

OFICINA: FUNDAMENTAÇÃO DA MATEMÁTICA ELEMENTAR

Elizabeth Belfort e Maria Inmaculada C. Cabanas

IM - UFRJ e SEE - RJ

Através da exploração de conteúdos básicos de aritmética, números e álgebra, nesta oficina temos como objetivo levar os professores a refletirem sobre um conceito que denominaremos de 'forma pedagógica de conhecimento'. Pesquisas indicam que não é apenas o conhecimento dos conteúdos da disciplina específica que permite ao professor uma prática didática eficiente, embora este seja considerado fundamental (afinal, você contrataria um professor de piano que não soubesse tocar piano?). Ser capaz de ensinar parece exigir mais: é necessário um conhecimento dos fundamentos e uma forma especial de raciocinar sobre os conceitos.

Pesquisas indicam que o conhecimento de conteúdos demonstrado por professores de matemática deve se caracterizar por (1) entendimento dos tópicos a serem ensinados em profundidade; (2) entendimento destes tópicos com amplitude, isto é, conectados com outros conceitos que se baseiam nos mesmos princípios fundamentais; e (3) capacidade de se mover com facilidade entre todos os conceitos relacionados com as idéias fundamentais dos tópicos em questão.

Este mini-curso está baseado em uma experiência desenvolvida no Instituto de Matemática da UFRJ com o objetivo de auxiliar professores e futuros professores a desenvolverem estas habilidades no processo ensino-aprendizagem de números e álgebra. A escolha de tópicos se deve ao fato de que estes parecem estar profundamente ligados tanto aos conhecimentos aprofundados de aritmética, que deveria ser desenvolvido desde as séries iniciais do ensino fundamental, quanto ao conhecimento das estruturas algébricas, em geral estudadas apenas em cursos de álgebra superior. Discutimos algumas explicações e justificativas de resultados matemáticos estudados nos níveis fundamental e médio que só podem ser explicados satisfatoriamente através do conhecimento das estruturas formais da matemática, e das propriedades de seus elementos.

Durante os trabalhos, proporemos atividades relacionadas ao conceito de fração. Este desenvolvimento será feito em dois níveis: através da análise de propostas didáticas para a sala de aula e através de atividades dirigidas ao professor, onde uma reflexão mais

aprofundada sobre os conceitos fundamentais será incentivada, através da análise de respostas dadas por alunos a questões sobre o tema.

Este trabalho aconteceu como consequência da motivação, interesse de adaptar, para a sala de aula no ensino fundamental, as atividades propostas para formação de professores no Livro de “Álgebra para Professores, vol 1” de Elizabeth Belfort e Luiz Carlos Guimarães (que foi escrito visando a criação de uma especialização à distância para professores de matemática). Um dos pontos positivos que os professores vêm destacando no texto é a importância da percepção, do entendimento e da construção pelos alunos do real significado da idéia de múltiplo e divisor.

Segundo o depoimento de professores, geralmente essas idéias são trabalhadas isoladamente, e sem ter presente o quanto são significativas para o entendimento de outros conteúdos, especialmente frações.

As várias atividades foram desenvolvidas a partir do trabalho com alunos de 5ª série de uma escola particular do Rio de Janeiro. Essas crianças foram levadas a refletir e discutir o significado de “ser múltiplo” e “ser divisor de” levando à reflexão sobre números “especiais”, como por exemplo, a unidade e os números primos. Se normalmente os alunos apresentam dificuldades nesse conteúdo que se prolonga por todo o ensino Fundamental, os alunos que participaram deste experimento desenvolveram uma atitude completamente diferente, sendo capazes de argumentar sobre o tópico com argumentos logicamente encadeados e conhecimento matemático.

