Mini-curso 2C12.

Negociação de significados e argumentação em aulas de matemática no ensino fundamental: diferentes contextos.

Carlos Roberto Vianna – Mestrado em Educação UFPR

Maria Tereza Carneiro Soares – Mestrado em Educação UFPR

Resumo: trabalho com atividades elementares sobre triângulos a fim de discutir com os participantes suas tentativas de argumentação e prova.

Introdução.

Este mini-curso foi programado como uma série de atividades que remetem seus participantes a algumas leituras que fornecem uma fundamentação para a elaboração destas atividades. O objetivo do curso é proporcionar aos participantes uma experiência com atividades de argumentação e prova, não só aquelas que forem elaboradas nas situações apresentadas, mas também para aquelas que forem trazidas de outras ocasiões em que as atividades foram resolvidas por outras turmas. O mini-curso é parte de um trabalho de pesquisa em andamento, assim são disponibilizados alguns dos resultados brutos colhidos com alguns participantes, em particular uma série de “definições” do que vem a ser uma “demonstração”.

Atividades

O mini-curso foi programado de modo que os participantes pudessem realizar uma série de atividades, discutindo – com auxílio da projeção de lâminas com resultados prévios das atividades – possíveis respostas e argumentos que as justifiquem.

As duas primeiras atividades não envolvem triângulos, são de “aquecimento” e são necessárias para provocar um certo efeito que é buscado na terceira atividade. A seqüência de atividades é a seguinte:

Atividade 1: Desenhar, a mão livre, três retângulos diferentes; cada um deles com perímetro de 24 unidades. (Atividade em folha branca, sem linhas)

Atividade 2: Definir quadrado. Definir Retângulo. Responder: o quadrado é retângulo?

A terceira atividade introduz os triângulos com os quais se irá trabalhar até o final do mini-curso. Ela é entendida como uma atividade mais simples do que a atividade 1, e é isso que contribui para que muitos venham a cometer um descuido ao resolvê-la.

Atividade 3: Desenhar, a mão livre, três triângulos diferentes; cada um deles com perímetro de 18 unidades.

A atividade 4 pode ou não ser precedida da atividade F (com a ilha de von Koch). A experiência tem demonstrado que a realização da atividade F introduz mudanças significativas no tipo de argumentação resultante ao final da atividade 4.

Atividade 4: a) Desenhar em folha de papel quadriculado um triângulo equilátero cujos vértices coincidam com os cruzamentos da malha quadriculada.
b) [Após a recolha de 4a] Demonstrar (ou argumentar) que não é possível realizar o desenho solicitado.

Atividade F: Construir na sala (ou trazer de casa) um modelo da "Ilha de von Koch", ou o "Fractal do Floco de Neve". Para isso construa triângulos equiláteros em cartolina com as seguintes quantidades e medidas: 1 de 27 cm de lado; 3 de 9 cm; 12 de 3 cm e 48 com 1 cm de lado. Cole de acordo com a figura.

Antes, durante ou após a realização da atividade F é necessário introduzir uma discussão que leve à formulação de um problema do cálculo de área. Podemos tentar apenas fazer ver que a área da "Ilha de von Koch" é limitada e – eventualmente – tentar fazer um cálculo. O que interessa, para a seqüência de atividades, é que os alunos utilizem ou "deduzam" a altura do triângulo equilátero. Assim, essa atividade "prévia" acaba por ser decisiva para proporcionar uma argumentação mais "eficiente" quando da realização da atividade 4.

A atividade 5 é desestruturante. As expressões de surpresa não são contidas, muitas vezes os cursistas exclamam: não acredito!

Primeiro, e muito rapidamente, fazemos uma associação (tradução) da atividade 4 com a idéia de desenhar um triângulo equilátero num sistema cartesiano ortogonal de modo que as coordenadas dos três vértices contenham apenas números inteiros. Ainda na atividade 4 (parte b), os alunos demonstraram que isso não era possível (embora alguns tenham, provavelmente, desenhado corretamente o seu triângulo e verificado as medidas com a régua). A atividade 5 vai solicitar agora exatamente o contrário!

Atividade 5: a) Dada uma malha com inclinação de 60 graus, pede-se agora que seja desenhado um triângulo equilátero satisfazendo as condições anteriores; ou seja: cujos vértices coincidam com os cruzamentos das linhas da malha ou cujas coordenadas sejam números inteiros.
b) Argumente: o que aconteceu com o número irracional?

O item "b" supõe que tenha sido feito um trabalho com os alunos após a realização da atividade 4. Supõe ainda que tenha sido dada uma certa ênfase à questão da incomensurabilidade entre a altura do triângulo equilátero e o seu lado.

Questão Final:

Mas, na geometria analítica ao deslocarmos um dos eixos, como fizemos, afinal, o que acontece? O triângulo equilátero continua equilátero? Há aí alguma "mutreta"? A fórmula da distância muda? Muda também a relação de incomensurabilidade entre a altura e o lado do triângulo equilátero?

Com a palavra os professores de matemática.

