ARGUMENTAÇÃO EM MATEMÁTICA

***Maria Carolina C. da Cunha*[1]**
***Silvia S. Canôas*[2]**

1. INTRODUÇÃO

Nosso objetivo com o presente trabalho foi o de fazer uma breve apresentação sobre o papel da argumentação em Matemática. Mais especificamente procuramos ilustrar o papel da argumentação em sala de aula na perspectiva de Driver & Newton (1997).

Em trabalhos envolvendo ciência e argumento, tais como Kuhn (1993) em seu artigo ***Science as Argument: Implications for Teaching and Learning Scientific Thinking,*** encontramos reflexões sobre a questão da argumentação em sala de aula, tais como: "pensamento como argumento implica em todas as crenças que as pessoas possuem, os julgamentos que fazem e as conclusões que inferem". Podemos considerar ainda, argumento, em um sentido social, como um diálogo entre duas (ou mais) pessoas que possuem visões opostas, na qual cada um oferece justificativa para a sua visão, e, pelo menos um, com um argumento qualificado, tenta contestar a visão do outro, usando os recursos da contra-argumentação (Kuhn, 1993).

Neste sentido, em Driver & Newton (1997), um argumento pode ser visto como uma atividade individual, através da reflexão e da escrita, ou ainda, como uma atividade social dentro do grupo. Eles sublinham, dentre outras coisas, a importância do argumento dialógico, que coloca diferentes perspectivas para serem examinadas com a finalidade de alcançar concordância sobre afirmações aceitáveis ou condutas de ação. Esse trabalho sobre argumento foi fundamentado essencialmente no modelo de Toulmin, desenvolvido em 1958 no livro ***"O uso do argumento***".

Esse modelo tem por principais componentes:

---

[1] Doutoranda em Ensino de Matemática e Ciências. FACULDADE DE EDUCAÇÃO/USP.
[2] Doutoranda em Educação Matemática. UNESP/RIO CLARO-SP. Coordenadora do Curso de Matemática - Faculdades Renascença - SP.

- ***Dados***: existem os fatos, os quais se incluem no argumento para manter sua afirmação.
- ***Afirmação***: esta é a conclusão cujos méritos serão estabelecidos;
- ***Garantias:*** existem as razões (regras, princípios, etc.) que são propostas para justificar as conexões entre os dados e o conhecimento, ou conclusão.
- ***Reforço***: existem hipóteses básicas, geralmente levantadas em comum acordo, as quais fornecem a justificação para garantias particulares.

Toulmin (1958) identifica ainda duas outras características nos argumentos mais complexos, eles podem ser: (a) qualificados: esses especificam as condições sobre as quais a afirmação (alegação) pode ser considerada como verdadeira; eles representam limitações sobre a afirmação (alegação). Ou ainda, (b) refutados: esses especificam as condições quando a afirmação (alegação) não será verdadeira;

2. CLASIFICANDO OS ARGUMENTOS

Visando avaliar a qualidade dos argumentos, Driver & Newton delinearam um conjunto de critérios hierárquicos, classificados em níveis, fundamentados amplamente no trabalho de Toulmin, citado anteriormente. Tais critérios são apresentados a seguir:

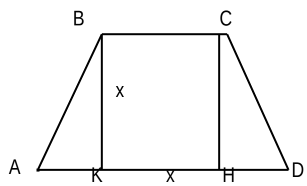
Características de argumento	Nível
A) Afirmações simples com nenhuma justificação	0
B) Afirmações competindo com nenhuma justificação	0
C) Afirmações simples com justificativa(s)	1
D) Afirmações competindo com justificativas	2
E) Afirmações competindo com justificativas e qualificados	3
F) Afirmações com justificativas respondidas por refutação	3
G) Fazer julgamentos integrando diferentes argumentos	4

Assim, com base no conjunto de critérios hierárquicos estabelecidos por Driver e Newton (1997), avaliamos os argumentos em Malara e Gherpelli (1997), Cunha (1997) e Canôas (1997).

