

Comunicação 4C14

Operações e resolução de problemas com números naturais e decimais – análise das dificuldades e suas possíveis causas

Denise Wiecikowski – SME/RJ- CBNB/RJ
Claudia Segadas (orientadora) – IM/UFRJ
dfelippe@vento.com.br

Introdução

Esta comunicação é resultado de um trabalho final do “Curso de Especialização para Professores de 1º e 2º Graus” oferecido pelo Projeto Fundação- IM/ UFRJ. Neste estudo, mostro como os alunos chegam à 5ª série ainda trazendo dificuldades no tratamento com números: suas operações e aplicações destas em situações-problema.

Algumas sugestões são apresentadas no intuito de sanar estas dificuldades, desenvolvendo o pensamento matemático deste aluno, levando-o a uma melhor compreensão e interpretação das situações-problema. Esta pesquisa foi feita com alunos de 5ª série do Colégio Brigadeiro Newton Braga (CBNB), uma escola federal vinculada ao Ministério da Aeronáutica, que atende não só dependentes de militares transferidos para o Rio de Janeiro, como também à comunidade de funcionários civis da Aeronáutica, em geral através de seleção por concurso público.

Os alunos que fizeram parte desta pesquisa foram meus alunos na 5ª série no ano de 2000 e estudam na escola desde a 1ª série, com um índice mínimo de alunos transferidos. Desde o primeiro ciclo os alunos trabalham com a mesma metodologia em Matemática: ênfase na resolução de situações-problema em sala de aula. Existe uma linha única na adoção do livro didático entre os quatro ciclos. A coleção dos quatro ciclos pertence aos mesmos autores: Imenes & Lellis (1999).

Ao longo de dezessete anos de trabalho nesta instituição venho reparando, cada vez mais, a necessidade de um trabalho integrado desde as séries iniciais. Acreditamos que para ensinar Matemática precisamos estar juntos com o aluno todo tempo “fazendo Matemática”, não apenas ditando definições, regras e exemplos. Percebo, a cada ano, que o trabalho conjunto com professores do primeiro e segundo ciclos tem se mostrado eficaz. O aluno está chegando à 5ª série com o pensamento bem mais desenvolvido, fazendo argumentações.

Procurando entender melhor o processo de ensino - aprendizagem na 5ª série e aperfeiçoar minha formação, me inseri no grupo de estudo e pesquisa de 5ª série, do Projeto Fundação – IM/UFRJ. Este trabalho estimulou-me a fazer a monografia. Aproveitei questões de um questionário elaborado pelo grupo. Para os dados desta monografia apliquei questionários e realizei entrevistas.

Pressupostos teóricos

Apesar do estudo dos números e suas operações ser um tema importante nos currículos, constata-se que muitos alunos chegam ao final da 4ª série com um conhecimento insuficiente sobre os números, da forma como são utilizados e sem terem desenvolvido uma compreensão dos diferentes significados das operações.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC/SEF,1998, p.50) relacionam o conhecimento sobre os números diretamente à resolução de situações-problema.

“Ao longo do ensino fundamental o conhecimento sobre os números é constituído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, e também como objeto de estudo em si mesmos, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades,

suas inter-relações e o modo como historicamente foram constituídos”.

Enfoco, neste trabalho, prioritariamente a parte de resolução de problemas. Sendo assim, levantarei algumas questões analisando principalmente as dificuldades encontradas em cada uma delas. Para fins de maior clareza, relacionarei os seguintes tópicos: compreensão do conceito de números e as quatro operações, leitura e interpretação de problemas, representação de números decimais.

1) Compreensão do conceito de números e as quatro operações

Aprender a compor e decompor um número não é uma tarefa fácil para o aluno, tampouco compreender que, dependendo da ordem que um algarismo ocupa em um número, tem uma representação quantitativa. Alguns professores partem do princípio que escrever, ler, compor, decompor, enfim, representar um número é um processo tão natural ao longo da vida de um sujeito, que chega a ser dispensável esta construção com o aluno. Consequentemente, com esta etapa não explorada, o aluno vai cada vez mais sendo atropelado pelos conteúdos subseqüentes. Conforme ressalta Carraher (1994, p.61):

“A compreensão do Sistema Decimal exige, por esta razão, que a criança realize operações mentais para descobrir o significado de um número. Podemos, no entanto, dizer que a criança compreende o Sistema Decimal se ela não compreende estas operações mentais? Óbvio que não. A dificuldade da criança em compreender o Sistema Decimal, provavelmente se manifestará exatamente quando ela precisar operar com o Sistema, fazendo contas de “vai um” ou “pedir emprestado”.

