Números Fracionários – Uma Introdução a Partir das Concepções: Parte/Todo, Medida e Quociente

Maria José Ferreira da Silva
Tânia Maria Mendonça Campos
PROEM – PUC/SP

INTRODUÇÃO

Esta oficina é parte da dissertação de mestrado, como contribuição na formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental, trabalhando com os diferentes esquemas de pensamento utilizados nas concepções de medida, parte/todo e quociente, implícitas na conceituação de número fracionário.

Acreditamos que as crianças não adquirem o conhecimento de número fracionário naturalmente e que se os professores compreenderem a sua natureza, poderão obter êxito na aprendizagem de seus alunos.

Apresentaremos algumas situações e comentários retirados da aplicação.

1. QUANTIDADES DISCRETAS E QUANTIDADES CONTÍNUAS

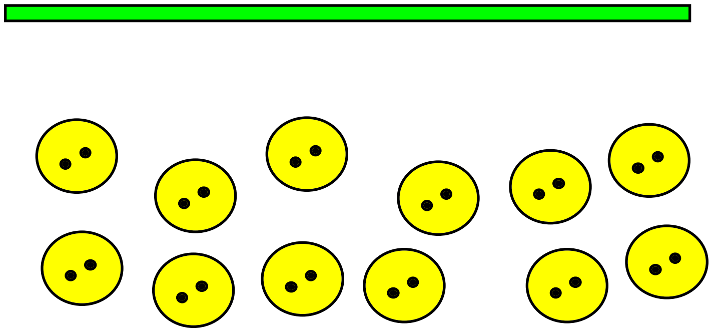
As quantidades discretas surgem da contagem, são representadas pelo conjunto dos números naturais e têm a divisão euclidiana, como uma ferramenta bem adaptada para a sua distribuição. Os objetos não são divididos sem perder suas características: 7 bolinhas igualmente distribuídas entre 2 crianças, resultará em 3 bolinhas para cada uma, sobrando uma.

As quantidades contínuas surgem de medições e as divisões de objetos desse tipo são feitas sem que eles percam suas características: um chocolate pode ser dividido em várias partes e as divisões com resto, já estudadas, são representadas na forma fracionária: o quociente 5ü2, dá 2 e resta 1, pode ser representado por $2\frac{1}{2}$ e não só por 2,5.

1.1. A SEQUÊNCIA

Quantificar significa determinar a quantidade ou o valor de alguma coisa. Essa quantidade pode ser expressa pelo número de objetos de um conjunto ou pela medida que possui.

1) As figuras abaixo estão representando um pedaço de fita e alguns botões. Quantifique-os.



2) O que você fez para associar a cada uma dessas figuras uma quantidade?

3) Distribua igualmente a fita e os botões entre duas costureiras. Quanto cada uma vai receber?

4) Apareceram mais duas costureiras. Divida de novo em dois o que estava com as outras. Quanto cada uma vai receber?

5) Se aparecessem mais quatro costureiras e as costureiras anteriores tivessem que dividir em dois os que elas receberam. Seria possível redistribuir a fita e os botões igualmente entre elas? Justifique a sua resposta.

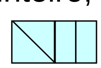
6) Que diferenças você notou nesses dois tipos de quantidades?

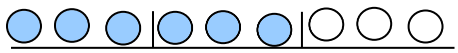
1.2. ALGUNS COMENTÁRIOS

- Temos dois tipos de problemas os que são resolvidos com números naturais e os que só são resolvidos com números fracionários: 9 chocolates para 3 crianças e 3 chocolates para 9 crianças.
- As quantidades discretas representam os objetos que são quantificados por contagem (bolinhas, botões, flores, ...), que limita as distribuições.
- As quantidades contínuas representam os objetos que são quantificados por medida (metro, gramas, ...) e podem ser distribuídos de qualquer maneira.

2. CONCEPÇÃO PARTE/TODO

Esta concepção originou as demais concepções e gera a linguagem e as representações para os números fracionários.