Bibliografia de referência.

BRUN, Jean (org.) Didáctica das matemáticas. Lisboa : Instituto Piaget. 2000.
PERELMAN, Chaim. ***Retóricas***. São Paulo : Martins Fontes. 1999.
PERELMAN, Chaim et al. ***Tratado da Argumentação***. São Paulo : Martins Fontes. 1999.

Em anexo: "definições" de demonstração fornecidas por professores de matemática que estavam cursando uma especialização. As definições foram escritas após a realização das atividades descritas neste mini-curso.

PARA MIM DEMONSTRAÇÃO É:

... mostrar que as fórmulas são como são.

... relacionar todas as possibilidades de resolução de um dado problema, bem como, mostrar a sua recíproca, de forma que fique provado para todos os problemas da classe, ou seja, generalizamos para todos os problemas que envolvem conhecimentos parecidos;

... a prova daquilo que eu estou enunciando como verdade. Para ser verdade preciso provar (demonstrar);

... mostrar matematicamente aquilo que compreendemos. Mostrar a teoria na prática;

... uma argumentação, uma discussão sobre um determinado assunto, onde tentamos mostrar que tal fato acontece, quais as conseqüências, e o fundamental é convencer as pessoas do fato.

... uma maneira que alguém encontrou para verificar se uma afirmação feita é verdadeira ou não. É uma análise detalhada de todos os dados fornecidos, fazendo relações entre elas e verificando possibilidades entre essas relações.

... é, de fato, mostrar de onde vem;

... um conjunto de procedimentos, todos eles admitidos como válidos, que tem por finalidade provar que uma proposição é válida para todos os elementos. A idéia de demonstrar tem um caráter geral, procurando com isso evitar qualquer caso que esteja fora dela, ou ainda, que alguns casos válidos possam ser generalizados indiscriminadamente.

PARA MIM DEMONSTRAÇÃO É:

... caminho que leva o ato desconhecido tornar-se conhecido, é a forma de mostrar o óbvio, é a prova da teoria.

... prática onde você possa visualizar o que se está dizendo. Se você conseguir ver, então, você entendeu o que se queria demonstrar.

... uma seqüência lógica utilizada para mostrar que um teorema é verdadeiro ou não, que ele vale para todos os casos possíveis, não apenas em casos específicos. Caso queiramos demonstrar que um teorema é falso basta darmos um contra exemplo.

... a maneira de mostrar provando por “a” e por “b” que determinada proposição é verdadeira, por outro lado toda proposição é verdadeira se e somente se sua demonstração for possível.

... provar que alguma coisa é válida, ou seja, pegamos situações genéricas e mostramos que uma “relação” é válida para todos os casos. Quando demonstramos, provamos que podemos fazer tal coisa, usando o resultado na prática como verdade, sem cogitar se pode ou não fazer isso. Por exemplo: TEOREMA DE PITÁGORAS, sempre usamos a relação $a^2 = b^2 + c^2$, porque já foi demostrado e sabemos que é verdade.

... No início da graduação, sofri com o rigor das demonstrações pois para quem vem do 2º grau a demonstração é “inédita”. Também já pensei que “demonstração” tinha alguma coisa a ver com “demônio” pela “morfologia” da palavra. Eu estudava tanto as demonstrações, queria absorvê-las de qualquer forma e custo, mas era em vão. Hoje vejo a demonstração como a “chegada do caminho”. O raciocínio, a idéia é mais importante que o rigor da demonstração. Hoje acredito que a demonstração nada mais é que uma generalização.

PARA MIM DEMONSTRAÇÃO É:

... uma prova de que determinada idéia, conceito, teorema, é verdadeira. Seria uma maneira de mostrar, visualizar isso de modo que não fique dúvidas dessa verdade. Com a demonstração podemos convencer quem não acredita na idéia a mudar de opinião.

... provar, ou convencer outras pessoas de forma tal, que essas pessoas não possam mostrar um contra exemplo que venha “derrubar” as minhas argumentações sobre um assunto, ou mesmo questionar o método usado para chegar a uma conclusão sobre o exposto.

... descrever um processo de modo que a pessoa que vai ler entenda. É mostrar o mais detalhadamente possível para que não fique nenhuma dúvida sobre a descrição do fato ou argumento que queremos explicar.

... uma ordenação de idéias que provam a veracidade ou não de um determinado fato ou situação proposta.

... provar aquilo que eu estou explicando. Ou melhor: vou começar um assunto novo, passo por todo o processo até chegar na definição; quando chego nela tenho que provar que é verdadeiro, então tento representar algebricamente ou geometricamente ou ainda na prática.

... quando, com poucas palavras, podemos descrever alguma coisa a alguém.

.. conseguir encontrar uma argumentação baseada em uma teoria e que consiga provar certas relações que existem como, por exemplo, o teorema de Pitágoras, com as quais é possível a visualização e compreensão do mesmo.

... uma argumentação, ou seja, convencer que uma determinada teoria tenha um significado teórico e prático.