Um número, freqüentemente, indica uma quantidade, mas se esta quantidade não tiver um significado, torna-se difícil sua compreensão. Carraher (1994) afirma que o fato de um número indicar uma quantidade e corresponder a uma situação

apresentada a uma criança, nem sempre significa que esta referência quantitativa tem significado para ela, por vezes é apenas uma memorização. Carraher ainda apresenta um outro problema decorrente da composição dos números e sua representação, que é o fato de um mesmo símbolo ter valores diferentes, dependendo de sua posição.

Com relação às operações, devemos tomar o cuidado de fazer um trabalho centrado na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas e no estudo dos diferentes cálculos: exato, aproximado, mental e escrito. As quatro operações devem ser dadas, alternadamente, para que o aluno seja capaz de identificá-las dentro de uma situação-problema, levando-o a decidir o caminho a seguir e que tipo de cálculo é mais adequado para resolver cada situação.

2) Leitura e interpretação de problemas

Ao longo do ensino fundamental os professores constataam que uma das maiores dificuldades dos alunos está em ler e interpretar uma situação-problema relacionando-a com a operação que permite obter a resposta. Os PCN's afirmam que os alunos não sabem interpretar números obtidos para dar resposta a um problema. Enfocam também, com bastante relevância, que a construção do conhecimento matemático deve ser feita através de situações-problema, dando oportunidade ao aluno de ser capaz de selecionar, organizar e interpretar, validando estratégias e resultados, desenvolvendo, assim, formas de raciocínio e processos para uma real comunicação matemática com o mundo que o cerca.

Carraher (1994) menciona que ao se analisar a resolução de problemas de Matemática com os alunos, três aspectos devem ter destaque: a linguagem utilizada na apresentação do problema deve ser adequada, a lógica do mesmo e a relação desta lógica com os dados fornecidos.

É importante que o aluno conheça cada expressão verbal utilizada numa situação-problema. Em seguida, ele deve ser capaz de traduzir a linguagem verbal em dados concretos, para resolução desta situação e que esta esteja contextualizada no mundo que vive (no seu mundo real). Finalmente, é necessário que o aluno entenda as relações lógicas existentes no problema, para então ser capaz de relacionar os dados entre si e realizar as operações adequadas, para chegar à solução do mesmo.

Alguns autores (Carraher,1994; Dante,1995; Polya,1995) mostram que, quando o trabalho de resolução numérica é feito através de problemas, os alunos apresentam dificuldades em resolvê-lo por escrito, mas esta mesma dificuldade não se revela quando se trata de resolver oralmente. Nesse sentido, conforme Polya enfatiza, o professor deve estar atento, observando se o aluno tem dificuldade em ler e resolver um problema por escrito. Se este fato estiver acontecendo, o professor deve ajudar o aluno, lendo em voz alta com ele, levando-o a um processo de compreensão contínua da leitura oral até os registros.

O principal objetivo nesta atividade de resolução de problemas é a compreensão do aluno, seja pelo seu caminho lógico, seja por cálculo mental, seja por registro, que não devem ser necessariamente padronizados para serem perfeitamente corretos. O importante, como já foi dito, é a compreensão do contexto da situação-problema que lhe é proposta.

3) Representação de números decimais

Embora representação decimal dos números racionais seja conteúdo desenvolvido desde as séries iniciais, os PCN's afirmam que o que se constata é que o aluno chega à 5ª série sem compreender os diferentes significados dos números e tampouco os procedimentos de cálculos e comparação, em especial dos números racionais que se apresentam na forma decimal.

Uma possível explicação encontrada nos PCN's é que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas para os números naturais.

Através do exemplo abaixo retirado dos PCN's poderemos compreender melhor tal ruptura em se tratando de comparação de dois números decimais:

“ Se o tamanho da escrita numérica, no caso dos números naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério”.
(MEC/SEF, 1998, p. 101)

O terceiro ciclo do ensino fundamental tem como meta levar os alunos a perceberem que os números naturais são insuficientes para resolverem determinadas situações-problema e a extensão dos números se faz necessária. Uma sugestão abordada pelos PCN's é que esta necessidade de extensão do campo numérico pode ser feita envolvendo medidas, que deram origem a esses números. Outra sugestão apontada é que as atividades com números decimais estejam contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa ou enquadramento do resultado, utilizando números naturais mais próximos. O aluno deve ser levado a perceber que entre dois números naturais sucessivos existe uma infinidade de números decimais.

Metodologia

A testagem deste trabalho foi realizada no Colégio Brigadeiro Newton Braga (CBNB) com três turmas de 5ª série, num total de 96 alunos, sendo eu a professora dessas turmas.

