COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA

VII ENEM - Rio de Janeiro - IM/UFRJ - 23 / 07/ 2001

Título:

TEOREMA DE THALES: Análise das variáveis de situação didática e adidática

Autores:

Nancy Cury Andraus Haruna (UNITAU) - Mestre / PUC-SP

Dr. Saddo Ag.Almouloud (PUC-SP) – Orientador / PUC-SP

A comunicação científica apresentada foi embasada numa parte dos resultados da pesquisa de dissertação do mestrado em educação matemática, cujo objetivo foi analisar como se processa a apreensão do conceito do teorema de Thales por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, levantar os obstáculos didáticos e epistemológicos e as variáveis de situação didática e adidática, verificando até que ponto o uso do computador favorece a superação dos obstáculos ou proporciona outros. Para fazermos essa análise, recorremos ao estudo das variáveis de situação didática e adidática propostas por Guy Brousseau e ao trabalho do Psicólogo Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica e aprendizagem intelectual em que associa a semiótica com os aspectos da percepção e da cognição.

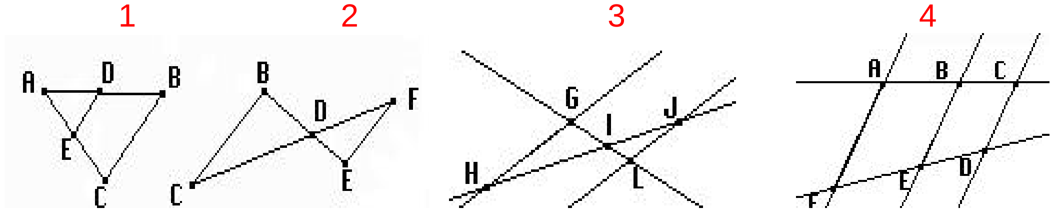
O funcionamento do processo de aprendizagem depende de numerosas variáveis, tais como as variáveis do contexto, as variáveis didáticas e as variáveis constitutivas do saber. As variáveis do contexto estão relacionadas tanto com o professor (quando faz suas escolhas, e em relação as suas concepções), quanto com o aluno (origem, história e vivência dos alunos) e até mesmo com o próprio saber (interdisciplinaridade, diversificação do saber, fenômeno da moda e outros). As variáveis didáticas são aquelas que estão à disposição do professor e que determinam a situação didática. Nesse sentido temos as variáveis de situação, as variáveis de contrato e as variáveis de transposição.

Nessa comunicação apresentamos as variáveis de situação didática e adidática propostas por Guy Brousseau referentes ao teorema de Thales observando os aspectos da percepção visual, das significações e do contexto, uma vez que verificamos que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem estão relacionados com esses três aspectos. Depois, tecemos uma análise didática em que confrontamos os resultados das pesquisas de Cordier, Charalambos e Brousseau, com os resultados de um teste-diagnóstico aplicado em alunos do 1º ensino médio que já haviam aprendido essas propriedades e de um pós-teste o qual foi aplicado em duas turmas de 8ª série: o grupo de referência, que estudou esse teorema de forma tradicional utilizando-se do livro didático, e o grupo experimental, que estudou por meio de uma seqüência didática utilizando o software Cabri-géomètre I seguindo os princípios da engenharia didática.

