DIFERENTES ASPECTOS DO USO DAS NOVAS TECNOLOGIAS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Marilena Bittar
Departamento de Matemática e Mestrado em Educação
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Muito se tem falado e discutido sobre o uso das novas tecnologias na Educação Matemática. Variados são os ***software***, temas e metodologias tratados em pesquisas nessa área (cf. resumo do I SIPEM). Essas pesquisas têm enfocado diversos aspectos do uso da informática em aulas de matemática. Nessa exposição vamos tratar (e confrontar) duas abordagens diferentes do uso da informática na educação, ambas objetos de pesquisa em desenvolvimento ou desenvolvida.

Uma primeira abordagem considera o uso de um ***software*** de matemática que permite o tratamento de algumas questões que somente a criação de um ambiente diferente pode permitir, e uma segunda abordagem enfoca o uso da informática como instrumento que pode instigar os alunos a investir na aprendizagem de conceitos matemáticos para efetuar um trabalho diferente do habitual, mais dinâmico e provocador de aprendizagem.

I - Uso de um *software* que permita o tratamento de questões que somente a criação de um ambiente diferente pode permitir.

Para ilustrar esta situação, citaremos o exemplo de uma pesquisa realizada sobre o ensino de vetores, na França (cf. Bittar, 1998). Faremos um breve resumo dos principais pontos que subsidiam essa pesquisa e em seguida passaremos a discussão sobre algumas atividades desenvolvidas com alunos.

Existe uma distância entre a noção de vetor como objeto da teoria e como objeto presente no ensino secundário (e até mesmo universitário). Esta distância é conseqüência do fenômeno de transposição didática (Chevallard, 1991). Porém o objetivo de nossa pesquisa não era o estudo da transposição didática mas sim da situação já estabelecida no ensino. Nossa atenção foi assim centrada no objeto vetor já transposto para o ensino. Uma leitura dos textos oficiais dos programas de matemática do ensino secundário francês e de cursos universitários mostra que no primeiro o vetor é um elemento geométrico, de características geométricas tendo por objetivo resolver problemas de geometria; no segundo trata-se de uma noção abstrata, pertencendo à um espaço vetorial sem nenhuma ligação com o vetor geométrico. A noção de vetor aparece neste nível como um ente geométrico que deverá servir para resolver problemas de geometria; trata-se de introduzir uma nova ferramenta para resolver problemas por vezes já conhecidos dos alunos. Assim, concluímos que para fazer um diagnóstico o mais fiel possível sobre o ensino de vetores, deveríamos estudar a presença desta noção no ensino secundário em suas duas componentes: objeto e ferramenta. Relativamente a estes dois conceitos tomamos como ponto de base a distinção dada por R. Douady: "...um conceito é ferramenta quando o interesse é focalizado sobre seu uso para resolver um problema [...] Por objeto, entendemos o objeto cultural tendo seu lugar em um edifício mais amplo que é o saber científico em um dado momento, reconhecido pela comunidade de matemáticos.[1]" (1986, p. 9). Para nossa pesquisa utilizamos estas duas noções sob o ponto de visto do ensino, ou seja, dizemos que um conceito é ***ferramenta*** desde que ele seja usado para resolver um problema (mesmo se ele não consiste obrigatoriamente na única possibilidade de resolução do problema); e um conceito é ***objeto*** quando a noção estudada (neste caso, a noção de vetor) é o objeto de estudo do problema.

Nesse texto centramos atenção no segundo item e, em como o uso de um determinado software pode permitir trabalhar aspectos ligados ao conceito de vetor que no ambiente papel e lápis ficam mais “escondidos”. Em nossa pesquisa, partimos do princípio de que a utilização de um ambiente informático que satisfaça a certos critérios, deve permitir o estudo de invariantes[2] construídos pelos alunos, e acreditávamos que “As caraterísticas geométricas ligadas ao vetor geométrico contribuem para criar dificuldades aos alunos quando estes devem construir invariantes que não dependem

---

[1] Tradução feita pela autora deste artigo.

[2] Um invariante operatório é um conceito em ação ou um teorema em ação. Um teorema em ação é uma proposição suscetível de ser verdadeira ou falsa (mas que é utilizada pelo aluno como verdadeira); um conceito em ação não é suscetível de ser verdadeiro ou falso. (Vergnaud, 1990).

destas características". Desse modo buscamos elaborar atividades que permitissem comprovar nossas hipóteses.

