

## **A calculadora gráfica na educação matemática – Uma proposta de abordagem para o estudo de funções quadráticas.**

Zaíra da Cunha Melo Varizo<sup>1</sup>

Marcelo Rodrigues<sup>2</sup>

Neste estudo, exploramos a possibilidade da utilização da calculadora gráfica como recurso pedagógico no processo de ensino–aprendizagem de funções quadráticas na 8ª série do ensino fundamental, através de elaboração, aplicação e avaliação de atividades com a calculadora gráfica. Foi realizado pelo professor de Didática e Prática de Ensino de Matemática da IME/UFG e um aluno bolsista do último ano de licenciatura em Matemática. Desenvolveu-se no período de Maio a Dezembro de 1999 na cidade de Goiânia/Brasil.

Trata-se de um estudo de caso fundamentado na pesquisa ação, no qual se introduz a calculadora gráfica integrando-a nas atividades de ensino e aprendizagem de tal modo que contribua para a construção da compreensão de funções na álgebra elementar através o desenvolvimento de habilidades de visualização e pelo uso de operações com o gráfico de translação e dilatação.

Foram elaboradas cinco atividades de ensino-aprendizagem sendo utilizada a calculadora gráfica tipo CFX - 9800 da Casio,

### **Tecnologia versus educação**

A tecnologia e educação - dois campos que relacionados são objetos de grandes polêmicas. A tecnofilia e a tecnofobia, estão sempre presentes quando grupos de educadores se referem à tecnologia na educação. Os primeiros considerando que vídeos, computadores resolvem todos os problemas da educação e da aprendizagem escolar e os outros são terminantemente contrários ao uso de qualquer tecnologia nas salas de aula, especialmente, educadores matemáticos, sendo que estes são mais veementes quando trata-se a computadores e máquinas de calcular. Tanto um quanto o outro estão errados em suas posições exacerbadas, os tecnófobos por não querer admitir a possibilidade da existência de outras maneiras de representar o mundo ou então por significar outra maneira de desenvolver seu trabalho docente e os

---

<sup>1</sup> Professora do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás

tecnófilos, por considerar a tecnologia essencialmente como sendo as máquinas e os aparelhos em si. Ambos não focalizam sua atenção sobre o processo de elaboração, acumulação e transmissão de um saber fazer, refletido nas diferentes formas de tecnologia que transforma o mundo e os indivíduos.

Muito também da aversão à tecnologia vem da própria concepção dicotômica entre teoria e prática, cujas origens pode-se encontrar nos escritos utópicos de Platão, quando faz menção a separação do “puro pensamento” ou seja as abstrações próprias de alguns escolhidos e do “agir” ligado as questões do cotidiano. Já Segundo Litwin (1997, p.25) Aristóteles compreende que a *techné* está mais própria do significado da palavra grega *tictéin*, que significa criar, produzir, conceber, dar a luz. Mas é a concepção hierárquica entre o “pensamento” e o “agir” que prevalece. Essa percepção desenvolve-se ao longo dos séculos e chega à modernidade reduzida aos instrumentos. Como diz Litwin (1997,p26) *“separa-se o fazer do pensar, a explicação da aplicação, o racional do instrumental, e definem a relação entre ambos os aspectos como uma relação unidirecional e linear. No caminho perderam-se os valores éticos e a importância de seguir todo o processo de criação”*.

É numa visão aristotélica que compreendemos a tecnologia, ou seja, é no sentido de criar, produzir, conceber, dar a luz, que faremos uso do termo técnica ou tecnologia na educação matemática foco de nossos estudos.

Nossa questão é como a tecnologia eletrônica, em especial a calculadora gráfica pode ser incorporada ao fazer do professor de matemática na sala de aula de modo a proporcionar ao aluno oportunidade de conjecturar, refletir, raciocinar e investigar idéias matemáticas.