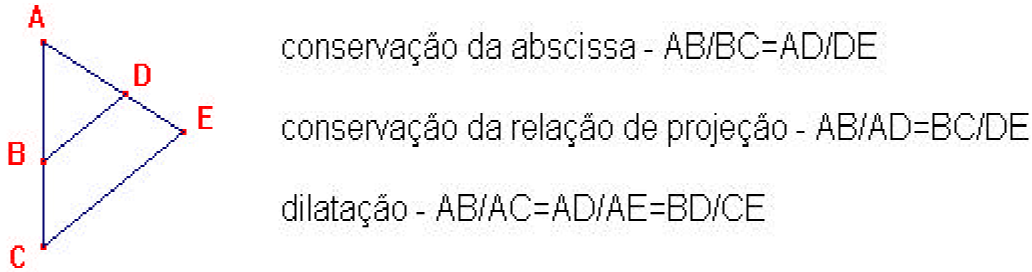
No âmbito da percepção visual, estamos nos referindo às possíveis configurações que se pode obter para representar essa propriedade. Nesse sentido deve-se levar em conta as variáveis da figura analisando nas situações propostas às dimensões do espaço (R^2 ou R^3), o número de paralelas (retas ou planos), a disposição da intersecção das transversais (acima das paralelas ou entre as paralelas), o número de secantes, se as secantes são ou não concorrentes, a diferença de tamanho entre imagem/objeto, se a figura é típica ou não, a complexidade da figura (somente figura os elementos úteis ou a figura está mergulhada numa configuração complexa), a posição das paralelas (horizontal, vertical ou inclinada), a dimensão em jogo na apreensão perceptiva. Destas variáveis, observamos em nossa pesquisa que, as mais significativas estão relacionadas com a posição das paralelas, com a posição da intersecção das transversais com relação às paralelas e com às dimensões em jogo na apreensão perceptiva. Para exemplificar, podemos observar nas representações do quadro abaixo, as unidades figurais de dimensão dois - configurações 1 e 2 - as unidades figurais de dimensão um - configurações 3 e 4 - as transversais se interceptando entre as paralelas - configurações 2 e 3- as transversais se interceptando acima das paralelas - configuração 1- as transversais explicitamente não se interceptando - configuração 4.

Configurações:

1 2 3 4



O aspecto das significações está relacionado com a forma de se enunciar esse teorema em que se destacam três maneiras como as mais pertinentes, segundo a teoria de Duval, por induzirem processos diferentes de compreensão para se montar a proporção. O primeiro, quando compara as razões entre um segmento e sua projeção; o segundo, quando compara as razões formadas por segmentos de uma mesma reta com a razão respectiva de segmentos formados em outra reta; e o terceiro, quando se pensa em semelhança de triângulos ou de polígonos. Em Brousseau, esses pontos de vista foram tratados respectivamente como conservação da relação de projeção, conservação da abscissa e dilatação. Veja esquema:

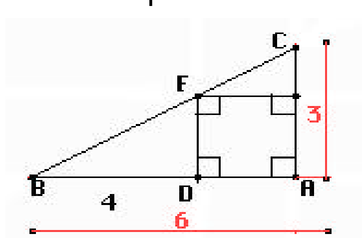


Entendendo que o teorema na sua significação global abrange esses três pontos de vista levantamos a questão "como fazer com que o ensino do teorema de Thales e sua aplicabilidade conduzam à apreensão dessa globalidade sintático-semântica?"

No aspecto contextual, analisamos todos os conceitos implícitos e explícitos nessa propriedade, bem como suas aplicações e possíveis redes sintagmáticas que se pode obter articulando esses conceitos. A rede semântica analisada e utilizada na seqüência didática relaciona as noções de semelhança, homotetia e o teorema de Thales sob o aspecto da dilatação, da conservação das abscissas e da conservação da relação de projeção, nessa ordem, procurando seguir a evolução histórica.

Além das variáveis das figuras temos as variáveis de situação adidática. Uma situação é dita adidática quando o aluno busca resolver sem procurar utilizar o conhecimento das intenções didáticas do professor. Nesse sentido além da definição utilizada temos: a natureza da razão (natural, racional, decimal, real); tipo de questão proposta (traçado, cálculo, enunciado, demonstração); se a situação envolve o teorema direto ou o seu recíproco; se são problemas de aplicação ou não; a função que tem o teorema na resolução da situação-problema, ele é um conhecimento que se quer adquirir, ele é o meio de resolução ou tem-se uma situação em que o teorema é o meio de demonstração (explícito ou implícito). Na questão 4 do teste diagnóstico, apresentada abaixo, podemos perceber uma situação em que a aplicação do teorema de Thales é uma ferramenta implícita para resolver o problema.

4) O quadrilátero ADEF é um quadrado? Justifique.



