

VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
RIO DE JANEIRO, 19 A 23 DE JULHO DE 2001

OFICINA Nº 2G 80 - A GEOMETRIA DOS CRISTAIS

Denise Trindade Moreira

Mestre em Matemática
Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Londrina
moreira@uel.br

Marcos Trindade Moreira

Especialista em Ensino de Química
Col. Est. Igléa Grollmann - Cianorte– PR
Colégio Global – Umuarama – PR
(0xx44) 629 – 4345

1) TÓPICOS:

- Introdução à Cristalografia
- Ligações químicas
- Estruturas cristalinas básicas
- Sistemas cristalinos
- Alguns poliedros cristalográficos
- Geometria plana e espacial

2) SÉRIES A QUE SE DESTINA: Ensino Médio

3) OBJETIVOS:

- Estabelecer conexões entre tópicos de Geometria e tópicos de Química.
- Apresentar sugestões metodológicas para trabalhar de forma integrada tópicos de Geometria e de Química.
- Contribuir para uma visão integradora das Ciências, especificamente a Matemática e a Química, em consonância com os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio.

4) METODOLOGIA:

- Apresentação dos tópicos a serem abordados
- Atividades em pequenos grupos
- Discussão dos resultados
- Atividades em Laboratório de Informática
- Avaliação das atividades

5) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. COSTA, M. V. O. **Matemática e Natureza: um breve estudo sobre Cristais**. Londrina: Especialização em Educação Matemática, Monografia. Universidade Estadual de Londrina, 1998.
2. DANA, J. D.; HURLBUT JR, C. S. **Manual de Mineralogia**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1970, v.1.
3. FONSECA, M.R.M. **Química Geral**. São Paulo: FTD, 1992.
4. _____. **Química Orgânica**. São Paulo: FTD, 1992.
5. GARCÍA, A. G. **Minerales: estudio y reconocimiento**. Barcelona: Omega, 1996.

INTRODUÇÃO

O termo *cristal* vem do grego e significa *gelo transparente*. Surgiu na Europa na Idade Média, quando foram descobertas as primeiras rochas do gênero. Acreditava-se que fosse gelo que não derretia. Tal termo passou a ser usado como sinônimo de *transparência*. Uma das partes do olho humano foi designada *cristalino*, e a esfera transparente das cartomantes ficou conhecida como *bola de cristal*. Ainda hoje há resquícios em nossa linguagem cotidiana: chamamos de cristais as taças de vidro de boa qualidade (que não são cristais!); dizemos também água “cristalina”.

Mas o que é um *cristal*? É um sólido homogêneo, possuindo ordem interna tridimensional que, sob condições favoráveis, manifesta-se externamente por superfícies limitantes, planas e lisas. São exemplos de cristais o Diamante (C_n), o Quartzo incolor (SiO_2)_n, o Sulfato de Cobre ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$), a Pirita (FeS_2) e o Cobre (Cu).

Robert Hooke, inventor do microscópio, foi o primeiro a suspeitar da existência dos arranjos ordenados nas estruturas dos cristais. O holandês Christian Huygens, em 1678, endossou e desenvolveu tal idéia, criando uma interpretação para a estrutura da calcita.

Em 1848, August Bravais apresentou uma teoria na qual, admitindo a descontinuidade da matéria, aparecia a idéia de “cristais abertos”, onde as unidades estruturais estariam separadas por “vazios” (buracos) e se distribuiriam no espaço segundo pontos com propriedades de simetria, formando as chamadas “*Redes de Bravais*”.

Desde o século XV existem estudos sobre a Cristalografia. Inicialmente ela era definida como um dos ramos da Mineralogia, que estudava especificamente os cristais. Ao longo do tempo, a Cristalografia passou a estudar todas as substâncias cristalinas, inclusive os cristais. Assim, tornou-se instrumento poderoso na Química, Física, metalurgia e cerâmica, e tem sido usada para resolver problemas ligados a refratários, produtos farmacêuticos, semicondutores, ligas metálicas, sabões, gemas sintéticas e uma infinidade de outros materiais fabricados pelo homem.

ATIVIDADE 1

Relacionar as ligações químicas que os átomos de Carbono (C) formam no diamante e no grafite com suas respectivas formas cristalinas.

Materiais: bolas de isopor com 25 mm de diâmetro
palitos de madeira
modelos de átomos e ligações químicas industrializados

Forma de trabalho: em grupos de 3 a 4 participantes

Desenvolvimento:

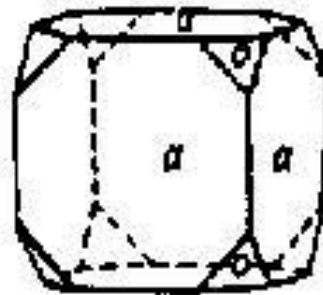
- Apresentação sintética de como os átomos de carbono formam as diferentes ligações entre si, resultando nas estruturas cristalinas citadas.
- Elaboração de modelos espaciais para as respectivas estruturas;
- Discussões a respeito dos modelos elaborados;
- Cálculo do ângulo entre as ligações do carbono no diamante;
- Construção do retículo cristalino do diamante;
- Discussão sobre a relação entre as estruturas cristalinas e algumas de suas propriedades físicas.

