BASE DEZ: O GRANDE TESOURO MATEMÁTICO E SUA APARENTE SIMPLICIDADE

Wanda Silva Rodrigues[1].
Célia Maria Carolino Pires[2].

Resumo

Este relato descreve o estudo que tem como questão central, identificar como evolui a construção das escritas numéricas e seu uso, ao longo do ensino fundamental, especialmente em relação às técnicas operatórias e às representações decimais de números racionais.

A finalidade é dar contribuições para a elaboração de propostas didáticas mais consistentes que levem em conta os obstáculos existentes.

Palavras-chave

Sistema de Numeração Decimal, representação decimal, número racional.

Introdução

Uma análise histórica dos procedimentos usados pela humanidade para registrar quantidades, cada vez maiores, evidencia a concepção da base dez e a criação de um sistema posicional de numeração como um grande tesouro matemático. Utilizada inicialmente na representação de números inteiros, ela foi posteriormente estendida à representação decimal de números racionais e irracionais e nas notações científicas, cada vez mais presentes no mundo contemporâneo. Aparentemente simples, o processo que envolve agrupamentos e trocas é apresentado às crianças desde seus primeiros contatos com a Matemática, nas escolas de educação infantil e nas séries iniciais do ensino fundamental; unidades, dezenas, centenas, o chamado

[1] Mestre em Educação Matemática – PUC-SP.
[2] Mestre em Matemática. Doutora em Educação. Professora da PUC-SP. Orientadora da dissertação da qual este artigo faz parte.

quadro valor de lugar, com suas ordens e classes, tudo parece ser muito elementar, muito evidente. As relações entre as unidades das diferentes ordens são tomadas como apoio para a compreensão dos diferentes algoritmos das operações, dos cálculos aproximados, das estimativas. Mais adiante, com a mesma aparente simplicidade, lhes são apresentados os décimos, centésimos, milésimos, as dízimas periódicas e depois as representações decimais infinitas, mas não periódicas.

No entanto, estudos e pesquisas mostram que o processo de construção das idéias e procedimentos envolvidos nos agrupamentos e trocas na base 10 leva muito mais tempo para ser construído do que se possa imaginar. Esse fato tem implicações importantes no ensino, tendo em vista que especialmente nos dois ciclos finais do ensino fundamental esse processo é negligenciado, ou seja, parte-se da idéia que os conceitos e procedimentos envolvidos já foram construídos e dessa maneira não precisam de novos investimentos.

Neste artigo apresentaremos os resultados de nossa investigação realizada com alunos do ensino fundamental, buscando identificar a trajetória da constituição das escritas numéricas aos conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal.

Procedimentos Metodológicos

Sabemos que no segundo ciclo do ensino fundamental, além do trabalho de sistematização da leitura e da escrita de números naturais, o foco começa a ser colocado na compreensão dos números racionais em suas representações fracionária e decimal.

Da mesma forma que os alunos estabelecem relações entre os números naturais e os números de seu cotidiano, eles também estabelecem algumas conexões com os chamados “números com vírgula” por meio de seu uso no contexto social, como no sistema monetário e nos sistemas de medidas de comprimento, massa e de capacidade.

Propusemos à alunos de 4ª, 6ª e 8ª séries cinco a seis questões com a finalidade de analisarmos como a representação decimal dos números racionais evolui, a partir do 2º ciclo do ensino fundamental.

A população envolvida

Os alunos com os quais trabalhamos são de escolas particulares e públicas localizadas na cidade de Santos, Estado de São Paulo. Fizeram parte da pesquisa alunos de 4 escolas particulares, 3 escolas municipais e 3 escolas estaduais, num total de 927, distribuídos em 35 turmas, que estavam cursando as séries finais dos diferentes ciclos do ensino fundamental. O trabalho realizou-se ao longo do 4º trimestre do ano 2000.

Conversando informalmente com os alunos e por meio do preenchimento de uma ficha informativa, buscamos identificar as idéias que fazem sobre a Matemática, sua utilidade, além de procurar conhecer um pouco o conceito que têm de seu desempenho nessa disciplina.