Nossa análise dos livros didáticos permitiu efetivamente mostrar que a noção de vetor é introduzida de forma geométrica (um segmento de reta com direção, sentido e comprimento) tendo por objetivo resolver problemas de geometria. Este tipo de apresentação geométrica deve contribuir para que os alunos tenham dificuldades na compreensão da noção de vetor quando é preciso se distanciar de propriedades geométricas. Por exemplo, as coordenadas de um vetor são definidas a partir de seus pontos extremidades mas independem de sua posição no plano (ou no espaço), no entanto esta apresentação ligada de maneira bastante forte à geometria pode levar os alunos a ligar o comportamento das coordenadas de um vetor ao comportamento das coordenadas de um ponto gerando a falsa concepção de que a posição ocupada por um vetor (representante de um vetor) no plano é importante para determinar suas coordenadas.

Em uma situação habitual tem-se por objetivo, no Ensino Médio francês, fixar a atenção sobre o uso de vetores para resolver problemas de geometria, sendo que a noção de vetor como objeto de estudo é rapidamente trabalhada. Nós pensamos que o uso de um novo instrumento no ensino pode impor um contrato didático (Brousseau, 1986) diferente do habitual, que pode ser revelador das dificuldades dos alunos e também das escolhas do professor. Este novo instrumento pode permitir trabalhar de maneira indireta alguns aspectos ligados à noção de vetor, como por exemplo a noção de representante. Assim escolhemos trabalhar com o ***software*** de geometria Cabri-Géomètre que oferece novas possibilidades de trabalho sobre vetores. Trata-se de um software dinâmico: pode-se traçar um vetor na tela do computador e em seguida locomovê-lo observando por exemplo os efeitos de uma translação sob as coordenadas de um vetor. Assim o aluno pode perceber a relação existente entre coordenadas de um vetor e sua posição no espaço. Cabri-Géomètre oferece também aos alunos um meio de controle de suas ações: pode-se conjecturar em papel e lápis e em seguida verificar a validade de sua conjectura com o auxílio do ***software***.

Para se trabalhar as concepções dos alunos, classificamos primeiramente os tipos de problemas sobre vetores que aparecem nos livros didáticos. Neste artigo resumimos estes problemas em 3 grupos de competências exigidas dos alunos :

1) identificar se dois vetores são iguais : trata-se aqui de identificar vetores iguais sobre configurações dadas;
2) identificar, sobre uma configuração, as operações vetoriais definidas : isto significa efetuar ou identificar sobre uma configuração uma adição vetorial (pelo paralelogramo ou pela relação de Chasles) ou um produto escalar.
3) Saber utilizar as condições analíticas de paralelismo e de ortogonalidade : para isto é preciso saber calcular as coordenadas de um vetor a partir de seus pontos extremos e saber aplicar as condições de paralelismo e ortogonalidade sobre configurações ou ainda para resolver problemas em torno de equação de uma reta ou de duas retas dadas.

Relativamente às duas primeiras ações, o aluno deve saber, entre outras coisas, o que significa direção e sentido de um vetor e para a terceira ação trata-se da ligação entre coordenadas de um vetor e coordenadas de um vetor. Assim, utilizando Cabri-Géomètre, elaboramos atividades onde pudéssemos estudar as concepções dos alunos relativamente a estas ações.

A partir da análise de livros didáticos foi possível estabelecer alguns teoremas em ação que os alunos seriam suscetíveis de construir, como por exemplo: “As coordenadas de um vetor dependem de sua posição no espaço, assim se seu representante está no primeiro quadrante suas coordenadas serão positivas, no terceiro quadrante suas coordenadas serão negativas e assim por diante”, ou ainda “Se $\vec{u}$ é um vetor diretor de um a reta D, então $\vec{u}$ só tem representantes traçados **sobre** a reta”. Uma vez levantadas hipóteses sobre a construção do conceito de vetor, foi elaborada uma seqüência didática visando confrontar os alunos a esses falsos invariantes construídos por eles. Nessa seqüência foram propostas atividades a serem realizadas no ambiente tradicional, papel lápis, e em um ambiente informatizado constituído de Cabri-Géomètre. Esse ***software*** foi escolhido por permitir trabalhar algumas características do objeto vetor que no ambiente papel e lápis ficam mais “escondidas”.

Durante aproximadamente 3 meses, nós trabalhamos com o professor responsável pela sala para lhe sugerir questões a serem colocadas aos alunos que pudessem permitir a verificação da presença ou ausência dos falsos invariantes possíveis de serem construídos pelos alunos. Nesse texto, vamos relatar somente algumas atividades que permitiram sobretudo tratar os invariantes acima especificados, ou seja que relacionam coordenadas de um ponto a coordenadas de um vetor e que "ligam" o vetor diretor de uma reta à sua posição no plano (sobre a reta).

