

SOBRECONTAGEM: MEMORIZAÇÃO E USO EM PROBLEMAS ADITIVOS

Mônica Mesquita e Cristina Maranhão

monica@originet.com.br maranhao@uol.com.br

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

VII ENEM – Julho 2001

Resumo

Este artigo apresenta um estudo da sobrecontagem realizado em uma escola pública de São Paulo, em 1999. Mostra que a sobrecontagem em problemas aditivos depende da memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1. Analisamos os problemas aditivos baseadas em alguns conceitos teóricos da Didática da Matemática, desenvolvidos por Douady. Avaliamos processos utilizados pelos alunos na solução dos problemas aditivos e na revelação dos domínios disponíveis para a evolução conceitual. Por meio de discussões entre os alunos e professor/pesquisador, pudemos, também, avaliar as mediações.

1. Introdução

Segundo Fayol (1996), o estudo das operações aritméticas do número e de sua evolução foi motivo de atenção por muito tempo. Durante o século vinte uma longa série de trabalhos envolve esses temas. A sistematização dessas pesquisas, porém é muito mais recente e corresponde, aproximadamente, ao desenvolvimento da psicologia cognitiva. Segundo este autor, numa obra em que tenta organizar os estudos sobre a numeração, a observação e a experimentação relativas aos comportamentos de enumeração ou de resolução de problemas realmente contribuíram para enriquecer consideravelmente o campo das informações disponíveis sobre os *mecanismos de acesso à memória ou de gerenciamento de tarefas complexas*. Da análise dessa obra, Vergnaud (1996) observa que Fayol tenta classificar a enumeração em torno das questões, focalizando-as em domínios como: o da seqüência numérica verbal, o de procedimentos de quantificação, o de conservação, o de algoritmos e o de resolução de problemas; ressalta que não podemos compreender os primeiros

desenvolvimentos do conceito de número, sem fazer referência à resolução de problemas de adição; afirma ainda que *Fayol* (1996) mostra que, *mesmo que haja uma certa autonomia no desenvolvimento de cada um desses domínios, não podemos compreender a sintaxe da numeração (falada e escrita), sem fazer alusão à decomposição aditiva e multiplicativa dos números e nem a percepção imediata do cardinal de uma coleção sem fazer alusão à enumeração* (*Vergnaud*, 1996).

Vergnaud (1996) afirma que pesquisas sobre a formação dos conhecimentos e das competências numéricas de crianças desenvolveram-se muito nos últimos vinte anos e chama atenção para o risco de induzirmos uma ordem sobre os domínios de aquisição de competências numéricas (antes as palavras, depois a percepção e os algoritmos...), o que induziria a uma concepção errônea do desenvolvimento do conceito de número pelas crianças.

Atentas a essas considerações iniciais, procuramos, nesta pesquisa, estudar o desenvolvimento de competências numéricas, por meio de resoluções de problemas aditivos. Nosso estudo completo¹ não focaliza a conservação de quantidades, não se reduz à atividade de enumeração, nem à resolução de uma única classe de problemas, nem a alguns procedimentos automatizáveis, nem à compreensão e manipulação de signos no papel. No entanto, não podemos deixar de considerar que esses elementos diversos estão, a nosso ver, imbricados, à experiência sócio/cultural da criança. Mas, neste trabalho, procuramos focar o estudo apenas na relação entre a memorização de seqüências crescentes de números naturais e a resolução de problemas de transformações aditivas², com alunos do ensino infantil.

Com base em *Vergnaud* (1996), analisando conquistas cognitivas como conhecimentos reconhecidos implicitamente como verdadeiros na ação pela criança, atemo-nos ao fato de o cardinal da união de duas coleções disjuntas ser igual à soma dos cardinais das coleções disjuntas. Isto permite não recontar o todo, ou seja, uma economia, podendo, ou somar os dois números quando se

¹ Esta pesquisa é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento.

² Segundo a classificação de *Vergnaud* (1982), procuramos, neste trabalho, propor somente problemas aditivos de estado final.

conhece o resultado de cor, ou contar a segunda coleção a partir do cardinal que representa a primeira coleção, sem recontá-la. Ao analisarmos este fato, reconhecido pelas crianças como verdadeiro, na ação, surgiu-nos a seguinte pergunta: ***Será que a memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de um (domínio ordinal), é condição necessária e suficiente para a sobrecontagem em resolução de problemas aditivos (domínio cardinal)?***

Para tentarmos responder a esta pergunta, sem perder de vista o pressuposto de que a experiência sócio/cultural da criança tem forte influência em suas conquistas cognitivas, buscamos, nesta pesquisa, problemas sobre os quais os alunos pudessem *iniciar* um procedimento de pesquisa e *validar* as respostas, à luz das noções teóricas de Didática da Matemática, desenvolvidas por *Douady* (1984). De acordo com esta pesquisadora, certas concepções dos alunos se desenvolvem por meio da dialética antigo-novo, usando conhecimentos antigos na aquisição de novos, segundo certas fases da dialética-ferramenta-objeto e por meio da interação-entre-domínios³.

