SOBRE A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA A NOÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO LINEAR EM ÁLGEBRA LINEAR

Viviane Cristina Almada de Oliveira[1]

Romulo Campos Lins[2]

O estudo das transformações lineares tem papel central no desenvolvimento da teoria da Álgebra Linear, bem como em suas aplicações às diversas áreas que a têm como disciplina de interesse. Com base no Modelo Teórico dos Campos Semânticos – MTCS (Lins, 1992), investigamos a produção de significados para a noção de transformação linear, para que nos permita uma reflexão coerente e lúcida acerca do ensino e da aprendizagem da Álgebra Linear (o que posteriormente contribuirá à prática de professores do ensino superior) e, dentro dessa análise, voltar nosso olhar à formação inicial do professor de matemática.

Para tanto, nosso trabalho consiste em três linhas de frente: estudo histórico com objetivo de abordar produções de matemáticos específicos nas quais estejam mais evidentes para nós possíveis modos de se falar de transformações lineares; análise de livros-texto buscando identificar os possíveis significados que podem ser produzidos para transformações lineares a partir deles; e estudo de caso com estudantes de um primeiro curso de Álgebra Linear da Matemática investigando os significados que eles produzem para a noção de transformação linear.

Embora expectativas pessoais (como aprimoramento da minha prática enquanto docente e minha formação como pesquisadora) já pudessem servir como justificativas para a pesquisa, essa vai mais além. Está inserida num projeto maior, que visa produzir uma abordagem para o desenvolvimento de cursos de Matemática adequados à formação inicial do professor de Matemática, denominado ***Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática num curso de Licenciatura em Matemática***; é caracterizado como um projeto integrado na área de Educação Matemática envolvendo educadores

[1] Mestranda do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro

[2] Professor Doutor do Depto. de Matemática credenciado ao programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro / Orientador da Pesquisa

matemáticos e matemáticos.

A seguir estão colocadas as principais considerações que pretendemos fazer nos capítulos de nossa dissertação de mestrado. Em primeiro lugar falaremos do MTCS, que consiste no nosso referencial teórico; posteriormente, apresentaremos nossas pesquisa histórica, análise de livros-texto e o encaminhamento do estudo de caso. Cabe lembrar, que nosso trabalho ainda está em andamento e que esta apresentação reflete um momento da pesquisa.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos

As idéias iniciais que deram origem ao MTCS surgiram no desenvolvimento do trabalho de doutorado de Lins, que buscava estabelecer uma caracterização epistemológica para Álgebra e Pensamento Algébrico. Embora tenha sido constituído nesse contexto – Álgebra e Pensamento Algébrico – o MTCS não se restringe apenas a essa área da Matemática e a esse tipo de pensamento, nem tampouco à Matemática; havendo processo de produção de significados, podemos aplicá-lo.

Apesar de apontado como um modelo epistemológico, Lins (2001:59) prefere concebê-lo como uma teoria que

> "provê uma simples, ainda que poderosa, ferramenta para pesquisa e desenvolvimento da educação matemática (...) para guiar práticas de sala de aula e para habilitar professores a produzir uma leitura suficientemente fina, assim útil, do processo de produção de significados em sala de aula".

Foi a necessidade de Lins em responder 'O que é conhecimento?' e 'O que é significado?' que levou ao desenvolvimento do MTCS. Por isso é que as caracterizações de conhecimento e significado têm importância central no modelo produzido pelo autor. Vamos então a elas.

De acordo com Lins, dizemos que

> "Conhecimento é entendido como uma crença - algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto

> como uma afirmação - junto com que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação."(Lins, 1993: 86)

O fato é que o conhecimento para nós não é apenas uma crença-afirmação, mas uma crença-afirmação junto com uma justificação; e as justificações do aluno e do matemático são diferentes: conseqüentemente, seus conhecimentos também o são. Essa diferença não é caracterizada apenas pelo fato de tais conhecimentos terem sido produzidos pelo matemático e pelo aluno, mas por causa de suas justificações não serem a mesma; dois matemáticos, bem como dois alunos, poderiam produzir conhecimentos diferentes para um mesmo texto. Para nós, a justificação é parte constitutiva do conhecimento, e esta é mais uma característica original deste modelo e que o distingue de outros. O conhecimento é do domínio da fala (enunciação) − e não do texto (a concepção de texto aqui adotada surge da releitura que Lins (1999) faz do processo de comunicação).