3. AVALIANDO A QUALIDADE DOS ARGUMENTOS

Inicialmente analisamos questões do trabalho de Malara & Gherpelli (1997).

Tabela 1: Exemplo de questão argumentativa analisada na perspectiva de Driver & Newton (1997)

3.2. Observe o trapézio isósceles apresentado. O cálculo de sua área foi questionado considerando a seguinte informação. Sandro e Alberto responderam respectivamente: $A = 2 . x + x^2$; $A = \left(\frac{x + x + 4}{2} \right) . x$  Ambos estão corretos? Ambos estão errados? Somente um deles está certo? (Qual?) Justifique sua resposta.

Exemplos da produção dos alunos na questão 3.2 da tabela 1

Silvia: Eu acho que Alberto está certo porque a área do trapézio é determinada fazendo (B + b) . h ÷ 2 e verificando se as letras da figura e com as da fórmula correspondem uma a outra. Na fórmula de Sandro (que pode ser traduzida x + x + x . x). Eu acho que não está certa, porque não está dividindo por 2 e não aparece a base maior x + 4.

Eleonora: A resposta de Alberto está certa, porque tem que adicionar a base maior com a menor, então ele tem que multiplicar pela altura e dividir por 2. Sandro, pelo contrário, disse que você tem que multiplicar por 2 e adicionar a x^2 ***e assim não se determina a área.***

Paolo: Ambos estão corretos; a escrita "a" está boa porque:

$$\frac{(x + x + 4) . x}{2} = \frac{(x . x) + (4x)}{2} =$$

$$\frac{x^2 + x^2 + 4 . x}{2} = \frac{(x^2) . 2 + 4 . x}{2} =$$

$$\frac{(x^2) . 2}{2} + \frac{4 . x}{2} = x^2 + 2 . x$$

Cristina: Eu acho que ambos estão certos porque Alberto usou o método tradicional

$$\frac{(B + b) . h}{2} ,$$

enquanto Sandro usou um método um pouco mais rápido: ele colocou juntos os triângulos retângulos ABK e CDH, formando assim um retângulo.

Os dois primeiros comprovam como os estudantes confiam no processo de cálculo da área expressa pela fórmula clássica $\dfrac{(B + b).\ h}{2}$

Do ponto de vista algébrico, existe a falta de habilidade em elaborar transformações formais. Por outro lado, a argumentação de Paolo pode ser considerada concisa, mostra uma boa habilidade em transformações algébricas. É interessante observar ainda, que até aquele momento os alunos não faziam atividades algébricas desse tipo.

Analisaremos as afirmações acima apresentadas sob a perspectiva de Driver & Newton (1997), levando em conta o modelo de Toulmin na avaliação da qualidade dos argumentos.

Podemos perceber que a justificativa de Sílvia está vinculada ao conhecimento da fórmula tradicional da área de um trapézio (a fórmula aparece como algo "decorado"). Na afirmação de Eleonora podemos perceber que ela utiliza a fórmula anteriormente abordada na escola, sem buscar outro tipo de justificativa. Percebemos que elas se comportam como alunas que receberam as informações prontas na escola e simplesmente procuram reproduzi-las sem reflexão, sem entendimento (memorização somente).

Já a produção de Paolo se diferencia das outras, na medida em que ele apresenta uma estratégia mais convincente, ou seja, tenta desenvolver o que Alberto apresenta como resposta para chegar na resposta de Sandro. Ele tenta provar se a identidade matemática é verdadeira: desenvolve um dos membros da igualdade a fim de chegar no outro, para mostrar que ambos os raciocínios estavam corretos. Esse tipo de argumento se diferencia bastante daqueles apresentados por Sílvia e Eleonora, visto que Paolo apresenta um raciocínio bastante refinado e convincente para mostrar sua conclusão. A produção da Cristina é bastante interessante, pois mostra uma habilidade em decompor e recompor figuras geométricas a fim de resolver um problema. Mostra que ela está embasada em algum conhecimento conceitual adquirido anteriormente (habilidade em fazer transformações geométricas).