Este quadro teórico permite-nos deixar, aos alunos, as iniciativas sobre o método de trabalho. De acordo com *Maranhão* (1999), das produções dos alunos é feita a escolha dos domínios de acordo com a problemática da pesquisa, isto é, do que se quer analisar. Identificam-se seus conhecimentos antigos (através dos procedimentos ou meios de que lançam mão para a solução dos problemas propostos) e, assim, pode-se conduzir sua progressão, levando em conta seus conhecimentos culturais (escolares ou extra escolares). Este quadro possibilita a formulação, no decurso da pesquisa, de novas questões ou hipóteses, não previstas inicialmente, identificadas a partir das produções dos alunos.

Ao eleger os domínios colocados em jogo nas soluções dos problemas, de uma parte estamos identificando as ferramentas (conhecimentos) disponíveis aos alunos para a solução dos problemas propostos e, de outra, reconhecendo certos conhecimentos necessários à progressão dos alunos. As pesquisas anteriores permitem-nos escolher a priori, certos domínios que nos interessam: o da fala da

³ Jeux des cadres, em francês.

seqüência de números naturais (memorização da seqüência desde o número 1), o da sobrecontagem ao recitar uma seqüência numérica, o da contagem (de elementos de duas coleções), o da sobrecontagem na solução de problemas aditivos (contando apenas os elementos de uma segunda coleção à partir do cardinal de uma primeira coleção). Avivam-se esses conhecimentos (considerados necessários) nos domínios eleitos. Em novos problemas, analisam-se as interações entre estes domínios, produzidas pelos próprios alunos, isto é, o uso de conhecimentos de um domínio para a evolução de conhecimentos em outro deles. Como se vê, este quadro teórico permite-nos observar concepções em evolução.

Neste processo, podem ser identificados alguns procedimentos considerados não pertinentes e, então, por meio da validação, pode-se conduzir os alunos à escolha de novos procedimentos, mais econômicos ou aceitos culturalmente. O professor ou pesquisador identifica a adequação das possibilidades individuais de cada aluno. Nesta fase, podem ser incentivadas discussões em grupos de alunos e podem-se formular questões. O professor ou pesquisador tem um papel essencial, mediando a discussão ou formulando novas questões, fornecendo certos esclarecimentos, respeitando sempre a liberdade dos alunos, sem fornecer respostas aos problemas propostos. Também pode ser analisada a progressão dos alunos, em função desta fase, e avaliadas certas mediações, quanto à sua eficácia e coerência com o quadro teórico.

2. Procedimentos

Na forma de estudo qualitativo desenvolvemos pesquisa com 32 alunos de ensino infantil (5 a 6 anos).

Para bom funcionamento do método de ensino/pesquisa, promovemos várias discussões com a professora, na forma de entrevistas abertas, antes da fase de aplicação da pesquisa em sala. O objetivo era conhecermos seu método de trabalho com os alunos, os conteúdos matemáticos anteriormente trabalhados, o método de ensino/aprendizagem, o comportamento individual dos alunos e possíveis dificuldades específicas de cada um, segundo o ponto de vista da professora. Não analisamos estes dados no presente trabalho.

Discutimos, ainda, em reuniões realizadas durante a fase de aplicação da pesquisa em sala, as atividades realizadas em classe, seus objetivos, o que se pretendia saber da produção dos alunos ou das discussões. As atividades foram concebidas segundo a visão da professora sobre os conhecimentos prévios de seus alunos e segundo os objetivos da pesquisa. Previmos intervenções possíveis e adequadas do professor ou do pesquisador. Discutimos, também, algumas intervenções que não seriam adequadas ao método de ensino/pesquisa. Também não analisamos dados dessas discussões no presente trabalho.

Foram realizadas 3 sessões com os alunos, nas quais atuavam a professora e a pesquisadora. Uma sessão, que denominamos sessão zero, teve como objetivo habituar os alunos à presença de pessoal e maquinaria. Nela, a professora orientou os alunos sobre os objetivos da pesquisa e não analisamos os dados dessa sessão.