Dizemos que "significado é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre o objeto numa dada atividade" (Lins, 1997: 145); vale reforçar que significado não é o conjunto do que poderia ser dito, mas o que é dito. Esta definição de significado é de fato relativa e poderia dar margem para que alguém dissesse: 'mas então, significado é qualquer coisa'. Entretanto, cabe salientar que significado é aquilo que o sujeito <u>pode</u> dizer, isso porque "(...) não é tudo que pode ser dito [pelo sujeito], já que qualquer dada cultura aceita alguns, mas nunca todos os modos possíveis de produzir significado" (Lins, 1997:143). Esse poder diz respeito à legitimidade dos modos de produção de significado, aos interlocutores. Portanto, ninguém produz significado que não seja plausível em alguma direção; ou seja, assumindo que o sujeito da enunciação está falando para algum interlocutor, o que ele diz sobre o objeto na atividade é significado sim. Além do mais, o significado é do sujeito, já que ele é quem diz algo. De acordo com Lins (1997)

> "(...) o problema de se estabelecer se uma pessoa tem ou não direito de "ter" um conhecimento é um problema interno do processo de produção de conhecimento, e não externo: é a própria enunciação da crença-afirmação que estabelece sua legitimidade, e não uma deliberação posterior." (p.142)

No processo de produção de significados, o sujeito faz certas afirmações que não sente necessidade de justificar; afirmações que são por ele tomadas como localmente válidas. Cada uma dessas afirmações é chamada de estipulação local. A "um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo", Lins (1999:87) denominou núcleo.

A partir da noção de núcleo é que definimos Campo Semântico. Campo Semântico é a atividade de produzir significado em relação a um certo núcleo. Assim, sempre que o sujeito produz significado em relação a um núcleo dizemos que ele está operando em um Campo Semântico.

Outra noção importante do MTCS, que não poderíamos deixar de destacar, é a de limite epistemológico. Em Lins (2001: 45) encontramos:

> "Por limite epistemológico entendo a impossibilidade de produzir significado para uma afirmação dentro de um Campo Semântico dado; (...). A importância operacional dessa noção é estabelecer que: (i) toda vez que significado é produzido existe uma restrição no horizonte das posteriores produções de significado, implicando que, (ii) se aprendizagem é entendida – corretamente, eu penso – como aprender a produzir significado, ensinar deve também apontar para uma discussão explícita dos limites criados nesse processo".

Finalizando, de acordo com Lins (1997: 144) "a natureza social de conhecimento e os mecanismos de inserção em práticas sociais e a existência de limites epistemológicos garantem que nossa formulação de conhecimento não cria um vale-tudo".

Colocadas as principais noções do MTCS, podemos então pensar em algumas conseqüências de tomá-lo como base teórica:

· em qualquer processo cognitivo, em especial naqueles que se dão em sala de aula, o nosso olhar de pesquisador ou professor deve estar voltado para a produção de significados, lembrando que a diversidade dos modos de produção de significados vem a enriquecer o processo. Explicitar essas diferenças e apontar o que elas acarretam deve fazer parte da ação do educador matemático;

· a diferença dos significados de que estamos falando não é questão de estilo, preferência, interpretação ou versões de uma mesma essência: caracteriza, de fato, conhecimentos distintos; e

· concebemos que a prática do professor deve ser na direção de criar na de sala de aula um espaço comunicativo compartilhado por todos.

Pensamos ainda que, sendo a sala de aula esse espaço comunicativo compartilhado por todos, os diferentes modos de produção de significados não devem ser hierarquizados e encabeçados por aquele regido pelo discurso matemático acadêmico. É claro que este deve estar presente no tal espaço comunicativo e, portanto, ser compartilhado por todos, mas não colocado como a versão perfeita dos demais.

