

**O PROBLEMA DO INFINITO EM RENÉ DESCARTES
E o alcance matemático dessa noção
No conceito de Limite**

**POR
MARCELO MATTOS ANTUNES**

**MONOGRAFIA DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO
PARA PROFESSORES DE 1º E 2º GRAUS DE MATEMÁTICA**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE PÓS –GRADUAÇÃO**

2000

SUMÁRIO

1 Introdução.....	3
2 Fundamentos da filosofia de René Descartes.....	4
3 O Infinito em Descartes.....	6
4 O Infinito no Conceito de Limite.....	9
Conclusão.....	15
Bibliografia.....	17

1 INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade que filósofos e cientistas buscam incessantemente meios de compreensão para a noção do infinito, noção essa que manifestou e sempre manifestará inquietudes no pensamento daqueles que se propõe verificar toda turbulência causada por essa idéia carregada de multiplicidades e indefinições. Mas apesar de toda essa indiscernibilidade hesitar em abordar a questão do infinito ou aceitá-lo simplesmente como uma figura de linguagem, seria afastar definitivamente um possível desdobramento da compreensão dessa noção ainda que seja parcialmente. E mesmo que não tenhamos total inteligência do infinito não podemos negá-lo considerando também que aceitamos várias coisas no mundo sem sua total compreensão.

Do próprio universo nada podemos afirmar quanto a sua grandeza no espaço e no tempo e nem é possível falar por experiência sobre a sua infinitude ou finitude mas concebemos sua existência como verdadeira.

Anaximandro de Mileto (610-547 a.c), filósofo grego sucessor e discípulo de Tales, concebeu o *ápeiron* (infinito) “como o princípio e o elemento das coisas existentes... alguma natureza diferente, ilimitada, e dela nascem os céus e os mundos neles contidos,”¹.

Esse pensamento de Anaximandro é mais um dentre os vários relacionados ao infinito, e se vasculhassemos ainda mais essa questão veríamos que a infinitude não é como um ato de um pensamento fechado, mas sim como um processo sempre aberto sujeito a novas interpretações e diversidades de pensamentos.

¹ DE MILETO, Anaximandro. Doxografia de Simplicio, Física, 24, 13 (DK 12 A 9). Trad. de Wilson Regis. 1ª. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p.21.

Devido a grande diversidade de estudos inerentes ao problema do infinito, fato constatado desde os pré-socráticos até a atualidade, optamos por concentrar nossos esforços na elaboração do trabalho, recorrendo às *Meditações Metafísicas* de René Descartes, onde iremos deparar com a noção do infinito.

Por outro lado, é necessário esclarecer que nossa intenção não é formar somente, uma antologia histórica da idéia de infinito, mas também verificar, as aproximações existentes entre a Filosofia e a Matemática ressaltando os pontos fundamentais da questão aqui colocada.

2 FUNDAMENTOS DA FILOSÓFIA DE RENÉ DESCARTES.

Descartes pretende, através de sua metafísica, atingir a origem das coisas estabelecendo os primeiros princípios do conhecimento, como o da existência de Deus, da distinção entre espírito e matéria e das idéias claras e distintas.

A insuficiência dos ensinamentos acadêmicos para um conhecimento claro e certo de tudo quanto é útil à vida, conduz Descartes a estabelecer um método universal, sem os dogmas de uma ideologia medieval que o antecederam e isento de qualquer preconceito religioso. Para isso, utiliza o bom senso, “Pois não é suficiente Ter o espírito bom, o principal é aplicá-lo bem”. O método deveria buscar a verdade nas ciências e os caminhos que levariam a própria razão e como o pensamento de Descartes é evidenciado pela razão, o método não apresenta nenhum indício de contingência, muito pelo contrário, é um sistema bem definido com o encadeamento lógico das causas e dos efeitos; logo, Descartes considerava como absolutamente falso tudo aquilo em que pudesse imaginar a menor dúvida possível que ocasionasse o erro, pois se existe dúvida, existe a possibilidade do erro; e pelo simples fato de pensar no que é falso, e duvidoso, bastaria para levá-lo a constatação do *Cogito, Ergo Sum* (Penso, Logo Existo), que não é um raciocínio lógico nem muito menos um idealismo e sim uma

intuição que garante a clareza e a distinção de uma idéia. No seu aspecto ontológico o Cogito é uma intuição metafísica que não trata de um objeto, mas sim de um ser, que em Descartes é o próprio pensamento .