Dos 689 alunos que participaram da pesquisa, 385 eram meninos e 304 meninas. Nesse grupo, 184 eram alunos de escolas municipais; 227 alunos de escolas estaduais e 278 alunos de escolas particulares. Desse universo, 128 alunos disseram que precisam de professor particular de Matemática, sendo que 218 alunos disseram que precisam, mas não têm dinheiro para pagar e, por isso, freqüentam as aulas de reforço. 75% dos alunos gostam de Matemática,14% não gostam de Matemática, e 11%, gostam mais ou menos de Matemática.

A investigação com os alunos referente a situações que envolvem Números Racionais em suas representações decimais

Nas investigações com alunos de 4ª, 6ª e 8ª séries, em situações que envolvessem números racionais em suas representações decimais, nosso objetivo era o de analisar os níveis de aprofundamento desse conteúdo em função de uma maior possibilidade de compreensão dos alunos, e levando em conta que um mesmo tema precisa ser explorado em diferentes momentos da aprendizagem, pois a sua consolidação se dá, entre outras condições, pelo número cada vez maior de relações que vão sendo estabelecidas pelo alunos entre esse conteúdos e outros. No caso das representações decimais de racionais, pelo seu uso nos diversos sistemas de medidas (de comprimento, de massa, de capacidade), além do sistema monetário, de grande uso.

Além disso, nos últimos anos, vem sendo muito discutida pelos educadores matemáticos e também pelos professores, a ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada conteúdo, buscando identificar que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão essenciais. Um dos exemplos mais freqüentemente salientado é o de que o estudo da representação decimal dos números racionais é fundamental, devido à disseminação das calculadoras e de outros instrumentos que utilizam essa representação. No entanto, ao que tudo indica, essa importância ainda está longe de ser compreendida.

4ª série[3]

I. Ditado de números:

R$ 1,25	R$ 3,50	R$ 0,83	R$ 0,10	R$ 10,01

II. Assinale o maior número na lista abaixo:

9,191	19,9	1,991	1,999	19,19

III. Escreva como se lê:

0, 1: ______________________________

0.01: ______________________________

0,001: ______________________________

1,1: ______________________________

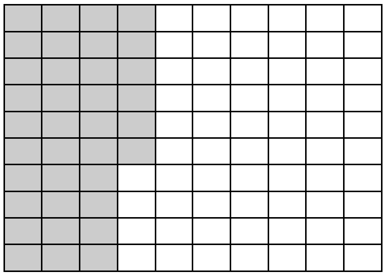
IV. Calcule "de cabeça" e escreva o resultado na linha de baixo:

2,1 + 3,2	2,5 + 0,5	2 - 0,1	3 X 0,5	3,3 : 3

V. O quadro desenhado a seguir está dividido em 100 quadradinhos idênticos. A parte colorida pode ser representada por qual dos seguintes números?

a) 3,6 b) 0,36 c) 0,63 d) 0, 036

[3] Este grupo de alunos que estava no final da 4ª série, era composto de 258 alunos, 142 meninos e 116 meninas; 153 alunos com 10 anos completos, 77 alunos com 11 anos completos, 18 alunos com 12 anos completos, 10 alunos com 13 anos completos. Destes, 74 alunos eram oriundos de escola particular e 184 alunos de escola pública estadual/municipal; 19 alunos, cursando pela 2ª vez a 4ª série, 7 alunos refizeram a 3ª série, 26 alunos repetiram a 2ª série e 25 alunos repetiram a 1ª série, sendo que alguns repetiram mais de uma série e, mais de uma vez, a mesma série.



VI. Paulo comprou um brinquedo de R$ 20, 00 com desconto de 10%. Ele pagou:

a) R$ 10,00 b) R$ 12,00 c) R$ 16,00 d) R$ 18,00

6ª série[4]

I. Ditado de números:

R$ 1,25	13,52m	0,83g	0,103 l	10,01 km

II. Reescreva a lista de números, na linha de baixo, começando do maior para o menor:

9,191	19,9	1,991	1,999	19,19

III. Preencha cada linha da 1ª coluna da segunda tabela com letras que correspondam a escritas equivalentes à da primeira tabela.