Acreditamos que as implicações em se adotar o MTCS como referencial teórico (e por que não prático?) não se esgotam nesses poucos ítens colocados acima; vão bem mais além. No que segue, tentaremos mostrar no exercício da pesquisa estas e outras conseqüências.

Análises histórica e de livros-texto

Podemos entender como objetivo central de nosso trabalho a busca de diferentes maneiras a partir das quais a noção de transformação linear pode ser pensada. Assim sendo, tanto um estudo histórico quanto análises de livros-texto de matemática são bastante pertinentes à nossa pesquisa na medida em que podem nos apontar possíveis formas de se produzirem significados para transformações lineares.

Utilizamos para um estudo histórico inicial publicações em história da matemática (Bell, 1995; Bourbaki, 1976; Eves, 1997; Granger, 1974; Katz, 1992; Ríbnikov, 1991; Stillwell, 1989; Smith, 1959; Struik, 1992; van der Waerden, 1985; Wussing, 1998) no intuito de nelas encontrarmos referências que dissessem respeito à Álgebra Linear e, particularmente, à transformação linear, primeiramente entendida como sendo uma função entre espaços vetoriais que tem duas propriedades. Entretanto, pareceu-nos que a noção de transformação linear não foi alvo de interesse específico de historiadores matemáticos, já que em muitos dos livros que estudamos não houve citação alguma a respeito da gênese de tal noção.

Quanto mais leituras fazíamos, mais essa situação se evidenciava. Assim, tentamos regressar aos feitos matemáticos dos séculos XIX, XVIII, XVII e XVI. Chegamos a um ponto do nosso estudo em que já havíamos juntado uma quantidade razoável de elementos para tentar atingir o objetivo proposto: mostrar diferentes produções matemáticas que têm a ver com transformações lineares.

Nesse sentido, destacamos François Viète (1540-1603), com a resolução de equações polinomiais cúbicas, Pierre de Fermat (1601-1665) em ***Ad locos planos et solidos isagoge***, A. Ferdinand Möbius em ***Der barycentrische Calcul*** e Giuseppe Peano em ***Calcolo Geometrico.***

No que diz respeito à análise de livros-texto, selecionamos inicialmente alguns livros de matemática que abordam a noção de transformação linear: Banchoff & Wermer (1992), Halmos (1958), Herstein (1964), Batschelet (1978), Lang (1971), Searle (1966), Hoffman & Kunze (1967), Lipschutz (1994), Steinbruch & Winterle (1987) e Lima (1998). Tal seleção foi feita levando-se em conta a utilização desses livros em cursos de graduação. Partindo de uma primeira leitura, em vista dos possíveis significados produzidos para transformação linear, escolhemos os quatro primeiros dos livros anteriormente indicados para uma análise sob a ótica do MTCS. Em tais livros encontramos as definições de transformação linear como sistema de equações lineares, função especial, homomorfismo e matriz, respectivamente.

As entrevistas

Dando continuidade ao trabalho, buscamos estabelecer uma compreensão para produção de significados para transformação linear a partir de estudos de casos feitos com alunos do curso de Matemática. Esses estudos de casos estão sendo feitos com duas estudantes de Matemática de um curso introdutório de Álgebra Linear baseados em textos por elas escritos, entrevistas abertas que contaram com a intervenção da investigadora de acordo com a fala dos sujeitos e sessões de videografia, que registraram as atividades realizadas. A intenção em utilizarmos essa variedade de métodos de coletas de dados foi a de nos possibilitar uma análise mais precisa do contexto no qual foram produzidos significados para a noção de transformação linear, tentando identificar o que nossos sujeitos estarão dizendo a respeito de tal noção ao longo e ao final do curso e de que maneira se estrutura esse processo de produção de significados.

De posse das informações colhidas, fazemos uma reflexão acerca do ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, que esperamos auxiliar na prática de professores do ensino superior.