Nas variáveis de situação didática temos: a forma de se fazer manifestar o conhecimento, por meio de aulas expositivas ou com problemas; para o aluno é uma situação de institucionalização ou uma situação de aprendizagem adidática; qual a função didática, é um curso, apenas uma informação, são exercícios de treinamento ou de controle, ou são problemas de aplicação.

Uma vez feito o levantamento das variáveis de situação didática e adidática fomos pesquisar mais sistematicamente a compreensão dos alunos a respeito do teorema de Thales e com relação a estas variáveis, recorrendo a resultados de pesquisas afim de destacar os possíveis problemas relativos ao ensino-aprendizagem dessa propriedade e melhor compreender a origem dos erros e dificuldades dos alunos. Por fim, analisamos a concepção de alguns alunos que já haviam aprendido essa noção por meio de um teste diagnóstico. Dentre as pesquisas analisadas destacamos as de Cordier, Charalambos e Brousseau.

CORDIER; constatou que a fonte de desvios cognitivos está relacionada com a propriedade da tipicalidade das representações cognitivas e que as representações típicas são instaladas durante a fase de aquisição desta noção e estão ligadas, de um lado, às figuras geométricas e, de outro, às projeções, sendo mais típicas quando as projeções se fazem sempre no mesmo sentido (isso ocorre nas configurações em que a intersecção das transversais esta acima ou abaixo das paralelas), quando as paralelas estão na posição horizontal, vertical e inclinada, nessa ordem, e quando as transversais se interceptam acima das paralelas.

CHARALAMBOS, aplicando um teste em alunos do 1º Ensino Médio para verificar suas pré-aquisições, detecta que a aquisição do teorema de Thales está limitada a uma única situação figurativa (triângulos sobrepostos). Após uma experimentação em que trabalhou com as variabilidades das configurações homotéticas e com a articulação entre registro numérico e o registro figurativo, constatou melhora no percentual de acerto porém nota que persiste um índice maior de erro nas situações figurativas dos triângulos não-sobrepostos (isso ocorre nas configurações em que a intersecção das transversais esta entre as paralelas) e no cálculo da medida do segmento formado na paralela.

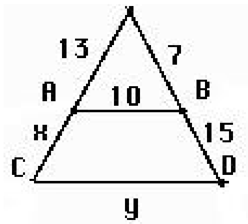
BROUSSEAU faz todo estudo das variáveis de situação didática e adidática e observa que os pontos de vista (conservação da abscissa, conservação da relação de projeção e dilatação) têm menos influência quanto aos acertos se comparado à configuração, às posições das paralelas e ao recíproco do teorema de Thales.

O teste diagnóstico aplicado constou de nove questões que podem ser subdivididas nos três níveis de problemas colocados por Duval.

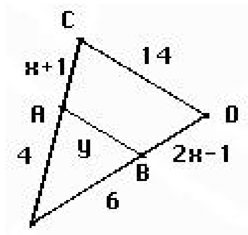
Os de nível 1 são aqueles em que há congruência operatória da figura e um tratamento matemático, neste caso uma apreensão discursiva explícita não é necessária, como exemplo citaremos a questão 2.

2) Sendo $\overline{AB}$ paralelo a $\overline{CD}$, determine x e y nos esquemas abaixo:

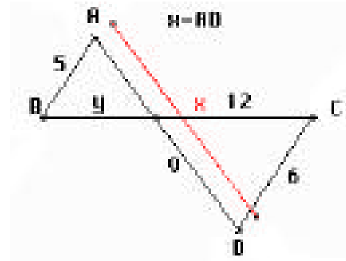
a)



b)



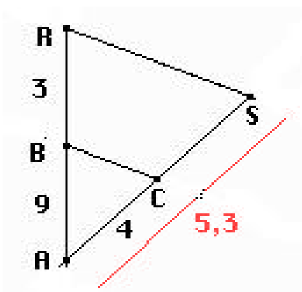
c)



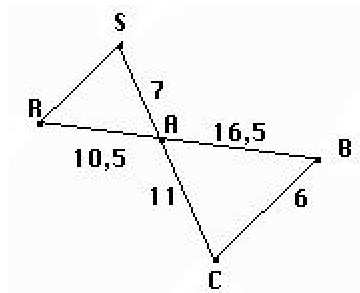
Nos de nível 2, a apreensão discursiva é necessária, porque não há mais congruência operatória entre figura e um tratamento matemático ou porque é explicitamente pedido como justificativa, como exemplo citaremos a questão 3.

