O CABRI-GÉOMÈTRE E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: O CASO DOS QUADRILÁTEROS[1]

Marcelo Câmara dos Santos

Colégio de Aplicação da UFPE

Apesar dos avanços consideráveis observados nas pesquisas em Educação Matemática nos últimos anos, os resultados desses trabalhos esbarram, ainda, na dificuldade de transpô-los das situações experimentais em que foram concebidos para a efetiva aplicação em sala de aula, fenômeno conhecido como reprodutibilidade (Margolinas, 1993). As conseqüências são um distanciamento progressivo entre os resultados, extremamente positivos dessas pesquisas, e a realidade complexa e particular da sala de aula em matemática.

Se considerarmos, particularmente, o ensino da geometria, a situação apresenta-se como muito mais preocupante. De fato, a falta de articulação entre a pesquisa educacional no domínio da geometria e o funcionamento ordinário das classes de matemática, nesse campo, tem provocado o aparecimento de alguns efeitos que podem, até mesmo, comprometer a aprendizagem dos conceitos geométricos. Pode-se observar que, se por um lado o desenvolvimento dos trabalhos sobre o processo de ensino-aprendizagem em geometria contribuiu bastante para a atenuação do "espírito bourbakiano" predominante a partir do movimento da matemática moderna, por outro lado a incompreensão, ou dificuldades na reprodutibilidade, desses resultados, fez crescer a tendência a um "artesanato inconsistente" na aprendizagem de geometria, provocando, muitas vezes, efeitos nocivos à aprendizagem.

Nesse trabalho tomamos como objetivo principal estudar as condições efetivas de articulação entre os resultados de fundo teórico obtidos pelas pesquisas em educação matemática e seus efeitos na sala de aula. Mais particularmente, pretendemos centrar nosso enfoque no estudo dos efeitos didáticos do software Cabri-géomètre no desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele. Nosso estudo se voltou para o desenvolvimento dos níveis iniciais do pensamento geométrico, segundo o modelo de Van-Hiele. Utilizando o conceito de Engenharia Didática como referencial teórico-metodológico da pesquisa, nos foi possível mostrar em que medida o emprego

---

[1] Esse trabalho teve o apoio do CNPq – Sistema de Produtividade em Pesquisa.

do Cabri-Géomètre como instrumento didático permitiu um avanço significativo nos níveis de pensamento geométrico dos alunos.

O ensino-aprendizagem da geometria:

Podemos facilmente constatar que o ensino da geometria nas escolas de primeiro e segundo graus brasileiras está doente; doença que Sergio Lorenzatto chama de "omissão geométrica" (Lorenzatto, 1995). Para ilustrar essa situação, o autor apresenta o resultado de uma pesquisa, efetuada por ele mesmo, onde 255 professores de primeira a quarta séries foram submetidos a oito questões portando sobre a geometria plana euclidiana, e elaboradas pelos próprios alunos. Prossegue o autor, "foram obtidas 2040 respostas erradas, isto é, o máximo possível de erros. E mais: somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar geometria aos alunos". Mesmo se podemos observar que a reflexão sobre as questões relativas ao ensino-aprendizagem da geometria tem se intensificado, a maior parte das questões levantadas por Lorenzatto ainda são presentes em nossas salas de aula.

As causas desta "doença" se apresentam sob múltiplos aspectos. Um deles diz respeito à formação do próprio professor que, durante seu percurso de Universidade, encontra — quando encontra — poucos contatos com esse ramo da matemática. Dessa maneira torna-se perfeitamente justificado o argumento que ouvimos freqüentemente dos professores que não se pode ensinar bem aquilo que não se conhece. Verifica-se, por outro lado, uma excessiva valorização do livro didático pelos professores, o qual serve como um guia no desenvolvimento da escolaridade, associado à estafante jornada de trabalho à que eles são submetidos — o que impede até mesmo uma reflexão sobre o papel do livro didático. Nessas condições, a geometria não encontra seu lugar dentro do ensino de matemática senão na forma de uma espécie de "apêndice curricular", apresentado de modo fortemente fragmentado, relegado à condição de último capítulo do livro, aquele que, coincidentemente, não encontra tempo de ser visto durante o ano escolar.