Descartes utiliza os conceitos geométricos na busca da verdade, pelos quais forma uma analogia entre a existência de Deus e os objetos dos geômetras, considerando que as verdades matemáticas são perfeitamente demonstráveis para o entendimento humano.

Mas apesar de todas essas evidências geométricas passíveis de demonstrações, nada asseguraria a existência desses elementos geométricos como verdadeiros, fato ressaltado na seguinte citação: *“Supondo um triângulo, cumpria que seus três ângulos fossem iguais a dois retos; mas, apesar disso nada via que garantisse haver no mundo qualquer triângulo. Ao passo que voltando a examinar a idéia que tinha de um Ser perfeito, verificava que a existência estava aí inclusa, da mesma forma como na de um triângulo está incluso serem seus três ângulos iguais a dois retos ou na de uma esfera serem todas as suas partes igualmente distantes do seu centro, [...] por conseguinte, é pelo menos tão certo que Deus, que é esse Ser perfeito e infinito, é ou existe, quanto sê-lo-ia qualquer demonstração de geometria”*.³

³ DESCARTES, op. cit., pg. 57, nota 2.

3 O INFINITO EM DESCARTES.

Na sua *Primeira Meditação Metafísica* Descartes não estabelece verdades, apenas se desfaz dos antigos equívocos acadêmicos. Utilizando-se de uma argumentação lógica, ele coloca em dúvida todos os seus conhecimentos, para isso basta encontrar um motivo qualquer, por menor que seja, para rejeitá-los totalmente. Como disse Descartes “... é de prudência nunca se fiar inteiramente em que já nos enganou alguma vez”. A dúvida cartesiana que é a dúvida sistemática, tem um alcance diferenciado da dúvida vulgar e da dúvida científica, pois constitui dentro das meditações como um argumento psicológico para prova da existência de Deus .

As percepções sensíveis, que nem sempre são verdadeiras, são colocadas em dúvida, mas não são refutadas totalmente, pois existem aquelas das quais, não se pode razoavelmente duvidar.

Descartes também duvida das evidências científicas, através da possibilidade de um Deus enganador e de um gênio maligno que é um artifício psicológico criado por ele com o intuito de investigar a dúvida em seu mais alto grau. “ *A Física, a Astronomia e a Medicina são exemplos de ciências dependentes das considerações das coisas compostas, logo são duvidosas e incertas, por outro lado a Matemática contém a certeza por ser independente da sua existência na natureza. Dormindo ou acordando dois mais três formarão sempre o número cinco e o quadrado nunca terá mais do que quatro lados.*⁴

As incertezas da primeira meditação são dirimidas na *Meditação Segunda* com a constatação do *Cogito*, que garante sua existência como verdadeira, “pensar no que é duvidoso e falso, já é suficiente para constatar que *penso*”(o.g.n.). E mesmo que um gênio maligno queira me enganar, “não há, pois, dúvida alguma de que *sou*, se ele me engana”.

⁷ DESCARTES, op. Cit. pg. 101, nota 6.

