

A realidade do ensino da Geometria denunciada pelos alunos

Ana Lúcia Manrique – Doutoranda – PUC/SP¹

Filomena Aparecida Teixeira Gouvêa - Mestre – UNITAU/SP²

Saddo Ag Almouloud – Doutor – PUC/SP³

Tânia M. M. Campos – Doutora – PUC/SP

O Projeto “Estudo de fenômenos de ensino-aprendizagem de noções geométricas” desenvolvido na PUC/SP, com o patrocínio da FAPESP investiga os fatores, bem como as alternativas, que influenciam no ensino e na aprendizagem das noções geométricas nas 5^a a 8^a séries do Ensino Fundamental.

Esse projeto tem por objetivo buscar respostas para questões como:

- 1. Que fenômenos estão ligados à formação de conceitos geométricos dos alunos de 5^a à 8^a série?*
- 2. Quais as representações dos professores dessas séries em relação ao papel da Geometria na formação do aluno e em relação ao ensino e à aprendizagem de conceitos/habilidades geométricas?*
- 3. De que forma o computador pode atuar na formação e no desenvolvimento de conceitos geométricos?*

No intuito de buscar as respostas para as questões acima colocadas:

- diagnosticamos por meio de testes, entrevistas individuais e de observação, os fatores que influenciam o ensino-aprendizagem da Geometria e elaboramos atividades a serem trabalhadas com os alunos dessas séries, com vistas a desenvolver conceitos e habilidades geométricas (conceito, construção geométrica, demonstração, raciocínio...);

- oferecemos aos professores envolvidos uma oportunidade de se capacitarem em conteúdos geométricos, métodos ativos e recursos didáticos por meio de discussões em grupo a respeito do ensino-aprendizagem da Geometria;

¹ Departamento de Matemática do CCET – PUC – SP. Rua Marquês de Paranaguá, 111 – Consolação – 01303-050 – São Paulo – SP. e-mail: manrique@pucsp.br ;

² fatgouvea@uol.com.br

³ Programa de Estudo Pós-Graduados em Educação Matemática. Rua Marquês de Paranaguá, 111 – Consolação – 01303-050 – São Paulo – SP. E-mail: saddoag@pucsp.br

- permeando todo o trabalho com atividades desenvolvidas no computador a partir de programas educacionais.

Neste artigo apresentamos os resultados do estudo empírico sobre as concepções de alunos de 5^a a 8^a séries do Ensino Fundamental e de alunos de 1^a série do Ensino Médio sobre a geometria. Para esse estudo, elaboramos inicialmente questionários que objetivavam obter um levantamento do conhecimento de noções geométricas por parte dos alunos da rede pública sob a responsabilidade dos professores que estão participando do projeto.

Considerando os conteúdos do 3^o e 4^o ciclos do Ensino Fundamental, foram elaboradas questões propostas a alunos da série já cursada. Por exemplo, foi realizado um estudo prévio de quais conteúdos poderiam ser trabalhados na 7^a série para verificar se os alunos da 8^a série teriam esses conhecimentos. O estudo foi baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, na Proposta Curricular do Ensino Fundamental e nas Experiências Matemáticas da 7^a série da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e em alguns livros didáticos. Foram selecionados os seguintes conteúdos: estudo da circunferência, do triângulo retângulo, dos quadriláteros, do Teorema de Tales e de simetria axial. Para as demais séries, o processo foi análogo.

Em todos os questionários, a primeira página objetivava obter informações que caracterizassem os alunos que responderam as questões.

Os professores participantes do projeto ofereceram suas escolas para a aplicação dos questionários. Os quatro questionários foram aplicados para as seguintes séries: 6^a, 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental e 1^a série do Ensino Médio. Foram programadas visitas em cinco escolas de diferentes localizações: na região central da capital de São Paulo, em Francisco Morato e em Guarulhos.

Para efeito de simbologia, nos quadros a seguir, utiliza-se S.P. para a escola da região central da capital de São Paulo, F.M. para a de Francisco Morato, G. para as da região de Guarulhos. As escolas selecionadas foram: 1 de São Paulo, 1 de Francisco Morato e 3 de Guarulhos.

O Quadro 1 abaixo apresenta a distribuição das séries envolvidas por escola, a quantidade de classes e o número de alunos em que foram aplicados os referidos questionários. Ele revela que a amostra relacionada foi significativa

por contemplar quase 500 alunos, sendo que, tem-se mais de 100 alunos em cada série do Ensino Fundamental. Apenas a 1ª série do Ensino Médio não atingiu uma centena de alunos. O Quadro 2 apresenta uma outra distribuição dos alunos.