Exemplos de atividades trabalhadas

O primeiro conceito que trabalhamos na seqüência didática foi o de vetor como representante de uma classe de equivalência porém sem usar esse termo, pois o mesmo não faz parte do conteúdo a ser trabalhado nesse nível. A proposta era sugerir atividades que trabalhassem sobre a igualdade entre vetores, o que pode levar à compreensão do que é o objeto vetor. Assim a primeira atividade que pedimos, foi que desenhassem, no Cabri-Géomètre, um vetor qualquer e em seguida, traçassem um representante desse vetor. Essa atividade permite colocar em evidência características do vetor que são invariantes, ou seja a direção, o sentido e a norma. A construção só será considerada correta quando, ao deslocarmos o 1º vetor traçado, o 2º vetor (o representante) mantiver essas características. Na experiência realizada alguns alunos traçaram "no olho" esse representante, ou seja, desenharam um representante que parecia igual ao primeiro, porém sem utilizar as ferramentas do ***software*** que garantiam as propriedades geométricas[3], e assim ao deslocar o vetor percebia-se claramente que essa estratégia não era correta pois o segundo vetor traçado não se movia juntamente com o primeiro. Era então preciso usar as ferramentas disponíveis no ***software*** para construir um vetor de mesma direção, sentido e comprimento que o primeiro vetor. Algumas estratégias possíveis de resolução são: **t**ranslação, regra do paralelogramo, simetria central, transferência de medidas e compasso. É interessante observar que cada estratégia utiliza diferentes conceitos, todos resultando no traçado de um representante do vetor dado.

Uma vez acabada esta atividade, constrói-se a macro construção “coordenadas de um vetor”, bastando para isso designar como objetos inicias o primeiro vetor traçado e o eixo cartesiano, e o ponto que será a origem no representante. Como objeto final indica-se o representante. A partir desse momento, cada vez que se quiser um representante de um vetor basta usar essa macro construção.

Outra macro construção fundamental para o trabalho com vetores é a construção que, a partir de um vetor dado e de um sistema de eixos coordenados, fornece as coordenadas do vetor. Pedimos então aos alunos para construírem essa macro construção. Alguns traçaram um vetor qualquer, em seguida fizeram um representante desse vetor partindo da origem e então pediram as coordenadas do ponto extremidade final desse representante. Essas eram também as coordenadas do primeiro vetor traçado. É interessante observar que essa estratégia trabalha mais uma vez o conceito de vetor como uma classe de equivalência. Outros alunos traçaram um vetor qualquer, exibiram as coordenadas dos pontos extremidades desse vetor e então, usando a calculadora e a regra já dada pelo professor que diz que as coordenadas de um vetor se obtém subtraindo-se as coordenadas do ponto extremidade final das coordenadas do ponto de origem. Uma vez que essa construção foi salva como a macro construção “coordvetor”, era possível utilizá-la sempre que preciso, sem precisar usar a calculadora, e de fato, ela foi bastante usado durante a realização da seqüência didática como instrumento de validação das conjecturas dos alunos, como veremos mais adiante.

Como o ***software*** escolhido permite o deslocamento do objeto geométrico construído preservando suas propriedades, pedimos também aos alunos que desenhassem um representante de um vetor e calculassem suas coordenadas utilizando a macro construção “coordvetor”. Em seguida pedimos que escrevessem no

---

[3] Se desenhamos “no olho” uma reta perpendicular a uma outra reta dada, ao deslocarmos a primeira dada, a reta que deveria ser perpendicular perde essa característica, assim é preciso usar a ferramenta “reta perpendicular” do menu de Cabri-Géomètre para que a reta construída tenha efetivamente essa propriedade.

caderno[4] uma previsão sobre o que aconteceria com as coordenadas desse vetor se o deslocássemos no plano, segundo uma translação (com a ajuda do "ponteiro"). Em seguida, os alunos deveriam validar esta conjectura usando Cabri-Géomètre, ou seja, eles deveriam deslocar este vetor segundo uma translação e observar o efeito desse deslocamento em suas coordenadas. Alguns alunos previam que as coordenadas iriam mudar quando esse vetor "passasse" para outros quadrantes, e ao constatarem que isso não ocorria pensavam inicialmente que o ***software*** estava errado. Após discussões perceberam que o resultado devia estar correto, e passaram a tentar entender esse resultado. Ao final dessa atividade, os alunos puderam, aparentemente, perceber que as coordenadas do vetor de fato não mudavam, ou seja, elas independiam da posição do representante do vetor no plano.

Visando testar novamente a presença deste teorema em ação outra atividade foi elaborada. Pedimos primeiro aos alunos para desenharem no caderno dois vetores com as duas coordenadas positivas e dois vetores com as duas coordenadas negativas. Em seguida eles deveriam refazer o desenho desta vez utilizando Cabri-Géomètre, e validar sua resposta calculando as coordenadas do vetor desenhado. Desta forma o aluno escreve seu pensamento inicial e depois o valida utilizando a máquina.