A reflexão sobre esta primeira certeza levará a conquista da segunda, que é o pensamento, como essência do Ser, exclusivo de todo elemento corporal e indispensável ao conhecimento das coisas. A partir daí, Descartes certifica-se que o espírito é mais fácil de conhecer do que o corpo. Para ele, *O espírito é algo extremamente raro e sutil, como um vento, uma flama ou um ar muito tênue, que estava insinuado e disseminado nas minhas partes mais grosseiras [...]: por corpo entendo tudo o que pode ser limitado por alguma figura; que pode ser compreendido em qualquer lugar e preencher um espaço de tal sorte que todo outro corpo dele seja excluído*⁵.

Libertando-se das coisas corporais por serem duvidosas e confusas, Descartes inicia sua *Meditação Terceira*, recapitulando as noções anteriores que o leva a constatar que é um ser pensante, pois se duvida, afirma, nega e imagina, logo pensa. E para ele, essas idéias, são algumas dentre as várias maneiras existentes de pensar .

As idéias que são as “imagens das coisas”, constituem um ponto fundamental para os intuitos de Descartes, e dentre elas existe uma que contém o maior grau de perfeição que é a idéia de *infinito*. Mas toda idéia deve possuir uma causa, pois não poderia ser proveniente do nada, e que a causa dessa idéia é justificada unicamente por um *Ser infinito*, perfeito e onipotente, cuja existência será reconhecida através de sua realidade objetiva, isto é, possui o mais alto grau de perfeição do que aquelas que são apenas um meio de representação, como nas idéias formais. *“Deus, que é uma substancia infinita e onipotente [...], pela qual eu próprio e todas as coisas [...] foram criadas e produzidas e essas vantagens são tão grandes e eminentes que, quanto mais atentamente as considero, menos me persuado de que essa idéia possa tirar sua origem de mim tão somente. E por conseguinte é preciso necessariamente concluir, de tudo que foi dito antes, que Deus existe.”*⁶ (o.g.n.)

⁵ DESCARTES, op. cit. pg.101.

⁶ DESCARTES, op. cit. pg. 115.

A idéia de um Ser perfeito e *infinito* em Descartes, é totalmente verdadeira pois mesmo sem atingi-la materialmente sua compreensão não seria invalidada tal qual qualquer idéia sensível que não pode ser totalmente compreendida e a essa incompreensão do *infinito*, Descartes atribui a sua natureza que é finita e limitada e que o conhecimento de suas limitações o leva a idéia do infinitamente perfeito que é Deus. Isso pode ser verificado na seguinte passagem da sua meditação: *"Não devo imaginar que não concebo o infinito por uma verdadeira idéia, mas somente pela negação do que é finito, do mesmo modo que compreendo o repouso e as trevas pela negação do movimento e da luz, pois ao contrário, vejo manifestamente que há mais realidade na substância infinita do que na finita e, portanto, que, de alguma maneira, tenho em mim, a noção do infinito anteriormente à do finito, isto é, Deus antes que de mim mesmo."*⁷

Para distinguir a imaginação da pura intelecção, ele recorre aos elementos da geometria pois para Descartes, pode-se imaginar um triângulo como uma figura composta de três lados e distinguir esses três lados claramente, porém quando imaginamos um quiliógono, podemos concebê-lo como uma figura composta de mil lados sem identificar cada um deles com clareza. Baseado nessa idéia, Descartes concebe o infinito pelos mesmos meios, sem no entanto compreendê-lo totalmente e isso ocasiona uma oposição entre o *"atualmente infinito e o infinito que não se pode distinguir do indefinido"*. Assim, essa oposição cartesiana entre o *infinito* e o *infinito indefinido*, foi alvo de várias objeções de filósofos e teólogos, das quais pode-se destacar a seguinte: *"[...] não tendes a idéia de Deus, assim como a do maior dos números ou de uma linha infinita; e, ainda que pudesse tê-la, esse número é inteiramente impossível [...]. Adicionai a isto que um ateu conhece clara e distintamente que os três ângulos de um triângulo são iguais a dois retos, embora esteja muito longe de crer em Deus, posto que o negou: porque, diz ele se deus existisse, haveria um soberano ser e um soberano bem, isto é um infinito"*.⁸ Descartes responde a essa objeção da seguinte forma:

⁷ DESCARTES, op. cit. pg. 116.