Inicialmente foi aplicado um questionário com doze questões (algumas divididas em itens). As questões eram problemas envolvendo as quatro operações fundamentais, tendo sido retiradas de um teste diagnóstico feito pelo grupo de estudo e pesquisa de 5ª série do Projeto Fundação – IM/UFRJ, no qual tive

participação na elaboração e aplicação. O questionário deste trabalho teve duração de aproximadamente 70 minutos.

Após a aplicação e correção do questionário, foram selecionados seis alunos para refazerem as questões de maior índice de erro e, em seguida, foram realizadas entrevistas individuais, com cada um destes alunos. Os seis alunos foram selecionados entre os 96 alunos, pelo modo como responderam o questionário: respostas com argumentações mais completas (corretas ou não), acertos em questões com maior índice de erro e formas originais de respostas.

Após uma semana, foi realizada uma outra testagem, envolvendo novas questões com estes seis alunos. Desta vez, foram elaboradas cinco questões apenas, duas destas envolvendo os mesmos objetivos das questões de maior índice de erros contidas no primeiro questionário. Com essa segunda testagem, pretendia-se obter maiores informações a respeito dos problemas que os alunos tinham em relação à leitura e interpretação dos problemas. Nesta testagem, pude acompanhar mais de perto cada passo desenvolvido por estes seis alunos, individualmente.

Uma semana após a aplicação do segundo teste, foi feita uma outra entrevista com esses mesmos seis alunos, para obter informações que não tinham ficado muito claras na primeira entrevista.

As questões corrigidas foram classificadas como: C (certa), E (errada), B (em branco). Alguns tipos de acertos ou erros foram divididos em categorias de acordo com a argumentação envolvida.

Alguns exemplos considerados mais notáveis serão apresentados a seguir.

Algumas questões: objetivos e análise

Apresentarei a seguir algumas questões. Farei alguns comentários gerais de como a maioria respondeu e em outras irei apresentar também algumas soluções.

O problema a seguir foi retirado integralmente de Guelli (1998):

4) Num parque há 15 árvores. Em cada árvore estão 27 sabiás e 37 bem – ti – vis. Três gatos subiram numa das árvores e metade dos pássaros que estavam nela voou. Quantos pássaros continuaram nas árvores? (Explique como você fez esses cálculos).

O objetivo desta questão foi constatar o nível de leitura e interpretação dos alunos. Ela também exigia uma concentração maior pelos detalhes de informação e dados para resolver o problema.

Luiz, por exemplo errou na conta $37:2$. Além de ter errado na conta, não percebeu que não poderia somar os restos. Percebemos a dificuldade dele em interpretar o que é o resto numa divisão. Vejamos como ele apresentou sua solução:

Solução de Luiz:

$$27 : 2 = 13 , \text{ resto } 1$$

$$37 : 2 = 13 , \text{ resto } 1$$

$$13 + 13 = 26 + 2 = 28$$

Já Taís trabalhou com os números no problema fazendo contas de forma bem estruturada. Ela partiu da quantidade total de pássaros de uma árvore, depois fez o total de pássaros das 15 árvores e em seguida subtraiu a metade da quantidade de uma árvore, chegando assim ao resultado correto. Apresentou um entendimento total da questão, embora a utilização do sinal de igual apresente deficiência. Não houve interferência de minha parte na fase da entrevista. Vejamos também como Taís resolveu esta questão:

Solução de Taís:

15 árvores, 27 sabiás em cada e 37 bem – ti – vis em cada.

1 árvore = 64 pássaros $37 + 27 = 64$ X 15 árvores = 960 pássaros (no total antes dos gatos)

$$64 \times 15 = 960 - 32 = 928$$

As duas questões a seguir foram retiradas do teste piloto do trabalho de pesquisa feita pelo Projeto Fundação já mencionado anteriormente.

6) Uma pessoa deve pagar 123 pontos em um jogo e só tem fichas valendo 10; 5 ou 2 pontos. Como deverá fazer o pagamento, se não pode pedir troco ?

Esta foi a questão que os alunos mais erraram: dos 98 alunos, 21 acertaram, 52 erraram e 23 deixaram em branco. A maioria dos alunos não conseguiu desmembrar o número 123 em parcelas de tal modo que constasse nas ordem das unidades os algarismos 8 e 5. Muitos alunos disseram que este problema não tinha resposta. As soluções de Luís e Bárbara apresentadas a seguir mostram que conseguiram chegar ao 125, mas não ao 123 utilizando as fichas para formar o número. Observamos que Bárbara retirou uma ficha valendo dois para chegar ao 123, sem levar em conta que estava dando um troco.