(a)	20%
(b)	25%
(c)	75%
(d)	90%
(e)	50%

( )	1/5
( )	9/10
( )	1/2
( )	1/4
( )	3/4

IV. Dê o resultado de:

a) 34,5 + 5, 92 + 0,034

b) 1 - 0,87

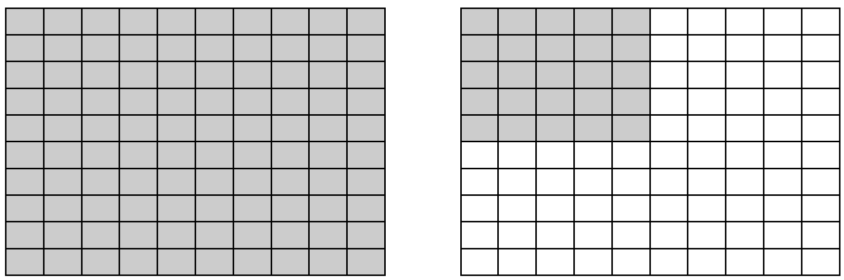
[4] Esse grupo era composto de 221 alunos, 114 meninos, 107 meninas, 11 alunos com 11 anos completos, 150 alunos com 12 anos completos, 44 alunos com 13 anos completos, 13 alunos com 14 anos completos, 2 alunos com 15 anos completos e 1 aluno com 18 anos completos; 124 alunos de escola particular, 97 alunos de escola pública estadual; 2 alunos cursando pela segunda vez a 6ª série, 5 alunos repetiram a 5ª série, 5 alunos repetiram a 4ª série, 8 alunos repetiram a 3ª série, 5 alunos repetiram a 2ª série e 11 alunos repetiram a 1ª série, sendo que alguns repetiram mais de uma vez e mais de uma série.

c) 3,25 X 0,45

d) 8 : 0,5

V. Os quadros abaixo estão divididos em 100 quadradinhos idênticos. A parte colorida pode ser representada por qual dos seguintes números?

a) 1,5 b) 100,25 c) 1,25 d) 0,125



VI. Entre os números 1,2 e 1,3 há :

a) dez números racionais
b) cem números racionais
c) mil números racionais
d) milhões de números racionais
e) infinitos número racionais

8ª série[5]

I. Considere o número 183,254. A respeito dele é correto afirmar:

a) ele tem exatamente 3 unidades
b) ele tem exatamente 1832 décimos
c) ele tem exatamente 5 milésimos
d) ele tem exatamente 254 milésimos
e) ele tem exatamente 25 centésimos

II. “Sabe-se que 1 litro equivale a 1 dm^3 . Quantos litros cabem numa caixa d’água cujo volume é de vinte e três metros cúbicos mais vinte e cinco decímetros cúbicos?”

---

[5] Esse grupo era composto de 210 alunos; 129 meninos, 81 meninas, 11alunos com 13 anos completos, 140 alunos com 14 anos completos, 48 alunos com 15 anos completos, 8 alunos com 16 anos completos, 2 alunos com 17 anos completos e 1 aluno com 18 anos completos; 80 alunos de escola particular, 130 alunos de escola pública estadual; 2 alunos repetiram a 7ª série, 1aluno repetiu a 6º série, 8 alunos repetiram a 5ª série, 5 alunos repetiram a 4ª série, 5 alunos repetiram a 3ª série, 7 alunos repetiram a 2ª série e 1 aluno repetiu a 1ª série, sendo que um aluno repetiu mais de uma vez e mais de uma série.

III. “O que você responderia” - e que explicações daria a um colega que lhe perguntasse:

- Quando divido o número 38,45 por 0,1 o resultado fica maior ou menor do que 38,45? Por quê?
- Quantos números há entre 1,2 e 1,3 ?
- A fração 1/7 é equivalente a 0,1428571...? A fração representa um número racional e esse número parece ser irracional. Isso é possível?

IV. Preencha cada linha da 1ª coluna da segunda tabela com letras que correspondam a escritas equivalentes a da primeira tabela.