A primeira sessão que mereceu análise de dados, foi denominada de sessão 1, a qual teve dois jogos, cada um com um objetivo. Usamos um circuito com dois jogos, para que todos os alunos estivessem em atividade durante a sessão, à semelhança do que ocorria nas aulas comuns. Nosso objetivo, ao usar o circuito, era, também, o de controlar a coleta de dados de pesquisa, respeitando o método de ensino. Tínhamos, então, dois circuitos, que denominamos A e B, cada um com dois jogos: jogo 1 e jogo2. Enquanto 4 grupos estavam no circuito A, 4 grupos estavam no B. Trabalhamos com os alunos em grupos de 4, para respeitar a disposição habitual de trabalho em grupo, desta classe. Os grupos foram definidos pela professora. No circuito A, os alunos vivenciavam o jogo 1 e, depois, o 2. No circuito B, os alunos fizeram o jogo 2 e, depois, o 1. O jogo 1, teve como objetivo identificar procedimentos de contagem conhecidos pelos alunos. Nele, os alunos contaram objetos – caixinhas de fósforo. Escolhemos caixinhas de fósforo, usadas e vazias, por ser um material existente na escola e, em geral, conhecido dos alunos. O jogo 2, teve como objetivo identificar conhecimentos disponíveis dos alunos a respeito da sobrecontagem, ao recitar uma seqüência numérica crescente de números naturais. Nele, a professora falava, a cada aluno, um número diferente de 1, melhor dizendo, um dos seguintes números: 6, 7 ou 8,

enquanto, simultaneamente, jogava uma bola. Eles deveriam recitar a seqüência numérica natural, a partir daquele número, no instante em que devolviam a bola à professora. Reinvestia-se na atividade, falando um número, a cada vez que um aluno errasse ou se mostrasse bloqueado.

Na sessão 2, visávamos à revelação de conhecimentos usados na resolução de problemas aditivos (pesquisa e validação). Usamos o jogo da caixa, num problema de transformação aditiva (positiva) pedindo o estado final.

As sessões foram filmadas e anotadas por uma observadora.

3. Descrição das sessões

Sessão 1: A professora explicou aos alunos a tarefa do jogo 1 e delegou à pesquisadora sua continuação. Neste jogo, um aluno de cada grupo era convidado a buscar, na mesa da professora, caixas de fósforo, para que o seu grupo pudesse encapá-las (como os grupos eram de 4 alunos, tinham que pegar 4 caixinhas). Ao terminar uma rodada em que chamava um aluno de cada grupo, iniciava outra, chamando um outro aluno de cada grupo. Depois da primeira rodada, todos os alunos estavam em atividade, encapando caixinhas, pois o grupo deveria encapar todas as caixinhas que seu grupo coletasse. Cada grupo encapou 16 caixas. Se algum aluno trouxesse uma quantidade diferente de 4 caixinhas havia a possibilidade de ser interpelado pelos colegas. Não houve qualquer interpelação quanto a isso. Transcrevemos um diálogo representativo das produções de alguns alunos, no jogo 1.

Resultados do jogo 1, da sessão 1:

Diálogo 1

P–Pegue material para seu grupo.

E – (pegou 4 caixinhas contando, um a um, em voz baixa.)

O exemplo anterior ilustra a produção de 28 alunos, que contaram, uma a uma, corretamente, 4 caixinhas. Fernanda recusou-se a fazer a atividade. William separou dois grupos, de duas caixinhas cada e pegou 4 caixinhas. Bruno e Pedro pegaram diretamente 4 caixinhas.

A professora explicou aos alunos a tarefa do jogo 2 e realizou-o com os alunos. No jogo 2, a professora falava, a cada aluno, um número diferente de 1: 6,

7 ou 8. Eles recitavam a seqüência numérica natural, a partir daquele número. Por exemplo, ela falava 6, o aluno falava 7, 8, 9... até que ela dissesse que estava bom, sinalizando que este aluno poderia parar de recitar a seqüência. Como o jogo era coletivo, havia possibilidade de interpelação por parte do grupo de alunos, caso um aluno errasse. Isto ocorreu conforme exemplificamos a seguir. Houve necessidade de reinvestimento, sugerindo um número menor, para alguns alunos.