Alguns alunos traçaram um vetor qualquer no primeiro quadrante esperando que ele tivesse coordenadas positivas, e quando, ao perguntarem a Cabri-Géomètre, através da macro construção "coordvetor", as coordenadas de cada vetor desenhado, viam, com incredulidade que esse não era o caso tentavam então adaptar a resposta dada para que ela ficasse correta. Vejamos um exemplo: Um aluno escreveu a seguinte resposta: "***O vetor tem coordenadas positivas se estiver no primeiro quadrante".*** Quando verificou que esta resposta estava incorreta, ele acrescentou: "***desde que a extremidade final do vetor seja mais alta do que a inicial***". Ou seja, ele não colocou em discussão o fato do vetor não precisar estar no primeiro quadrante para ter coordenadas positivas, ao contrário, o vetor deveria estar no primeiro quadrante **e** satisfazer a mais alguma condição. Outro procedimento usado pelos alunos foi desenhar um vetor no primeiro e depois traçar representantes desse vetor no terceiro

[4] O registro do pensamento do aluno no caderno no início e durante a atividade é fundamental para que a análise de suas concepções seja a mais fiel possível. Por isso pedimos também que escrevessem com

quadrante esperando que agora as coordenadas fossem negativas. Quando percebeu, com espanto, que os dois vetores tinham mesma coordenadas não compreendiam o que havia acontecido (alguns achavam que o ***software*** havia errado...), e tentavam também adaptar suas respostas para que o vetor passasse a ter coordenadas negativas, mas sempre estando ***localizado*** no terceiro quadrante.

Outro ponto importante sobre o estudo de vetores é o conceito de vetor diretor de uma reta. Nos livros didáticos muitas vezes ***esse*** vetor aparece traçado sobre a reta, e percebemos que existe uma tendência entre os alunos (e professores) a, sempre que chamados para representarem um vetor diretor de uma reta, colocarem-no "em cima" da reta, o que pode significar, que, para esse aluno, o vetor diretor de uma reta está sempre sobre a reta, não compreendendo o significado desse conceito. Para trabalhar esse conceito propusemos então atividades que pudessem levar os alunos a elaborarem conjecturas sobre a relação existente entre vetor diretor de uma reta e a equação desta reta. Elaboramos então uma atividade onde inicialmente o aluno deveria traçar uma reta qualquer, um vetor diretor dessa reta e dar as coordenadas desse vetor. Nessa atividade o aluno pode (se quiser) traçar o vetor sob a reta, e em seguida calcular as coordenadas desse vetor. De fato, essa foi a estratégia majoritária. Assim, para trabalhar a compreensão do fato de que, desde que mantenha a mesma direção da reta, o vetor diretor pode estar em qualquer lugar do plano, propusemos a mesma atividade porém eliminamos a macro construção coordenadas de um vetor e permitimos que o item "coordenadas de um ponto" fosse usado uma única vez.

A única estratégia possível seria então traçar um representante de um vetor diretor partindo da origem dos eixos coordenados e, em seguida pedir as coordenadas do ponto extremidade final desse representante. Durante a realização da pesquisa, poucos alunos conseguiram realizar essa atividade, apesar de já terem trabalhado as atividades anteriores e de, aparentemente, terem adquirido o conceito de vetor diretor de uma reta é aquele que dá a direção da reta e de vetor como um conjunto de elementos de mesma direção, sentido e norma, e que, portanto, se quisermos encontrar as coordenadas de um vetor qualquer, basta traçar um representante deste vetor,

---

caneta e que quando fossem reescrever algo utilizassem outra cor de tinta.

partindo da origem. Essa situação foi analisada por nós como sendo crucial para o entendimento do conceito de vetor diretor de uma reta.

Em conclusão...

Esta atividade mostra bem o papel de Cabri-Géomètre contribuindo na construção do conhecimento: o aluno ganha efetivamente um meio novo (inexistente anteriormente) de validação de suas conjecturas. Não queremos dizer que o uso do ***software*** (aliado a uma análise didática da situação) tenha permitido definitivamente que o aluno compreendesse a distinção entre pontos e vetores (que releva da distinção entre propriedades afins e propriedades vetoriais). Dificuldades continuaram a existir mas houve uma evolução por parte dos alunos. Novas atividades foram propostas durante toda a seqüência sobre vetores visando retomar alguns pontos de maiores dificuldades para os alunos; foi observado que algumas falsas concepções persistiam em aparecer o que sugeria uma retomada das atividades e o aprofundamento de um estudo epistemológico sobre as noções em jogo.