Através de atividades onde eles exploraram os diferentes tamanhos e cores das “barrinhas” (Réguas Cuisinaire), foram surgindo problemas envolvendo esses atributos e estabelecendo relações entre os mesmos. Depois de refletir, questionar e tirar conclusões sobre essas situações, que envolviam ao mesmo tempo a idéia de “ser Barra de” e “ser barrinha de”, onde “ser barra” era entendido pelos alunos como ser MÚLTIPLO, uma vez que uma barra era obtida a partir de várias barrinhas de mesmo tamanho. Reciprocamente “ser barrinha” significa caber um número exato de vezes (“caber certinho”, na palavra dos alunos) em uma Barra. Conceituando, assim, a idéia de DIVISOR.

Nesta nomenclatura criada pelos alunos, e adotada pela professora da turma no momento inicial, os números primos são entendidos como “Barras primas” que ‘só têm como barrinhas o “quadrado” e a própria Barra’ (isto porque, segundo os próprios

alunos, toda Barra pode ser barrinha dela mesma. É também interessante notar que os alunos, de forma natural, foram atribuindo valores numéricos às Barras e suas barrinhas. Abaixo apresentamos algumas das fichas de trabalho desenvolvidas na oficina.

Dia 1, Ficha 1

Atividade 1 :

Você recebeu 4 folhas de papel de mesmo tamanho. Divida cada uma dessas folhas, de forma diferente, em 4 partes iguais.

Atividade 2:

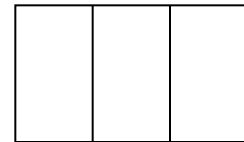
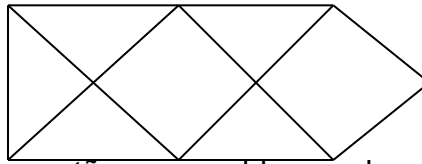
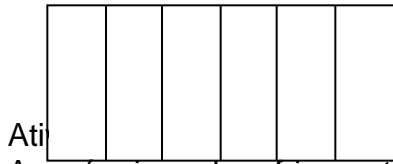
Sabendo que  é $\frac{1}{4}$ de uma figura construa, de três formas diferentes, a figura inteira.

Atividade3:

Se 12 bombons correspondem a $\frac{1}{3}$ da caixa de bombons, quantos bombons correspondem a $\frac{5}{3}$ da caixa de bombons?

Atividade4:

Pinte $\frac{1}{3}$ das regiões já repartidas abaixo:



Ati

As máquinas de refrigerante abaixo estão com problemas de manutenção.

Coca- Cola	

Pepsi	

Na máquina de Coca-cola, para cada ficha colocada, saem três latas de refrigerante. Na máquina de Pepsi, para cada duas fichas que são colocadas saem cinco latas de refrigerante. Ao analisar as duas máquinas, Viviana viu que lucraria mais se comprasse refrigerantes na máquina de Coca-Cola. O que você acha, Viviana está certa ou errada com sua conclusão? Por quê?

Dia 1, Ficha 2

Relacionando as barras do material didático “Réguas Cuisinere”

Atividade 1:

- a) Quantas barras brancas temos que juntas para obter o comprimento da barra verde-clara? _____
- b) O que a barra branca representa da barra verde-clara? _____
- c) O que duas barras brancas representam da barra verde-clara? _____
- d) O que a barra vermelha representa da barra verde-clara? _____

Atividade 2:

- a) Quantas barras brancas correspondem à barra amarela? _____
- b) O que cada barra branca representa da barra amarela? _____
- c) O que quatro barras brancas representam da barra amarela? _____
- d) O que a barra lilás representa da barra amarela? _____
- e) Quantas barras brancas correspondem à barra verde-escura? _____
- f) O que cada barra branca representa da barra verde-escura? _____
- g) O que duas barras brancas representam da barra verde-escura? _____
- h) O que quatro barras brancas representam da verde-escura? _____

Atividade 3:

- a) Quantas barras vermelhas correspondem à barra verde-escura? _____
- b) O que cada barra vermelha representa da barra verde-escura? _____
- c) O que duas barras vermelhas representam da barra verde-escura? _____
- d) Quantas barras verde-claras correspondem à barra verde-escura? _____
- e) O que cada barra verde-clara representa da verde-escura? _____

