

## **A MATEMÁTICA E O ENSINO FUNDAMENTAL**

**Estela Kaufman Fainguelernt**

**Diretora da SBEM/RJ.**

### **1 Introdução**

Desde 1975 que venho me preocupando com a formação de professores. Trabalhei na Reformulação de Currículos tanto para o Ensino fundamental como para o Ensino Médio, nos programas de capacitação de professores de Matemática e de professores da pré - escola à quarta série do Ensino Fundamental - Laboratório de Currículos - Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro - SEE/RJ e há 17 anos ministro a disciplina Prática de Ensino de Matemática na Universidade Santa Úrsula, coordeno o ensino de Matemática do Colégio Santa Úrsula no Ensino Fundamental e Médio integrando este ensino com a Graduação e Pós- graduação da USU.

Participei no INEP do Grupo de Pesquisa voltado para a formação de professores, promovendo encontros deste grupo na Santa Úrsula, e participando de encontros em Brasília e na UNESP/Rio Claro onde se discutia a formação de professores.

Além das técnicas, estratégias e metodologias refleti sobre a importância de dominar os conteúdos que vão ser ensinados e saber adequá-los a cada nível de ensino, isto é, ter uma boa formação tanto na parte pedagógica, psicológica e filosófica como na parte específica de Matemática, não podendo perder de vista a importância de um contínuo aperfeiçoamento e o aspecto social do contexto em que se está trabalhando.

Nos últimos anos tenho refletido e me preocupado com os problemas da educação em geral e consequentemente com os problemas da Educação Matemática, e, neste contexto, com a formação matemática do professor e dos alunos, não perdendo de vista a importância dos processos educativos que serão aplicados no trabalho do dia a dia de sala de aula desta disciplina.

Penso que a minha contribuição para este grupo de pesquisa será o de apresentar os processos de transformação que sofri através do meu percurso profissional e a minha pesquisa que venho desenvolvendo há mais de vinte anos no Ensino de Geometria. nos diferentes níveis de ensino e aqui enfocarei apenas o ensino fundamental.

O renascimento e reformulação do ensino de Geometria não é apenas uma questão didático - pedagógica, é também epistemológica e social. A Geometria exige do aprendiz uma maneira específica de raciocinar, uma maneira de explorar e descobrir. Não é suficiente conhecer bem Aritmética, Álgebra ou Análise para conseguir resolver situações - problema em Geometria (Vergnaud, 1993; Hershkowitz, 1994; Fischbein, 1994; Fainguelernt, 1994).

Seu estudo é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio visual, necessitando recorrer à intuição, à visualização, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para que a visão da Matemática não fique distorcida e para promover a leitura do mundo. Estas razões são suficientes para que o seu ensino não seja desenvolvido através de automatismo, memorização e técnicas operatórias. Vivenciando a construção dos conceitos da Geometria através de atividades que possibilitem imaginar, explorar, criar, levantar hipóteses e argumentar, é possível, utilizando a Geometria, esclarecer idéias abstratas, facilitando a comunicação das idéias matemáticas (Fischbein, 1994; Fainguelernt, 1994).

Sendo a Geometria uma fonte para o desenvolvimento da criatividade, da descoberta, do raciocínio lógico por que ela é sempre apresentada as pressas e

superficialmente ao final do ano escolar? Por que a Geometria não é muitas vezes considerada como uma parte da Matemática? Finalmente por que temos que estudar Matemática no Ensino Fundamental? Questões como esta nos levam a pesquisar as suas causas.

Existe diferença entre trabalhar em cursos de capacitação de professores e pesquisar a melhoria da qualidade da formação do professor, neste caso do professor de Matemática.

Cabe ressaltar que a diferença entre a pesquisa e um curso de capacitação de professores está na identificação das questões, das variáveis e na seleção das variáveis de controle para que este estudo, além de ser bem fundamentado teoricamente e ter uma metodologia clara que permita poder ser reaplicada. A partir da rede de conhecimentos que envolvem, entre outras ciências, a Filosofia, a História, a Psicologia, a Antropologia, a Epistemologia, a Linguagem, a Matemática identifica-se o objeto da pesquisa.