Resultados do jogo 2 da sessão 1:

Diálogo 2	<i>P – Patrícia, 7</i>
	<i>Pa – 8,9,10,11,12,13,14..</i>

O exemplo anterior ilustra a produção de 27 alunos, que responderam correta e imediatamente, depois da fala da professora. 3 alunos, Wesley, Luana e Joyce, demoraram alguns segundos para responder corretamente. 1 aluno, Vitor Augusto fez duas investidas na atividade: não respondeu quando a professora falou o número 7 e respondeu corretamente, quando a professora falou o número 4. Fernanda errou a seqüência, a partir do número 7, e um grupo de alunos a corrigiu. Reinvestiu-se no número 4 e o mesmo ocorreu.

Sessão 2: Na segunda sessão, formamos novos grupos de 4 alunos, conforme os conhecimentos analisados da sessão anterior. Nela, conduzimos o jogo da caixa. A professora mostrou uma caixa vazia, azul, na qual cabiam diversas caixinhas de fósforo, já preparadas na sessão anterior.

Numa primeira rodada, ela colocou 2 caixinhas de fósforo e, em seguida, colocou outras 3 e fechou a caixa.. Perguntou à classe quantas caixinhas havia na caixa azul. Cada grupo tinha um papel e uma caneta, para anotações a respeito do jogo. Todos os alunos foram questionados pela professora, a respeito da solução e de como procederam para chegar a ela. Validavam-se, portanto, as produções dos alunos, por meio de justificativas sobre como procederam e por quê. Além disso, a professora abria a caixa para que confirmassem ou revisassem suas respostas, quando julgava conveniente.

Numa segunda rodada, usaram-se folhas de papel com um desenho indicando a situação do jogo da caixa, com as quantidades 2 e 7, para todos os alunos. Enquanto alguns alunos eram questionados pela professora, outros

estavam desenvolvendo a atividade. Alguns alunos receberam propostas de realização de outras rodadas: os que não nos davam dados suficientes a respeito da sobrecontagem nas duas primeiras. As rodadas extras foram similares à segunda e os números usados foram: 10 e 5, 17 e 8, 19 e 9, 10 e 16, 20 e 32, 31 e 51, 120 e 10.

Resultados na sessão 2:

Diálogo 3

P – Como fez Érica?

E – Coloquei 2 no dedo e mais 3 e aí eu contei.

P – Como você contou? Mostre para mim.

E – Assim: 3,4,5. Aí deu 5. (mexeu os dedos para indicar a contagem falada).

O procedimento anterior ilustra que 15 alunos usaram os dedos das mãos e 5 usaram desenhos de bolinhas ou de pauzinhos, para responder. 6 alunos, Pedro, Bruno, Guilherme, Jean, Henrique e Letícia calcularam corretamente. Quando questionados sobre como fizeram, escreveram ou mostraram uma adição na folha de papel, afirmando “de cabeça” ou “somei”. A eles, foram propostas outras rodadas, aumentando os números. Pudemos observar que ao serem questionados sobre o resultado de $120 + 10$, mudaram o procedimento, pois fizeram: 120, 121, ..., até 130, usando os dez dedos para contar, a partir do 121. Wesley não resolveu corretamente o problema. Após questionamento, escreveu $1+1$ como resposta. Fernanda, Joyce, Luana, Denis e João não responderam ao problema. Esses alunos, durante o questionamento, mostraram-se bloqueados. Na fase de validação, com a caixa aberta, à exceção de Fernanda, todos deram respostas corretas.

4. Conclusões

Do jogo 1, da sessão 1, vimos que 31 dos 32 alunos contaram 4 objetos corretamente, mostrando que memorizam a seqüência numérica natural até o número 4 e usaram esse conhecimento para contar objetos. Tinham, além da memorização, conhecimento de enumeração de 4 objetos, isto é, conhecimento no domínio da contagem de objetos (de elementos de uma coleção) e no da fala

da seqüência de números naturais (memorização da seqüência desde o número 1).

Do jogo 2, da sessão 1, vimos também que 31, dos 32 alunos, falavam a seqüência numérica, a partir de um certo número diferente de um. Queremos dizer que destes 32, 1 aluno não mostrou conhecimento no domínio da sobrecontagem ao recitar uma seqüência natural crescente.

