

Fundação Universidade Federal do Rio Grande
Departamento de Matemática

Título do Relato de Experiências: Exploração do Espaço

Apresentador: Tifani Teixeira Gonzalez ¹

Orientador: Prof^o MSc. José Carlos Pinto Leivas ²

Introdução

O trabalho visa utilizar noções de topologia para desenvolver habilidades de formação do pensamento geométrico, em particular articular as correlações entre elementos planos e espaciais. Um caminho empregado é o uso de transformações utilizando material concreto como uma faixa de papel para a exploração dos conceitos de segmento, interseção, interior, exterior e fronteira de regiões do plano. Constrói-se a faixa de Möebius como exemplificação de tal transformação, onde uma região do plano com exterior e interior, ou ainda uma região com dois lados pode ser transformada em uma região do espaço sem interior e exterior, ou com um único lado. O emprego de cores na separação de porções do espaço é um fator preponderante na formação da percepção visual de objetos dentro de campos, permitindo mais uma vez a caracterização dos conceitos acima mencionados. Desta vez, explorando os elementos de geometria euclidiana plana se chega a uma formalização de entes geométricos espaciais, estabelecendo uma analogia entre os elementos de regiões do plano com os elementos dos sólidos geométricos. Como conclusão, se redescobre a relação de Euler para os sólidos.

Objetivos:

- Propor atividades matemáticas prazerosas, utilizando aspectos da geometria para introduzir o estudante no mundo da Topologia e Geometria, fazendo explorações através de transformações topológicas elementares.

- Desenvolver atividades dinâmicas em forma de oficina envolvendo os participantes que realizarão experimentos com a Faixa de Möebius e a construção de sólidos, para a descoberta de fronteira de porções do espaço, culminando com a redescoberta da fórmula de Euler para sólidos geométricos.

Desenvolvimento:

Atividade 1

Nesta atividade pretende-se proporcionar uma visualização de diversas porções do espaço, possuindo uma, várias ou nenhuma fronteira. O material empregado é uma tira de papel retangular, onde se faz uma torção e se cola, obtendo-se o que chamamos de Faixa de Möebius, sendo este material didático de grande atração para todos, pois apenas com cortes é possível obter várias conjecturas. Surpresas, conjecturas, imaginação e criatividade é o que invariavelmente acontece com a utilização deste material. A Faixa de Möebius é composta de vários momentos, onde apenas com um corte longitudinal é possível obter porções do espaço que apresentam uma, duas ou nenhuma fronteira. Este fato é de fácil verificação, pois marcando um ponto na faixa é possível percorrê-la sempre pelo mesmo lado e retornar ao ponto novamente, vindo a se concluir que não há lados, ou seja, não há interior e nem exterior, portanto não há fronteiras, o que está diretamente ligada ao número de lados. Fazendo consecutivamente vários cortes longitudinais obtém-se porções do espaço onde o número de lados varia.

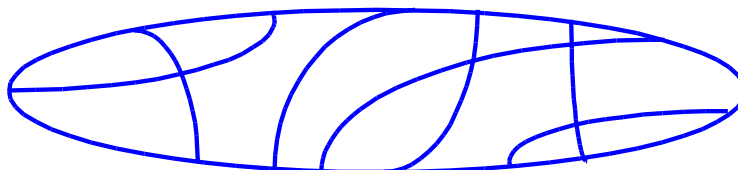
Atividade 2

Nesta atividade a seguinte pergunta é que norteará todo o seu desenvolvimento: “Todas as Porções do Espaço possuem fronteiras?”, pretende-se fazer uma comparação com a atividade anterior onde foi analisada a Faixa de Möebius que apresentou uma variação no número de suas fronteiras. Nesta

haverá a construção de um cubo, onde no seu interior haverá dois outros cubos menores, que constituirão a fronteira deste. O fascinante é que de acordo com a variação dos cubos menores no interior do cubo maior se encontra diretamente o número de fronteiras variando, tornando-se possível fazer uma verificação do número de fronteiras em sólidos.