As tarefas, em número de quatro, foram elaboradas na tentativa de criar situações diversas nas quais as alunas poderiam estar falando sobre transformações lineares. A análise das tarefas foi elaborada segundo o MTCS; Lins (1997, p.146) evidencia que no processo de produção de significados existem aspectos a se considerar:

i) a atividade em questão, e também a tarefa que a origina;

ii) os significados sendo produzidos ¾ e, portanto, o núcleo (ou núcleos) em jogo;

iii) o possível processo de transformação do(s) núcleo(s), e as possíveis rupturas na direção de novos modos de produção de significados;

iv) os textos sendo produzidos ¾ notações, diagramas, escrita, fala, gestos, e sua eventual constituição em objeto;

v) o papel do professor como interlocutor;

vi) ao alunos como interlocutores uns dos outros;

vii) interlocutores não-presentes;

viii) a existência de certos modos de produção de significados que queremos que os alunos dominem; e,

ix) a existência de certas ***afirmações*** que eles venham a assumir como corretas.

Por se tratar de uma pesquisa que tem objetivos específicos, estaremos privilegiando alguns desses aspectos para fazermos nossa análise: ii, iv e ix.

Bibliografia

BANCHOFF, Thomas & WERMER, John. Linear Algebra Trhough Geometry. 2nd ed. New York: Springer, 1992.

HALMOS, Paul R. Finite-Dimensional Vector Espaces. 2nd edition. New York: Princeton University Press, 1958.

HOFFMAN, K. & KUNZE, Ray. Linear Algebra. New Delhi: Prentice-Hall of India Private Limited, 1967.

LANG, Serge. Álgebra Linear. Trad. Frederic Tsu. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1971.

LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, 1996.

LINS, Romulo Campos. A framework for understanding what algebric thinking is. PHD thesis. Nottingham: University of Nottingham, 1992. (Doctorate in Mathematics Education).

___________________. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. Revista da SBEM-SP. Campinas, set., 1993. 1 (1): 75-91.

___________________. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática, In: Maria Aparecida Vigiani Bicudo (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Rio Claro: Editora Unesp, 1999.

___________________. The production of meaning for ***Algebra***: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields, In: R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell e R. Lins . Perspectives on School Algebra. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

LINS, Romulo C. & GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

LIPSCHUTZ, Seymour. Álgebra Linear. Trad. Roberto Ribeiro Baldino. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.

_____________________. Álgebra Linear: Teoria e problemas. Trad. Alfredo Alves de Farias. 3ª edição. São Paulo: Makron Books, 1994.

MAJMUTOV, M. I. La enseñanza problémica. Cuba: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MOURA, Orlando. Mecânica Quântica. Belém: Universidade Federal do Pará, 1983.

SEARLE, S. R. Matrix Algebra for the Biological Sciences. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1966.

SMITH, David Eugene. A source book in Mathematics. New York: Dover Publications, 1959.

SILVA, Amarildo M. Uma análise da produção de significados para a noção de Base em Álgebra Linear. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula, 1997.

STILLWELL, John. Mathematics and its history. New York: Springer – Verlag, 1989.

RÍBNIKOV, K. Historia de las matematicas. Trad. Concepción Valdés Castro. Madrid: Editorial Mir Moscú, 1991.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Trad. Hygino H. Domínguez. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

STRUIK, Dirk. J. História concisa das matemáticas. Trad. João Cosme C. Guerreiro. Lisboa: Gradiva Publicações Ltda, 1992.

VAN DER WAERDEN, B. L. A History of Algebra. Germany: Springer-Verlg, 1985.

WUSSING, H. Lecciones de Historia de las matematicas. Trad. Elena Ausejo, José L. Escorihuela, Mariano Hormigón, Daria Kara-Murzá e Ana Millán. Madrid: Siglo Veintiuno de España Editores, 1998.

KATZ, Victor J. A History of Mathematics: an introduction. New York: HarperCollins College Publishers, 1992.