Obs.: Podemos encontrar também estruturas tetraédricas na Esfalerita ou Blenda de Zinco (ZnS) e na Calcopirita (CuFeS_2).

ATIVIDADE 2

O cubo, o cubo truncado e suas variações podem representar estruturas cristalinas como a da Halita, Sal Gema ou Sal comum (NaCl), da Galena (PbS), do Cobre metálico (Cu), da Silvita ou Cloreto de Potássio (KCl), da Fluorita (CaF_2) e da Cuprita (Cu_2O). O cubo truncado é um poliedro semi-regular formado por seis octógonos regulares (a) e oito triângulos eqüiláteros (b) que pode ser obtido através da truncadura dos vértices de um cubo. Calcular o volume de um cubo truncado de aresta igual a 2 cm semelhante ao da figura abaixo, na qual está representada uma das variedades possíveis de cristais de Galena.

**Cristal de
Galena**



Materiais: Modelos de poliedros confeccionados em cartolina

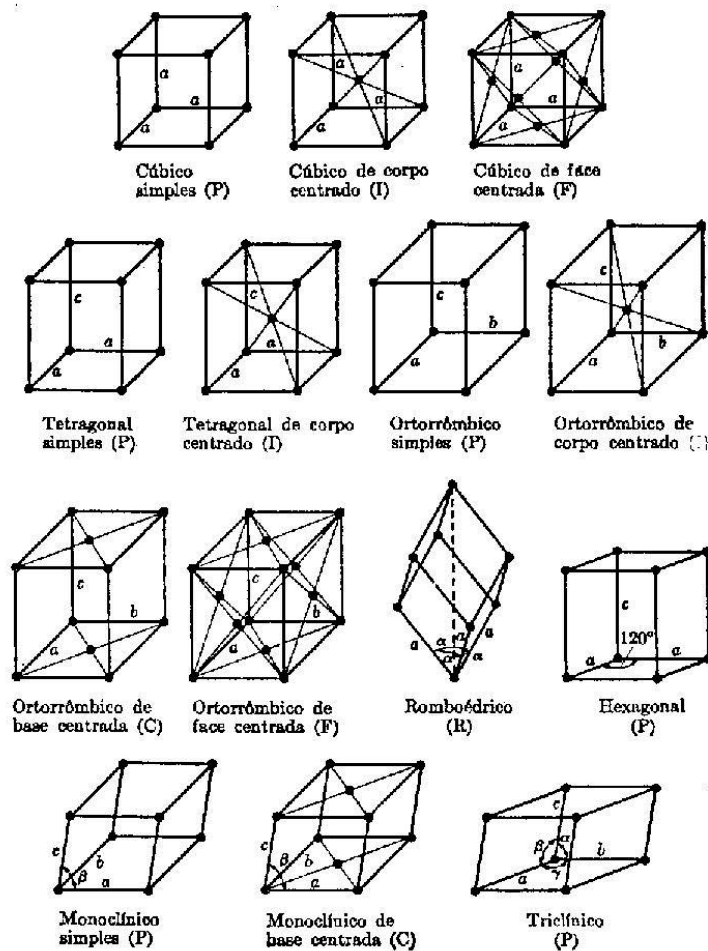
Forma de trabalho: individualmente ou em duplas

Desenvolvimento:

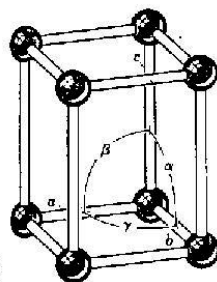
- Apresentação de modelos confeccionados em cartolina dos poliedros regulares, semi-regulares e de alguns poliedros cristalográficos.
- Análise das propriedades geométricas básicas desses poliedros: tipos de faces, tipos de ângulos, convexidade, se obedecem à relação de Euler.
- Discussão a respeito dos modelos elaborados: aspectos históricos e técnicos.
- Cálculo do volume do cubo truncado.
- Discussão a respeito do(s) modo(s) de resolver o problema.

As estruturas internas dos cristais são determinadas experimentalmente por meio da técnica de *difração de raios x*, na qual o diagrama dos raios x difratados pelo cristal é usado para calcular as posições dos átomos no retículo cristalino.