A importação irrefletida das idéias do movimento denominado "Matemática Moderna", na segunda metade dos anos sessenta, também apresenta sua parcela de contribuição à situação em que se encontra, atualmente, o ensino da geometria. A proposta desse movimento de algebrizar a geometria não vingou no Brasil, "mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje" (Lorenzatto, 1995). Dessa forma, caminhamos praticamente durante quase quarenta anos sem um modelo que restabeleça o lugar do ensino de geometria no nosso sistema educacional.

Nesse contexto, partimos da idéia que é preciso que se desenvolvam atividades em que os alunos sejam levados a avançar no desenvolvimento dos níveis de pensamento, e, dessa forma, o software Cabri-Géomètre apresenta-se como uma ferramenta privilegiada para a construção dessas atividades.

***Questões epistemológicas ligadas ao ensino da geometria*:**

À parte as questões de ordem institucional, citadas anteriormente, que contribuem para o abandono do ensino de geometria em nossas escolas, podemos encontrar outros fatores que acentuam essa situação. Em particular, encontra-se a questão do status da geometria dentro do campo de conhecimento matemático e sua relação com a realidade encontrada pelo aluno na sua vida do dia-a-dia.

No que se refere à dimensão epistemológica do ensino da geometria, podemos dizer que "o ensino da geometria apresenta dificuldades particulares que o diferenciam do ensino de outros ramos da matemática e que são devidas, principalmente, ao lugar que ela ocupa na fronteira entre o sensível e o inteligível. A geometria funcionaria, assim, tanto como instrumento de compreensão da realidade natural complexa, tanto como construção ideal cuja estética nos aproxima das concepções platônicas" (Câmara, 1992). Segundo Rudolf Bkouche, "a geometria é um dos lugares onde essa distinção entre o sensível e o inteligível se elabora" (Bkouche, 1988). Se referindo, de alguma maneira, a uma concepção platônica, apoiada sobre uma visão idealizada da matemática, o autor concebe o homem como o agente construtor da ponte de ligação entre esses dois mundos, satisfazendo a necessidade inerente ao ser humano de compreender o mundo no qual ele vive. Assim, podemos dizer que os problemas que tratam das ligações entre os objetos reais, os dados originários da observação e da percepção e os objetos teóricos e abstratos do domínio do conhecimento, aparecem de maneira singular em geometria.

Com um papel preponderante no desenvolvimento da história da ciência, a dialética sensível-inteligível parece sofrer um efeito de polarização, seja através de uma priorização da "geometria do artesanato", seja pela apologia do slogan bourbaquiano "depois dos gregos falar em matemática significa falar em demonstração" (Bourbaki, 1962). Essa dialética aparece estreitamente ligada aos aspectos didáticos da geometria. De forma resumida, poderíamos colocar em evidência dois grandes posicionamentos do ensino da geometria, onde os objetos geométricos adquirem status essencialmente opostos. É assim que até a primeira metade do nosso século, a concepção corrente da geometria é aquela de um instrumento de descrição do mundo real ou sensível. Os objetos geométricos são idealizados a partir de um substrato real. Os casos de congruência de triângulos, como proposto por Euclides nos seus “Elementos” são um exemplo bem característico.

Mas depois do movimento chamado de “matemática moderna” nos anos sessenta, a geometria assume no sistema educativo um novo papel, aquele de modelo matemático eventualmente aplicável a situações reais. Os objetos geométricos tornam-se então seres ideais, susceptíveis de descrever a realidade. As situações didáticas vão assim encontrar seu suporte sobre o grafismo, e a conceitualização vai ser orientada no sentido do reconhecimento das formas geométricas. As figuras geométricas vão, dessa maneira, mudar de status. Se, quando das primeiras aprendizagens no período pré-matemática moderna, as figuras geométricas tinham sobretudo o status de significado, elas vão a partir daí assumir a posição de significantes, ou seja de representações de objetos ideais. O pensamento matemático dos alunos deve ser orientado a trabalhar, preferencialmente, sobre esses objetos ideais. Essas evoluções induzem, em conseqüência, uma modificação do ponto de vista das propriedades das figuras, onde seu aspecto descritivo vai ceder lugar a um novo status, aquele da proposição e da manipulação de teoremas.

A herança deixada por esse movimento oscilatório da história reflete de maneira bem evidente a representação sobre a matemática, e, em particular, sobre a geometria, feita pelos professores de matemática de hoje em dia.

