ENSINO/APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES NA UNIVERSIDADE NA PERSPECTIVA DO MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Prof. Dra. Vera Clotilde Carneiro[1]

Prof. Ms. Patrícia Fantinel[2]

Prof. Ms. Rute Henrique da Silva[3]

Licencianda Larissa De Conti[4]

Introdução

Este trabalho é produto de investigação recente cuja questão central refere-se a identificar e descrever os significados produzidos e circulantes para a noção de função, no interior do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS; a base da investigação está no Modelo Teórico dos Campos Semânticos.

O presente minicurso pretende: a) propor questões a respeito de "funções"que, ao serem respondidas e justificadas, deixam emergir diferentes significados; b) analisar diferentes livros textos utilizados nos cursos de graduação em Matemática que contribuem para a produção destes significados; c) descrever alguns significados para a noção de "função matemática", produzidos e circulantes num curso de formação de professores, em nível universitários; e) levantar problemas relativos ao ensino/aprendizagem das "funções" no ensino superior e propor alternativas.

1. A pesquisa de origem

Muitos educadores matemáticos, hoje, preocupam-se com os processos de ensino e aprendizagem de funções. Cada vez mais este conteúdo ocupa parte central do ensino médio e dos processos seletivos.

---

[1] Mestre em Matemática, Doutora em Educação, professora do Instituto de Matemática da UFRGS, veraclot@vortex.ufrgs.br

[2] Meste em Educação Matemática, professora do instituto de Matemática da UFRGS e do Centro Universitário La Salle

[3] Meste em Educação Matemática, professora do instituto de Matemática da UFRGS e do Centro Universitário La Salle

[4] Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, bolsista PIBIC.

Este estudo investiga os diferentes significados produzidos para a noção de função, durante a formação de professores de Matemática, que são levados pôr eles para a prática de ensino.

A presente pesquisa parte da seguinte questão norteadora:

Que significados são atribuídos ao objeto "função", durante a formação de professores de Matemática, no curso de Licenciatura, da UFRGS?

2. Teoria de Base

A investigação se desenvolve com base no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (Lins,1994; Lins e Gimenez, 1997; Silva, 1997).

Em geral, o professor de Matemática, na Universidade, ao pensar e falar no termo "função", está pensando na definição formal e acredita que, enunciando-a está tornando o aluno apto a identificar função em diferentes situações, resolvendo problemas das mais diversas disciplinas. No entanto, nestas diferentes áreas, função é constituída com diferentes significados, com lógicas diferentes, de operação.

No centro do conceito de Modelo Teórico dos Campos Semânticos está uma concepção muito particular de CONHECIMENTO: conhecimento é um par, formado por uma crença/afirmação - que é uma crença que é afirmada - junto com uma justificativa para ela. Crenças semelhantes, com justificativas diferentes, formam conhecimentos diferentes.

Uma segunda chave para o conceito de Modelo Teórico dos Campos Semânticos é a compreensão do que é SIGNIFICADO: significado é a relação entre a crença/afirmação e a justificativa, num certo conhecimento. É a maneira de manter juntos crença e justificativa.

Um CAMPO SEMÂNTICO é um modo de produzir significado; corresponde à possibilidades de produzir justificativas e de enunciar crenças. Uma mesma crença/afirmação pode ser justificada dentro de diferentes Campos Semânticos, porém, para cada justificativa, corresponde diferente conhecimento.

3. Objetivos da pesquisa

Este projeto propõe o desenvolvimento de um estudo de caso, de caráter local, para investigar a produção de alguns possíveis significados para a noção de função, no Curso de Licenciatura em Matemática, da UFRGS.

Este estudo tem dois objetivos:

a) apropriar-se dos conceitos presentes no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), aplicando-os numa pesquisa de âmbito restrito;

b) identificar e descrever alguns dos campos semânticos que mais se destacam, entre os estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, e que constituem de diferentes maneira o objeto “função matemática”.