(a)	12,5%
(b)	42%
(c)	20%
(d)	22%
(e)	35%

( )	1/5
( )	7/20
( )	21/50
( )	1/8
( )	2/9

V. Calcule os resultados de cada operação e depois escreva-os em ordem decrescente, na linha abaixo do último item:

a) 34,5 + 5, 92 + 0,034
b) 1 - 0,87
c) 3,25 X 0,458
d) 8 : 0,5

Em nossa investigação, um primeiro aspecto que nos chamou a atenção foi o fato de que a escrita, para estes adolescentes, permanece apoiada na fala pois quando solicitados a escrever R$1,25 ou 0,83g registraram, respectivamente, 1 real e 25 centavos ou 83 gramas, ou seja, não usam a representação decimal.

Analisando os resultados obtidos neste teste, com os alunos de 4ª, 6ª e 8ª séries, observamos que são comparáveis aos obtidos nos estudos de Coulibaly, e também com as avaliações de alunos franceses de 1992 e 1997 apresentadas nos documentos de Duval, ambos utilizados no embasamento teórico desta investigação.

Com relação às concepções elaboradas pelos alunos, sobre números racionais escritos na forma decimal, destacam-se:

- a de que o número racional na representação decimal é considerado como um número natural com vírgula.

- a de que um número racional representado na forma decimal é a justaposição de dois números naturais separados por vírgula.

Também é muito forte a idéia de que os conhecimentos adquiridos no domínio dos números naturais podem ser levados para esse outro domínio numérico como, “todo número natural tem sucessor e, se ele não for nulo, tem antecessor”.

Uma conseqüência de tais concepções revela-se nas operações com números racionais na representação decimal. Como presumivelmente “enxergam” um número antes da vírgula e outro após a vírgula, encontramos respostas curiosas como, por exemplo, 2,5 + 0,5 = 2,10 e 3 X 0,5 = 0,15, em que os alunos adicionam (ou multiplicam) a parte inteira pela parte inteira, e a parte decimal pela parte decimal .

A dificuldade de operar com números racionais na forma decimal permanece na 6ª e na 8ª séries. Muitos alunos deixaram de resolver tais operações, deixando a questão em branco (26% na 6ª série e 19% na 8ª série). A operação com mais insucesso foi a divisão.

Também na comparação de dois números racionais na representação decimal, “enxergando” como se fossem dois número naturais, um antes e outro depois da vírgula, cometem equívocos. Os alunos de 4ª série procederam como se os números dados fossem números naturais, isto é, ignoraram a vírgula e realizaram as comparações. Poucos conseguiram identificar o maior número da lista.

Outra observação foi a de que a representação decimal de racionais ligadas ao sistema monetário, embora faça parte do repertório que os alunos trazem para a escola, não impediu que, quando convidados a registrarem esse tipo de número, fizessem uso da linguagem falada e criassem suas próprias notações. Registraram “um real e um centavo” para 1,1 ou “um centavo” para 0,1. Outros ignoraram a vírgula e os relacionaram aos conhecimentos anteriores, isto é, registraram “uma dezena e uma unidade” para 1,1 ou “zero dezenas e uma unidade” para 0,1.

Nas turmas de 4ª série, no ditado de números racionais (tendo como contexto o sistema monetário), o desempenho foi de 59,3%.

Algumas escritas não convencionais mostraram que mesmo trabalhando com dinheiro, muitos não usaram o símbolo que representa dinheiro e não estavam familiarizados com a escrita. Registraram como na linguagem oral, ou seja, para dez centavos, o registro foi: R$ 10; para oitenta e três centavos foi: R$ 83, mostrando que talvez não tenham percebido que o registro deveria ser com números racionais na representação decimal, pois estava-se falando de centavos, a centésima parte do real.

Na 6ª série, o percentual de acerto total despencou ainda mais e, mesmo computando acerto parcial, o índice não chegou aos 50%. Nesta série, o ditado envolvia não só os números racionais na representação decimal, como também os sistemas de medidas trabalhados nas séries anteriores.

Percebemos que, mesmo para o primeiro número ditado, que representava dinheiro, quase a metade dos alunos pesquisados não registraram o R$.