Assim, acreditamos que tais afirmações acima apresentadas podem ser classificadas no nível 3 do modelo de Toulmin (afirmações competindo com justificativas e qualificados).

Tabela 2: Exemplo de atividade multiplicativa proposta por Cunha (1997).

Atividade I

(2) Calcule mentalmente e assim que terminar os cálculos de cada item, coloque o resultado na cartolina e levante a mão para poder apresentar o seu resultado aos demais colegas e explicar como você pensou.

Cada metro de fio de arame custa R$ 1,60. Dê o preço de:

(a) 3 metros de arame;

(b) 3,5 metros de arame;

(c) 0,75 metro de arame.

· Vamos então debater os nossos resultados com os dos colegas.

Aqui apresentamos alguns debates ocorridos no encaminhamento da seqüência de atividades proposta por Cunha (1997), realizada com 32 alunos (16 de 5ª série e 16 de 7ª série) de uma escola da cidade de São Paulo.

Atividade I - 2ª parte

Item (a):

Transcrevemos a seguir parte do debate com a 7ª série, e em seqüência com a 5ª série, com o intuito de mostrar que os alunos não apresentaram maiores dificuldades em resolver problemas envolvendo multiplicação com multiplicando decimal e com multiplicador inteiro positivo, já que nesse caso é válida a abordagem de multiplicação como adições repetidas de uma mesma parcela. Percebemos que não existe diferença significativa de dificuldade em problemas cujo multiplicando é um número inteiro, ou ainda, decimal maior ou menor que 1.

A dupla 7C resolveu o item (a) primeiro e levantou a cartolina com o número 4,80.

Pesquisadora: - Foi fácil calcular isso?

(G): - Sim.

Pesquisadora: - Como vocês calcularam?

(G): - Fizemos 1,60 x 3.

Pesquisadora: - Como você fez?

(G): - Primeiro nós fizemos 0,60 por 3 que dá 1,80 e depois multiplicamos 3 por 1 e somamos.

Note aqui que a dupla utilizou a propriedade distributiva como facilitadora do cálculo, visto que o multiplicando era um decimal. Podemos considerá-la como um teorema-em-ação (ver mais em Vergnaud, 1990, 1994), na medida em que os alunos talvez não soubessem formalizá-lo [a x (b + c) = a x b + a x c]. Em outras palavras, no argumento utilizado, transparece a presença de conhecimentos matemáticos anteriores, sem formalização. Acreditamos que tais afirmações podem ser classificadas no nível 1 (afirmações simples com justificativa (s)).

Canôas (1997), em sua pesquisa, investigou quais as representações do professor das séries iniciais do Ensino fundamental. Aqui, reproduziremos parte do estudo 2 (parte 1a), o qual nos serviu de referência para o presente trabalho.

Parte 1a

Analise a situação abaixo:

Convidei para a festinha do meu filho mais ou menos 30 crianças. Comprei algumas embalagens de suco concentrado para servir na festa. Calculando por cima a quantidade de suco que as crianças iriam consumir, misturei 15 copos de água com 45 colheres de concentrado e o suco ficou delicioso. 15 copos de água misturados com 45 colheres de concentrado têm o mesmo sabor que 20 copos de água com 50 colheres de concentrado? Você usou alguma operação matemática? Descreva o método que você usou para encontrar sua resposta.

Ao descrever o método utilizado para resolver a questão, a professora justificou:

Professora: "Foi proporcional a adição, verifiquei que quando adicionar + suco, também +açúcar"

É interessante notar que ao adotar tal procedimento, a professora está comparando, mas não está estabelecendo a relação de proporcionalidade entre os termos que ela deveria analisar.