O modelo de Van-Hiele:

Sustentado pelos resultados obtidos nos estudos em psicologia genética de Piaget, o professor holandês P.M. Van-Hiele (Van-Hiele, 1959) defendeu uma tese sobre o problema da intuição (em particular sobre o papel da intuição no ensino da geometria). Nesse sentido ele propõe um modelo para a aprendizagem da geometria em acordo com as idéias sobre o desenvolvimento da inteligência de Piaget. Van-Hiele parte de duas premissas básicas:

— o objetivo do ensino da geometria é de levar o aluno à aquisição de uma rede de relações servindo à expressão de raciocínios, rede na qual as relações são ligadas de forma lógica e dedutiva.

— essa rede de relações deve ser construída pelo próprio aluno, recusando a idéia de receber do professor uma rede relacional completamente pronta.

Essas premissas seriam justificadas da seguinte maneira: primeiro, esta rede pronta a ser utilizada não deixaria ao aluno a possibilidade de compreender essas relações, a partir do momento em que elas não são baseadas sobre as próprias experiências. Assim, essa rede seria esquecida em pouco tempo. Segundo, a rede não teria nenhuma relação com o mundo imediato do aluno, uma vez que ela seria absorvida em pequenos pedaços onde o aluno não seria capaz de fazer a ligação entre o que ele acaba de aprender e as outras relações da rede já instalada. Finalmente, mesmo que o aluno tenha sucesso em aplicar essa rede pronta em situações escolares especialmente elaboradas para ele, esse aluno será incapaz de construir uma rede relacional dedutiva em um domínio novo para ele.

A proposta é que a obtenção dessa rede de representações racionais exige um longo percurso no qual pode-se identificar diferentes níveis do pensamento geométrico onde, de uma parte, cada nível apresenta particularidades próprias e, de outra parte, os objetos matemáticos assumem status diferentes.

Segundo Van-Hiele, ao "nível zero", as figuras são percebidas em função de suas aparências e não por suas propriedades. A criança é capaz de reconhecer um retângulo ou um quadrado, e mesmo de os reproduzir sem erros, mas um quadrado não pode ser tomado por um retângulo, pois sua aparência é diferente. As figuras são então percebidas enquanto objetos, pois elas são ligadas de maneira afetiva à criança (ex.: meu quadrado é diferente do teu). Nesse ponto, as situações didáticas podem ser elaboradas com o objetivo de efetuar a passagem a um segundo nível; elas deverão permitir ao aluno a percepção das figuras como portadoras de suas propriedades. Assim, um losango não deve mais ser reconhecido por sua aparência, mas porque ele tem lados iguais e que suas diagonais são perpendiculares e que se cortam ao meio, ou a essas duas propriedades reunidas. O autor avança que "durante a passagem do nível de base ao primeiro nível, é a manipulação das figuras que faz nascer uma estrutura e essa estrutura alimenta o pensamento no primeiro nível. Assim as figuras tornam-se novos símbolos definidos por suas relações com outros símbolos".

No nível um, chamado "o aspecto da geometria", as figuras se caracterizam então pelo fato de serem portadoras de suas propriedades. Um desenho representando um quadrilátero que apresenta quatro ângulos retos pode ser identificado como sendo um retângulo, mesmo se o desenho não é perfeito. Nesse nível, como as propriedades não podem ainda ser ordenadas, o quadrado não poderá ainda ser identificado como um losango. P.M. Van-Hiele propõe, uma vez mais, o recurso de materiais de manipulação a fim de levar o aluno a superar uma nova etapa em direção ao nível dois. Essa passagem seria caracterizada pelo surgimento das relações que ligam as propriedades das figuras (ex.: a soma dos três ângulos internos de um triângulo vale 180°), e também pelo instante onde essas propriedades começam a se ordenar logicamente. Assim a propriedade citada acima seria a propriedade que precederia a proposição: “a soma dos ângulos internos de um quadrilátero vale 360°”.

Estudos anteriores, baseados na aplicação de sondagens dos níveis de Van-Hiele em alunos de terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, identificam que a grande maioria desses alunos encontrava-se até esses dois primeiros níveis.