Podemos assim observar nesta atividade que o uso de Cabri-Géomètre forneceu aos alunos um meio de controle e de validação de suas hipóteses. No ambiente papel e lápis para validar suas respostas eles precisariam calcular as coordenadas dos pontos extremidades de cada vetor e em seguida calcular as coordenadas do vetor. Além do mais isto só é possível para casos particulares dos pontos extremidades: de fato, como podemos calcular exatamente as coordenadas de pontos traçados ao acaso sobre uma folha de papel? Assim Cabri-Géomètre fornece uma retroação imediata pois é sempre possível encontrar as coordenadas de um vetor qualquer desenhado na tela do computador. Temos assim um exemplo onde o uso da informática permitiu trabalhar atividades que somente têm sentido nesse ambiente.

II – Informática: elemento instigador da aprendizagem

Uma outra abordagem refere-se ao uso da informática como instrumento que instigue os alunos a investir na aprendizagem de conceitos matemáticos para efetuar um trabalho diferente do habitual, mais dinâmico e provocador de aprendizagem. Este pode ser o caso do ***software*** Graphequation, que permite fazer não somente gráficos de funções como também desenhar regiões do plano. Graphequation é um ***software*** aberto que permite estudar de modo agradável e atraente o domínio de funções, o ajuste de curvas por determinados pontos do plano e a representação de regiões do plano definidas por inequações. Desse modo, o software pode ser usado para fazer um esboço de uma simples região do plano, como apresentado na Figura 1, definida por uma única relação, ou um desenho mais sofisticado como apresentado na Figura 2.

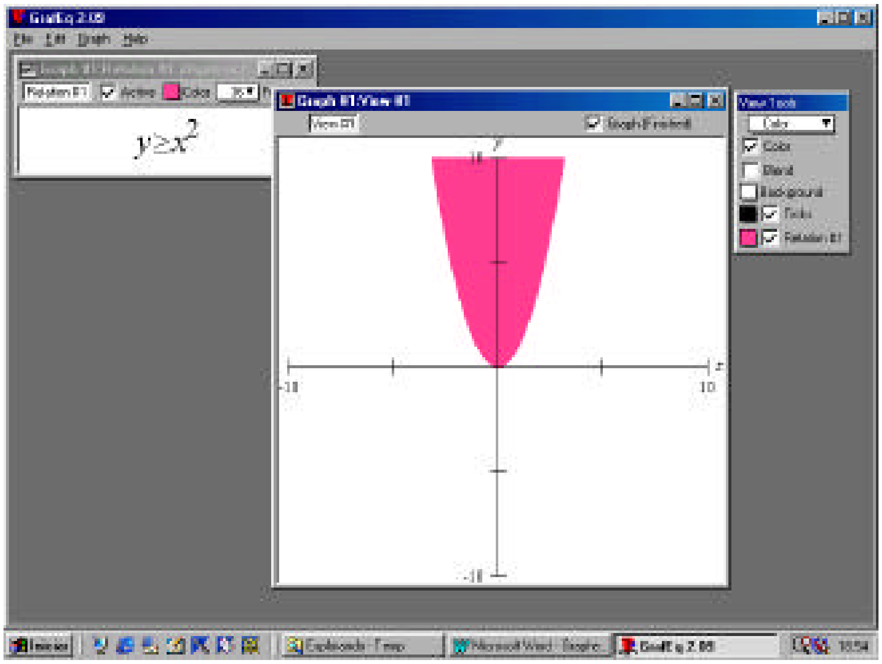


Figura 1

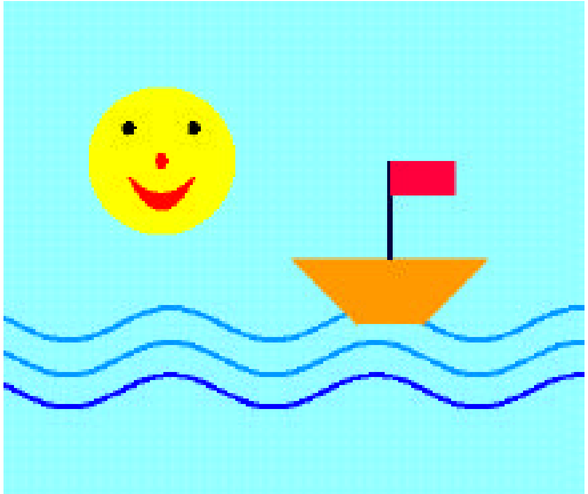


Figura 2

A Figura 2 foi obtida através de 11 relações como pode ser parcialmente observado na tela abaixo.

