente na década de 90 o governo



federal propõe um programa nacional denominado Parâmetros Curriculares Nacionais, sendo que em 1996 publicou o referente ao Ensino Fundamental e, o referente ao Ensino Médio encontra-se em fase de publicação com cópia disponível, via Internet.

Para os Programas de Ensino adotou-se o seguinte critério de análise:

- 1- Identificar as disciplinas presentes em cada série do Ensino Secundário.
- 2- Situar em que séries do ensino secundário estava inserido o conteúdo de trigonometria.
- 3- Identificar a organização do programa de trigonometria: seqüência dos conteúdos, tendências de ensino presentes e a posição do conteúdo de trigonometria em relação aos demais conteúdos de Matemática.

Quanto às Propostas Curriculares a análise se centrou mais nos aspectos metodológicos, visto que esses estavam presentes, o que não ocorria com os programas de ensino, que se resumiam as listas de conteúdo.

A história do ensino da Matemática no Brasil é marcada por momentos de influências das mais diversas fontes. Por exemplo, na década de 30, o ensino foi marcado pelos ideais escolanovistas – cujos principais princípios estavam centrados na atividade do aluno e na introdução de situações da vida real na escola. Na década de 60, o ensino de Matemática foi marcado por dois grandes movimentos: um interno à própria Matemática e o outro externo a ela. Um deles foi o Movimento da Matemática Moderna que, embora, partisse da necessidade de alguns países modernizarem seus currículos, utilizou-se do próprio desenvolvimento interno da Matemática, ou seja, os estudos do grupo Bourbaki, que buscava uma unificação da Matemática em torno da teoria de conjuntos. O outro movimento refere-se ao momento político e econômico do país – necessidade de mão-de-obra para o mercado de trabalho, impulsionado pela chegada das indústrias multinacionais – que exige do ensino uma formação tecnicista.

Se o movimento de 1930 pouca influência trouxe ao ensino de Trigonometria, o mesmo não se pode dizer dos movimentos da década de 60. O

ensino de Trigonometria fica impregnado das noções de funções e conjuntos, e passa a ter uma abordagem mais voltada à realização de exercícios, em detrimento da elaboração conceitual – excessiva preocupação com a linguagem matemática e com técnica de resolução, como se pode constatar na Proposta Curricular de 1978.

Na Proposta Curricular de 1992 percebe-se uma mudança de ênfase metodológica para o ensino de trigonometria. Isso, de certa forma, revela os avanços ocorridos nas discussões sobre ensino de matemática e a sua aprendizagem pelos alunos, ou seja, a necessidade de um ensino mais voltado à compreensão e elaboração conceitual do que a técnicas, procedimentos e rigor na linguagem, que foram fatores predominantes na proposta anterior (1978), elaborada na efervescência dos ideais modernistas que marcaram as décadas de 60 e 70.

Quanto às questões de vestibulares uma leitura inicial possibilitou a identificação das seguintes categorias referentes ao conteúdo de trigonometria:

- Funções circulares;
- Triângulo retângulo;
- Triângulos quaisquer;
- Operações com arcos;
- Arcos e ângulos;
- Adaptação de expressões ao cálculo logarítmico;
- Equações, inequações e sistemas trigonométricos;
- Identidades Trigonométricas;
- Transformação em produto.

Embora não se tenha concluído a análise desses dados, é possível constatar que:

1- Questões relativas a operações com arcos estão presentes nos vestibulares de todas as décadas.

2- Questões relativas a equações, inequações e sistemas também estiveram presentes nos vestibulares de todas as décadas, sendo a categoria predominante nas décadas de 80 e 90

3- Nas décadas de 30 a 50, havia uma presença significativa de questões envolvendo cálculos trigonométricos por meio de logaritmos.

4- Na década de 70 e 80, as funções circulares aparecem com maior destaque do que nas demais décadas.

## **À GUIA DE CONCLUSÃO**

Até, aproximadamente, os anos 80, percebe-se uma total sintonia entre os documentos curriculares e os livros didáticos. No início do século XX, os próprios Programas de Ensino indicavam os livros didáticos a serem utilizados.

Quando se considera a última Proposta Curricular para o Ensino de Matemática para o Estado de São Paulo de 1992, esta apresenta o conteúdo trigonométrico como situações de resoluções de problemas, nos quais os conceitos trigonométricos são utilizados. No entanto, essa tendência não se encontra presente nos livros didáticos e nas questões de vestibulares contemporâneos a essa proposta. Isso permite uma síntese, ainda que provisória, de que as propostas curriculares não têm influenciado, atualmente, o modo de se conceber o ensino de trigonometria.

Provavelmente, a análise final desse material coletado possibilitará respostas às indagações do início da pesquisa.

Embora o trabalho não esteja ainda concluído, foi possível constatar a existência de uma grande lacuna entre a Trigonometria, enquanto saber científico

matemático e enquanto área do conhecimento escolar. A ênfase que se dá ao seu ensino, nos dias atuais, está pautada em exercícios procedimentais e, raramente, em problemas de aplicação. Pouca ou quase nenhuma ênfase é dada à formação de conceitos. No entanto, percebe-se que, nas obras do início do século a questão conceitual era predominante. Foi possível constatar também, que, nas obras do início do século, exigia-se maior conhecimento matemático do aluno que se iniciava na temática de Trigonometria.

Analizou-se, ainda, a presença de elementos históricos nas propostas dos livros didáticos. Esses elementos podem ser agrupados em três categorias:

1-Uma abordagem do ensino de Trigonometria que se apropria de alguns momentos do desenvolvimento histórico da Trigonometria em sua gênese. Tal apropriação ocorreu mais no início do século XX.

2- Uma abordagem de ensino que se utiliza as influências que a Trigonometria recebeu de outras áreas da Matemática. Tal abordagem ocorre no período de 1930 a 1980.

3- Um estudo histórico – pedagógico da Trigonometria<sup>2</sup>. Esta abordagem está presente na obra ‘Matemática Aplicada’, de Trotta & Jakubovic & Imenes.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

ABELIS, F et al. **História Geral das Ciências**. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1996.

ARANHA, M. L. A. **História da Educação**. São Paulo: Moderna, 1996.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble, La Pensée Sauvage, 1991.

FILHO, Edgard de Alencar. **Questões de trigonometria propostas nos vestibulares, suas resoluções**. Livraria Nobel SA. (s.d.)

GHIRALDELLI JR., P. **História da Educação**. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

MOREIRA, A.F. **Currículos e Programas no Brasil**. Campinas/SP: Papirus, 1990.

---

<sup>2</sup> Embora essas três categorias já tenham sido identificadas no material coletado, sua análise ainda não está concluída.

NAGLE, J. **Educação e Sociedade na Primeira República**. São Paulo: EPU, 1974.

PAIS, L.C. **Transposição didática. Educação Matemática: uma introdução**. In MACHADO, S. D. A. et al. São Paulo: EDUC, 1999.

ROMANELLI, O.O. **História da Educação no Brasil**. Petrópolis: Vozes Ltda, 1983.

ROXO, E. **A matemática na escola secundária**. São Paulo: Nacional, 1937.

VECCHIA, A., LORENZ, K.M. **Programa de Ensino da Escola Secundária Brasileira**. Curitiba: Ed. Do Autor, 1998.

XAVIER, M.E., RIBEIRO, M. L., NORONHA, O.M. **História da Educação: A escola no Brasil**. São Paulo: FTD, 1994.