

## TRIGONOMETRIA: UMA ABORDAGEM PRÁTICA

Luciana Tenuta

Corno professora de Geometria Plana de 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental, sempre me ocorria que, através da manipulação de material concreto, os alunos teriam maior facilidade no estabelecimento de relações e, conseqüentemente, na construção do conhecimento. Porém, uma dificuldade sempre me impedia de desenvolver algum trabalho nesse sentido: o tipo de material a ser utilizado. Comecei a trabalhar com os alunos da 1ª série do Ensino Médio e, cada vez mais, sentia a necessidade de criar situações que possibilitassem aos alunos, através de atividades práticas, a compreensão do círculo trigonométrico. Foi quando, participando de um congresso de educadores, soube que algumas pessoas utilizavam canudinhos de refrigerante para desenvolver trabalhos em Geometria.

A partir daí, inspirada nas práticas de Biologia, passei a pensar no que poderiam ser “práticas de Trigonometria”. A idéia era de que os alunos, partindo de roteiros com objetivos definidos, trabalhassem em grupos e, no tempo de uma aula, pudessem, de forma autônoma e criativa, elaborar estratégias para a construção de conceitos relativos ao círculo trigonométrico. Como afirma Lucia Moysés<sup>i</sup>, “aqueles métodos que mais favorecem o desenvolvimento mental são os que levam o aluno a pensar, que o desafiam a ir sempre mais além.” Citando Vygotsky, a autora afirma ainda que as ações externas, socialmente compartilhadas, favorecem o processo de internalização, transformando-se em ações mentais.

Nesse primeiro momento eu ainda não me havia dado conta de como isso abriria possibilidades para os alunos. Através de relatos posteriores deles próprios, pude perceber como o trabalho com o círculo trigonométrico poderia funcionar como “instrumento interdisciplinar”, à medida que facilitava a compreensão de conteúdos próprios de outras disciplinas, assim como fornecia ao aluno um novo referencial para a leitura da realidade.

Eu não sabia como esse trabalho seria viabilizado na prática e preferi, então, começar com uma turma piloto. Depois de duas semanas, percebi que os alunos dessa turma haviam avançado, tanto qualitativa quanto quantitativamente mais em relação aos outros com os quais eu continuava com o ensino tradicional. Resolvi,

então, envolver todos os alunos nessa atividade. Em vez de trabalhar com conteúdos estanques e sem significado, os alunos passaram a estabelecer relações mentais e a aplicá-las. As aulas quase sempre ocorriam em espaços alternativos da escola, com o intuito de criar um clima propício para o desenvolvimento do trabalho (alunos mais descontraídos, situação informal de aprendizagem).

Durante os quatro meses em que foi desenvolvido o estudo da Trigonometria, as aulas práticas foram utilizadas para a introdução de novos conceitos construídos pelos próprios alunos. Foi interessante observar como cada um, no seu tempo, foi deixando gradativamente de usar o círculo de cartolina, passando a desenhá-lo no caderno, com o intuito de visualizar as relações no círculo trigonométrico. Muitos, ao final do curso, não precisavam, sequer, dessa estratégia, já que as atividades passaram a ser totalmente mentais.

Segundo Lucia Moysés, “o material figurativo deve remeter a situações abstratas e não se esgotar em si mesmo.”<sup>ii</sup>

O tipo de atividade proposta permite que o aluno perceba o círculo trigonométrico como um todo, a partir de sua própria experiência, o que torna o conhecimento mais consistente e profundo. Com esse trabalho, fugimos ao padrão dos conteúdos estanques e seqüenciados, apresentados pelo professor e quase sempre sem significado para o aluno. Os avanços só ocorrem quando os alunos trabalham cooperativamente, levantando hipóteses, confrontando-as, para finalmente validá-las.

### **PRIMEIRA PRÁTICA:** Arcos e ângulos

#### ***Objetivos específicos:***

- Definir ângulo central e arco de circunferência e associar suas medidas.
- Encontrar o número  $\pi$ .

#### ***Material:***

- Definir grau e radiano.
- Deduzir  $C = 2\pi r$

#### ***Material:***

- Um círculo de cartolina, que será feito tendo como “molde” um pires ou prato, de diâmetro arbitrário.
- Dois canudinhos de refrigerante.

- Uma tachinha.
- Um pedaço de isopor, rolha ou borracha.
- Tesoura.
- Barbante ou fio dental.
- Fita métrica.
- Régua.

***Procedimento:***

Através da manipulação de dois canudinhos fixados ao centro do círculo, os conceitos de ângulo central, grau e radiano são trabalhados pelos alunos, a partir de intervenções feitas pelo professor nos momentos adequados.

O número  $\pi$  é determinado pelos alunos, que medem o comprimento da circunferência e o dividem pelo seu diâmetro. Este é o momento adequado para explorar o conceito de número irracional e a necessidade de um símbolo para representá-lo.

Os alunos trabalham o conceito de radiano, utilizando o barbante cortado na medida do raio do círculo, e o professor propõe a seguinte questão: “Como se poderia, através do pedaço de barbante, cujo comprimento é igual ao raio de círculo, convencionar uma unidade de medida para ângulos?” São levantadas inúmeras hipóteses, e os alunos chegam à definição de radiano.