Os retículos cristalinos apresentam formas geométricas diferentes. A *cela unitária*, uma pequena porção do retículo cristalino, pode ser usada para gerar a estrutura geométrica de todo o retículo. Abaixo, apresentamos os quatorze tipos de retículos (ou redes) de Bravais e as características geométricas dos sistemas cristalinos correspondentes.



Propriedades das células unitárias dos sete sistemas cristalográficos

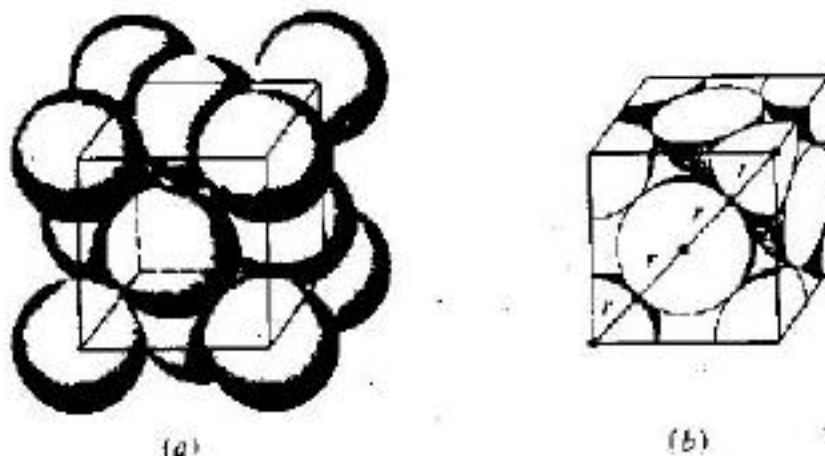


Sistema	Comprimentos das arestas	Ângulos
Cúbico	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Ortorrômbico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$
Triclínico	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma$
Romboédrico	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$

Um dos tipos de retículos é o *retículo de empacotamento denso*, que pode ser tanto *empacotamento cúbico denso (ecd)* ou *empacotamento hexagonal denso (ehd)*. Em cada um destes, a *eficiência de empacotamento*, isto é, a capacidade do arranjo em preencher o espaço, é a máxima possível. A eficiência de empacotamento mede a *porcentagem* do espaço ocupado pelos átomos ou íons (representados por esferas) quando estão aglomerados em uma célula unitária.

ATIVIDADE 3

O Argônio, gás nobre presente em nossa atmosfera, se solidifica a -189°C (à pressão de 1 atm). Nessas condições, forma cristais de estrutura cúbica de faces centradas (CFC), cuja célula unitária pode ser observada abaixo. Calcule a eficiência de empacotamento no argônio sólido.



Argônio sólido: uma estrutura cúbica de face centrada. (a) Modelo espacial. (b) Modelo mostrando frações de átomos numa célula cúbica.

Materiais: Modelos de átomos e ligações químicas

Bolas de isopor

Palitos de madeira

Forma de trabalho: em grupos de 3 a 4 participantes

Desenvolvimento:

- Construção de algumas celas unitárias básicas e retículos cristalinos associados.

- Análise das propriedades básicas dessas celas e retículos.
- Discussões a respeito dos modelos elaborados.
- Cálculo do volume da cela unitária e das esferas (modelos de átomos) que estão contidas na cela unitária.
- Cálculo da eficiência de empacotamento.
- Discussão sobre a(s) forma(s) de resolução do problema.

Há na Internet diversas páginas onde podemos encontrar informações relativas a CRISTAIS. No caso de “busca” para assuntos de natureza científica ou técnica, recomendamos utilizar a palavra *cristalografia*. Nessas páginas aparecem links interessantes que também podem ser acessados.

ATIVIDADE 4

Acessar páginas na Internet que tratem do assunto *CRISTAIS* de uma forma rica tanto do ponto de vista visual como conceitual.

Material: Computador conectado à rede Internet

Forma de trabalho: individualmente ou em dupla

Desenvolvimento:

- Navegação livre, utilizando busca por palavra.
 - Seleção da página e reconhecimento de seu conteúdo, relacionando-o com os assuntos já trabalhados anteriormente.
 - Desenvolvimento das atividades propostas na página.
 - Navegação orientada.
- Obs.: Alguns programas requerem *download* no equipamento em uso.
- Manipulação dos objetos constantes nas páginas indicadas.
 - Comentários e sugestões metodológicas sobre o uso dos modelos e conteúdos apresentados nas páginas visitadas.

ATIVIDADE 5

Será solicitado aos participantes que façam um rápido relato de suas experiências pedagógicas já vivenciadas e relacionadas ao tema. Neste sentido, sugestões de práticas pedagógicas que possam contribuir para a integração de tópicos de Química e Matemática serão discutidas e incentivadas. Ao término da discussão, serão solicitados comentários de forma oral e escrita sobre as diversas atividades desenvolvidas durante a Oficina.