O tipo de argumentação apresentada parece demonstrar uma dificuldade da professora em ampliar o campo conceitual multiplicativo, ou seja, ela demonstra estar presa a idéia que multiplicar significa somente adicionar repetidamente.

Assim, o argumento citado, apresenta a utilização de conhecimentos matemáticos anteriores, sem formalização. Acreditamos que afirmações desta natureza podem ser classificadas no nível 1, isto é, afirmações simples com justificativa.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como pudemos notar, promover a argumentação entre os estudantes não é uma tarefa fácil, na medida em que ainda faltam aos professores, de um modo geral, estratégias para estruturar as discussões. No trabalho de Gouvêa (1998), temos uma breve amostra do discurso de professores a respeito do ensino de Demonstração em Geometria, dentro disso se incluindo também a argumentação.

Foram levantadas concepções dos professores a esse respeito, demonstrando por meio dessas o despreparo para se trabalhar com questões que promovam no aluno a capacidade de demonstrar, instrumentalizando-o para o raciocínio com hipóteses, argumentar com lógica, estabelecer premissas e chegar a conclusões.

É essencial propiciar no cotidiano das aulas, vivências que ensejem o desenvolvimento do espírito crítico dos estudantes, bem como de suas capacidades de analisar, de interpretar, de formular hipótese e de fazer analogias.

Um trabalho com argumentação requer do professor um domínio do conteúdo a ser trabalhado, conduzir com clareza a discussão em grupo a fim de atingir o objetivo proposto, além de avaliação da qualidade dos argumentos dos alunos.

Assim, fornecer perguntas pode não ser o maior papel do professor em uma sala de aula, mas sim desenvolver um "ouvido" para identificar em que direção a discussão está indo, possibilitando aos alunos serem mais reflexivos, a se autocorrigirem e a pensarem além do que foi apresentado.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CANÔAS, S. S. (1997). ***O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Séries Iniciais (1ª a 4ª séries).*** Tese de Mestrado, PUC: SP.

CUNHA, M. C. C. (1997). ***Uma Investigação sobre Multiplicação e Divisão com alunos de 5ª e 7ª séries.*** Tese de Mestrado, PUC, São Paulo.

CURY, M. X. (1996). ***Introdução à Lógica***. Estude e Use: Série Matemática. São Paulo: Érica.

DRIVER, R. & NEWTON, P. (1997). ***Establishing the Norms of Scientific Argumentation in Classrooms.*** Paper preparado para a apresentação na ESERA Conference, Roma.

GOUVÊA, F. A. T. (1998). Aprendendo e Ensinando Geometria com a ***Demonstração: Uma Contribuição para a Prática Pedagógica do Professor de Matemática do Ensino Fundamental.*** Tese de Mestrado, PUC, São Paulo.

KUNH, D. (1993). ***Science as Argument: Implications for Teaching and Learning Scientific Thinking.*** Science Education, 77(3), 319-337.

MALARA, N. A., GHERPELLI, L. (1997). ***Argomentazione e Dimostrazione in Aritmetica nel Triennio de Scuola Media.*** Rivista Quadrimestrale a Cura del Centro de Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica de Cagliari. 2 (2), 82-102.

NOLT, J. & ROHATYN, D. (1991). ***Lógica***. Tradução Mineko Yamashita. São Paulo: Mc Graw-Hill.

SOWDER, L. & HAREL, G. (1998). ***Types de Student's Justifications***. The Mathematics Teacher, 91(8), 670-675.

VERGNAUD, G. (1990) " La théorie des champs conceptuels". ***Recherches en Didactique des Mathématiques*** 23, Vol. 10, pp. 133-170.

_________________ (1994). "Multiplicative Conceptual Field: What and Why?" em Harel, G. & Confrey, J. (eds.), ***The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics***. State University of New York Press.