4. Desenvolvimento

A pesquisa analisa a produção de significados para a noção de função em dois contextos diferentes: leitura e análise de material indicado ou produzido pelos professores do Curso; coleta de informações com estudantes, com formandos do ano de 1999 e com recém diplomados do ano 2000.

A investigação se desenvolveu em etapas:

1- estudantes formandos de 1999 atendem a um conjunto de questões que possibilitam gerar frases do tipo: “Esta situação envolve função porque ...”

2- análise de bibliografia e apostilas produzidas ou recomendadas em diferentes disciplinas;

3-estudo da história da evolução do conceito de função

5. Questões propostas

Quais situações abaixo referem-se ao conceito de função e por quê?

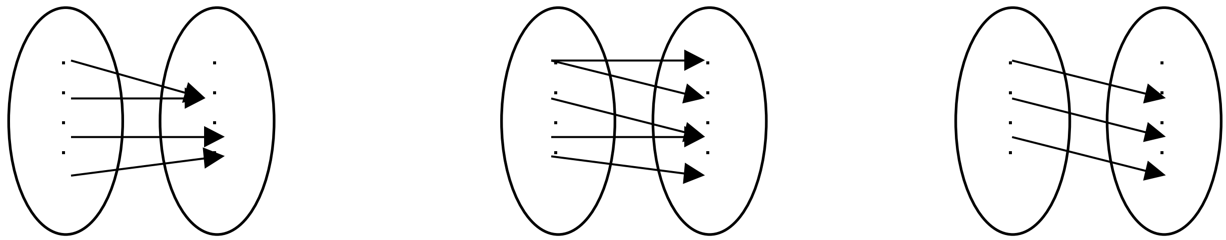
Nos casos afirmativos, explicite a função. Justifique sua resposta.

1. Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada posto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.

2. Um estudante mostra, na tela de um computador, como movimentar uma figura geométrica, sem alterá-la.

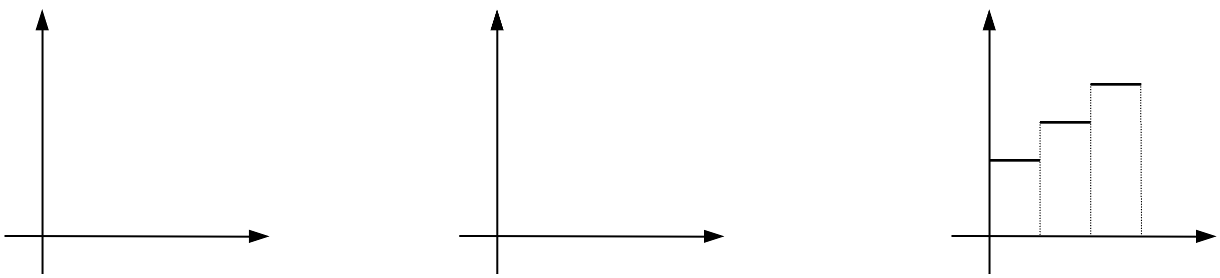
3. Um estudante multiplica, na tela do computador, uma pequena figura, formando um mosaico.

4.