3) Nos casos seguintes as retas RS e BC são paralelas? Justifique sua resposta.

a)



b)



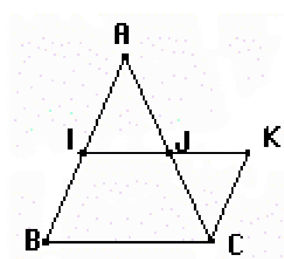
Os de nível 3 são aqueles que exigem mais de uma apreensão discursiva, e o recurso aos esquemas lógicos específicos. Veja questão 5 e 7.

5) Traçar um paralelogramo EFGH, tal que EF = 8cm, EH = 12 cm e FH = 10cm. Seja K o ponto do segmento $\overline{EH}$ tal que HK = 2,4 cm e J o ponto de intersecção de FH e da paralela a GH passando por K. Calcular HJ e JK.

7) ABC é um triângulo.

- I é o ponto médio de $\overline{AB}$;
- A paralela a $\overline{BC}$ passa por I e a paralela a $\overline{AB}$ passa por C e se cortam em K;
- A reta $\overline{IK}$ corta $\overline{AC}$ em J.

O que se pode dizer de J? Prove a resposta.



Após análise deste teste constatamos que:

- com relação às paralelas houve um índice de acertos maior quando estavam na posição horizontal, vertical e inclinada, nessa ordem;
- o índice de acerto no cálculo do segmento formado nas paralelas foi menor que o cálculo do segmento formado nas transversais;
- houve dificuldade em perceber e aplicar o teorema quando as retas transversais se interceptam entre as paralelas;

- houve dificuldade em aplicar o teorema recíproco de Thales;
- dificuldade em resolver problemas nos quais não se fornecem as configurações.

Diante desses resultados, colocamos a questão:

"A maneira como se tem ensinado o teorema de Thales e a forma como essa propriedade vem sendo apresentada nos livros didáticos tem proporcionado aos alunos a aquisição de uma concepção limitada, bem como a formação de configurações prototípicas ocasionando a não-percepção da aplicação dessa propriedade em outras configurações ditas não-típicas. Assim sintetizamos a problemática da pesquisa em "***como produzir uma seqüência de ensino, que proporcione ao aluno a apreensão do teorema de Thales, observando os aspectos da percepção visual, das significações e do contexto?"***

Para responder esta questão partimos das seguintes hipóteses:

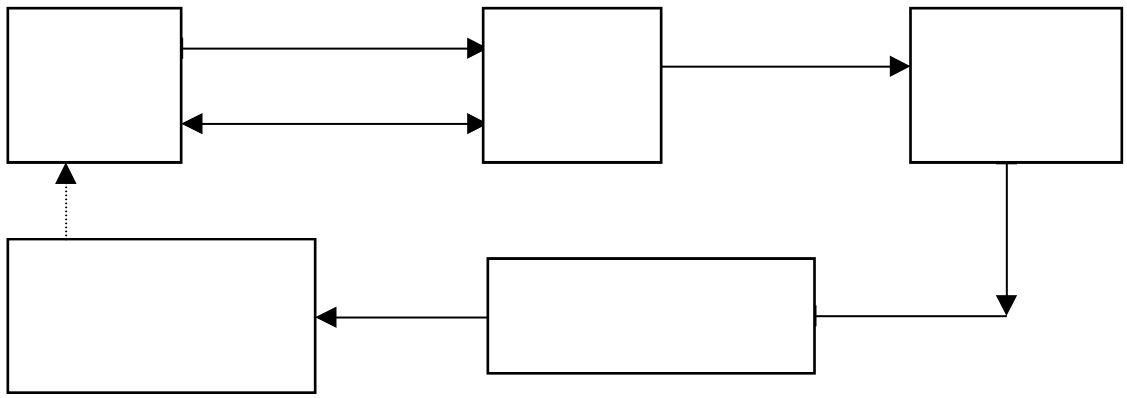
1- com relação ao aspecto da percepção achamos que propondo situações-problema em língua natural utilizando o software Cabri evita-se a formação de imagens prototípicas e trabalha-se com as variabilidades perceptivas;