Em geral, constatamos que, quando o registro envolve, além da representação decimal do número racional, a referência a uma unidade de medida, os alunos produzem registros não convencionais.

Notamos que os alunos não estão familiarizados com os múltiplos e submúltiplos dos sistemas métrico, de massa e de capacidade. Talvez saibam apenas fazer reduções mecânicas a uma mesma unidade de medida, mas, quando têm que registrar quantidades, não são bem sucedidos. Criam suas próprias abreviaturas, até com uma certa lógica, pois para ***centigrama*** usaram: ctgr; ctg; cgr; cgrs.

Os resultados apresentados pelos alunos mostram que já ouviram falar das unidades apresentadas no ditado, como centigramas, milímetros, centímetros, quilômetro, mas não estabelecem relação entre elas e, por isso, continuam se apoiando exclusivamente na fala.

Esse fato é, de certo modo, surpreendente uma vez que é freqüente nos livros didáticos uma grande ênfase no estudo dos múltiplos e sub-múltiplos das medidas de comprimento, capacidade, massa, tempo.

Observamos também que, quando solicitados a escrever por extenso um número racional na representação decimal, recorrem à leitura da representação, registrando “um vírgula um” para 1,1 ou “zero vírgula décimos” para 0,1.

Propusemos, também, uma questão de comparação entre números racionais na representação decimal para os adolescentes de 6ª série, pois queríamos estabelecer uma comparação com o desempenho dos alunos de 4ª série. O índice de acertos destes adolescentes não foi muito superior ao obtido pelas crianças de 4ª série, e suas hipóteses foram muito parecidas. Alguns adolescentes em vez de ordenarem os números, encontraram, para cada um deles, um antecessor e um sucessor.

Ao que tudo indica, atividades de comparação e de ordenação são bem pouco exploradas pelos professores, nesses ciclos.

Como já ocorrera nos itens relativos a cálculo mental, envolvendo números naturais, também não conseguimos que os alunos de 4ª série respondessem ao item sem “armar as contas”.

Alguns deixaram as contas registradas no próprio instrumento e outros registraram na carteira. Mesmo “armando as contas”, pouquíssimos acertaram todas as propostas. Muitos deixaram em branco, outros operaram como se os números fossem compostos por dois naturais.

Já entre os adolescentes de 6ª e 8ª séries, observamos um desequilíbrio entre os acertos dos alunos de escolas públicas e os de escolas particulares. A maioria dos alunos de escolas particulares responderam corretamente, demonstrando que o cálculo de números racionais na representação decimal faz parte de seu aprendizado. Alguns alunos usaram como recurso o produto dos termos das operações por 10 ou múltiplos de 10, conforme sua conveniência, a fim de transformar os números racionais em inteiros, e depois efetuaram as operações.

Os alunos de escolas públicas apresentaram as mesmas representações que os alunos da 4ª série, demonstrando muito pouco avanço na construção de conhecimentos sobre os números racionais na representação decimal.

Quanto à tarefa de representação de um número racional na forma decimal em malhas quadriculadas, esta não representou dificuldade para os alunos de algumas classes de 4ª série.

Pela quantidade de acertos dos alunos, nessas classes, presumimos que esse tipo de exercício foi explorado pelas professoras, o que não percebemos em outras classes de mesma série; mesmo assim, a quantidade de acertos foi significativa.

O mesmo aconteceu com os alunos de 6ª série, que apresentaram uma quantidade significativa de acertos, embora muitos tenham deixado a questão em branco ou tenham assinalado que a representação do inteiro, por estar dividida em cem partes, caracterizava 100,25 em vez de 1,25.

Com relação à representação da porcentagem, observamos desempenhos distintos entre os alunos de escolas públicas e os de escolas particulares. Os das escolas particulares acertaram a correspondência, mas pouquíssimos alunos de escolas públicas conseguiram êxito. Conversando com os professores, pudemos verificar que os alunos das escolas estaduais estudaram de maneira estanque, como assuntos distintos: frações e porcentagem.