### **A Calculadora Gráfica na educação matemática**

As discussões sobre o uso da calculadora no Brasil como recurso de ensino aprendizagem na matemática, começam a partir da segunda metade da década de 70. Embora o interesse pelo uso do computador e máquinas de calcular e em especial da calculadora gráfica tenha crescido nos últimos cinco anos, ainda se tem feito muito pouco sobre essa questão no Brasil. Existem estudos e experiências, no campo da informática educativa, desenvolvidas em

---

<sup>2</sup> Professor da Secretaria municipal de Educação de Goiânia

alguns centros de pesquisa nacionais, entre os quais citamos a USP, UFRGS, a UFP e a UNESP – Campus de Rio Claro. Embora estes tenham sido estendidos a outros centros são trabalhos pontuais e, em geral, ficam restritos à universidade com pouco ou nenhum impacto nas escolas do ensino fundamental e médio.

De fato a atenção dos pesquisadores para com as calculadoras gráficas surgiu há pouco tempo, inclusive a nível internacional, DUNHAM&DICK, ao elaborarem um estudo sobre a pesquisa neste campo reconhecem que este é um campo relativamente novo e ainda pouco pesquisado. No entanto, com relação ao computador a questão já é diferente. O interesse surgiu há mais tempo, principalmente voltado para a elaboração de software educacional.

O MEC tem proposto vários projetos voltados para a utilização do computador e softwares educativos. O último projeto, o PROINFO, se propunha a formar um grupo de profissionais de várias disciplinas da escola fundamental e média, que se tornariam multiplicadores e em equipar um número significativo de escolas com laboratórios de informática.

De modo geral, as escolas públicas e/ou particulares quando se preocupam com a questão da tecnologia restringem-se a utilização de computadores. Implantam laboratórios de informática, que são salas com dez a vinte computadores. Suas atividades se resumem na utilização de programas de processador de textos e quase sempre estão sob a orientação de técnicos de empresas que pouco ou nada entende das questões pedagógicas e em especial das questões pedagógicas da matemática. Quando utilizam algum software pedagógico na área de matemática, muitas vezes não sabem como aplicá-lo ou usá-lo adequadamente, quase sempre os utilizam de forma próxima ao seu fazer pedagógico tradicional e/ou do ponto de vista comportamentista. As escolas na sua maioria ao implantarem laboratórios de informático não o fazem considerando os aspectos pedagógicos. As escolas particulares visam os aspectos econômicos (maior número de matrículas) e as públicas devido às políticas governamentais que algumas vezes colocadas com intenções válidas são concretizadas muito mais por interesses eleitoreiros do que pedagógicos.

A questão da utilização da calculadora não é nem cogitada, ao contrário são execradas pelos professores de matemática que têm um comportamento muito próximo do Sócrates que no momento da inserção da escrita, dizia que seus alunos iriam deixar de pensar se utilizassem as técnicas da escrita. O

principal argumento. dos professores de matemática de hoje é que seus alunos não vão aprender a calcular.

Percebemos que o interesse das escolas pelas calculadoras é praticamente nulo devido: a própria resistência dos professores ao seu uso, aos esforços governamentais, a valorização da sociedade pelos computadores. E porque não dizer por interesses econômicos de empresas particulares.

Acreditamos ser necessário mais pesquisas neste campo. DUNHAM&DICK no trabalho citado acima de revisão bibliográfica, verificou a validade da utilização da calculadora em vários aspectos do campo pedagógico. Pois pesquisas mostraram que o uso da calculadora na sala de aula de matemática implicou em :melhores resultados em testes; melhor nível de compreensão de conceitos; altos níveis na hierarquia de compreensão de gráficos; melhor capacidade de relacionar gráficos com suas equações; melhor interpretação de gráficos; melhor capacidade de encontrar as representações algébricas para os gráficos. Existem também outras pesquisas que evidenciam a relação entre a utilização das calculadoras gráficas na melhoria da habilidade de resolver problemas.

LAGRANGE (1996), encontrou em sua investigação vantagens no uso da calculadora ao comparar a organização da sala de aula com o uso do computador e da calculadora gráfica e com a participação coletiva dos alunos, ou seja, o processo de comunicação na sala de aula. Os computadores além de exigir uma organização da sala diferente da usual, pois em geral os alunos trabalham em duplas trocam idéias com o colega e a atenção fica voltada para o *screen* de seus computadores, dificultando o trabalho coletivo com a classe. Já as calculadoras não exigem uma organização da sala de aula diferente da usual, permitindo que toda a classe tome parte ativa na discussão direta com o professor e a qual começa com o que foi observado no mostrador da máquina.