Quadro 1 – distribuição dos alunos por escola, série e salas envolvidas

ESCOLAS	ENSINO FUNDAMENTAL						ENSINO MÉDIO		Total	
	6ª		7ª		8ª		1ª			
	nº de salas	nº de alunos	nº de salas	nº de alunos	nº de salas	nº de alunos	nº de salas	nº de alunos		
S.P	01	38	01	29	01	31	01	20	04	118
F.M	-	-	02	64	01	27	-	-	03	91
G.	-	-	01	33	01	25	-	-	02	58
G.	01	27	01	23	01	31	-	-	03	81
G.	01	45	01	38	-	-	02	58	04	141
Total	03	110	06	187	04	114	03	78	16	489

O Quadro 2 apresenta a distribuição dos alunos por sexo, série e escola. Observa-se uma frequência maior do sexo feminino em cada série, mas não sendo significativa mostrando que há um equilíbrio entre alunos e alunas em cada sala pesquisada.

Quadro 2 – distribuição dos alunos por escola, série e sexo

Escolas	ENSINO FUNDAMENTAL						ENSINO MÉDIO	
	6ª		7ª		8ª		1ª	
	fem.	masc.	fem.	masc.	fem.	masc.	fem.	masc.
S.P.	20	18	17	12	16	15	14	06
F.M.	-	-	29	35	18	09	-	-
G.	-	-	18	15	13	12	-	-
G.	10	17	12	11	10	20	-	-
G.	25	20	21	17	-	-	34	24
Total	55	55	97	90	57	56	48	30

O Quadro 3 refere-se à idade dos alunos investigados por série. Este

quadro mostra, com os números que estão em negrito, que existe uma concentração maior de alunos na faixa etária adequada à série. Entretanto, chama a atenção a existência de um número elevado de alunos além da faixa etária prevista para a série em questão. Por exemplo, na 6ª série temos 27 alunos de um total de 110 que estão com a idade acima das previstas que são 12 e 13 anos. Qual seria o motivo do atraso escolar desses alunos? A repetência em anos anteriores? Abandono e posterior retomada dos estudos?

Quadro 3 – distribuição dos alunos por série e idade

Série	IDADE DOS ALUNOS													Total
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	N.R.	
6ª	07	50	19	17	07	02	01	-	-	-	-	-	07	110
7ª		09	103	41	02	04	02	-	-	-	-	-	02	187
8ª			04	51	39	15	02	-	-	-	-	-	03	114
1ª			01	05	29	24	10	06	-	01	01	01	-	78

Uma das informações solicitadas perguntava se o aluno estava cursando aquela série pela primeira vez. A grande maioria respondeu que sim, apenas a 6ª série apresentou 16,66% dos alunos com reprovação nessa série e as demais séries índices abaixo de 3%.

Uma outra informação requerida do aluno foi se ele possui ou não um computador em sua residência. Obteve-se no Quadro 4 a distribuição por escola e série do total de alunos que possuem computador.

Quadro 4 – distribuição dos alunos que possuem computador por escola e série

ESCOLA	ENSINO FUNDAMENTAL						E. MÉDIO			
	6ª		7ª		8ª		1ª		TOTAL	
	sim	total	sim	total	sim	total	sim	total	sim	total
SP	13	38	09	29	14	31	06	20	42	118
FM	-	-	07	64	02	27	-	-	09	91
G	-	-	01	33	0	25	-	-	01	58
G	03	27	0	23	0	31	-	-	03	81
G	04	45	01	388	-	-	07	58	12	141
TOTAL	20	110	18	187	16	114	13	78	67	489

Neste quadro se verifica que a grande maioria dos alunos pesquisada da escola pública não possui computador em casa. Observa-se também que são os alunos da região central da capital que têm maior acesso a um computador.

Analizadas essas informações pessoais obtém-se uma caracterização dos alunos dos professores participantes do projeto em questão. O próximo passo é verificar o nível de conhecimento matemático em Geometria desses alunos. A análise foi feita a partir das respostas obtidas nos questionários aplicados a cada série. Neste texto discutiremos alguns dos resultados que achamos mais relevantes.

Constatou-se que a maioria dos alunos não respondeu as questões propostas. Portanto, o que será apresentado é resultado das raras manifestações de tentativas de resolução.