## **SEGUNDA PRÁTICA: O círculo trigonométrico**

***Objetivo específico:***

- Definir o círculo trigonométrico.
- Um retângulo de cartolina, no qual será colado o círculo de cartolina produzido na primeira prática.
- Régua.
- Caneta hidrocor.

***Procedimento:***

Os alunos desenharam sobre o círculo já fixado à cartolina os eixos coordenados e definem o círculo trigonométrico a partir da estipulação das seguintes condições:

- estar associado a um sistema de eixos coordenados;
- ser orientado (sentido positivo e anti-horário);

- ter raio unitário;
- ter o ponto A, fixo, como origem de todos os arcos.

O círculo trigonométrico passa a ser manipulado pelo aluno como se fosse um “jogo de tabuleiro”, com suas regras próprias. Como a origem de todos os arcos é sempre o mesmo ponto, um dos canudinhos é retirado e apenas um se movimenta pelo círculo. Partindo da idéia de giro para determinar a extremidade dos arcos, todas as relações que ocorrem no círculo trigonométrico passam a fazer sentido para o aluno. É fundamental que o professor explore com os alunos o conceito de fração, partindo da seguinte idéia: se um arco de uma volta mede  $2\pi$  rad, então a metade da volta corresponderia a um arco de  $\pi$  rad, um quarto da volta a  $\pi/2$  rad e assim sucessivamente. Também devem ser explorados, como partes do arco de  $2\pi$  radianos, os arcos de  $\pi/3$  rad,  $\pi/4$  rad e  $\pi/6$  rad. Isso ocorre de forma análoga com os arcos negativos e com os arcos medidos em graus. Entretanto, nesse contexto, deixa de ter sentido o trabalho com os arcos dados apenas em graus ou a sua conversão para graus quando dados em radianos. É por meio do conceito de fração e do conceito de radiano que o círculo trigonométrico passa a fazer sentido. É importante também que fique clara a idéia de raio unitário no seguinte sentido: a unidade do plano cartesiano será determinada pelo raio da circunferência a que ele está associado.

### **TERCEIRA PRÁTICA: Arcos trigonométricos**

#### ***Objetivo específico:***

- Determinar as extremidades dos arcos trigonométricos através do conceito de fração.

#### ***Material:***

- O círculo trigonométrico produzido na primeira prática.
- Exercícios preparados pelo professor.

#### ***Procedimento:***

A partir desta, todas as práticas são realizadas em grupos, orientadas por roteiros elaborados previamente pelo professor, contendo situações-problema que levam os alunos a interagir no processo de construção do conhecimento e no desenvolvimento individual e social.

Para explorar o conceito de fração, inúmeras questões podem ser propostas no roteiro.

#### **QUARTA PRÁTICA: Seno e co-seno de um arco trigonométrico**

##### ***Objetivo específico:***

- Associar a cada arco trigonométrico o seu seno e o seu co-seno, através da idéia de coordenadas de um ponto do plano cartesiano.

##### ***Material:***

- O círculo trigonométrico produzido na segunda prática.
- Exercícios preparados pelo professor.

##### ***Procedimento:***

Nesta prática, deve-se enfatizar o fato de que as extremidades dos arcos trigonométricos são pontos do plano cartesiano e, como tais, têm uma abscissa e uma ordenada. A abscissa do ponto é o co-seno do arco e a sua ordenada corresponde ao seu seno. Com base nessa definição, podem ser propostas atividades que explorem apenas os sinais do seno e do co-seno dos arcos trigonométricos. e outras que tenham o objetivo de estabelecer comparações entre eles. Esses arcos podem ser da primeira volta positiva ou negativa, dados em graus ou em radianos e localizados em qualquer um dos quadrantes.

Outras práticas podem ser elaboradas pelo professor envolvendo, por exemplo, as equações e inequações trigonométricas. O círculo de cartolina é de grande ajuda, também, no trabalho com os intervalos de variação do seno e do cosseno de um arco, em intervalos dados. Em geral, o que se tem visto quando se tenta aprofundar os exercícios que exploram esses aspectos da trigonometria é apenas o envolvimento de expressões algébricas cada vez mais complicadas, deixando de lado a verdadeira exploração do círculo trigonométrico.

Além das práticas aqui relatadas, as aulas eram sempre interativas, com grande participação dos alunos. Na verdade, as discussões não se davam apenas durante esses momentos específicos, que estamos chamando de “práticas”. É interessante perceber como a postura dos alunos se modifica quando são levados a fazer um tipo de trabalho que tenha para eles algum significado.

Outro ponto interessante a ser abordado é que o trabalho aqui apresentado não depende do livro didático adotado. O grande diferencial nesse processo é a postura do professor como aquele que levanta questões, que leva o aluno a construir os conceitos, e que permite a experimentação e a discussão.

---

<sup>i</sup> MOYSÉS, Lucia. *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática*. Campinas, SP: Papirus, 1997.

<sup>ii</sup> Ibidem.