Dos 31 alunos que mostraram conhecimento no domínio da sobrecontagem ao recitar uma seqüência natural crescente, 3 demoraram alguns segundos para recitá-la. Entendemos que estes 3 alunos podem ter usado estes segundos para contar mentalmente, a partir de um certo número menor do que aquele falado pela professora, sendo que podem ter iniciado a seqüência verbal desde o número 1. Além disso, observamos que foi necessário reinvestimento, abaixando o número pré-determinado para 2 outros alunos. Devemos considerar que estes também podem ter iniciado sua seqüência desde o número 1, visto que o número escolhido pela professora era menor que 6 (em geral 4). Portanto, podemos afirmar apenas que 26 sobrecontaram a partir de um certo número determinado pela professora, suficientemente alto para percebermos se os alunos não estavam verbalizando a seqüência desde o número 1 (os números escolhidos para o primeiro investimento) e que tinham, portanto conhecimento no domínio da sobrecontagem ao recitar uma seqüência numérica. Nosso quadro teórico permite apenas afirmar que os demais alunos tinham conhecimentos no domínio da fala da seqüência de números naturais (memorização da seqüência desde o número 1).

Logo, pelo nosso quadro teórico, 26 alunos tinham certamente conhecimento no domínio da sobrecontagem, ao recitar a seqüência natural. Esses 26 alunos usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos. Podemos afirmar, portanto, que todos os alunos que usaram a sobrecontagem nos problemas aditivos, tinham sobrecontado ao recitar a seqüência numérica natural, a partir do número falado pela professora e que todos os que certamente recitaram a seqüência a partir do número falado pela professora resolveram o problema por sobrecontagem.

Concluímos, assim, que a memorização da seqüência numérica natural, a partir de um certo número diferente de 1, foi suficiente para a sobrecontagem na resolução dos problemas aditivos propostos, mas não foi necessária para a resolução desses problemas aditivos, nas condições oferecidas nesta pesquisa. Além disso, devemos considerar que todos os alunos que resolveram os problemas propostos tinham conhecimentos no domínio da enumeração (contagem de objetos).

Observamos, nos procedimentos dos alunos, os conhecimentos colocados em jogo e nosso quadro teórico permite eleger novos domínios que interajam na solução do problema. Observamos que 15 alunos usavam o domínio físico (sobrecontagem de dedos), para sobrecontar ao resolver os problemas aditivos que envolviam os números 2 e 3, ou 2 e 7. 5 alunos usavam o domínio das representações (sobrecontagem de desenhos), para resolver os mesmos problemas do domínio numérico. 6 alunos recorreram ao domínio da sobrecontagem ao recitar uma seqüência numérica, apenas quando os números envolvidos no problema eram 120 e 10. Isso nos indicou que os problemas com números escolhidos menores que 100 não promoviam um procedimento de pesquisa para estes alunos e, portanto, não eram fonte de aprendizagem (não se colocava em ação a dialética antigo novo) e, podemos dizer que colocavam em ação um outro domínio, que seria o da memorização de resultados de operações numéricas, conforme afirmara *Vergnaud*, de pesquisas anteriores. 6 alunos não resolveram os problemas envolvendo os números 2 e 3 ou 2 e 7. As mediações da professora, usando o domínio físico (contagem de caixinhas), na fase de validação, foram suficientes para a solução correta do problema, para 5 desses alunos.

Este método ensino/pesquisa permitiu-nos boa compreensão dos processos evolutivos de aprendizagem e do papel das intervenções (interações sociais) em classe, nas atividades propostas. Estas intervenções puderam ser avaliadas e, assim, as atividades foram adaptadas às condições cognitivas de cada aluno. Pôde-se promover aprendizagem para 31 dos 32 alunos. Nossa escolha metodológica permitiu *flexibilidade*, o que consideramos essencial para o

estudo de procedimentos de ensino que promovam evolução cognitiva. Pudemos garantir bom nível de controle de variáveis pertinentes nessa pesquisa, sem deixar de contemplar a complexidade da situação de aula, pois mesmo adaptando as atividades às condições de cada aluno, as aulas transcorreram em clima muito próximo do habitual.

5. Referências

- DOUADY, R.** (1984) *Jeux des cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques* - Thèse de Doctorat d'Etat - Université Paris 7, Paris – France.
- FAYOL, M.** (1996) *A criança e o número – da contagem à resolução de problema* - Ed. Artes Médicas – Porto Alegre – Brasil.
- MARANHÃO, C.** (1999) *Dialética-Ferramenta-Objeto em Educação Matemática: Uma Introdução* - EDUC, São Paulo – Brasil
- VERGNAUD, G.** (1982), *A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems* – In T.P. Carpenter, J.M.Moser & T.A. – Ed. Romberg – *Addition and Subtraction : A cognitive perspective*, p.39 – 57 , Hillsdale : Lawrence Erlbaum Associates.
- VERGNAUD, G.** (1996) Prefácio do livro: *A criança e o número – da contagem à resolução de problema* – Michel Fayol - Ed. Artes Médicas – Porto Alegre – Brasil.