Existem pesquisas no Brasil que vêm confirmando vantagens levantadas na utilização da calculadora gráfica, como as do professor Dr Marcelo C. Borba e da Professora, MS Telma A de Souza.

Além do que se compararmos as calculadoras gráficas com lápis e papel as estas obtém grandes vantagens. São ferramentas que produzem em pouquíssimo tempo gráfico das funções, que são difíceis e complexas de desenhar à mão. Nem sempre podemos obter um gráfico “completo” de uma

função no sentido de apresentar numa só figura o seu comportamento global e suas características locais. O mesmo ocorreria se ao desenharmos gráficos à mão respeitássemos as escalas. No entanto, com lápis e papel, ou no quadro negro, ao esboçar um gráfico “completo”, em geral apresentamos um gráfico distorcido.

Ainda do ponto de vista econômico as escolas que não se encontram em condições de disponibilizar computadores, pelo custo das máquinas e da manutenção, pode encontrar nas calculadoras uma alternativa de baixo custo e de grande potencialidade.

Compreendemos que a calculadora poderá ser absorvida pela escola integrada no trabalho pedagógico, tomando-a como um recurso didático, como uma ferramenta de mediação nas atividades de ensino–aprendizagem, tal como o ábaco e o giz, os quais de uma maneira ou outra intervêm na atividade de ensino. Além do que ela pode representar um contato inicial com a tecnologia, já que estão presentes nas calculadoras gráficas vários princípios de um micro-computador, tais como memória entrada de dados e outros.

Partimos então das seguintes premissas sobre as possibilidades do uso da calculadora gráfica na sala de aula de matemática.:

- permitir que os alunos aprendam mais matemática e mais profundamente;
- fomentar a compreensão e intuições de conceitos, enriquecendo a aprendizagem da matemática;
- proporcionar acesso a modelos visuais dinâmicos que são instrumentos poderosos para enriquecer a aprendizagem matemática;
- enriquecer o campo e a qualidade da investigação na sala de aula de matemática sendo um meio de prover a visualização de idéias matemáticas a partir de múltiplas representações.

### **A calculadora gráfica no ensino de funções quadráticas**

Nas escolas, o aspecto visual é normalmente deixado em segundo plano. O estudo de funções quadráticas é mais dominado pelo aspecto algébrico. Por isso, os alunos acabam se preocupando essencialmente em como construir

ou esboçar os gráficos, ficando de lado à parte da interpretação e compreensão do gráfico tão importante para a aprendizagem da matemática e outras ciências.

Observando representações gráficas de várias funções quadráticas em movimento, os alunos poderão fazer várias experiências; através dos aspectos visuais e do movimento poderão fazer conjecturas, descobrir padrões, familiarizar-se com as formas de representação analítica e gráfica das funções quadráticas. Essa exploração de imagens concretas movendo-se permite que o aluno vá da imagem concreta aos mais altos níveis de abstração, e a reflexão sobre a exploração visual além de permitir que o aluno construa seu próprio conhecimento matemático permite que desenvolva a visualização espacial, a qual tem papel importante no desenvolvimento do raciocínio matemático. ao exigir que o aluno interprete a linguagem simbólica e a gráfica com maior destreza, e seja capaz de ao ler uma expressão analítica poder imaginar o esboço de seu gráfico e vice-versa; proporciona ao aluno maior domínio na comunicação matemática. Sabemos que este é um instrumento poderoso para o desenvolvimento da compreensão matemática, acreditamos na interdependência entre pensamento e linguagem. Como afirma Vygotsky (1991) *“O pensamento só existe na palavra que participa no processo de sua construção. A linguagem possibilita ao pensamento abstrair, generalizar as características do mundo externo, formar conceitos, fazer deduções, tirar conclusões, integrando a organização dos processos cognitivos, através de sua função mediadora.”*

Por outro lado o Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM, 1989), define que o “mathematical power” implica em que o indivíduo tenha:

*“habilidade para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, tanto quanto habilidade para utilizar-se efetivamente de uma variedade de métodos matemáticos para resolver problemas não-rotineiros. Esta noção fundamenta-se em destrezas a serem dominados, inclui métodos de investigação e raciocínio, meios de comunicação e noções do contexto. Além disso, faz parte do “mathematical power” para cada indivíduo, a confiança na sua própria capacidade matemática”.*

Pensamos numa conceitualização da calculadora gráfica que permita inscrevê-la nos problemas teóricos de ensino enquanto se referem a meios para o

ensino, ou seja desenvolver estratégias para o ensino de funções quadráticas de tal modo que permita:

- desenvolver a capacidade de interpretação de gráficos;
- relacionar os gráficos com as respectivas expressões analíticas;
- relacionar a variação dos valores dos diferentes parâmetros da função quadrática com o gráfico;
- relacionar os pontos de máximo e mínimo com o coeficiente de  $x^2$ ;
- descobrir condições de existência das raízes da função no conjunto dos Reais;
- distinguir através das expressões analíticas funções equivalentes.

### **A experiência**

É quase unânime a preocupação dos professores de matemática com relação a aprendizagem e ao ensino da álgebra e de funções. Em geral, os professores introduzem a noção de expressões algébricas dizendo que envolvem letras e variáveis, e a definição de equação como uma igualdade entre expressões algébricas ou então como sentença matemática. Essas definições formais, embora familiares aos professores, traz uma série de confusões e incompreensões, gerando conseqüentemente atitudes negativas com relação a álgebra por parte dos alunos e insatisfação por parte dos professores que sentem-se frustrados com o baixo rendimento da aprendizagem por parte dos seus alunos.

Por outro lado reconhecemos a importância da compreensão do conceito de funções para o desenvolvimento da aprendizagem do conhecimento matemático em si. Consideramos que para o aluno aprender é preciso que o conteúdo estudado por ele tenha significado, deve estar apoiado em conhecimentos anteriores do aluno e ser contextualizado.

Bergeron & Hercosvics (1981,1982) identificaram diferentes estágios para a compreensão da definição formal de funções, o primeiro nível é da compreensão intuitiva, o segundo da matematização inicial e o terceiro da abstração, quando o esboço de um conceito ganha precisão se destaca do procedimento e alcança uma existência própria em nossa mente.

Neste estudo damos continuidade ao trabalho anterior no qual nos preocupamos em desenvolver o conceito de funções a partir de situações problemas utilizando de diferentes formas de representação: tabelas, gráficos e forma analítica; sem a utilização da calculadora gráfica. No estudo atual introduzimos a calculadora gráfica para aprofundar a compreensão de funções, ainda sem formalização uma vez que estamos trabalhando com alunos de 8ª série.. Voltamos nossa atenção principalmente para a variação dos parâmetros, relacionando-os com translação e dilatação dos gráficos das funções.

O nosso estudo se fundamentou na pesquisa-ação que permite desenvolver o conhecimento através de um ir e vir da prática para a teoria e desta para a prática, bem como nos voltarmos para a problemática da didática numa re-definição da prática de ensino. Além do que, como afirma Litwin (1997, p.116) a pesquisa em tecnologia educacional não implica um estudo de *rating* mas sim avançar na construção do campo.

O direcionamento metodológico dessa investigação constituiu-se de:

- análise da questão a luz dos conhecimentos teóricos pedagógicos e matemáticos;
- elaboração de atividades de ensino-aprendizagem;
- experimentação das atividades de ensino-aprendizagem;
- reflexões das atividades e reformulação a partir das reflexões;
- redação da proposta pedagógica.

A reflexão da prática que deu origem a reformulação das atividades, foi realizada a partir de protocolos de observação participante elaborados pelos dois professores de matemática das turmas nas quais foi aplicada a experiência e devidamente reformuladas a partir da reflexão da prática. O processo de reflexão fundamentou-se no levantamento de hipóteses explicativas e análise dos conteúdos para a explicação dos significados e orientação das novas decisões.