2- com relação ao aspecto da significação suspeitamos que por meio de uma rede semântica pode-se organizar os três pontos de vista relacionados com as significações do teorema de Thales;

3-com relação ao aspecto do contexto possivelmente trabalhando-se com situações-problema de aplicações esta propriedade passa a ter maior significado para os alunos, possibilitando a utilização dele em outras situações afins.

Para validação destas hipóteses elaboramos e aplicamos uma seqüência didática com atividades experimentais em que os alunos tanto iriam utilizar o software Cabri géomètre I quanto os instrumentos de desenho (régua e compasso) para fazer as construções, levantar dados pela observação, tecer conjecturas para posterior validação e conclusão de aspectos relativos à aprendizagem das noções de semelhança e do teorema de Thales. Após dois meses do término da aplicação realizamos um pós-teste, idêntico ao teste diagnóstico, em duas turmas de 8ª série da mesma escola e período. Chamamos de grupo experimental a turma que utilizou essa seqüência e de grupo de referência a turma que estudo o teorema de forma tradicional.

A rede semântica utilizada na seqüência didática foi a representada adiante e será analisada no texto da oficina 2D74 "Rede semântica articulando os conceitos de Semelhança e teorema de Thales."



De forma geral, após análise quantitativa e qualitativa dos dados, notamos que o grupo experimental apresentou implicação de acerto em todos os tipos de questões, tendo índices de acertos relacionados à complexidade da questão, o Cabri géomètre I parece ter contribuído para se trabalhar as variabilidades perceptivas fazendo com que a posição das paralelas e intersecção das transversais agissem pouco, se comparado ao cálculo do segmento formado na paralela ou na transversal, e aos problemas em que não se fornecia a configuração ou que se pedia para justificar, ou seja, problemas não usuais. O mesmo não ocorreu no grupo de referência, em que as implicações de acertos se restringiram aos problemas usuais de aplicação direta nos quais a configuração é fornecida. No grupo de referência além da complexidade da questão as configurações também interferiram no acerto, percebemos maior índice de acerto quando as paralelas estavam na posição horizontal, depois na inclinada e por último na posição vertical e também na configuração em que os triângulos se apresentavam sobrepostos. A posição das paralelas, da intersecção das transversais, o cálculo da medida do segmento formado na paralela ou na transversal, a aplicação do teorema recíproco ou não, todas essas variáveis interferiram nos índices de acerto das questões do grupo de referência chegando a resultado semelhante aos das pesquisas de Cordier, Charalambos e do teste-diagnóstico. Ambas as turmas apresentaram elevado índice de erros para o cálculo da medida do segmento formado nas paralelas, o que nos levou após análise e entrevista com os alunos, a suspeitar de que o ponto de vista da conservação das abscissas (ponto de vista utilizado pelos alunos que erraram a questão) foi um conhecimento-obstáculo à aplicação do teorema sob o ponto de vista da dilatação neste grupo de alunos, contradizendo os resultados apresentados por Brousseau de que os pontos de vista têm menos influência quanto aos acertos comparado às configurações, a posição das paralelas e o teorema recíproco. Na questão 2 do teste diagnóstico, apresentada acima, podemos perceber que para se calcular o valor de x (segmento formado nas transversais) pode-se utilizar qualquer um dos pontos de vista, já para o cálculo do valor de y (segmento formado nas paralelas) devemos pensar sob o ponto de vista da dilatação.

Na análise qualitativa vemos no grupo experimental a implicação de o acerto da questão 5 ocasionar o acerto na questão 7, ambas do nível 3 (apresentadas acima), o que contribui para a validação da hipótese 1, possivelmente porque quem resolveu a questão 5 (em que a configuração não foi fornecida), além de saber o teorema de Thales, não apresentou dificuldade na leitura, interpretação e conversão do registro discursivo para o registro gráfico o que favoreceu na resolução da questão 7. No grupo de referência a questão 5 foi a que apresentou um índice de acerto praticamente nulo, evidenciando a dificuldade destes alunos na interpretação e conversão do registro discursivo para o registro gráfico.