A B C

5-

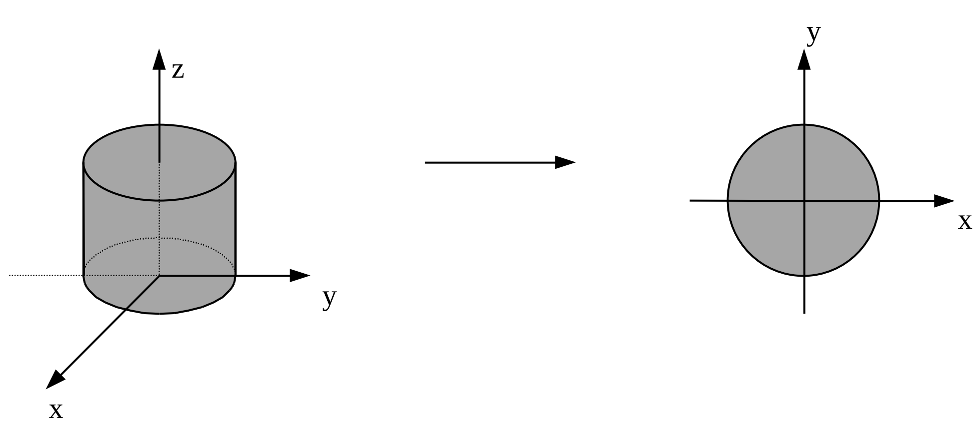


A B C

6. Um estudante elabora tabela para relacionar as medidas de área de diversos retângulos com seus perímetros.

7. Um cientista elabora tabela para representar o crescimento de uma certa população de animais, sob observação.

8.



9. Numa seção eleitoral constatou-se que ninguém votou nulo ou em branco. Considere a correspondência que associa cada candidato ao seu votante.

10. A relação f: R → R

$$x \to \begin{array}{l} -3x^2 + 3, \; x ? 0 \\ \quad 5, \; x \quad 0 \end{array}$$

5. Campos produzidos pelos estudantes

O **Campo Semântico da Representações** é produzido por vários informantes e inclui os seguintes objetos: variáveis, relação entre variáveis, correspondência unívoca, diagrama, gráficos, tabelas e equações

As estipulações locais relacionam os objetos, reunindo-os no mesmo Núcleo. Neste caso, os estudantes consideram que a construção de diagramas, gráficos, tabelas e equações pode justificar se uma certa relação entre duas variáveis é ou não uma função.

Neste Campo, a frase geradora da noção de função, relaciona-a com sua representação: ***função é uma relação entre variáveis tal que a cada valor da variável de partida corresponde apenas um valor na chegada e que pode ser expressa em diagramas, gráficos, tabelas ou equações .***

O **Campo das Aplicações** inclui, em seu Núcleo, variáveis, relação entre variáveis, modelo e modelagem, exemplos da Física. Neste Campo, as estipulações locais dizem respeito à atividade de modelagem matemática, uma espécie de esforço para matematização dos fenômenos das outras ciências.

A frase geradora da noção de função, neste Campo, refere que ***" função é uma relação entre variáveis que pode ser pensada como modelo matemático para alguma situação real".***

O **Campo da Relação Unívoca entre as Variáveis** é produzido nas falas de diferentes estudantes, que constituem os seguintes objetos: variáveis, valores, relação entre variáveis, relação unívoca, existência

Nesse Campo, a frase que gera a noção de função é aquela que consta em muitos livros de Cálculo: ***função é uma relação entre duas variáveis, x e y, tal que para cada valor de x existe um único valor de y correspondente.***

6. Livros textos e Campos Preferenciais

Da análise dos livros textos, definimos Campos que parecem ser preferenciais na formação de professores. Concluímos que a bibliografia recomendada na área de Cálculo contribui para a produção dos Campos Semânticos da Relação Unívoca entre Variáveis; nas disciplinas de Álgebra contribui para a produção de um campo que não emerge das informações dos alunos, o Campo Semântico Elemento Conjunto; nas disciplinas de Geometria produz um novo Campo, o Campo das Transformações Geométricas.

O Núcleo do **Campo Elemento Conjunto** inclui conjunto, elemento, produto cartesiano, par ordenado, relação unívoca entre conjuntos, correspondência unívoca entre conjuntos, associação entre conjuntos, aplicação, diagramas sagitais, conjunto de partida, conjunto de chegada, domínio, contradomínio, imagem, gráfico.

As frases geradoras da noção de função, deste Campo se formam com as variações dos termos relação, correspondência e associação:

"função é uma relação (correspondência, associação) entre dois conjuntos A e B tal que a cada elemento de A associa (corresponde) um e só um elemento de B".

No Campo Elemento Conjunto, para justificar se uma situação envolve uma função, o informante vai procurar, identificar e descrever os conjuntos de partida e de chegada e pares ordenados construídos com elementos destes conjuntos, verificando se para cada elemento de partida existe um e só um elemento na chegada. Este Campo aparece nas respostas do estudantes para as questões que envolvem diagramas de setas.