Um desafio que o nosso sistema educacional precisa enfrentar é o de conhecer e definir quais são as competências matemáticas essenciais a todos os cidadãos em termos de grandes objetivos curriculares e as habilidades de falar, de ouvir, de ler e de escrever que precisam ser desenvolvidas tanto nos alunos como em nós professores.

Estudar Matemática não significa apenas analisar o ensino da Matemática que é apenas um meio para o seu estudo. Tampouco descrever precisamente sobre a aprendizagem que é um dos objetivos do estudo e que pode se tornar totalmente abstrato e sem significado quando ignoramos o que a torna possível: o processo de estudo ou processo didático. Os PCNs ( PCN - versão preliminar –MEC – outubro de 1998) identificam os quatro pilares do processo educativo a saber:

- APRENDER A SER - que pretende que cada pessoa possa desenvolver melhor sua personalidade, suas capacidades, sua autonomia e tenha adquirido os valores éticos morais.
- APRENDER A CONHECER – o que pressupõe combinar uma cultura geral suficientemente extensa e a possibilidade de trabalhar em profundidade alguns assuntos.
- APRENDER A FAZER - que pretende que cada pessoa adquira competência que o torne capaz de enfrentar diferentes situações.
- APRENDER A CONVIVER COM OS OUTROS – o que implica trabalhar em equipe, compreender o outro e se fazer compreender, perceber a interdependência, realizar projetos comuns e preparar – se para gerir conflitos.

Acrescento um quinto que é:

- APRENDER A APRENDER – o que pressupõe que cada pessoa possa se apropriar dos conhecimentos oferecidos pelo sistema educacional tendo a oportunidade de desenvolver o seu pensamento crítico reflexivo. ( Fainguelernt 1999).

Hoje em dia o estudo está perdido entre o ensino que parece querer controlar todo o processo de estudo e uma aprendizagem que esta se tornando cada vez mais frágil pela exigência de que seja produzida como consequência imediata do ensino.

Deve-se restituir ao estudo o lugar de centro de todo o projeto educativo de nossa sociedade. Não podemos limitar a educação à interação entre o ensino e a aprendizagem, é necessário considerá-la de forma mais ampla, como um projeto de estudo onde os principais participantes são os alunos restabelecendo o elo, neste projeto, em que o professor coordena o estudo, o aluno estuda, os pais ajudam aos seus filhos a estudar e a dar sentido ao esforço que lhes é exigido. Assim resgata-se, o restabelecimento da comunicação entre alunos, pais e professores fazendo com que o diálogo entre a sociedade e a escola recupere o seu principal objetivo de levar as

novas gerações a estudar os conteúdos que melhor lhes servirão para compreender e modificar a sociedade na qual pretendem entrar. Precisamos repensar e compreender qual o sentido de estudarmos Matemática no ensino fundamental. A Matemática nos parece tão estranha e sem significado neste nível e ela está tão presente em nossa vida cotidiana. Esta situação necessita ser corrigida mas para isso é necessário compreender porque há Matemática na sociedade e porque devemos estudá-la na escola.

Segundo Perrenoud (2000) necessita-se ter uma vontade de conceber situações didáticas ótimas pois os alunos não devem aprender ouvindo lições passivamente. As situações assim construídas se distanciam dos exercícios apenas de técnicas operatórias que somente exigem a operacionalização de um procedimento conhecido. É preciso criar, organizar e orientar situações de aprendizagem, isto é garantir um espaço para tais procedimentos. É gastar energia e tempo e possuir as competências profissionais necessárias para imaginar, criar e descobrir outros tipos de situações de aprendizagem para trabalhar com alunos em diferentes níveis de conhecimento matemático. As “novas didáticas” devem ser encaradas como situações amplas, abertas e carregadas de sentido e de regulação que exigem um método de pesquisa, de identificação e de resolução de problemas. Perrenoud cita várias competências mais específicas que adaptei para o ensino de Matemática. São elas:

- Conhecer o conteúdo matemático a ser ministrado e a sua tradução em objetivos reais de aprendizagem.
- Trabalhar a partir das representações dos alunos.
- Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem.
- Construir e planejar dispositivos e seqüências didáticas.
- Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de estudo visando a construção do conhecimento matemático.
- Avaliar continuamente, possibilitando a correção dos rumos do trabalho.