Solução de Bárbara:

$$10 \times 12 = 120 + 5 = 125 - 2 = 123$$

Solução de Luiz:

$$10 \times 10 = 100$$

$$2 \times 10 = 20 + 100 + 5 = 125$$

9) Carla está treinando para participar de uma maratona. Semana passada treinou 20 minutos diariamente. Organizou uma tabela com os quilômetros percorridos em cada dia. Eis a tabela de Carla:

Dias da semana	km
Segunda- feira	3,06
Terça-feira	5,08
Quarta-feira	5,18
Quinta-feira	3,60
Sexta- feira	4,2
Sábado	5,20
Domingo	3,6

Observando a tabela, responda:

- a) Qual o dia em que ela correu menos? _____
- b) Qual o dia em que ela correu mais? _____
- c) Houve dias em que correu a mesma distância? _____.

Caso você tenha respondido sim, diga quais foram estes dias: _____

O resultado desta questão indica que o aluno pensa que quanto menos casas decimais o número tiver, menor o número será, desde que a parte inteira seja a mesma. No item “a”, a maioria dos erros foi considerar 3,6 o menor número. No item “c”, o aluno igualou a distância percorrida na segunda-feira (3,06) à distância percorrida na quinta-feira (3,60). Nas entrevistas pude perceber com clareza que a maioria dos alunos não sabe comparar números decimais.

Algumas conclusões

A partir da análise das observações feitas com os alunos, podemos fazer algumas considerações. Abordaremos, a seguir, aspectos que mais nos chamaram atenção na pesquisa.

As principais conclusões deste estudo foram:

1) A habilidade de leitura e interpretação de uma situação-problema é um processo ainda muito lento no aluno de 5ª série. A relação entre uma situação dada, sua análise e a relação entre as operações a serem aplicadas para se chegar à solução são ainda dificuldades observadas no aluno neste nível.

2) O erro por leitura parcial dos problemas é devido, em grande parte, à falta de concentração do aluno, conforme revelaram as entrevistas.

3) Um dado esperado e que se confirmou através dos testes foi que a maioria dos alunos não apresenta dificuldade com as quatro operações.

4) Os alunos não trazem a noção de números decimais. Eles analisam a parte decimal como se fosse parte inteira.

Por outro lado, gostaríamos de destacar que os alunos foram capazes de fazer boas argumentações nas questões que lhes foram apresentadas. Foi possível concluir que, apesar das dificuldades verificadas, estas não impedem que os alunos estejam com o pensamento matemático em desenvolvimento

Frente aos resultados que obtivemos nesta pesquisa vale mencionar algumas sugestões para melhoria das dificuldades observadas. O fator desconcentração é de grande relevância e também o causador por vezes dos erros. Sugerimos que o professor trabalhe mais em suas aulas a leitura em voz alta, lembramos que é mencionada na nossa revisão bibliográfica a dificuldade em resolver problemas por escrito. Assim procedendo, ajudará o aluno a organizar as idéias principais de uma situação-problema para então executá-las, chegando ao resultado desejado.

Alguns aspectos essenciais são esperados para o ensino do conceito de números, suas operações e aplicações em situações-problema. O aluno deve saber compor, decompor, ler e escrever números, chegando a conclusões quantitativas deste número construído. Deverá também lidar com aplicações da Matemática, transferindo-as para representações quantitativas.

Ressaltamos a importância da escola aprender mais sobre as formas “inventadas” pelos alunos para resolverem problemas e procurar utilizar essas descobertas, ao invés de impor ao aluno procedimentos escolares que podem interferir no raciocínio espontâneo do mesmo. O professor também deve estar atento ao tipo de erro cometido e à forma como essa regra foi aplicada, assim poderá identificar o que o aluno ainda não compreendeu e como poderá ajudá-lo a construir o conhecimento, por meio do seu próprio erro.

Espero, com este trabalho, oferecer contribuições, no sentido de uma melhor compreensão da dificuldade de leitura e interpretação, por parte do aluno, frente a uma situação-problema

e de como ajudá-lo a caminhar na direção do desenvolvimento desta habilidade.

Referências Bibliográficas

CARRAHER, T.; *Aprender pensando - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação*. Petrópolis: Editora Vozes, 1994.

GUELLI, O.; *Matemática uma aventura do pensamento*, 5ª série, Editora Ática, 1998.

IMENES, MÁRCIO & LELLIS; *Matemática*, 5ª série, São Paulo, Editora Scipione, 1999.

_____; *Novo Caminho*, 4ª série, São Paulo, Editora Scipione, 1ª edição, 1999.

MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E DESPORTO, Secretaria de Educação Fundamental. *“Parâmetros Curriculares Nacionais”* (PCN)- Matemática - terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental”. Brasília, 1998.

POLYA, G.; *A arte de resolver problemas*, Interciência, 2ª edição, 1995.

WIECIKOWSKI, D., *Monografia do Curso de Especialização para professores de 1º e 2º graus* – IM/ UFRJ -2000