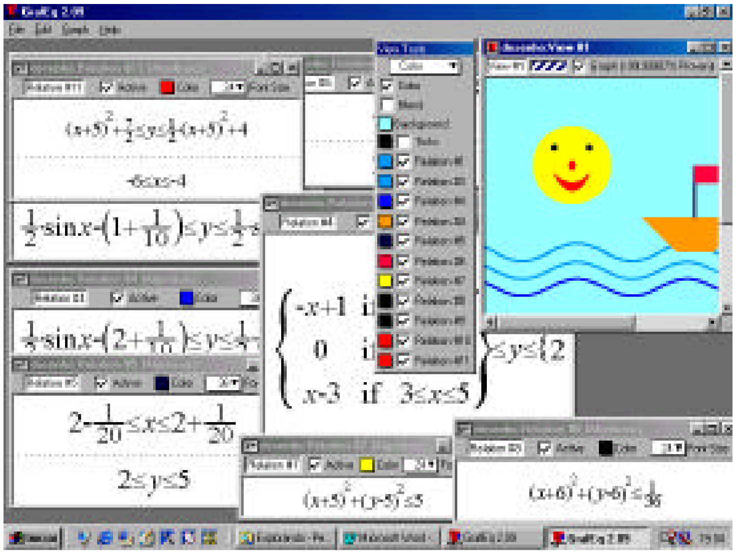


Figura 3

Este ***software*** apresenta uma interface bastante amigável, fácil de ser compreendida tanto por alunos quanto por professores. Como podemos observar na tela acima, a sintaxe usada é bastante simples.

A seguir relatamos dois tipos de experiências realizadas com este ***software*** dentro de nosso projeto de pesquisa em andamento cujo tema central é "A formação de professores e as novas tecnologias educacionais".

Pesquisa realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio

Vejamos o caso de uma pesquisa realizada com alunos do 2° ano do Ensino Médio de uma escola campograndense. A escolha dessa escola se deve ao fato da professora responsável por essa sala ter sido aluna da pesquisadora responsável pelo projeto e demonstrar interesse em participar do projeto. Juntamente com a professora escolhemos a sala do 2º ano por se tratar de um número pequeno de alunos e pelo fato de terem estudado funções no ano anterior. Não escolhemos a sala do 3º ano por estarem se preparando para o vestibular e nesse caso existe uma certa barreira (compreensível, em certa medida) para a realização de experiências.

Antes de iniciarmos o projeto no laboratório a professora discutiu com os alunos sobre a proposta de trabalho e decidiram utilizar esse espaço para preparar o projeto que deveriam apresentar em uma feira de ciências que deve se realizar no mês de outubro. Preparariam assim desenhos construídos por eles com o ***software*** e fariam a exposição explicando como construíram o desenho.

Os encontros no laboratório são semanais, com duração de 50 minutos[5] e os alunos trabalham em duplas.

Os alunos devem inicialmente fazer um desenho qualquer no papel; que deverá em seguida ser reproduzido na tela do computador com o auxílio do ***software*** Graphequation.

Inicialmente, as fases da pesquisa com os alunos seriam basicamente duas: familiarização com o ***software*** e elaboração e realização do projeto dos alunos. Na fase de familiarização os alunos aprenderiam a usar os recursos do ***software***, o que aconteceu de forma bastante tranqüila. De fato o entusiasmo com o Graphequation foi grande, despertou a curiosidade e a vontade de fazer um desenho mais elaborado. Eles começaram a desenhar livremente, escrevendo qualquer relação que lhes viesse a cabeça e observando o resultado encontrado. Quando um aluno "descobria" uma relação que dava um desenho interessante, alguns outros copiavam esta relação.

Porém pudemos perceber que a grande dificuldade dos alunos dizia respeito aos conceitos matemáticos, sobretudo relacionados à noção de função afim. Tinham dificuldades em marcar pontos ou em definir as coordenadas que um ponto deveria ter para estar em uma determinada posição do plano. Resolvemos então elaborar algumas atividades a serem realizadas por eles com intuito de rever alguns conceitos fundamentais em torno da função afim (cf. anexos).

A dificuldade encontrada pelos alunos refere-se às equações e inequações que deve usar para reproduzir seu desenho. Apesar dessa dificuldade podemos observar que há um certo interesse em descobrir novas relações que lhes permitam aprimorar cada vez mais seu desenho. Este projeto está ainda em desenvolvimento, portanto não temos ainda conclusões mais precisas.

---

[5] As primeiras sessões foram realizadas em horários extras (no período vespertino), porém decidimos trabalhar em horário de aula e considerar o projeto como atividade normal da disciplina.

Pesquisa realizada com acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática

Em conjunto com outra professora do departamento de matemática, realizamos um projeto de ensino com alunos da licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Esse projeto é anual, e temos um encontro semanal de duas horas. Dentre as propostas de atividades desse projeto, inserimos o trabalho com o ***software*** Graphequation. No início do projeto contamos com 14 alunos matriculados nas 2ª, 3ª e 4ª séries do curso[6].