O **Campo Semântico das Transformações** inclui em seu Núcleo as noções de figuras geométricas plana e espacial, transformações geométricas.

A frase geradora da noção de função institui a idéia de transformação:

" função é uma transformação de uma figura geométrica T em outra f(T), tal que para cada ponto de T corresponde um único ponto em f(T) "

Para justificar se uma situação envolve uma função, o informante vai procurar, identificar e descrever as figuras geométricas de partida e de chegada e o tipo de transformação que ocorreu, tendo em mente translação, rotação e homotetia.

7. Campos historicamente produzidos

A noção de função estava implícita no conceito de "lei natural", usado pôr Galileu Galilei, no século XVI, para referir modelo matemático para fenômeno do mundo natural. Variáveis dizem respeito à grandezas físicas observáveis.

No século XVII, Leibnitz (1694) utilizou o termo função para referir qualquer quantidade associada a uma curva, como por exemplo , as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio de curvatura. Função passa a ser uma correspondência entre quantidades matemáticas variáveis e o termo "variável" refere-se àquelas quantidades que assumem diferentes valores, na construção de uma curva.

No século XVIII, Johan Bernouilli define função como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes. Na mesma linha, Euler refere função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Variável, neste momento histórico, é um símbolo, um elemento de linguagem.

No século XIX, Lejeune Dirichlet (1805-1859) define variável como um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números. Se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é função unívoca de x. A variável x, `a qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente.

Finalmente, no século XX, o Grupo Bourbaki define uma função f como um conjunto de pares ordenados de elementos, sujeitos à condição seguinte: se (a,b) e (a,c) são elementos de f então b=c, sem mais utilizar a expressão "variável".

O estudo histórico permite concluir que diferente campos semânticos foram produzidos. Poderíamos identificar entre eles o Campo das Aplicações, o Campo das Representações, o Campo das Relações entre Variáveis e o

Campo da Correspondência entre Conjuntos, constituídos nas falas dos estudantes.

8.Considerações Finais

A pesquisa permitiu descrever diferentes Campos Semânticos, produzidos e circulantes no interior do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS. Cabe salientar que podem existir outros, pois se trata de um estudo de caso.

Na análise da bibliografia recomendada no Curso, definimos três grandes áreas: Cálculo; Álgebra; Geometria. Identificamos o Campo Semântico preferencial da Relação Unívoca entre Variáveis, com o significado preferencial da área de Cálculo, o Campo Semântico Elemento/Conjunto com aquele priorizado na área de Álgebra e o Campo das Transformações como sendo produzido nos textos da Geometria.

Percebemos que estes seriam significados que os professores do Curso gostariam que fossem produzidos em suas disciplinas, embora fique claro que os estudantes estão produzindo significados próprios, alguns não desejáveis, como o Campo Semântico das Aplicações, que descaracteriza o conceito acadêmico usual de função, e outros com estreitos limites epistemológicos, como o Campo das Representações. Parece que os professores recém formados e os docentes da UFRGS não estão se dando conta desses diferentes significados e acreditam que, na definição acadêmica de função se encerra o conhecimento do tema. No entanto, como indicam as análises histórica e bibliográfica, a própria definição não é única.

Acreditamos que na formação do professor todos os possíveis significados devem ser trabalhados, salientados e produzidos, para que o professor fique consciente de tudo que pode ser dito sobre função.

O professor que se dá conta dos diferentes Campos Semânticos associados a uma mesma noção pode ter vir a ter uma concepção diferenciada e atualizada de Educação Matemática, vindo a contribuir na mudança do ensino da Matemática.

Bibliografia

LINS, Romulo. Eliciting the meanings for algebra produced by students: knowledge, justification and Semantic Fields. ***Anais do PME***, 1994.

LINS, R. e GIMENEZ, J. ***Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*.** Campinas: Papirus, 1997, 176 p.

SILVA, Amarildo Melchiades da. ***Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear.*** Dissertação de Mestrado. Departamento de Educação Matemática. Universidade de Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1997, 162 p.