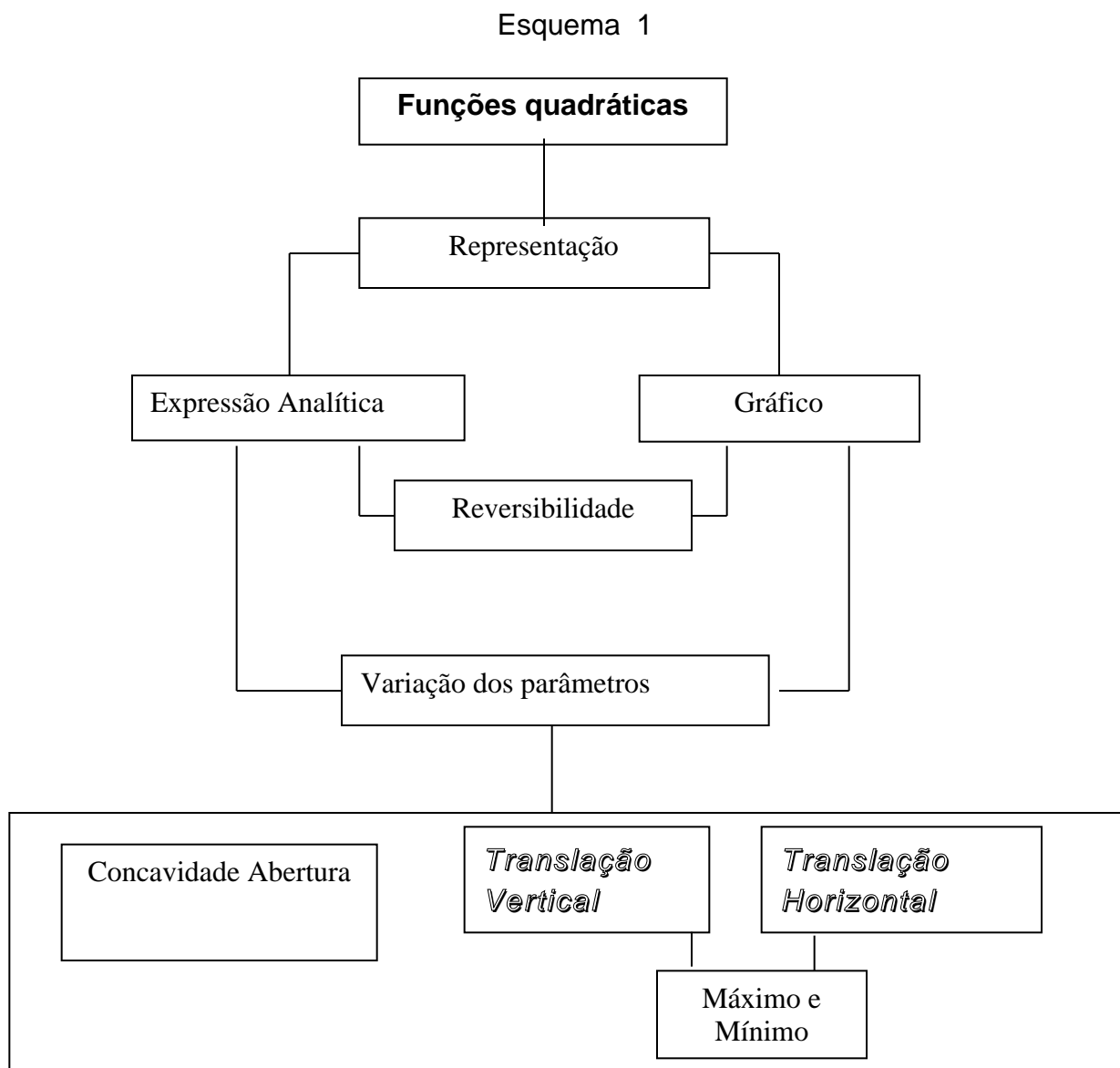
Desenvolvemos então uma seqüência de cinco atividades constituídas de ações que por mais atomizadas que possam parecer estão entrelaçadas, formando uma unidade maior, de modo que a calculadora dê o significado exigido pelo conhecimento trabalhado e que estejam de certa forma contextualizadas.