Os objetivos que são perseguidos pelo estudo não podem ser realizados de maneira mecânica, obsessiva e fora do contexto.

Alguns resultados obtidos na pesquisa no ensino de Geometria serão a seguir apresentados através do relato sintético de uma das pesquisas. Apresentamos uma proposta para o estudo da Geometria Espacial que pode ser desenvolvida desde a pré escola. Para elaboração desta proposta, primeiramente, fizemos um levantamento sobre as principais dificuldades encontradas pelos professores em seu trabalho com Geometria Espacial. Surgiram os seguintes questionamentos:

- Como os professores de Matemática poderiam ajudar os alunos no estudo da Geometria Espacial?
- Que habilidades básicas deveriam ser essencialmente trabalhadas com os alunos a fim de desenvolver seu pensamento espacial?
- Quais os agentes facilitadores para o desenvolvimento da visualização, da percepção e na construção da imagem mental?

O estudo da Geometria Espacial é fator preocupante para nós, professores de Matemática, pois vem carregado de uma série de problemas que se estendem desde os materiais didáticos até a metodologia usada em sala de aula, passando pela questão da distribuição de conteúdos.

A questão do material didático abrange não só os livros, como também os sólidos geométricos, material de sucata que muitas vezes não estão disponíveis nas escolas e que nós professores também não sabemos selecionar e utilizar.

Os livros adotam, em sua grande maioria, uma divisão de conteúdos que privilegia a parte algébrica e aritmética, sempre abordada nos primeiros capítulos, deixando para o final a parte geométrica. Daí, se não houver um bom planejamento,

uma boa dosagem do tempo e da quantidade do conteúdo a ser trabalhado, a Geometria será dada às pressas, com o lançamento de fórmulas, sem qualquer preparação para a sua descoberta nas séries em que ela faz parte do conteúdo curricular. Os conteúdos passam a ser meramente mecânicos e incompletos, pois “não há tempo” para a observação, discussão e construção deles. A má utilização de materiais didáticos e a realização de planejamentos unilaterais fazem com que os alunos se afastem do trabalho diário com a Geometria.

Como esse afastamento vai ocorrendo a cada série; os alunos não adquirem comportamentos essenciais ao estudo da Geometria tais como, planificar e construir um sólido, observá-lo em suas diferentes posições e identificar os seus elementos, suas vistas sob diversos ângulos. Quando tais comportamentos não são desenvolvidos, ocorre uma deficiência na percepção do aluno, prejudicando também o desenvolvimento da visualização espacial. Essas deficiências de visualização e percepção comprometem todo o processo de construção da imagem mental em qualquer área de conhecimento.

O não desenvolvimento do raciocínio visual e a não formação da imagem mental comprometem em muito a visualização geométrico - espacial do aluno. Quando a conexão entre as três habilidades - **imagem mental - raciocínio visual - visualização geométrico-espacial** - não é desenvolvida, o aluno imagina que estudar Geometria Espacial se reduz apenas a decorar fórmulas, substituir os dados inseridos no problema e calcular. Não há preocupação com o problema em si e o aluno não tenta esboçar a situação nele proposta para tentar resolvê-lo, isto é, fazer a representação de como ele entendeu o problema através de um caminho por ele construído, mais lógico, que valorize sua criatividade, onde ele possa expor sua lógica e, quando necessário, debatê-la com os colegas.

Isto significa que a dificuldade de visualização geométrico - espacial não depende apenas de conteúdos teóricos. A visualização tem que ser trabalhada desde o início, desenvolvendo nos alunos comportamentos baseados em observações do espaço, construções e manuseio de figuras planas e espaciais. Essa intimidade com os objetos geram questionamentos, o debate entre alunos e entre alunos e professores faz com que juntos se chegue a um resultado com o qual todos concordem. Assim, o aluno se sente mais à vontade para mostrar suas idéias, encontrando caminhos para resolver os problemas, desenvolvendo sua capacidade argumentativa e, em consequência elevando a qualidade das suas justificações.