⁸ DESCARTES, op. cit. pg. 157.

“[...] Importa muito pouco que se dê nome de idéia a esse conceito de número indefinido ou que não lho dêem. Mas, para entender qual é esse ente mais perfeito do que eu e saber se não é esse número, cujo fim não posso encontrar que é realmente existente e é infinito cumpre considerar todas as outras perfeições, as quais, além do poder de me esta idéia podem existir na mesma coisa que existe este poder; e assim verificamos que esta coisa é Deus”⁹

4 O INFINITO NO CONCEITO DE LIMITE

Dentro da proposta do trabalho vamos verificar inicialmente a implicação do infinito em Descartes no conceito de limite, partindo de uma idéia bem elementar da matemática, que é o conceito de conjuntos numéricos.

Percebendo que enumerando jamais chegaria ao "maior de todos os números", pois sempre haveria um possível acréscimo, Descartes hesita em decidir se um conjunto não enumerável¹⁰ é finito ou *infinito* e de que maneira pode-se julgar se um conjunto *infinito* é maior do que outro ou não, visto que os mesmos deixarão de ser infinitos no caso de se obter uma resposta para tal comparação; então, ele conclui que não existe esse *número*¹¹ *infinito*, nem tampouco que sua existência implica em contradição. A percepção desse fato só

⁹ DESCARTES, op. cit. pg. 167.

¹⁰ Diz-se que um conjunto é contável se ele é finito ou enumerável; um conjunto é chamado não enumerável se ele é infinito e se não é equivalente a \mathbb{N} , isto é, se é incomensurável". (LIPSCHUT, Seymour, *teoria dos conjuntos*, Trad. Fernando Vilain, ed. McGraw -Hill do Brasil Ltda, p.189, 1967).

¹¹ "Em Descartes a idéia de número é ainda inata, *a priori*, é uma categoria inerente ao pensamento de um espírito finito. Não mais que uma noção matemática,[...] ela deve existir anterior a toda experiência sensível. Entretanto, este argumento platônico não nos remete à intuição de um mundo inteligível; a idéia de número esta eminentemente e não formalmente contida na idéia de Deus - logo não se pode decidir sobre a existência do maior dos números".(BELAVAL, Yvon. *Leibniz critique de Descartes*. p. 207,1960).

é justificada unicamente pela presença de um ser infinito e perfeito, isto é, Deus a unidade absoluta.

Num desfecho natural depararíamos com a questão das sequências ou *séries* numéricas que matematicamente são simbolizadas por $\{a_n\}$ e definidas como “uma função cujo domínio é o conjunto dos inteiros positivos”. As séries podem ser finitas ou infinitas, *divergentes* ou *convergentes*. Uma série é dita convergente quando um número real a é o limite da sequência $\{a_n\}$, e escreve-se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.

Descartes evita não afirmar a existência do último termo de uma *série divergente*. Por outro lado, afirma a divisibilidade da matéria ao *infinito*. Nesse caso cabe perguntar: é possível determinar a existência de um número *infinito* de partes? Ou será que numa progressão convergente chegaremos ao último termo de uma série? Hesitando responder estas questões, ele evitaria uma possível contradição entre o infinitamente grande e o infinitamente pequeno, afastando-se dessa forma da idéia de diferencial¹².

Compreende-se por conseguinte em que sentido pode ele opor-se a corrente de pensamento que em seu tempo, preparava a invenção do novo cálculo, que devia culminar numa nova filosofia do *infinito* e do contínuo, com os estudos de Fermat, Cavalieri e Leibniz. Assim, encontra-se em Descartes, somente um desenvolvimento estritamente algébrico para a construção da normal ou da tangente a uma curva em um ponto.