Nas questões do tipo múltipla escolha, os alunos simplesmente assinalaram uma das alternativas sem efetuar qualquer cálculo que justificasse o caminho que usou para concluir a escolha. Portanto, ficou-se sem uma noção das dificuldades dos alunos frente a esses conteúdos.

Dos 110 alunos de 6ª séries que responderam ao questionário, apenas dois alunos acertaram a primeira questão que questionava quantos segmentos poderiam unir os quatro pontos não colineares dados. Aproximadamente metade dos alunos ligou os pontos dados fazendo um contorno de uma figura de cinco lados.

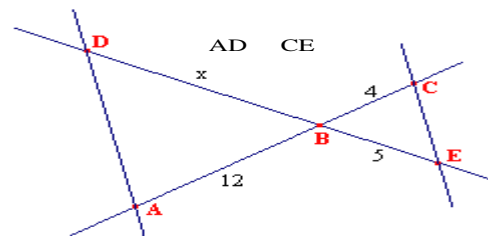
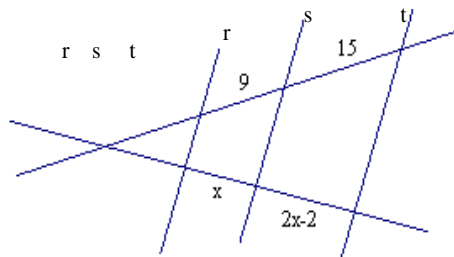
Dos 110 alunos participantes, 96 responderam a questão 3, que pedia para pintar os paralelogramos entre cinco quadriláteros desenhados, porém 42 alunos pintaram o trapézio considerando-o como um paralelogramo.

A determinação das alturas de cinco figuras geométricas solicitada na questão 4 não foi respondida e, em relação a dar nomes aos polígonos apresentados, constatou-se algo relevante: o triângulo com um dos lados na horizontal foi denominado triângulo, enquanto que sem esse apoio não foi considerado triângulo (alguns alunos o denominaram “esquadro”).

O questionário apresentado para 7ª série (187 alunos) continha todas as questões do tipo múltipla escolha. Os alunos simplesmente assinalaram uma das alternativas sem efetuar qualquer cálculo que justificasse o caminho que usou para concluir a escolha. Portanto, ficou-se sem uma noção das dificuldades dos alunos frente a esses conteúdos.

A questão 5 do Questionário proposto para a 1ª. série do Ensino Médio para um grupo de 78 alunos versou sobre a aplicação do Teorema de Tales com diversos níveis de dificuldades e variadas posições para as retas. Observou-se que os alunos tentaram, em seus rascunhos, montar as proporções, mas a grande maioria ou errou na ordem ou nos cálculos da resolução. Alguns alunos não se utilizaram da igualdade para relacionar as razões encontradas, fazendo uso indevido do sinal de multiplicação entre elas. Por exemplo, segue a resolução de alguns alunos para os diversos itens solicitados.

5) *Determine o valor de x.*



$$a) \frac{9}{x} \cdot \frac{15}{2x-2} = 15x \cdot 9(2x-2) \quad b) \frac{x}{12} \cdot \frac{4}{5} = 5x - 48 = 9,4$$

$$15x \cdot 9 \cdot x = 6x$$

$$c) \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{4} = \frac{2x}{3} = \frac{5x}{4} = \frac{8}{15} \quad x = \frac{8}{15}$$

Esses exemplos da produção de alunos da 1ª série do Ensino Médio nos informam que eles não estão seguros nas técnicas e propriedades do cálculo algébrico para resolução de equações que costumam estar programadas para serem ensinadas na 7ª série do Ensino Fundamental.

A questão 6 sugeria uma experimentação semelhante àquela realizada por Thales. Os poucos alunos que tentaram solucioná-la manifestaram o seguinte raciocínio: se a sombra projetada tem uma diferença de 2 metros em relação à altura do poste considerado, então o aluno conclui que do mesmo modo o prédio teria uma altura com 2 metros a mais do que sua sombra.

Questão 6 “Um poste de 6 metros projeta uma sombra de 4m. Calcule a altura de um prédio que, no mesmo instante, projeta uma sombra de 124 m.”