Atividade 3

O emprego de cores na separação de regiões do espaço é um fator preponderante na formação da percepção visual de objetos dentro de campos. Nesse momento o objetivo é que através de figuras planas os participantes consigam identificar as regiões, as intersecções e os segmentos dessas figuras, e para isso será entregue a cada participante uma folha de ofício contendo a figura abaixo, e pede-se que os mesmos tentem pintá-la de modo que regiões vizinhas não podem ter cores iguais e que os participantes somente podem utilizar quatro cores diferentes.



Ao término do desafio das cores, faz-se uma construção de fronteiras com um número cada vez maior de regiões internas (lembrando que a fronteira limita a região externa da interna sempre deve estar presente na contagem geral das regiões!) e propõe-se o preenchimento do quadro abaixo.

No entanto para concluir essa atividade deve haver a descoberta de uma relação matemática que contenha apenas soma e subtração entre os elementos da tabela.

Com essa análise, explorando os elementos da geometria euclidiana plana se chega a uma relação conhecida por todos, porém que geralmente é apenas

exposta quando se estuda, sem mostrar de onde ela é oriunda, que é a Relação de Euler, que diz

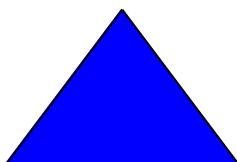
$$I + R - S = 2.$$

<i>N.º Regiões</i>	<i>N.º Interseção</i>	<i>N.º Segmentos</i>
3		
4		
5		
6		

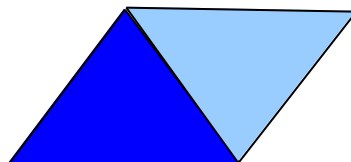
Atividade 4

A atividade 4 tem por objetivo uma verificação da fórmula descoberta anteriormente, porém a figura inicial onde será realizado o desafio é um triângulo, contudo esta sofrerá um acréscimo de triângulos a cada nova etapa até chegar a planificação de um tetraedro; fazendo assim a ligação entre elementos do plano e do espaço. Os pontos de análise desta atividade são: intersecções, regiões e os segmentos, sempre preenchendo uma tabela comparativa.

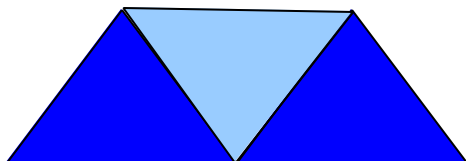
1º Momento:



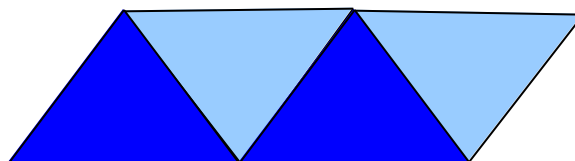
2º Momento:



3º Momento:



4º Momento:



Número de regiões	Número de Intersecções	Número de Segmentos
2		
3		
4		
5		

É fácil perceber que ao se recortar esta figura e vincar os segmentos obtem-se um sólido geométrico, tetraedro, e então propõe-se uma pergunta que irá guiar para o fechamento deste trabalho: “Com este sólido obtido é possível fazer uma análise dos mesmos elementos acima?”, a conclusão deve ser que ‘sim’ que os elementos obtidos na fórmula descoberta continuam existindo neste sólido, porém apresentam uma outra nomenclatura; $V + F - A = 2$, onde o que se chama de interseção para os elementos do plano são chamados agora de vértices, as regiões chamam-se de faces e os segmentos são as arestas.

¹ Acadêmica do 3º ano do Curso de Matemática FURG – RS
e-mail: tifani@mikrus.com.br ou tel.: (53) 230-2054

² Professor do Departamento de Matemática FURG – Rio Grande – RS
e-mail: dmtleiva@super.furg.br ou tel.: (53) 233-6673