Nas primeiras sessões, constatamos também que certos alunos tinham dificuldades com alguns conceitos matemáticos, tais como: "Como pintar uma boca representada pela região delimitada por duas parábolas? Quais devem ser as equações dessas parábolas?..." Porém essas dificuldades foram superadas rapidamente, seja pelo apoio dos próprios colegas, das professoras ou ainda de livros didáticos onde buscavam compreender melhor alguma relação procurada.

A versão do ***software*** de que dispomos é ***shareware***, o que significa que para cada desenho é possível utilizar no máximo 15 relações. Esse fato faz com que os alunos tentem escrever com uma única relação o que antes haviam feito com quatro. Assim, por exemplo, na primeira vez que desenharam e pintaram o interior de um retângulo usaram duas ou mais relações. Porém depois perceberam que podiam construir esse mesmo retângulo com uma única relação (definindo por exemplo, $2 \le y \le 4 \quad e \; -1 \le x \le 4$). Como queriam fazer desenhos cada vez mais detalhados, precisavam economizar relações e esse fato findou por trazer benefícios para a aprendizagem de conceitos matemáticos relacionados a gráficos de funções e regiões do plano.

Durante aproximadamente 4 meses os estudantes se dedicaram a trabalhar com este ***software***, aprimorando o desenho já construído ou produzindo algum desenho diferente. A medida em que sentiam mais confiança em si mesmos, tentavam algum desenho "desafio", criado por eles mesmos.

Em conclusão...

A atividade matemática em jogo não difere substancialmente do que se pode fazer no papel e lápis, porém a diferença maior está na motivação e no papel dos alunos que participam desse projeto. Na proposta de trabalho que desenvolvemos eles se tornam mais responsáveis pela sua aprendizagem, determinando, de forma implícita, os exercícios que devem resolver para construir a figura que se propuseram a fazer. Desse modo é possível pensar em aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos em jogo, contrariamente às situações usualmente trabalhadas.

O que dizer sobre os dois tipos de experiências ?

A análise comparativa das duas experiências relatadas aqui, ainda está em andamento e será fruto de novas publicações, porém o trabalho realizado até o momento parece indicar algumas pistas de pesquisa para seguir e que julgamos importante dividir com a comunidade de educadores em matemática, como por exemplo o estudo das competências que os alunos mobilizam nesses dois casos e em que contribuem com a construção do conhecimento matemático. O interesse dos alunos e a vontade em explorar mais matemática para apresentar um trabalho mais rico parece também que deve ocupar um lugar de destaque em pesquisas nessa área, pois é sabido a falta de motivação geral existente na maioria das aulas de matemática.

Enfim, temos um campo aberto para pesquisas...

Bibliografia

ARTIGUE, M. : ***Ingénierie didactique***. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1990, vol. 9, n°3, pp. 281-307.

BITTAR, M. Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Une analyse des manuels en termes d'outil et d'objet. Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements: Cabri-Géomètre et papier-crayon. Tese de doutorado de Universidade, Universidade Joseph Fourier, Grenoble 1, 1998.

BROUSSEAU, G. ***Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques***, Recherches en didactique des mathématiques, 1986, vol. 7, n^{o} 2,pp. 33-115.

---

[6] O curso de Matemática funciona atualmente em regime seriado, sendo dividido em 4 séries.

CHEVALLARD, Y. ***La transposition didactique***, Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

DOUADY, R. ***Jeux de cadres et dialectique outil-objet***, Recherches en Didactique de Mathématiques, 1986, vol. 7, n° 2, pp. 5-31.

LABORDE, C. et CAPPONI, B**.** ***Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique***, Recherches en Didactique des Mathématiques, 1994, vol. 14, n° 1.2, pp. 165-210.

VERGNAUD, G. ***La théorie de champs conceptuels***. Recherches en Didactique de Mathématiques, 1990, vol 10, n°2.3, pp. 133-170.

ANEXO

DESENHANDO RETAS

O gráfico de uma função do tipo ***y = ax + b***, quando ***x*** varia no conjunto dos números reais, é uma reta, onde ***a*** é chamado coeficiente angular e ***b*** é chamado coeficiente linear.

EXERCÍCIOS:

1) Construir, no ***graphequation,*** os gráficos das seguintes funções:

a) y = 2x + 5

b) y = -x + 4

c) y = 5x

d) $y = -\frac{1}{5}x$

e) y = 5 – x

f) y = 8

2) Construir, no ***graphequation,*** os gráficos das funções:

a) y = x

b) y = 2x

c) y = 3x

d) y = 4x

e) y = $\frac{1}{4}x$

❖ O que os gráficos que você construiu neste exercício têm em comum?