Nas quantidades contínuas associamos partes de um inteiro, de formas diferentes, a uma mesma fração: cada parte desta figura  pode ser representada pela fração 1/4. Dividir uma figura exige conhecimentos específicos e planejamento para saber onde colocar os traços de divisão, em quadriláteros é feita apenas com régua, o que não acontece com círculos.

Nas quantidades discretas o inteiro é representado por um conjunto de objetos idênticos, em que cada elemento constitui uma parte desse conjunto. Este conjunto de bolinhas  pode ser representado pelas frações 6/9 ou 2/3, tomando dois dos três grupos de mesma quantidade em que foi dividido. Nesta situação só dividimos exatamente quando o dividendo for um múltiplo do divisor: 1/3 de 9 bolinhas.

2.1. A SEQUÊNCIA

1) Você recebeu cinco pedaços de papel retangulares e três circulares.

a) Divida-os ao meio de maneiras diferentes e represente-os por figuras.

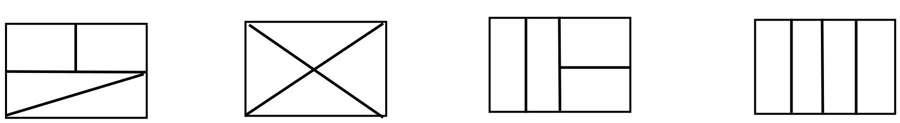
b) O que você pode concluir a respeito da forma das partes dos retângulos e dos círculos que você representou?

c) Que **nome** você daria para cada uma das partes que você representou no item (a)?

d) Como você representaria com números cada uma dessas partes?

e) O que você pode observar sobre a divisão de figuras e a associação dessas figuras a um número fracionário?

2) Observe as representações abaixo e responda:

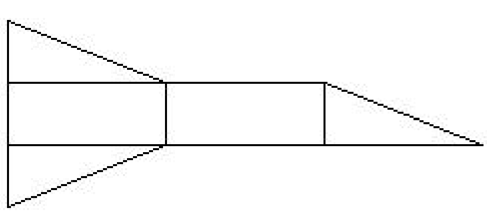


a) Posso falar que dividimos cada retângulo em quatro partes iguais? Por quê?

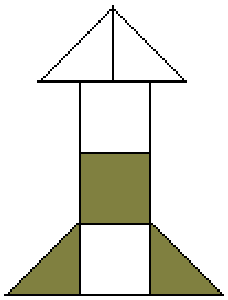
b) Posso associar a cada uma das partes um número fracionário? Qual?

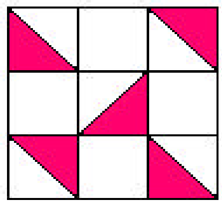
c) Compare as partes dos quatro retângulos e diga que relação existe entre elas.

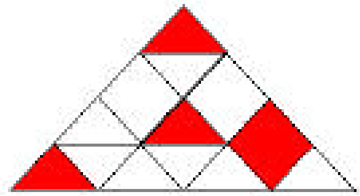
3) Colorir quatro sétimos desta figura:



4) Que fração de cada figura está pintada?







5) Circule um terço das flores.

2.2. ALGUNS COMENTÁRIOS

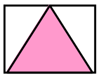
- A quantidade de partes consideradas não deve ser maior do que as partes em que o inteiro foi dividido, pois esta concepção mostra a relação existente entre a parte considerada de um inteiro.

- Cada elemento pode ser considerado como uma parte do inteiro: um conjunto com 9 bolinhas sendo 3/9 das bolinhas amarelas, 2/9 das bolinhas azuis e 4/9 das bolinhas vermelhas.

- Exige a conservação da área após a divisão e o esgotamento do inteiro no momento das divisões.

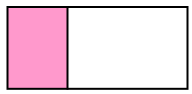
- Geralmente, a divisão de círculos dá como resultado partes de mesma forma, em outras temos várias divisões com formas diferentes.

