RELATOS DE EXPERIÊNCIA: Incentivando os alunos a procurar e comunicar os porquês de certas afirmações

Autores: Profª Anna Lucia Benevides (SME/RJ e Projeto Fundão UFRJ) e

Profª Maria Palmira da C. Silva (SEE, SME/RJ e Projeto Fundão UFRJ)

Depois de um século de ensino tradicional e estático, a abordagem adotada no ensino de matemática tem sofrido mudanças nas últimas quatro décadas. Essas modificações passaram pela "matemática moderna", que valorizava um enfoque demasiadamente estruturalista, nada natural para os alunos da escola básica. Após o abandono da matemática moderna, com o movimento de retorno às bases da matemática, o que se viu foi o abandono total do raciocínio dedutivo e das demonstrações. O que se espera hoje de nossas escolas de 1° grau é que enfrentem o desafio de preparar melhor as novas gerações de brasileiros para que enfrentem os problemas que se avolumam em nossa sociedade, o que significa formar inteligências e espíritos críticos e criativos.

"A comunicação de idéias matemáticas, por escrito ou oralmente, é, portanto, cada vez mais importante. Além de ajudar na própria aprendizagem da Matemática, podemos também argumentar, ainda dentro de uma visão utilitarista da Matemática, que em uma sociedade complexa onde o trabalho, em todos os níveis, é cada vez menos uma atividade individual e isolada. É essencial desenvolver a capacidade de comunicar a outros os resultados, raciocínios, argumentos heurísticos, etc. Assim sendo, ao nos aproximarmos do final desse século, a comunicação de idéias matemáticas também deve ser valorizada e incentivada na sala de aula." (texto extraído do artigo "As habilidades básicas em matemática", autores: João Pitombeira de Carvalho e Paula Sztajni)

Sabe-se que um trabalho que seja voltado para a formação de alunos críticos e criativos, respeitando-se o nível do aluno, exige um papel mais ativo do professor, principalmente no que se refere a superação de suas limitações. É necessário que o professor conheça o processo que a criança realiza mentalmente para que possa orientá-la de maneira correta, conduzindo o aluno à descoberta. O professor deve ser um orientador para a aprendizagem.

O conhecimento do processo que a criança realiza mentalmente é fundamental. O desempenho correto nem sempre significa uma operação mental bem realizada. O acerto pode significar, apenas, uma resposta mecânica. Daí a importância do professor conhecer o processo que a criança utiliza para chegar às respostas.(S.M.E, 1994, p.43)

Esse fato já foi observado internacionalmente, e a investigação sobre "argumentação e provas no ensino da matemática" vem recebendo atenção cada vez maior de pesquisadores e educadores matemáticos, constituindo atualmente uma linha de pesquisa marcante, sempre presente em congressos e publicações de Educação Matemática.

Grande parte das pesquisas desenvolvidas internacionalmente nessa área foram relatadas por Hanna e Jahnke (1996), no capítulo intitulado ‘Proof and proving’, incluído no manual de Educação Matemática publicado, o “International Handbook of Mathematics Education”, (pp. 877-908). Nele são citadas pesquisas sobre as funções da prova (Hanna, 1990; de Villiers, 1990), os tipos de prova aceitos por matemáticos e por educadores matemáticos (Bell, 1976; Balacheff, 1988; Davis, 1993), além de estudos investigando os progressos dos alunos no desenvolvimento do raciocínio dedutivo (Hersch, 1993; Hoyles, 1997).

Em verdade, é essencial que preocupações de rigor não interfiram com as bases intuitivas da matemática...A ênfase estaria em despertar no estudante curiosidade e espírito inquisitivo que, aliado a algum gosto pelo assunto, o motivará a procurar tratamento mais aprofundado e mais rigoroso.(D’AMBRÓSIO, 1986,p.23)

Tipos de prova:

No ponto de vista dos matemáticos da academia, a prova é um desenvolvimento formal, que parte dos pressupostos (hipóteses) e, através do encadeamento do raciocínio e de resultados já conhecidos ou de teoremas, chega ao resultado que se quer mostrar que é verdadeiro (tese). Esse tipo de prova é conhecido como **prova formal**. O que se observa atualmente, é que grande parte dos alunos não dominam esse tipo de prova, nem quando chegam à universidade, nem quando se formam, e nem mesmo depois de alguns anos de exercício do magistério.