❖ Que relação há entre o coeficiente angular de cada função e as respectivas inclinações de cada reta?

3) Construir, no ***graphequation,*** os gráficos das funções:

a) y = - x

b) y = - 2x

c) y = - 3x

d) y = - 4x

e) y = - $\frac{1}{4}x$

❖ O que os gráficos que você construiu neste exercício têm em comum?

❖ Que relação há entre o coeficiente angular de cada função e as respectivas inclinações de cada reta?

4) Construa no mesmo sistema os gráficos das funções:

a) y = 2x

b) y = 2x + 3

c) y = 2x + 2

d) y = 2x -1

e) y = 2x - 2

❖ O que você pode observar nestes gráficos?

5) Construa no mesmo sistema os gráficos das funções:

a) y = x + 2

b) y = 2x + 2

c) y = 3x + 2

d) y = 4x + 2

e) y = $\frac{1}{4}x$ ***+ 2***

f) ***y = -x + 2***

g) y = 2

- O que os gráficos que você construiu neste exercício têm em comum ?

6) Será que o ponto (2 ; 7) pertence ao gráfico da função ***y = x + 5*** ? e o ponto (0 ; 2) ? E o ponto (1 ; 6) ?

7) Quais devem ser os valores de ***a*** e ***b*** para que o gráfico da função ***y = ax + b*** passe pelos pontos (0 ; 1) e (2 ; 3) ?

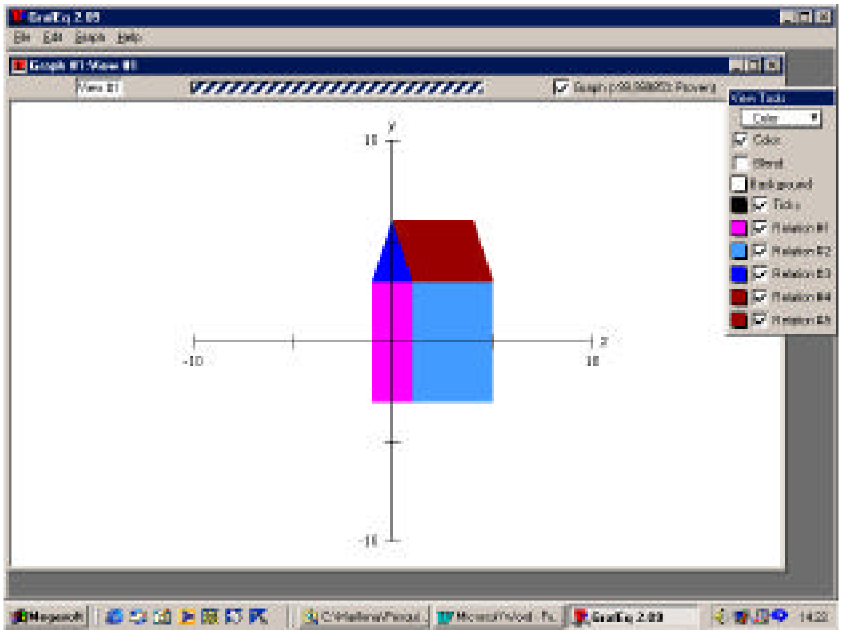
8) Como você pode fazer para desenhar no ***graphequation*** uma reta paralela ao eixo ***Oy***?

DESENHANDO REGIÕES DO PLANO

1) Represente o conjunto dos pontos que estão acima da reta definida por ***y = x+6***.
2) O ponto (0 ; 8) pertence à região representada acima ? E o ponto (-1 ; -1) ?
3) Represente o conjunto dos pontos que estão abaixo da reta definida por ***y=x+6***.
4) O ponto (0 ; 0) pertence à região representada acima ? E o ponto (-1 ; 7) ?
5) Pinte o primeiro quadrante de azul.
6) Pinte os quatro quadrantes de cores diferentes.
7) Inserir, no ***graphequation***, a relação ***y = x + 5*** e a condição $2 \leq x \leq 6$. Que figura você obteve?
8) Inserir, no ***graphequation,*** a relação ***y ≤x + 2*** e a condição $-3 \leq x \leq 6$. Observe a figura.
9) Inserir, no ***graphequation,*** a relação ***-5 ≤ y ≤x + 2*** e a condição $-3 \leq x \leq 6$. Que figura você obteve?

Primeiros desafios

- ❖ Desenhe um quadrado (pintando sua região interior da cor que preferir).
- ❖ Desenhe um triângulo (pintando sua região interior da cor que preferir).
- ❖ Que tal tentar reproduzir no ***graphequation*** uma “casinha” como esta abaixo?


y
z
-10
10
-10
Color
Background
Ticks
14:22