- Quando falamos da igualdade das partes nos referimos à área e não a forma de cada parte.



$\frac{1}{2}$ está pintada.

- Quando a figura não está totalmente dividida em partes iguais, a contagem para a identificação das partes consideradas, pode levar a resultados incorretos.



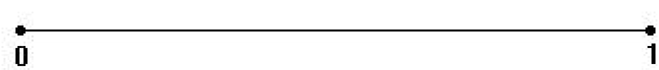
$\frac{1}{3}$ está pintado.

3. CONCEPÇÃO DE MEDIDA

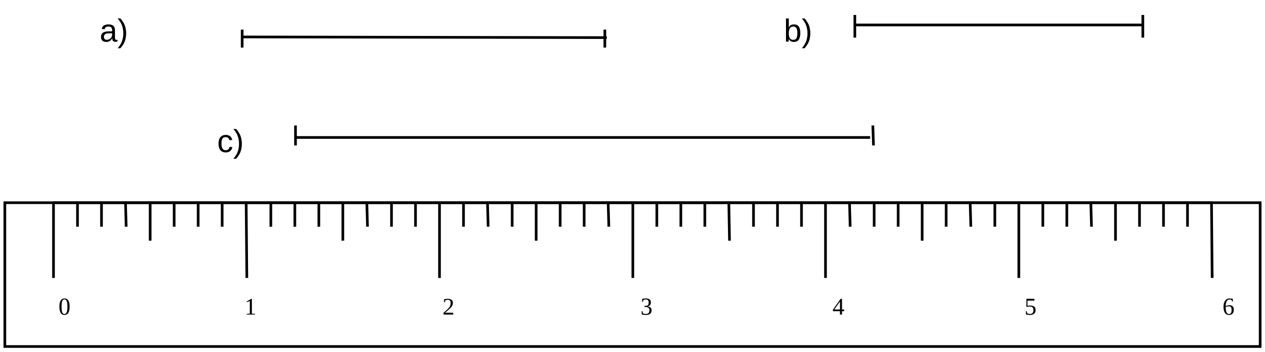
É importante perceber que esta concepção envolve uma unidade invariável, durante a medição, que necessita de subdivisões para possibilitar qualquer medição e, como conseqüência, a sua representação por meio de um número fracionário.

3.1. A SEQUÊNCIA

1) Divida o segmento dado em cinco partes iguais, identifique cada uma das partes e diga que medida tem cada parte do segmento.



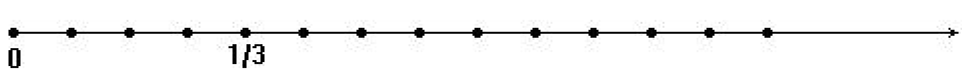
2) Dê as medidas dos três segmentos abaixo, usando a régua que você recebeu e responda quantas polegadas tem cada segmento?



3) Um "pé" é uma unidade de medida que eqüivale a 12 polegadas. Você recebeu uma outra régua que mede um pé.

Dê a medida dos segmentos anteriores em pé.

4) Associe uma fração à cada ponto:



5) Usando o quadrado de cartão que você recebeu, como unidade de medida dê o comprimento, a largura e a área da folha amarela. Represente a folha com as medidas encontradas (a folha amarela mede 21 cm x 29 cm e os quadrados de cartão têm 5 cm, 7 cm e 10 cm de lado).

3.2 ALGUNS COMENTÁRIOS

- A fração ***a/b*** significa que uma unidade de medida foi dividida em ***b*** partes e na medição apareceu ***a*** vezes, isto é $\frac{a}{b} = a \leftrightarrow \frac{1}{b}$ sendo ***1/b*** uma sub-unidade da unidade escolhida.

- A reta numérica é uma representação facilitadora de visualização e do entendimento desta concepção, em que se percebe as frações realmente como números.

- Fica fácil perceber situações com frações maiores que um, adição, comparação e a possibilidade de uma infinidade de frações entre duas frações dadas.