¹² “Na realidade, a expressão “diferença infinitamente pequena” indica bem que a diferença se desvanece em relação à intuição; mas ela encontra seu conceito e é antes a própria intuição que se desvanece em proveito da relação *diferencial*. Isto é mostrado dizendo que dx nada é em relação a x , nem dy em relação a y , mas que dy/dx é a relação qualitativa interna, expressando o universal de uma função separada de seus valores numéricos.” DELEUZE, Gilles, *Diferença e Repetição*, pg. 91.

Mas para evitar uma possível contradição, é necessário não confundir divisibilidade e divisão. Segundo Descartes, não se pode compreender uma infinidade de divisões em uma quantidade finita, nem mesmo chegar a um último termo após sucessivas divisões, mas a única certeza possível é - que através de um entendimento que é finito, não se pode compreender o infinito.

Descartes considera ainda que a soma dos termos de uma série convergente não tende para um limite finito, mas é igual a uma quantidade finita: $1/10 + 1/10^2 + 1/10^3 + \dots + 1/10^n = 1/9$. Nesse caso, ele esgota um intervalo finito dividindo-o em infinita partes onde cada uma é a décima parte da precedente - mas que nunca deixará de ser uma parte divisível. "... na natureza do corpo ou de uma coisa extensa a divisibilidade acha-se compreendida (pois não concebemos a coisa extensa tão pequena que não possamos dividi-la ao menos pelo pensamento), é certo dizer [...] que todo corpo é divisível".¹³

Na verdade , Descartes não pretendia compreender como uma linha finita pode ser composta de un número infinito de partes, ele supõe que a reunião de infinitas partes decimais completam por exaustão todo o intervalo de reta, admitindo que a reta é um contínuo gerado pelo movimento ininterrupto do pensamento.

A *descontinuidade* para Descartes não se manifesta dentro da linha porque, no instante em que uma parte é suprimida, a parte direita junta-se a parte esquerda formando por contigüidade uma continuidade indefinidamente divisível.

Já a *continuidade* do traçado de uma figura, depende segundo Descartes, da continuidade do movimento do pensamento, isto é, da ordem lógica, e é esta correspondência que garante a possibilidade de se medir com exatidão.

¹³ DESCARTES, op. cit., pg. 181, nota 13.

Mas se considerarmos apenas a ordem matemática entre dois termos, a continuidade dependerá de um terceiro termo: *“Reconheço que entre duas idéias A e B eu sei qual a ordem existente “sem nada considerar a não ser os dois extremos A e B” ; mas não se pode reconhecer a relação de grandeza entre dois e três, se não for considerado um terceiro termo, a saber a unidade, que é a medida comum a eles”*. Assim, Descartes concebe que sem a consideração da unidade¹⁴, que gera um movimento contínuo e ininterrupto do pensamento, os números são descontínuos.

Em Descartes a divisibilidade *infinita* da matéria exclui ao mesmo tempo a realidade do átomo, a abstração do ponto inextenso e a espiritualidade da mônada¹⁵. Em suma, ele exclui toda espécie de elemento mínimo.

Após essa concepção geral de número, a demonstração de que a unidade não pode ser a grandeza mínima é interrompida, pois a razão $1/n$ tende para zero toda vez n cresce ao *infinito*. De outro modo, a unidade não é mais um termo, e sim uma relação entre dois termos que é representado por uma fração. Assim toda relação é um número e, reciprocamente, todo número é uma relação explícita ou subentendida (n ou $n/1$): em particular, a unidade representa uma relação de igualdade: se $a = b$, $a / b = 1$.

¹⁴ DESCARTES, René, *Regras Para a Direção do Espírito*, Regra XIV, Trad. António Reis, pg. 110, 1987.

¹⁵ “a unidade da substância extensa é o princípio da quantidade, isto é, as partículas primitivas pressupõe a quantidade como toda a extensão ou figura, sua multiplicidade não é como um modo da matéria; em Leibniz, pelo contrário, é a multiplicidade real da substância que pressupõe a quantidade”. (Belaval,G,op.cit., pg. 236).