Mas a prova formal não é o único tipo de prova. Alguns pesquisadores como Gila Hanna (1990), do Canadá, e Nicholas Balacheff (1988), da França, defendem a **prova ingênua**, isto é, uma argumentação aceitável, que pode ter diversos níveis de rigor, dependendo da idade e do ano de escolaridade do aluno que a apresenta. Rezende e Nasser (1994) também encontraram em sua investigação os seguintes tipos de prova:

Justificativa pragmática (ou ingênua): o aluno atesta a veracidade de uma afirmativa com base em apenas alguns casos particulares.

Recorrência a uma autoridade: o aluno afirma que o resultado é verdadeiro porque professor falou, ou porque está no livro texto.

Exemplo crucial: o aluno desenvolve através de um exemplo o raciocínio que poderia ter sido feito no caso geral

Justificativa gráfica: o aluno mostra numa figura porque o resultado é verdadeiro.

Dependendo da faixa etária e do nível de raciocínio dos alunos, o professor deve aceitar, e até mesmo estimular justificativas desses tipos.

Porque desenvolver atividades de argumentação em sala de aula:

Galbraith (1981, p. 4) apresentou uma lista de componentes necessários para a compreensão, construção e avaliação de provas:

entender e ser capaz de checar uma variedade de casos particulares;

detectar e utilizar um princípio externo relevante para a argumentação;

utilizar uma cadeia de inferências a fim de se convencer do resultado a ser alcançado;

reconhecer o domínio de validade de uma generalização;

interpretar corretamente condições e afirmativas;

apreciar e perceber a distinção entre implicação e equivalência;
reconhecer a arbitrariedade e propriedades de uma definição;
ser capaz de analisar uma prova como meio de expor os detalhes de um argumento.

Estratégias usadas para desenvolver as habilidades de argumentação dos alunos:
após tentar resolver uma tarefa individualmente e de ouvir a explicação do professor, os alunos trabalham em grupos, discutindo soluções para o mesmo problema;
avaliar justificativas apresentadas por outros estudantes;
problemas do tipo desafio, que requerem raciocínio lógico são sempre propostos, não importa o tópico que esteja sendo abordado;
mesmo problema é proposto tanto a estudantes que já aprenderam o conteúdo matemático correspondente, quanto àqueles que ainda não adquiriram esse conhecimento, a fim de evitar o uso de algoritmos ou fórmulas;
Vamos mostrar agora algumas atividades utilizadas:

ATIVIDADE 1

Conteúdo envolvido

Noção de número ímpar, operações com números naturais, observação de padrões.

Enunciado : Observe a seqüência abaixo:

1^o - 1
2^o - 3
3^o - 5
4^o - 7
5^o - 9
....

e responda:

- Qual é o 10^o número ímpar?
- E o 1000^o?

Justifique a sua resposta.

Série em que foi aplicada: 5^a e 8^a séries.

Comentário

Os alunos aos quais esta atividade foi proposta não tinham experiência prévia em atividades de justificativa. Alguns deles deram uns poucos exemplos, mas em geral não souberam justificar.

Mas houve aluno de 5^a série que explicou corretamente em palavras.

Exemplos de Respostas

1) (8^a série) Continuou a seqüência até o 10^o, obtendo a resposta 19, e parou.

2) (5^a série) Acertou vários exemplos salteados na seqüência, e deu a seguinte explicação: "multipliquei por 2 e diminui 1".

Este aluno de fato generalizou a situação e expressou verbalmente a sua lei de formação. Como não tinha trabalhado com expressões algébricas, não soube expressar a lei algebricamente.

3) (8^a série)

$(2n - 1)$	$(2.100 - 1)$	$(2n - 1)$
$2 . 9 - 1$	$200 - 1 = 199$	$2. 1000 - 1$
$18 - 1 = 17$		$2000 - 1 = 1999$

Atividade 2

Enunciado

Numa cidade, havia três tipos de pessoas: os que só dizem a verdade (verdadeiros), os que só mentem (mentirosos) e os que, alternadamente, dizem a verdade ou mentem (mistos). Todas as pessoas pertencem a exatamente um desses três grupos.

Uma certa noite, uma pessoa ligou para o Corpo de Bombeiros da cidade e disse:

- A prefeitura está pegando fogo!