Foi possível observar também que muitos professores de 5ª e 6ª séries dão pouca ênfase a temas que consideram que o aluno tenha estudado na 4ª série e não incluem esses assuntos em seu planejamento. O trabalho com racionais na forma decimal e a porcentagem se incluem nesse rol de assuntos.

Finalmente, analisando as questões respondidas pelos alunos de 6ª e 8ª séries sobre quantos números há entre 1,2 e 1,3 pudemos perceber que na 6ª série, numa questão em forma de teste, muitos alunos (46%) responderam que há infinitos números, mas, na 8ª série, em que a questão era aberta, a quantidade de acertos caiu para 23%. Convém ainda assinalar o fato de que um número significativo de alunos respondeu que entre 1 e 2 não há nenhum número e, entre 1 e 3 há um número.

Esses mesmos alunos de 6ª série, na comparação de números racionais na forma decimal, apresentaram um índice 21,3% de sucesso.

Conclusões

Nosso trabalho permitiu constatar dois fatos: um deles bastante positivo e outro bastante negativo.

O positivo refere-se ao fato de que as crianças, desde muito cedo, constroem conhecimentos, fazem conjecturas sobre diferentes assuntos e, em particular, sobre as escritas numéricas, foco do nosso trabalho. Além disso, transferem conhecimentos de uma situação para outra, embora algumas vezes essa transferência não seja possível de maneira adequada, como é o caso de comparar números racionais na forma decimal como se fossem números naturais (1,234 > 2,5) . Mas essa transferência tem, sem dúvida, um significado positivo que é o estabelecimento de relações entre assuntos estudados.

O negativo fica por conta da nossa incapacidade de, no âmbito escolar, fazer evoluir esses conhecimentos, colocar em xeque essas conjecturas. E isso se deve, muito provavelmente, ao fato de que os professores ainda conhecem muito pouco, sobre o que pensam e como pensam seus alunos a respeito dos temas matemáticos.

É nesse sentido que desenvolvemos o presente estudo, para que possa contribuir com as reflexões que precisam ser feitas pelos professores que ensinam Matemática, sejam eles os chamados professores generalistas (que atuam nas séries iniciais), sejam eles professores especialistas em ensino de Matemática, como educadores matemáticos, em especial, os que investigam os processos de ensino e aprendizagem.

Bibliografia

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros curriculares nacionais: matemática – séries iniciais***. Brasília. MEC/SEF, 1997.

——— . Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros curriculares nacionais: matemática – séries finais***. Brasília. MEC/SEF, 1997.

COULIBALY,M. ***Les décimaux en quatrième: analyse des conceptions, DEA de didactique des mathématiques.*** Université Joseph Fourrier. Grenoble.s/d.

D'AMBROSIO, U. ***Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática***. Campinas. Unicamp, 1986.

DUVAL, R. A***rgumenter, demontrer, expliquer: continuite ou rupture cognitive.*** IREM de Strasbourg, n^0 31. França, 1993.

______ "L' analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique ". Curso sobre as aprendizagens intelectuais, PUC/SP – fevereiro de 1999.

INRP. ***Un, deux...beaucoup, passionnément ! les enfants et les nombres. Rencontres pédagogiques***. Paris. France, nº 21.1988 - 2ª ed.

NIVEN, I. ***Números racionais e irracionais***. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1984.

PIRES, C. M. C. ***Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede***. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. USP-SP, 1995.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. ***Projeto: inovações do ensino básico. Textos para professores de Matemática de 5ª a 8ª séries.*** São Paulo, 1997.

________. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. ***Atividades Matemáticas - 1ª a 4ª séries***. São Paulo., 1981.

________. Secretaria de Educação. ***Proposta Curricular para o ensino de matemática*** – ***1º grau.*** São Paulo. SE/CENP, 1991.

_______. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. ***Experiências matemáticas - 5ª a 8ª séries***. São Paulo. SE/CENP, 1994.

______. Secretaria de Educação. Fundação para o Desenvolvimento da Educação. Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP/98. ***Análise Pedagógica dos itens das Provas – Matemática***. vol. IV. São Paulo. SE/FDE, 2000.