Comparando as barras

Atividade 4:

Quantas barras brancas correspondem à barra marrom? _____

- a) O que cada barra branca representa da marrom? _____
- b) O que duas peças brancas representam da barra marrom? _____
- c) O que quatro barras brancas representam da barra marrom? _____
- d) O que seis barras brancas representam da barra marrom? _____

Atividade 5:

Quantas barras vermelhas correspondem à barra marrom? _____

- a) O que cada barra vermelha representa da barra marrom? _____
- b) O que duas barras vermelhas representam da barra marrom? _____
- c) O que três barras vermelhas representam da barra marrom? _____

Atividade 6:

Quantas barras lilases correspondem à barra marrom? _____

O que cada barra lilás representa da marrom? _____

Desafio: Construa "Barreiras" onde a base dessa barreira seja uma barra que corresponda a outras barras. Mostre o desenho da barreira.

2º DIA – FICHA 1

Atividade 1:

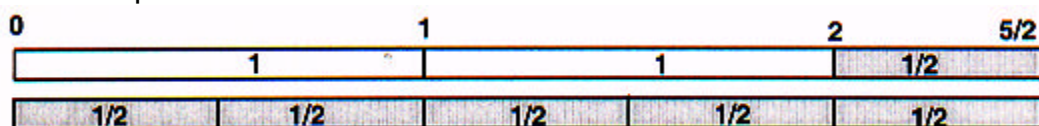
Seu Mário faz gostosos sanduíches de queijo na hora da nossa saída. Ontem perguntei a ele onde havia comprado o queijo e quanto pagou pelo quilo. Ele me disse que comprou no “EXTRA” e que pagou R\$ 4,50 por 1,5 kg.

Mostre como você faria para descobrir quanto é o preço do quilo de queijo comprado pelo seu Mário.

Atividade 2:

A descoberta do preço do quilo de queijo me fez lembrar o nosso trabalho com as “barras” e “barrinhas”, lembram?

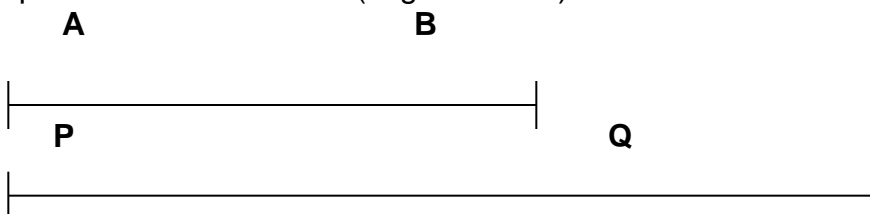
Vamos repensar a idéia acima através das barras abaixo:



- Quantos meios quilos são necessários para obtermos dois quilos e meio? _____
- Então podemos dizer que $5 \times _ = _$ _____
- Deixando o peso do queijo de lado e pensando nas barrinhas, podemos “falar” essa mesma situação acima de outra maneira: quantas vezes o segmento $_$ cabe em um segmento de medida $5/2$? _____
- Então qual é o resultado da divisão de $5/2 : _$? _____

Atividade 3:

Como você faria para medir o “pedaço de reta” (segmento PQ) abaixo usando o “pedacinho de reta” AB (segmento AB) como unidade de medida?



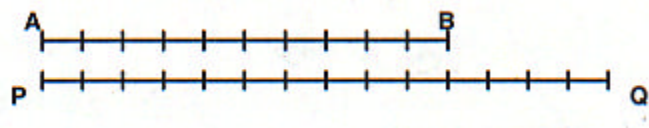
De que forma você representaria o comprimento do segmento PQ utilizando AB como unidade de medida?

(Caso desejar utilize uma tira de papel para a atividade acima)

Atividade 4:

Veja de que forma eu pensei para medir o segmento PQ acima:

Dividi o segmento em pedacinhos iguais (10 partes). Depois o segmento PQ em pedacinhos também do mesmo tamanho que AB.