O bombeiro que atendeu então perguntou:

- Que tipo de pessoa você é, verdadeiro, mentiroso ou misto?

A pessoa respondeu:

- Eu sou misto.

Você acha que a prefeitura estava ou não pegando fogo? Justifique.

Séries em que foi aplicada: 8^a série do ensino fundamental e 1^o ano do ensino médio.

Comentários

1) Os alunos do nível médio não tinham nenhuma experiência com esse tipo de atividade. As respostas foram então meros palpites, sem consistência lógica.

Em casos como este, vale a estratégia de comentar o exercício com toda a turma, examinando sistematicamente todas as possibilidades e explicitando as implicações que se podem construir a partir dos dados.

2) Na turma de 8^a série, apesar de ser mais nova, os resultados foram bem melhores, devidos à prática de argumentação desenvolvida normalmente pelo professor. Mas, ainda assim, observam-se muitas dificuldades de redação.

3) Em geral, são apresentadas algumas respostas com a redação pouco clara ou nas quais falte um argumento indispensável. A estratégia de devolver para os alunos tais respostas, pedindo que eles as analisem em grupo e reescrevam é eficaz.

Exemplos de respostas

1) "Se fosse o verdadeiro ele não poderia ter dito que ele era misto pois ele não poderia mentir.

Ele não era o misto pois se ele tivesse falado a verdade na primeira resposta, na segunda ele teria mentido.

Ele era o falso.”

Esse aluno começou a destacar as possibilidades, mas se confundiu com elas, se desviando do que o problema perguntava.

2) Correta e organizada –

“1ª hipótese – Ele pode ser um mentiroso dizendo que é misto (não é verdade).

2ª hipótese – Se ele for um misto, se ele tivesse dito a verdade quando estava pegando fogo, ele mentiria dizendo que era misto, então não pode ser verdade, pois um misto não diz duas verdades “seguidas” (não é verdade que está pegando fogo).

3ª hipótese - Sendo verdadeiro, ele não diria que é misto (essa hipótese não existe).

A PREFEITURA NÃO ESTÁ PEGANDO FOGO

ATIVIDADE 3

Enunciado

João e Pedro, ao saírem de uma festa, tomaram um mesmo táxi. Pedro saltou no meio do caminho e o valor total da corrida foi R$ 12,00. Quanto deve pagar cada um deles?

Séries em que foi aplicada: várias do ensino fundamental e médio.

Comentários

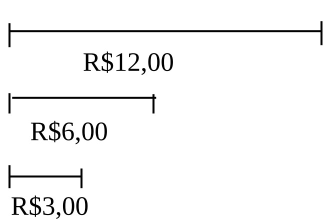
Este problema gera uma rica discussão, embora os alunos em geral, e até professores, não aceitem o fato de ele não ter uma única resposta. No entanto, é importante observar as respostas e os respectivos argumentos.

Exemplos de respostas

A) “***Se os dois fossem até o final cada um pagaria R$ 6,00, já que um saltou, no final ele pagará a metade: 6 : 2 = 3.***”

B) “***O que parou no meio do caminho paga a metade de R$ 6,00 ou a metade da metade e o outro paga o que restou.***”

C) “***Um pagou R$ 3,00 e o outro R$ 9,00.***”



Obs- Mesmo sendo de um aluno do ensino médio, o argumento gráfico é válido.

D) "***Pedro R$ 4,00 e João R$ 8,00, porque João andou o dobro do Pedro.***"
Esta resposta foi justificada em palavras ou pela equação:
$$2x + x = 12 \quad \Rightarrow \quad 3x = 12 \quad \Rightarrow \quad x = 12 : 3 = 4.$$

E) ***"Cada um paga R$6,00" –*** Esta resposta reflete a idéia de que toda divisão é em partes iguais.

F) ***"O que foi até o fim pagou tudo pois o que saltou no meio do caminho não sabia qual seria o valor da viagem".***

Bibliografia:

Nasser, L. & Tinoco, L. : Argumentação e Provas no Ensino de Matemática. Projeto Fundão, UFRJ Rio de Janeiro;

Hoyles, C. (1997) : The curricular shaping of student's approaches to proof. For Learning of Mathematics, 17(1),7-16;

Nasser, L. (1992) : Using the van Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil. Tese de Doutorado apresentada à Universidade de Londres.