Na chegada ao nível dois, chamado “a essência da geometria”, o aluno deve ser capaz de perceber que as propriedades se deduzem umas das outras (ex.: a propriedade dos ângulos alternos internos permite obter a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo). Nós devemos observar também que nesse nível, o significado intrínseco da demonstração não é ainda apreendido pelos alunos. A verificação do encadeamento lógico das propriedades permitirá nesse nível, por exemplo, que um quadrado seja reconhecido como sendo um losango. O percurso em direção ao nível três propõe como objetivo de base levar o aluno a compreender o que significa ordenar logicamente. Os objetos de estudo deixam então de ser as configurações e as propriedades tomadas de maneira isolada, sendo substituídos pelas proposições. A partir da ordenação dos teoremas, será possível estabelecer as ligações entre uma proposição e suas recíprocas, a razão pela qual os axiomas e as definições são indispensáveis, e será possível saber diferenciar quando uma condição é necessária e quando ela é suficiente, etc.

O nível três, “o nível do discernimento em geometria”, é aquele onde o aluno é capaz de ordenar logicamente as proposições que foram estabelecidas quando das fases precedentes.

Van-Hiele identifica finalmente a existência de um quarto nível, “o nível do discernimento em matemática”, que seria caracterizado por processos essencialmente matemáticos. Nesse nível, o aluno operaria unicamente dentro de um esquema abstrato de uma rede de relações inteiramente construída por ele mesmo.

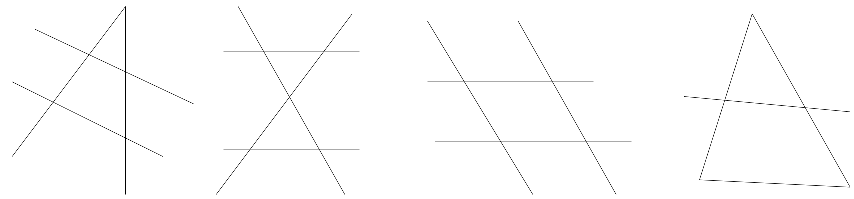
Entretanto, Van-Hiele evidencia que esse processo de construção do pensamento geométrico não seria ligado somente a uma maturação ontogenética, mas que ele é produto da ação educativa. A escolha das situações didáticas poderia agir não somente no sentido de catalisar o processo, mas também servir de agente limitador do desenvolvimento, podendo mesmo impedir o aluno de atingir os níveis mais elevados do processo. Seria o caso, por exemplo, de exigir que o aluno faça demonstrações correspondentes a um nível superior ao que lhe permitiria seu pensamento geométrico. Segundo ele, “a aprendizagem de um sistema dedutivo exige antes de tudo paciência. Esse sistema não existe antes do terceiro nível de pensamento, e sua essência não é percebida que no quarto nível”.

Dessa maneira, podemos dizer que a geometria se encontra na confluência de dois mundos: o mundo do sensível e aquele do inteligível. Mundos bem definidos e com características diferentes, é claro, mas sempre ligados por uma ponte que aluno deve poder atravessar na medida de suas necessidades e sempre que a situação exija. Mas o que impulsiona o aluno a atravessar essa ponte em direção a um mundo cultural que lhe é estranho? O que se deve fazer para que o aluno seja capaz de passar de um mundo a outro no momento em que ele tem necessidade?

O software Cabri-Géomètre:

Desenvolvido em Grenoble, na França, pelo “Laboratoire de Structures discrètes et de Didactique” (LSD2), o software Cabri-Géomètre apresenta a particularidade de satisfazer, ao mesmo tempo, duas características: “ser um instrumento (e produto) de pesquisa nas áreas de educação matemática e informática educacional e apresentar-se como um instrumento didático de grande difusão” (Laborde, 1993).

Desenvolvido com o objetivo de contribuir para a formação, no aluno, do conceito de “figura geométrica”, o Cabri toma como suporte teórico a distinção entre “figura geométrica” e “desenho geométrico” (Laborde & Capponi, 1994). Nessa perspectiva, figura geométrica designaria o objeto teórico geométrico, constituído por um conjunto de elementos geométricos ligados por relações. Por outro lado, o desenho adquire o status de representação material desse objeto teórico, como, por exemplo, um traçado na areia, no papel, na tela do computador ou em qualquer outro suporte físico. Por exemplo, a figura definida por duas retas paralelas cortadas por duas transversais origina uma infinidade de desenhos, tais como:



Contrapondo-se à aprendizagem tradicional da geometria, que utiliza como suporte principal o “desenho” produzido com papel e lápis, a concepção do software tomou como parâmetros a superação de obstáculos didáticos ligados ao ensino da geometria e amplamente repertoriados na literatura. Pelo seu aspecto dinâmico, o programa se propõe a transpor algumas dessas dificuldades, tais como:

— o fato que a leitura de um desenho é influenciada por seus aspectos perceptivos (ex: direções principais do desenho paralelas à borda da folha de papel, traçado de retas que não se prolongam além do ponto de intersecção, etc.);

— imperfeições de um desenho, que podem impedir a percepção de propriedades da figura (ex: o desenho da tangente a uma circunferência pode levar à idéia que a intersecção desses dois elementos é formada por um pequeno segmento, etc.);

— ao fato que dois desenhos diferentes não são reconhecidos como sendo de uma mesma figura (ex: um quadrado fora de sua posição prototípica é geralmente reconhecido como um losango, e não como um quadrado);

— dificuldades no momento de identificar, em um desenho, os elementos necessários à resolução de um problema (ex: a diagonal de um retângulo não é vista, necessariamente, como formadora de dois triângulos de mesma área).

Dessa forma, o trabalho com o Cabri-Géomètre, mesmo que não se encontre referência direta nos fundamentos teóricos da concepção do software, se apresenta como um instrumento privilegiado no desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico propostos por Van-Hiele. De fato, pode-se observar três postulados que nortearam a concepção do Cabri-Géomètre que vão de encontro a esse modelo:

1) Um mesmo desenho pode corresponder a várias figuras geométricas, segundo a leitura teórica que se faz desse desenho.

2) Em geral, por si mesmo, um desenho não consegue dar conta da variabilidade dos elementos da figura à qual ele está associado (ex: um ponto de um segmento deve ser considerado como pertencendo a um segmento ou a sua reta suporte?).

3) Em geometria, o desenho funciona como auxílio e suporte do pensamento, mas não pode ser tomado como gerador de relações (ex: um desenho mostrando duas retas de mesma direção não garante que elas sejam paralelas).

Objetivos

A pesquisa tomou como objetivo principal verificar a influência do software Cabri-Géomètre no desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do quarto ciclo do ensino fundamental, segundo o modelo de Van-Hiele.

Como objetivos específicos, podemos citar:

— identificação do nível de pensamento em que se encontram os alunos envolvidos na pesquisa;

— elaboração, aplicação e análise de uma seqüência didática em geometria;

— identificação do nível de pensamento geométrico dos alunos participantes da pesquisa ao final da aplicação da seqüência didática;

— observação dos efeitos da utilização de um ambiente computacional especialmente desenhado para a aprendizagem de geometria.

A seqüência didática

A seqüência didática da pesquisa foi elaborada baseando-se em três momentos: introdução, ângulos e círculos e construção de quadriláteros. Em cada um desses momentos, as atividades foram elaboradas no sentido de deixar o aluno livre para desenvolver suas próprias estratégias de resolução. Para cada uma das atividades de cada momento, foi solicitado dos alunos que eles fizessem algumas observações sobre as estratégias de resolução adotadas por eles; além dessa demanda levar os alunos a refletirem sobre o seu trabalho, essas observações constituíram-se em elementos fundamentais de análise.

Em cada momento, os alunos deveriam devolver a ficha de atividades com os registros escritos. Além disso, para cada uma das atividades os alunos deveriam gravar em disquete o trabalho realizado, o que nos permitiu resgatar de uma certa maneira os procedimentos realizados pelos alunos.

Devido às limitações impostas por um texto dessa natureza, não apresentaremos aqui o texto completo das atividades, que poderá ser encontrado nos anexos.

No primeiro momento, o objetivo foi de levar os alunos a se familiarizarem com o software Cabri-Géomètre, principalmente com o aspecto dinâmico do instrumento. Em outras palavras, além de retomar alguns objetos geométricos que seriam utilizados em etapas posteriores, os alunos deveriam, nesse momento, reconhecer que o deslocamento das figuras construídas serviria como elemento de validação de suas produções.

Esse primeiro momento constou de três atividades, em que os alunos deveriam realizar construções de pontos, segmentos de retas, retas definidas por dois pontos, ponto médio, retas paralelas e perpendiculares:

No segundo momento, também formado por três atividades, procuramos explorar as idéias de ângulos e a realização de construções com circunferências, na idéia de compasso.