Várias pesquisas (cf. Andraus Haruna, 2000) mostraram que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem do teorema de Thales estão relacionados com sua forma de expressão envolvendo os aspectos da percepção, das significações

e do contexto. Por exemplo, Cordier, ao analisar a aplicação do teorema de Thales, detectou que a fonte dos desvios cognitivos está relacionada com a propriedade da tipicabilidade das representações cognitivas. Uma representação típica pode ser criada como um modelo pelo sujeito e o problema está relacionado, muitas vezes, no fato de que, diante de um modelo, os alunos se atêm mais nas múltiplas propriedades figurativas dessas configurações do que na abstração das propriedades estritamente necessárias à aplicação do teorema. Os resultados das suas experimentações mostram que as representações típicas com relação ao teorema de Thales são instaladas durante a fase de aquisição desta noção e estão ligadas, de um lado, às figuras geométricas e, de outro lado, às projeções.

A questão 10 do questionário da 1ª série do Ensino Médio foi a que mais estimulou o aluno a solucionar a discussão proposta, pois apresenta uma situação comum de sala de aula em que o aluno dialoga com o professor e seus colegas. Muitos alunos responderam essa questão parecendo se sentir integrante dessa situação.

Questão 10) *“Numa sala de aula foi proposto aos alunos o seguinte problema: “Construa um triângulo ABC tal que $AB=6$ cm, $m(\hat{A})=33^\circ$ e $m(\hat{B})=56^\circ$. O triângulo ABC é retângulo”.*

Três alunos deram as seguintes respostas:

Francisco: “Eu medi o ângulo C com meu transferidor, achei 90° , portanto ABC é um triângulo retângulo”

Sílvia: “Concordo com Francisco. Verifiquei com meu esquadro”

Conceição: “Não concordo, tenho certeza que o ângulo C não é reto: sua medida é 91° .”

Um só dos três alunos acertou. Quem é? Por quê?⁽¹⁾

A análise dos diferentes questionários apresentados evidenciou que a grande maioria dos alunos deixou de responder as questões propostas.

Outro fato que merece uma reflexão posterior sobre o ensino da Geometria, foi o desconhecimento por parte dos alunos de alguns termos matemáticos como: hipotenusa, cateto, argumento, aresta, triângulo retângulo e outros.

Pode-se concluir também, que nas questões de múltiplas escolhas grande parte dos alunos assinalou uma das alternativas mas não apresentou indícios de qualquer raciocínio.

Questões envolvendo uma situação-problema foram melhores aceitas,

provocando uma tentativa de solução por parte dos alunos. Talvez porque a linguagem utilizada não tenha o rigor tradicional formal e propõe uma situação de sala de aula do dia-a-dia do aluno, o que fez com que ele se sentisse à vontade em dar a sua opinião para tentar resolver o problema.

A aplicação desses questionários permitiu obter uma visão da realidade dos alunos sob a responsabilidade dos professores participantes da formação em Geometria. Constata-se a necessidade de uma formação em Geometria para esses professores para que se sintam em condições de reverter essa realidade verificada nesses Questionários, que é a proposta do Projeto em curso.

BIBLIOGRAFIA

AG ALMOULOU, Sado. *Thèse d'université l'ordinateur, outil d'aide à l'apprentissage de la démonstration et de traitement de données didactiques*. 1992.

_____ *Aide logicielle à la résolution de problèmes avec preuve: des séquences didactiques pour l'enseignement de la démonstration*. RDM, vol. 12, n. 23, 1992.

_____ *Fundamentos da didática da matemática e metodologia de pesquisa*. CEMA (Caderno de Educação Matemática), vol. III, PUC, São Paulo, 1997.

ANDRAUS HARUNA, N. C., (2000). *O teorema de Thales: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP.

GOUVÊA, Filomena A. T. (1998) "Aprendendo e Ensinando Geometria com a Demonstração: uma Contribuição para a Prática Pedagógica do Professor de Matemática do Ensino Fundamental" Dissertação de Mestrado PUC/SP

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. *Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP. Relatório Final dos Resultados da 1ª Aplicação*. vol. I, 1996

HOUEBINE, J. *Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question*. IREM de Rennes. Repères n. 1, p. 5-27, 1990

PIRES, Célia Carolino. *A relação entre a produção do conhecimento e os fundamentos das Propostas Curriculares*. Secretaria de Estado da Educação, FDE, São Paulo, 1004, p. 4

SÃO PAULO(ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. COORDENADORIA DE

ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS. *Proposta Curricular para o ensino de Matemática. 1º Grau.* 3ª ed., São Paulo, SE/CENP, 1988