¹⁶ A mônada é uma substância simples, onde não há partes, não há extensão, nem divisibilidade possível [...]. Ela reflete a unidade dentro de sua própria multiplicidade, [...] e envolve o *infinito* dentro de sua limitação; necessariamente ela causa a indiscernibilidade entre o infinitamente grande e o infinitamente pequeno”. (WILHELM GOTTFRIED, Leibniz. *A Monadologia*, pgs. 63 a 67, Col. Os Pensadores, 1974).

Essas operações matemáticas submetem-se a duas leis; a lei da homogeneidade e a lei simétrica. Dos termos de um número racional a/b , com $b \neq 0$, pode-se obter todos os números e, em particular, a unidade quando $a = b$ ou $b = a$.

Existe também um número $1/n > 0$ que adicionado sucessivamente várias vezes a ele mesmo, é igual ou superior a 1. Do ponto de vista operatório, esta adição permite dizer que $1/n$ é uma parte de 1 e, em virtude do axioma em que a parte é menor que o todo, $1/n$ é uma quantidade menor do que a unidade. Por outro lado, se as partes de uma progressão geométrica não forem iguais, a convergência dessa série permitirá conceber a unidade como *limite* de sua soma: $1/2 + 1/4 + 1/8... = 1$. Mas é preciso compreender **limite** de uma maneira tão geral que não haja sequer exceção para as que tiramos algumas vezes por abstração das próprias coisas simples; assim acontece quando dizemos que a figura é o *limite* do objeto extenso, concebendo pela palavra *limite* qualquer coisa mais geral que pela palavra figura, porque, sem dúvida alguma, se pode falar também do *limite* de uma sequência, do *limite* de uma duração e do *limite* do movimento. Neste caso, com efeito, se bem que o *limite* designe uma abstração tirada da figura; mas antes, quando atribuímos ainda a outras coisas, tais como o termo de uma sequência ou de uma duração, coisas que são de um gênero completamente diferente do da figura, assim também o tivemos de abstrair dos seus objetos, e, por consequência, é um composto de várias naturezas inteiramente diferentes e às quais só se aplica de uma maneira equívoca.

Em uma série representada pela expressão $S = (_)^n$ o valor de n pode ser “tão grande quanto quisermos”; por isso dizemos que quando n tende a mais infinito; a expressão tende para zero. De outra forma temos: $\lim (_)^n$. Nesse caso estão

n

presente o infinitamente grande e o infinitamente pequeno e S é inversamente proporcional a n . Para $n = 3$ implica em $S = 0,125$; para $n = 17$ implica $S = 0,000007629$, a medida que n cresce infinitamente S decresce infinitamente.

Em Descartes recairíamos no problema do “*infinito indefinido*” e da

“divisibilidade infinita da matéria ou do número” para os quais o Cogito não foi suficiente para elucidar esses problemas.

Assim como poderíamos interpretar, sem nenhuma obscuridade, que o limite da função $f(x) = (1/x)^x$ é zero quando x aumenta infinitamente, se de fato o que ocorre é uma aproximação indefinida de zero ?

Acarretaria em paradoxo conceber o limite de uma função $f(x) = x^n$, com x tendendo ao infinito, o próprio infinito?

Considerando o *infinito* como um sistema sempre aberto onde não há fronteiras nem vizinhanças, parece-nos, nesse sentido, que a Filosofia tem um alcance diferenciado da Matemática, para as questões aqui colocadas, visto que a própria natureza das proposições filosóficas, que não são somente quantitativas mas também qualitativas, nos permitem investigar, abrangentemente, essa questão.

O conceito de limite, segundo Bertrand Russel é fundamental para o cálculo, pois, tudo em Matemática superior depende dos limites. Para ele, a noção de limite não é essencialmente quantitativa, mas sim, uma noção puramente ordinal, não envolvendo quantidade alguma.