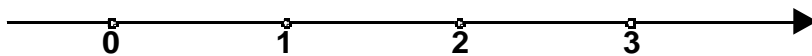
Qual é então a medida de PQ, ou seja, quantas partes de AB cabem em PQ? _____

- Encontre outras duas formas de dividir o segmento AB, e encontrar a medida de PQ.
- Qual o menor número de subdivisões da unidade que podemos fazer para medir o segmento PQ? _____
- A fração mais simples que representa essa medida PQ é $\frac{7}{5}$. Como você encontraria essa medida a partir de medidas como $\frac{21}{15}$ ou $\frac{14}{10}$?

2º DIA – FICHA 2

Atividade 1:

Localizar na reta os números: $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{5}$ e $\frac{8}{5}$

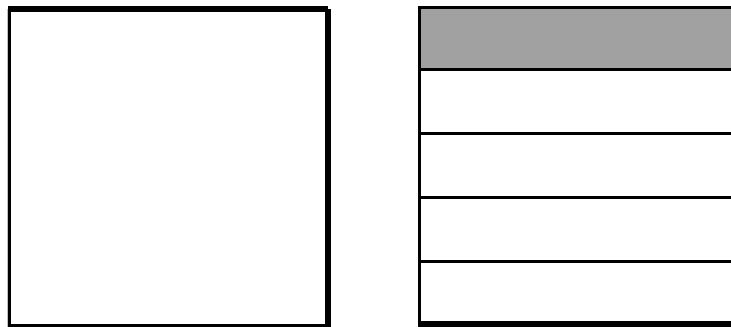


- De quanto cresce cada um desses números?
- Onde está localizado o próximo número dessa sequência ($\frac{2}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{8}{5}$)?
() entre 0 e 1 () entre 1 e 2 () entre 2 e 3 () entre 3 e 4
- Qual o próximo número dessa sequência?
- Escreva uma fração de denominador 5 que esteja localizada:
 - Entre 0 e 1
 - Entre 2 e 3

Atividade 2:

Você já experimentou a idéia de divisão de uma área em partes iguais através de dobraduras. Se desejar, utilize esse recurso novamente.

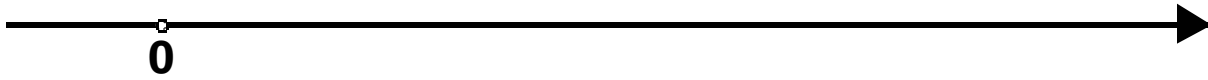
Observe as figuras que representam 1 inteiro e a quinta parte desse inteiro.



- Quantas vezes a quinta parte do inteiro “cabe” no inteiro, ou seja, quanto é 1: $\frac{1}{5}$?
- Pensando na idéia acima, quanto é 2 : $\frac{1}{5}$?
- E se quiséssemos 1: $\frac{3}{5}$, quanto seria?

Atividade 3:

Na reta abaixo, associe a seus pontos os números: $\frac{1}{6}$; $\frac{4}{6}$ e $\frac{7}{6}$. Se precisar, utilize uma tira de papel e faça as dobras que correspondem às divisões da unidade.



Atividade 4:

A mãe deixou R\$ 45,00 com o seguinte bilhete para seus três filhos:

Repartam igualmente esta quantia entre voc?s.

- O primeiro filho pegou um terço do dinheiro e saiu.
- O segundo filho, pensando que era o primeiro, pegou um terço do dinheiro que restou e saiu.
- O terceiro filho, concluindo que era o último, pegou todo o dinheiro e saiu.

Com base nessas informações, descubra:

- a) Quanto o primeiro filho pegou?
- b) Responda sem efetuar os cálculos: em relação ao primeiro filho, a quantia que o segundo filho pegou foi () maior () menor ou () igual.
- c) Que quantia o segundo filho pegou?
- d) Que fração do dinheiro deixado pela mãe o segundo filho pegou?

Devido ao engano do segundo filho, quem saiu beneficiado? Explique utilizando a comparação de frações e o registro através de figuras o seu raciocínio.