Finalmente, no terceiro momento, constituído de oito atividades, os alunos deveriam realizar construções de quadriláteros. Essas atividades foram elaboradas, como já colocado anteriormente, explorando-se as vantagens próprias a um ambiente de geometria dinâmica, principalmente seu aspecto de validação. Dessa forma, procuramos utilizar essa característica no sentido de criar situações de conflito com as concepções já existentes no aluno, permitindo que, a partir desses conflitos, haja a mobilização de conceitos pré-existentes, levando-o à reconstrução da figura.

A pré/pós testagem

O teste teve por objetivo identificar em que níveis de pensamento geométrico se encontravam os alunos antes e após o experimento; o intervalo entre a aplicação do pré e do pós-teste foi de aproximadamente quatro meses. O teste constou, inicialmente, de seis questões, sendo que uma deles não foi considerada na análise por não ter atingido seus objetivos. Por uma questão de limitação desse texto, o teste será apresentado em anexo; nesse momento, nos limitaremos ao comentário de alguns resultados.

A primeira questão constou de dois momentos. No primeiro momento foi solicitado que os alunos construíssem um retângulo e, ao lado, uma figura que não fosse um retângulo. No segundo momento foi solicitado que eles justificassem, por escrito, suas construções. A demanda de construir uma figura que não fosse um retângulo baseia-se na idéia de "transgressão intencional", que parte do postulado que, no momento de “cometer intencionalmente” um erro, o aluno será levado à explicitação de suas concepções.

Em relação ao primeiro momento, no pré-teste, a figura escolhida pela maioria dos alunos para realizar a transgressão foi o quadrado, mostrando não somente a importância dessa figura no universo do aluno, como também a concepção que os quadrados não se enquadram na categoria dos retângulos. Ressaltamos também que os losangos não aparecem no pré-teste, como figura transgredida, aparecendo no pós-teste com uma taxa de 60%.

Para a análise das respostas dos alunos relativas ao segundo momento, onde eram solicitadas justificativas às construções do primeiro momento, classificamos essas respostas em três categorias, pragmática, onde a resposta somente fazia referência à aparência ou forma da figura, aplicativa, onde era privilegiada a definição usual da figura, e relacional, onde o aluno utilizava as propriedades das figuras construídas.

Nesse contexto, nos foi possível observar que, no pré-teste, metade dos alunos situava-se no nível pragmático e a outra metade no nível aplicativo, sendo que nenhum aluno trabalhou no nível relacional. Para o pós-teste, podemos observar que nenhum aluno se situou no nível pragmático; mesmo se o número de alunos trabalhando no nível aplicativo aumentou, encontramos um em cada três alunos trabalhando no nível relacional.

Na segunda questão foram apresentados aos alunos onze quadriláteros diversos e em posições variadas. A tarefa consistiu em realizar a classificação desses quadriláteros em diferentes categorias.

Como primeiro resultado, e que merece uma reflexão mais aprofundada, podemos perceber que nenhum aluno reconhece os quadrados como sendo retângulos, tanto no pré quanto no pós-teste. Por outro lado, enquanto apenas 3% dos alunos consideram o quadrado como sendo um losango, no pré-teste, um em cada três alunos conseguem essa identificação no pós-teste. Ainda em relação aos losangos, encontramos no pré-teste um quarto dos alunos que consideram os paralelogramos (não losangos) como sendo losangos, demonstrando uma concepção de losangos como uma espécie de “retângulos tortos”, enquanto no pós-teste esse índice cai para 8%.

Na terceira questão foi solicitado dos alunos que eles construíssem dois quadrados diferentes, o objetivo sendo a identificação dos critérios que os alunos consideravam pertinentes nessa diferenciação. A porcentagem dos alunos que diferenciam as duas construções apenas por seu tamanho permanece praticamente a mesma, entre o pré e o pós-teste. Por outro lado, se no pré-teste um em cada três alunos diferenciaram as construções apenas pelo seu tamanho, para o pós-teste encontramos apenas 8% dos alunos nessa categoria.

Para a quarta questão, os alunos tinham dois pontos A e B representados em dois nós de uma malha quadriculada, e lhes era solicitado de construir o losango ABCD. Apesar da facilidade oferecida pela malha quadriculada, menos da metade dos alunos conseguiu construir corretamente o losango, no pré-teste. Poucas marcas foram deixadas pelos alunos, indicando que a construção foi realizada essencialmente no nível perceptivo. Para o pós-teste encontramos um índice de 80% de sucesso, e as marcas deixadas parecem indicar que as propriedades das diagonais do losango foram bastante utilizadas para realizar a construção.