Através do estímulo a esse comportamento, vê-se um aluno mais participativo, mais questionador, capaz de buscar em outros caminhos as soluções para um problema proposto.

Baseada em nossas experiências em sala de aula, percebemos que o incentivo ao trabalho desenvolvido com a planificação e a construção de sólidos geométricos, sua observação e manuseio, faz com que os alunos tenham mais intimidade com tais figuras, facilitando a descoberta de suas principais características e propriedades.

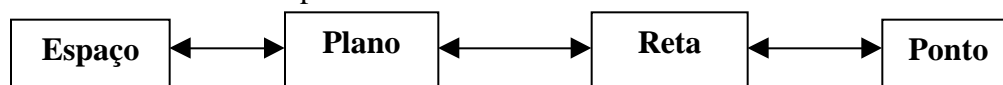
O incentivo ao desenho e às construções geométricas resulta, a princípio, em representações grosseiras, mas que vão auxiliando o desenvolvimento do raciocínio visual dos alunos, fazendo com que propriedades, por vezes consideradas inconsistentes, passem a ter mais sentido.

Outra dificuldade encontrada é a distribuição dos conteúdos de Matemática nos currículos de grande parte das escolas. O aluno estuda Geometria Plana de 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental e só volta a estudar Geometria na 2ª série do Ensino Médio.

Mas esse não é um problema novo do ensino da Geometria Espacial, pois em 1969, Carl Allendoerfer já escrevia:

*“O currículo de Matemática nas nossas escolas elementar e secundária enfrenta um sério dilema no que se refere à Geometria. É fácil encontrar falhas no currículo tradicional de Geometria, mas é muito difícil encontrar um caminho para superar essas falhas [...] grupos de reformas curriculares aqui e em outros lugares atacaram o problema, mas com singular insucesso ou inadequação [...] Vemo-nos pressionados, portanto, a fazer algo pela Geometria; mas o quê? (p.165)”*

O ensino da Geometria Plana parte do trabalho com **“Ponto, Reta e Plano”**, como sendo **“Entes primitivos”**. Vivemos num mundo tridimensional e, por esse motivo, os maiores estímulos recebidos por nosso aluno são de figuras espaciais. É mais concreto para ele, começar a estudar Geometria através da manipulação de sólidos geométricos, montando-os e desmontando-os, identificando e analisando suas características e propriedades, usando resultados dessa análise para formular justificações baseadas nos conhecimentos adquiridos até ali. Através dessa manipulação e observação do real, ele torna-se capaz de distinguir elementos importantes em um sólido, suas faces, arestas, vértices, bases, que figuras formam suas faces, classifica os polígonos trabalhando suas propriedades mais importantes, analisando seus ângulos, seus lados, se são paralelos ou perpendiculares, quantos vértices possui, quantas diagonais e calculando áreas. Para ele, há uma ligação entre uma etapa - tridimensional e a outra - bidimensional e da bi dimensional com a uni dimensional. Ele faz os caminhos de ida e volta completos.



Da pré – escola à 8ª série ele parte do espaço, planifica chega ao plano e daí para reta e ponto. Ao chegar à 2ª série do Ensino Médio, o aluno faz o caminho de volta partindo do ponto, axiomas e postulados, das condições de paralelismo e perpendicularismo para suas aplicações no espaço, primeiramente com diedros e triedros, até chegar aos poliedros e suas classificações.

A passagem do bidimensional para o tridimensional fica, então, construída sobre argumentos lógicos e válidos para o aluno, pois foram fundamentados com experimentação e descoberta. A seguir vemos um esquema que ilustra a proposta de trabalho com Geometria no Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

ENSINO FUNDAMENTAL	ENSINO MÉDIO
SÓLIDO	PONTO
FACE	RETA
ÂNGULO	PLANO
SEGMENTOS	DIEDRO
PONTO	TRIDRO
	POLIEDRO

Nesta pesquisa, foram realizadas atividades selecionadas de tal forma que cada ação realizada proporcionava ao aluno meios de alcançar os objetivos propostos, ou seja, cada ação experimentada (na prática) pelo aluno, lhe dava condições de compreender os conceitos geométricos envolvidos e, assim, ele atingia os objetivos por nós estabelecidos.