Para Weierstrass, não é necessário o envolvimento dos infinitesimais nos fundamentos do cálculo diferencial e integral: “onde quer que se pensava ocorrerem infinitesimais, o que realmente ocorre é um conjunto de quantidades finitas que têm zero como seu limite inferior.”¹⁷

Descartes extrai a noção de *limite* de seu próprio ser, isto é, da evidência ontológica, que o conduz a idéia de *infinito*, e atribui essas noções em seus estudos de Matemática.

A noção de *limite* com o envolvimento do *infinito*, foi e sempre será objeto de novas conjecturas, sejam elas matemáticas ou filosóficas. Assim, acreditamos ser possível abordar esses conceitos matemáticos a partir de seus fundamentos filosóficos, tornando possível esclarecer ou pelo menos reduzir algumas das indefinições expostas neste capítulo.

¹⁷ Sobre o alcance matemático deste parágrafo , verificar os capítulos X e XI do livro

CONCLUSÃO

O que sabemos do *infinito* não é um conhecimento infinito. E para marcar esta diferença Descartes utilizou os termos: *infinito* e *indefinido*. O segundo termo é “vago” e “confuso”, e como mostramos, foi alvo de algumas objeções.

Em Descartes, a questão do *infinito* apresenta-se na distinção entre o físico e o metafísico, causando uma descontinuidade entre o infinitamente grande e o infinitamente pequeno.

Descartes diz no axioma II “Que o tempo presente não depende daquele que imediatamente o precedeu...”. Entretanto, esse aritmetismo aplicado ao tempo o levará, a dividir o contínuo e a tratá-lo por partes, fato semelhante ao segundo argumento de Zenão que diz: “ *O mais vagaroso nunca poderá ser alcançado nem mesmo pelo mais rápido [...] o que segue necessita de uma determinada parte do tempo para alcançar o lugar de onde partiu o que está em fuga, no começo desta determinada parte do tempo. Durante o tempo em que o segundo atingiu o ponto onde o primeiro se achava, este já avançou para mais longe, deixou para atrás de si novo espaço que o segundo novamente deverá percorrer numa parte desta parte do tempo; e assim se vai até o infinito*”.¹⁸

De qualquer forma a noção do *infinito* é problemática e a razão não é suficiente para sua compreensão, pois o *infinito* é um sistema aberto, com uma variedade muito grande de princípios.

A noção de *indefinido* para Descartes tem como base um geometrismo que coloca o conceito de *infinito* matemático sob duplo critério de intuição da extensão e da finitude de nosso entendimento: é indefinido aquilo em que “nós não achamos *limites*”, a decisão sobre esses *limites* escapam da compreensão de um raciocínio puro, e o que nós não delimitamos é, em definitivo, a extensão da matéria, ou quantidade, quer dizer de uma substância única, formando um todo. Dessa maneira, ele cria a noção do *indefinido*, afim de reservar somente a Deus o

¹⁸ DE ELÉA, Zenão. Pré-Socráticos. Trad. de Ernildo Stein. 1ª. Ed. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p. 211. (Os Pensadores).

nome de *infinito* “mesmo porque nós não notamos sinais de limites em sua perfeição”. Em consequência chamaremos de *indefinido* as coisas que não encontrarmos algum limite.