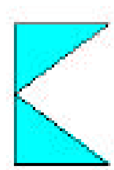
- A equivalência aparece, com naturalidade, representando a medição de alguma coisa por sub-unidades diferentes.

4. RECONSTRUÇÃO DO INTEIRO

A representação do inteiro a partir de uma fração é solicitada, levando à percepção de várias soluções nas quantidades contínuas e de uma única solução nas quantidades discretas e nas situações de medida. A idéia é fazer o caminho em busca do inteiro perdido, que é um obstáculo nas situações de comparação.

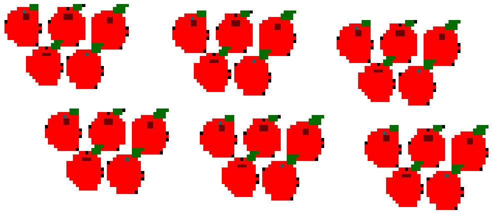
4.1. A SEQUÊNCIA

1) Se a figura abaixo é um terço do inteiro, represente o inteiro.



2) Desenhe a unidade a partir do segmento abaixo.

3) Este desenho mostra 3/7 das maçãs. Desenhe as maçãs que estão faltando.



4.2. ALGUNS COMENTÁRIOS

- A partir de um segmento representando o resultado de uma medição, descobrimos a unidade com que esse segmento foi medido.

- A partir de uma quantidade representando uma parte do conjunto inicial, descobrimos a quantidade única de elementos que possui.

- A partir de uma parte da figura original, encontramos várias figuras como solução para o inteiro procurado.

- Atividades desse tipo desenvolvem a percepção visual de figuras e seu tratamento a partir do agrupamento.

5. CONCEPÇÃO DE QUOCIENTE

Esta concepção é tida por vários pesquisadores, como a ideal na introdução do conceito de número fracionário nas séries iniciais, com problemas que apresentem diferentes soluções, encoraje a discussão e a comparação das soluções além do reconhecimento da equivalência dos procedimentos escolhidos.

Como esta concepção possibilita diferentes representações dos resultados, porque podemos dividir, ou não, todos os inteiros em partes iguais, distribuindo inteiros e partes, ou só partes, a forma mista de escrita das frações impróprias e a equivalência surgem naturalmente. O numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador e ambos podem representar objetos diferentes como chocolates e crianças.

No caso discreto, a quantidade a ser distribuída tem que ter um número de objetos, múltiplo do número de partes que se deseja, pois a distribuição resultará em conjuntos com a mesma quantidade de objetos.

5.1. A SEQUÊNCIA

1) Distribuir igualmente 9 bolinhos entre quatro crianças. Quanto cada criança vai receber? Qual a sentença matemática dessa divisão? Que fração do total de bolinhos cada criança recebeu?

2) Temos três barras de chocolate para repartir igualmente entre cinco crianças. Represente a sentença matemática para essa divisão e responda qual fração do total de chocolates cada criança recebeu.

3) 24 crianças de uma classe foram comemorar o aniversário de uma delas numa pizzaria e a professora já havia encomendado 18 pizzas.
a) Como poderia ser feita a distribuição das crianças nas mesas em grupos iguais e como poderiam ser distribuídas as pizzas de modo que cada grupo receba a mesma cota de pizza? Encontre pelo menos três soluções.
b) Que fração da pizza cada criança vai receber em cada organização de grupo?
c) A organização dos grupos alterou o resultado?

4) Se distribuirmos igualmente 3 chocolates para um grupo de 5 crianças e 9 chocolates para um outro grupo de 15 crianças. Qual é o grupo em que as crianças vão comer mais?

5) Se distribuirmos igualmente 3 tortas entre 4 crianças e 4 tortas iguais às primeiras entre outras 5 crianças, quem comerá mais?

6) Temos 28 balas para serem distribuídas de tal forma que cada criança receba 7 balas. Para quantas crianças podemos distribuir as balas? Dê a sentença matemática dessa situação.