Foram elaboradas cinco atividades e testadas com um grupo de 14 alunos que se dispuseram a participar da experiência. os quais pertenciam a duas turmas do turno vespertino de uma escola da rede municipal de Goiânia, foram



escolhidos de tal modo que pudéssemos ter alunos de vários níveis de aproveitamento na aprendizagem em matemática.

As atividades foram organizadas segundo esquema 1



As atividades foram aplicadas pelo bolsista e os professores dos alunos atuaram como observadores participantes. Elaborando protocolos das observações das aulas.

### Considerações finais

Os alunos trabalharam em duplas fora do horário da aula na biblioteca da Escola que dispunham de mesas o que facilitava o manuseio da calculadora e da ficha de atividades. O uso da calculadora despertou o interesse dos alunos que se mostraram curiosos em manuseá-la.

Embora nenhum dos alunos tenham tido contato antes com este tipo de calculadora, não apresentaram dificuldades em manuseá-las. Mostraram-se bastante envolvidos com as atividades gerando muitas discussões entre eles e exigindo a atenção constante do professor responsável.

Apenas um dia de muita chuva não compareceram todos os alunos, evidenciando o interesse que as atividades suscitaram. Chegaram as conclusões esperadas em ritmos distintos. Ainda que não tenha sido na profundidade desejada podemos dizer que os objetivos de aprendizagem foram alcançados. Um dos alunos conseguia ir sempre bem a frente dos colegas e demonstrava um alto nível de compreensão. Duas alunas que inicialmente tinham um ritmo lento aos poucos foram aumentando a medida que iam dominando o conteúdo.

Pelas evidências e pela natureza deste estudo podemos dizer que nossas hipóteses foram verificadas.

#### BIBLIOGRAFIA

- ANTUNE, C; TEIXEIRA, Paula. Tecnologia no laboratório de matemática. In: **Revista Educação e matemática**. 1998, n.45:9 –23.
- BERGERON Jacques C ; HERCOSVICS, Nicolas. **Níveis na compreensão do conceito de função**. Comunicado mimeografado
- BORBA, M.C,. Fundações, representações múltiplas e visualização na Educação matemática. In: **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática no Rio de Janeiro – IM/ UFRS, junho. 1993**.
- BORBA, M.C. O uso de calculadoras gráficas no ensino de fundações na sala de aula. In: **Livro de Resumos de semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática Recife – UFPE**, 27 – 31 março, p. 67 – 72.1995.
- CLAVIT, D. The effect of graphing calculators on Student's Conception of function. Apresentado no encontro anual **American Educacional Research Association**. New Orleans, USA, Abril. 1994
- D'AMBRÓSIO, Ubiratam. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo. Summus. 1986
- D'AMBRÓSIO, Ubiratam. Educador diz como dar vida à matemática. In. **Revista TV Escola**. MEC. 12, agosto 1998
- DUNHAM, Penelope H. & DICK, Thomas P. **Research on Graphing Calculators**. In: **The Mathematics Teacher** 87 (6) Sept.1994
- HOLLAR, Jeannie C. ; NOWOOD, Karen. The effects of a Graphing –approach Intermediate Algebra. In: **Journal for Research in Mathematics Education**. NCTM. 30 (2) march.1999.
- LAGRANGE, Jean-baptiste. Using a Computer Algebra Sistem in the Mathematics Classroom: In a computer room or with hand held calculators? In: **The Role of technolpgy in the Mathematics Classroom – Proceedomgs Working Group 16 at ICME- 8**. UNESP .Rio Claro. 1997
- LITWIN, Edith (org) **Tecnologia educacional. política, histórias e propostas**. Artes Médicas, Porto Alegre 1997.
- MACHADO, Nilson J. **Epistemologia e Didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. S. Paulo: Cortez. 1995

- MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E CULTURA. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetro Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos. Temas Transversais**. Brasília. 1998.
- SANCHO, Juana M. (org) **Para uma tecnologia Educacional**. Porto Alegre. Artmed.1998.
- SILVA,T. A. Calculadoras Gráfica: Uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas. **Dissertação de Mestrado**. UNESP. Rio Claro.
- VYGOTSKY, Lev Somenovich. **A formação social da mente** 4<sup>a</sup> ed S. Paulo . Martins Fontes. 1991