A última questão apresentava um losango que teve um “pedaço apagado”, e os alunos deveriam dizer se seria possível reconstruí-lo ou não, justificando sua resposta. Pudemos observar que, se no pré-teste 40% dos alunos se referem, de alguma forma, às diagonais do losango, esse índice sobe para 80% no pós-teste. Um outro ponto interessante, que merece uma maior reflexão, é o fato que, no pós-teste, um em cada três alunos faz apelo, no momento de sua justificativa, à idéia de simetria, apesar desse conceito não ter sido explorado na seqüência didática nem ter sido trabalhado na sala de aula normal.

Considerações finais

Acreditamos que, de uma maneira geral, os objetivos propostos na pesquisa foram atingidos. Porém, nos parece evidente que muitas questões ainda merecem ter seu estudo aprofundado, principalmente no que se refere à superação de diversas dificuldades relacionadas à pregnância das figuras prototípicas, como pudemos observar, nesse nosso estudo, para o caso dos quadriláteros.

Em relação ao desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico, segundo o modelo de Van-Hiele, nos foi possível observar um avanço significativo nesse desenvolvimento. De fato, em estudos anteriores, como já citado anteriormente neste trabalho, não nos foi possível encontrar alunos trabalhando no nível-1 antes da chegada no quarto ciclo do ensino fundamental. No presente trabalho, mesmo se ainda consideramos que os alunos geralmente não trabalham em um único nível de pensamento geométrico, existindo etapas de transição importantes, pudemos observar que, para a maior parte das atividades, poucos alunos ainda fazem recurso ao nível zero, ou seja, o nível da percepção intuitiva.

Devemos ressaltar que, se nesse trabalho nossa atenção se situou nos níveis iniciais do pensamento geométrico, segundo o modelo adotado, nossa preocupação atual se situa no estudo dos efeitos do Cabri-Géomètre no desenvolvimento do pensamento dedutivo, ou seja, no trabalho nos níveis mais avançados de Van-Hiele.

Referências bibliográficas

ARTIGUE M. (1988) Ingénierie didactique. In **Recherches en Didactique des Mathématiques**. N°9.3. Grenoble, La Pensée Sauvage.

BKOUCHE R. (1988) **Enseigner la géométrie, pourquoi?** Publ. IREM de Lille.

BOURBAKI N. (1962) L'architecture des mathématiques. In **Les grands courants de la pensée mathématique**. Paris, Blanchard.

BROUSSEAU G. (1988) Le contrat didactique: le milieu. In **Recherches en Didactique des Mathématiques**. N°9.3. Grenoble, La Pensée Sauvage.

CAMARA DOS SANTOS M. (1992) **Étude didactique de l'utilisation d'un materiel de manipulation pour les premiers apprentissages en géométrie**. Mémoire de DEA, Université Lyon-I.

CAMARA DOS SANTOS M. (1995) **Le rapport au savoir de l'enseignant de mathématiques en situation didactique. Une approche par l'analyse de son discours**. Tese de doutoramento. Université Paris-X.

CHEVALLARD Y. (1985) **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble, La Pensée Sauvage.

LABORDE J.-M. (1993) **Projet Cabri-Géomètre. Définition et réalisation d'un sistème intelligent pour l'apprentissage en géométrie**. Relatório de pesquisa, Grenoble, Université Joseph Fourier.

LABORDE C. & CAPPONI B. (1994) Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. In **Recherches en Didactique des Mathématiques**. N°14.2. Grenoble, La Pensée Sauvage.

LORENZATTO S. (1995) Por que não ensinar geometria? In. **A Educação Matemática em Revista**. N°4. São Paulo, SBEM.

MARGOLINAS C. (1993) **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage.

NASSER L. (1992) **Using the Van-Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil**. Tese de doutoramento. University of London.

NASSER L. (1997) (Coord.) **Geometria segundo a teoria de Van-Hiele**. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, IM-UFRJ.

VAN-HIELE P.-M. (1959) La pensée de l'enfant et la géométrie. In **Bulletin de l'APMEP**. N°198, Paris.