Na aplicação do recíproco do teorema de Thales, questão 3 (problema de nível 2, exposto acima), notamos que o grupo experimental obteve, além da porcentagem de acerto maior na configuração dos triângulos opostos pelo vértice, a implicação que possivelmente quem acertou a questão para a configuração dos triângulos sobrepostos deve ter acertado a outra cujo nível de complexidade foi menor. Essa constatação difere das que foram feitas no teste diagnóstico, no grupo de referência, nas pesquisas de Cordier e de Charalambos quanto ao grau de dificuldade na aplicação do teorema de Thales para a configuração dos triângulos opostos pelo vértice ser maior do que quando esses estão sobrepostos. Isso porque segundo a pesquisa de Cordier a configuração dos triângulos sobrepostos era mais típica que a outra. Esse fato talvez não tenha ocorrido no nosso grupo experimental devido às atividades propostas e ao uso do software Cabri ter proporcionado aos alunos a construção dessa configuração que passou a ser para esse grupo uma configuração típica e, segundo análise pela teoria de Duval, a apreensão perceptiva nessa configuração favorecer a apreensão operatória sob o ponto de vista da dilatação. Essa observação parece de novo confirmar as hipóteses 1 e 2.

Quanto às significações observamos que em ambos os grupos houve procedimentos na resolução das questões envolvendo os três pontos de vista, com porcentagens diferentes é claro, levando-nos a pensar que no processo ensino-aprendizagem foi proporcionada a esses alunos a visão do teorema de Thales na sua significação global e provavelmente a rede semântica adotada cumpriu seu papel.

No grupo experimental poucos fundamentaram suas respostas pela apreensão perceptiva e os alunos em geral apresentaram diversas estratégias de resolução das questões. Em contrapartida, no grupo de referência vários responderam as questões de nível 2 baseado na apreensão perceptiva além de apresentarem muita dificuldade em fazer justificativas.

Diante de toda discussão que acabamos de fazer, consideramos que os alunos avançaram em seus conhecimentos em relação ao teorema de Thales e em suas atitudes e autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões, justificar, dar opiniões sem medo de errar e escrever. As hipóteses parecem válidas e a seqüência didática cumpriu seu papel podendo ser melhorada e adaptada para o Cabri-géomètre II.

As atividades da seqüência didática foram analisadas e discutidas na oficina 2D74- Rede semântica articulando os conceitos de Semelhança e do teorema de Thales utilizando o software Cabri Géomètre II apresentadas nesse encontro.

Referências bibliográficas:

BROUSSEAU, Guy. 1995. ***Promenade avec Thalès, de la Maternelle à l`Université. du théorèma de Thalès***. França: Bulletin Inter IREM, Commission Premier Cycle.

CHARALAMBOS, Lemonidis. 1991. Analyse et réalisation d`une expérience d`enseignement de l`homothétie. França: IREM, Université Louis Pasteur, ***Recherches en Didactique des Mathématiques***, Vol. 11, n°23, pp.295-324.

CORDIER, Françoise, CORDIER, Jean. 1991. L`application du théorème de Thalès. Un exemple du rôle des représentations typiques comme biais cognitifs. França: ***Recherches en Didactique des Mathématiques***, vol 11, n° 1, pp. 45-64.

HARUNA, Nancy Cury Andraus; ***Teorema de Thales: Uma Abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem***; Dissertação de Mestrado em Educação Matemática; PUC/SP, nov/2000.

Autor(es):

Nancy Cury Andraus Haruna –

Rua Arthur Vieira n^0 432, Jardim Stª Cruz, Taubaté-S.P. CEP: 12080-550 - e-mail: nancyharuna@uol.com.br

Dr. Saddo Ag.Almouloud -

Rua Marquês de Paranaguá n.º 111, Consolação, São Paulo -SP CEP 01303-050 - e-mail: saddoag@exatas.pucsp.br