7) Temos seis pizzas para serem distribuídas de tal forma que cada criança receba 3/4 de uma pizza. Para quantas crianças podemos distribuir as pizzas? Represente a sentença matemática da divisão que você fez.

5.2. ALGUNS COMENTÁRIOS

- Como o próprio nome diz, esta concepção é representada por situações de distribuição em que os resultados como a fração ***a/b*** pode ser representada pelo quociente ***a*** ÷ ***b.***

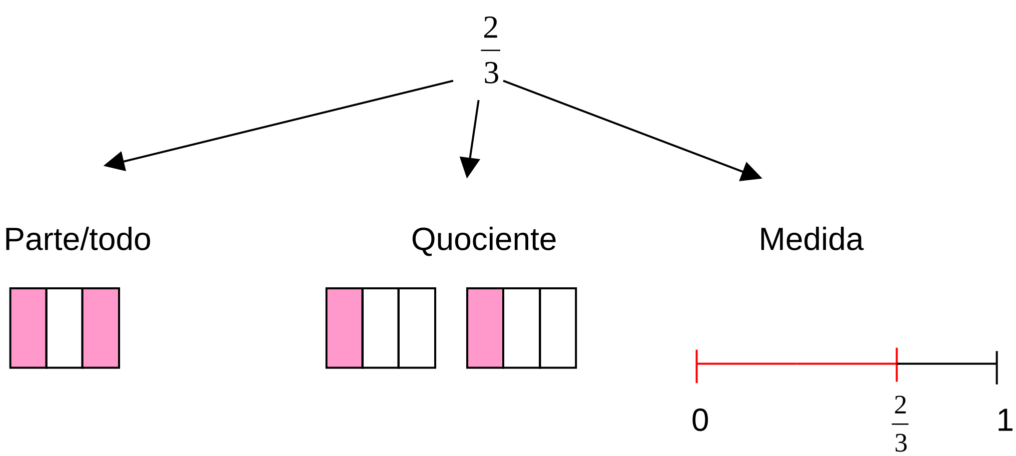
- Esta concepção facilita a percepção das frações maiores que um e do código misto de escrita.

- Aparecem representações de vários inteiros sendo divididos ao mesmo tempo, representando frações maiores que um ou não.

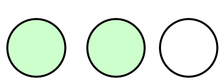
- As distribuições são feitas de várias maneiras e precisam de um planejamento anterior.

CONCLUSÃO

A síntese mostra que um número fracionário pode estar representando situações diferentes.



2/3 do retângulo está pintado   2 ÷ 3 = 2/3   O segmento vermelho mede 2/3 da unidade.



2/3 das bolinhas são verdes

Temos três maneiras diferentes de pensar para a mesma fração, exigindo raciocínios diferentes no tratamento de cada uma delas e que o número fracionário 2/3 representa uma classe de equivalência: 4/6, 8/12, ... que representam a mesma quantidade.

BIBLIOGRAFIA

BEHR, M. J., LESH, R., POST T. R e SILVER, E. A.; ***"Rational-Number Concepts"***, em "Acquisicion of Mathematics Concepts and Processes", pp. 91-128, R. Lesh e M. Landau Editions, New York, 1983.

CAMPOS, Tânia Maria M., JAHN, A. P., LEME DA SILVA, M. C. e FERREIRA DA SILVA, M. J.; ***"Lógica das Equivalências"***, PUC/SP, Relatório de Pesquisa não publicada, 1995.

CISCAR, Salvador Linares e GARCÍA, Maria Victoria Sanchez; ***"Fracciones: La Relacion Parte/Todo"***, Editorial Sintesis, 1988.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter; ***"Children doing Mathematics"***, Blackwell Publishers, Londres, 1996.

STREEFLAND, Leen; ***"Fractions in Realistic Mathematics Education"***, Kluwer Academic Publishers, 1991.

zeze@sti.com.br tania@exatas.pucsp.br