Do *indefinido cartesiano* e do *imenso leibniziano*, por exemplo, há bem mais que uma diferença de termos. A noção de imenso reporta-se a um conceito transcendental do *infinito matemático* que não se encontra em Descartes, que é o conceito de *infinitesimal*.¹⁹

Seja o infinito uma idéia cosmológica, científica ou teológica, cabe-nos observar que o infinito, em si mesmo, não pode ser aumentado nem, diminuído por subtrações de quantidades finitas, fato que não parece capaz de modificar ou esgotar o infinito, que permanece sempre o mesmo tanto no mínimo como no máximo, na divisibilidade ou multiplicidade sempre ilimitada. Não obstante, acreditamos ter sido possível verificar até que ponto a noção de infinito em Descartes, tem implicações na matemática, mais especificamente no conceito de limite, e, de que maneira deparamos com a noção de infinito indefinido nesse conceito; ressaltamos ainda, que nossa intenção não é verificar a validade dos teoremas matemáticos implicados com a noção de infinito, pois a mesma não se encontra no escopo deste trabalho, e sim, propor uma revisão dos resultados obtidos, num âmbito filosófico, das questões matemáticas relacionadas com essa noção.

Em suma, esperamos que nosso estudo, ainda que parcialmente, tenha contribuído também para esclarecer como Descartes mostra que as evidências metafísicas podem transcender as evidências científicas e ainda, como a criação das coisas e das verdades científicas dependem do livre-arbítrio de Deus, fato que o ratifica como *infinito* e eterno, mesmo que Descartes o coloque como incompreensível, diante da infinitude divina.

¹⁹ “...analisar ou seccionar um todo em suas partes e logo sintetizar o todo a partir dessas partes [...] receberá o nome de Análise, e adjetivado de *infinitesimal* (o.g.n.) porque o

todo estará decomposto em infinitas partes e essas partes em infinitésimos, indivisíveis, diferenciais. (DE LORENZO, Xavier. *Análisis infinitesimal*, Gottfried Leibniz. pg. 22).

BIBLIOGRAFIA

1. BELAVAL, Yvon. LEIBNIZ CRITIQUE DE DESCARTES. Paris:
Gallimard (TEL.), 1960.
2. DESCARTES, René. DISCURSO SOBRE O MÉTODO. Trad. de J. Guinsburg
Bento Prado Junior. São Paulo: Abril Cultural, 1970.
3. DESCARTES, Réne. OBJEÇÕES E RESPOSTAS. Trad. de J.Guinsburg Bento
Prado Junior. São Paulo: Abril Cultural, 1970.
- 4.DESCARTES, René. REGRAS PARA DIRECÇÃO DO ESPÍRITO. Trad. de
António Reis. Lisboa: Estampa, 1987.
5. DESCARTES, René. MEDITAÇÕES. Trad. de J. Guinsburg e Bento Prado
Junior. São Paulo: Abril Cultural, 1970.
6. DESCARTES, René. THE GEOMETRY. Trad. David E. Smith. Edit. Dover
Publications., 1925. (Título original, *La Géométrie*).
8. GÉNOM, René. LES PRINCIPES DU CALCUL INFITÉSIMAL. Paris:
editora Gallimard,1946.
9. GUÉROULT, Martial; DESCARTES SELON L'ORDRE DES RAISONS,ed.,
Aubier, Paris: 1953.
10. GUILLES, Deleuze, DIFERENÇA E REPETIÇÃO. Editora: Paz e Terra.1980.
11. KANT, Immanuel. PROLEGÔMENOS, Trad. De Valério Rohden. São Paulo:
Victor Civita, 1974.

12. LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. A MONADOLOGIA; DISCURSO DE METAFÍSICA e NOVOS ENSAIOS. Trad. Maria Garcia Morente.
São Paulo: Victor Civita, Abril, 1974.
13. LORENZO, Javier de Lorenzo. ANÁLISIS INFINITESIMAL. Trad. De Teresa Martim Santos. Madrid: Editorial Tecnos, 1994.
14. MONDOLFO, Rodolfo. EL INFINITO EN EL PENSAMIENTO DE LA ANTIGUIDADE CLÁSICA. Trad. Francisco Gonzáles Ríos. Buenos Aires. Ediciones Imán.
15. RUSSEL, Bertrand. Introdução a Filosofia da Matemática. Rio de Janeiro: Zahar. Editora, 1974.