Ao preparar as atividades aplicadas em nosso trabalho, tivemos em mente objetivos relacionados ao desenvolvimento do raciocínio visual, sua percepção de forma e espaço e, em consequência, o aprimoramento da imagem mental construída pelos alunos ao longo das atividades.

A realização desta pesquisa dividiu-se em três partes. A primeira parte constava de Atividades Diagnósticas aplicadas a alunos da 2ª série do 2º grau que tinham como objetivos determinar as principais dificuldades sentidas por eles ao estudarem Geometria e verificar que conceitos geométricos já tinham construído e de que forma isso havia sido feito. A segunda parte procurava verificar junto aos professores, quais as principais dificuldades encontradas por eles ao lecionarem Geometria Espacial, que recursos didáticos utilizavam e como desenvolviam suas aulas. Isso foi feito através de um questionário objetivo e de uma entrevista gravada com cada um deles. Baseada nos resultados da primeira e da segunda partes, na terceira parte foram elaboradas atividades que tinham como objetivo, através do trabalho com habilidades básicas, levar o aluno a construir conceitos relevantes no estudo da Geometria Espacial e desenvolver nele a visualização e a percepção espacial.

Apresentaremos a seguir algumas considerações:

- A melhoria da visualização e do nível das representações dos problemas propostos utilizando e manipulando objetos tridimensionais acarretou um melhor desempenho dos alunos nas aulas de Geometria.
- As atividades elaboradas baseadas nos níveis de Van Hiele possibilitaram uma melhor identificação e análise do nível em que os alunos se encontravam.
- As habilidades lingüísticas, gráficas e lógicas também foram desenvolvidas como pode ser verificado no decorrer dos trabalhos.

Equipe que participou dessa pesquisa:

Profa. Dra. Estela Kaufman Fainguelernt  
 Profa. Dra. Franca Cohen Gottlieb  
 Profa. Dra. Monica Rabello de Castro  
 Profa. Vera Lúcia Lopes Medalha – Mestre em Educação Matemática.  
 Alunos do Colégio Pedro II

#### Referências Bibliográficas

- ALCAINE, F. G. Representacion del espacio en el plano. In: Revista de Didactica de las Matematicas, [s.l.] : Grao Education, n.4, abr., 1995.
- ALLENDORFER, Carl B. The dilemma in Geometry. Mathematics Teacher, v.62, Mar., 1969, p.165-69.
- CROWLEY, M.L. O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Aprendendo e Ensinando Geometria. Linquist, Mary & Shulte, Albert P. (org.). São Paulo : Atual, 1994. p.1-20
- DEL GRANDE, J. Percepção espacial e geometria primária. In: Aprendendo e Ensinando Geometria. Linquist, Mary & Shulte, Albert P. (org.) São Paulo : Atual, 1994. p.1-20

- FAINGUELERNT, E.K. Representação do conhecimento geométrico através da informática. Tese de Doutorado. Rio de Janeiro : UFRJ, 1996.
- FAINGUELERNT, E.K. Educação Matemática : Representação e Construção em Geometria ARTMED – 150pág. 1998
- FISCHBEIN, E.. Intuition in Science and Mathematics. Dordrecht : Reidel, 1987.
- GUTIÉRREZ, A. *Journal for Research in Mathematics Education*, n. 22, 1991.
- HERNÁNDEZ F. Transgressão e Mudança na Educação – projetos de trabalho -
- HERSHKOWITZ [et. al.]. *Boletim GEPEM*, n.32, 1994.
- HOFFER, A. *Mathematics Teacher*, n.94, 1981, p. 11-18.
- Perrenoud P. Novas Competências para Ensinar ARTMED pág.192 - 2000
- PIAGET, J. Abstração reflexionante. Porto Alegre : Artes Médicas, 1995.