

## OFICINA: DESENHANDO NO COMPUTADOR

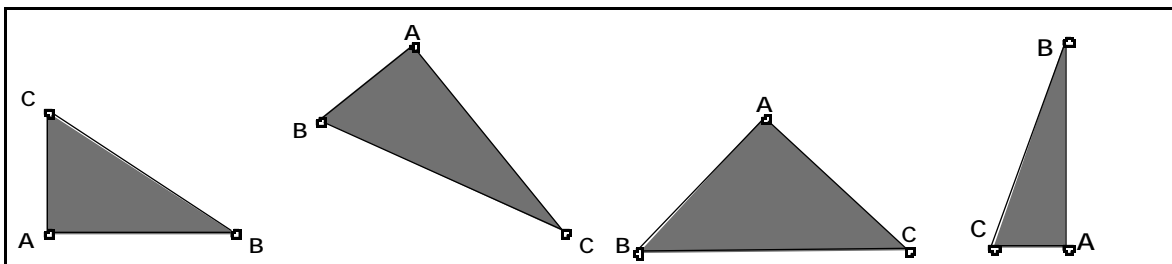
*Danusa Gani, Elizabeth Belfort e Luiz Carlos Guimarães*  
*Colégio Pedro II e Instituto de Matemática da UFRJ*

Nesta oficina, as figuras geométricas são exploradas para a criação artística de formas dinâmicas no computador. Pretendemos integrar Artes e Matemática passando pelo Desenho Geométrico, pois é esta disciplina que estuda os recursos gráficos para a representação das idéias matemáticas. Vamos utilizar um software de Geometria Dinâmica, em ambiente de laboratório.

A proposta foi elaborada com o objetivo de levar ao desenvolvimento aprofundado dos conteúdos específicos de cada disciplina, em um projeto interdisciplinar. Ela está baseada em um artigo escrito por Danusa Gani e Elizabeth Belfort para o I Congresso CEC de Educação (Rio de Janeiro, 2000) sobre a aplicabilidade de softwares de Geometria Dinâmica em projetos escolares que privilegiem uma visão interdisciplinar do ensino. No ponto de vista desta proposta a interdisciplinaridade não é considerada como uma 'qualidade' em si própria: ela deve nos permitir explorar conteúdos e habilidades específicas das disciplinas envolvidas, que sejam relevantes para o desenvolvimento de nossos alunos. Ou seja, um projeto interdisciplinar não deve se deter em um conhecimento superficial de cada disciplina. Pelo contrário, o projeto deve motivar o aprofundamento nos campos envolvidos.

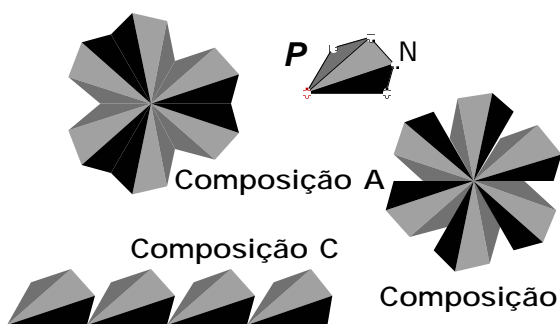
De uma forma resumida, um software de G. Din. é uma ferramenta que permite a representação gráfica, na tela do computador, de tudo que podemos construir usando os instrumentos clássicos do Desenho, como régua, compasso e transferidor. Estes softwares têm características dinâmicas, que permitem a modificação de figuras na tela pelo arrastar do 'mouse'. As modificações são feitas respeitando as propriedades matemáticas que foram utilizadas na construção original da figura na tela. Por exemplo: os triângulos da **figura 1** foram todos obtidos pela movimentação dos vértices de um 'mesmo' triângulo ABC na tela do computador. O triângulo original foi obtido a partir de um recurso do software que permite construir retas perpendiculares. O lado AC foi construído perpendicular ao lado AB. Assim, todas as imagens obtidas, podem ser

modificadas em forma, tamanho ou posição, mas sempre respeitam esta propriedade básica (ABC é um triângulo retângulo em  $\hat{A}$ ).

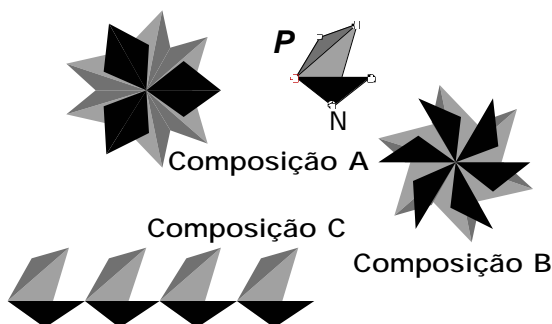


**figura 1:** modificações de um triângulo retângulo obtidas em Geometria Dinâmica

Um projeto de desenvolvimento de painéis artísticos, deve conduzir a um estudo aprofundado das figuras geométricas e de suas propriedades, e ainda permitir a exploração de uma forma de arte das mais antigas: o mosaico. Um painel será obtido de uma figura geométrica 'inicial', através de repetições sistemáticas deste 'motivo' principal. Matematicamente falando, vamos obter imagens do 'motivo' por transformações no plano como a reflexão, a rotação ou a translação, criando-se uma oportunidade para o estudo destes conteúdos. Desenvolvimento do Projeto.



**figura 2a**



**figura 2b**

Inicialmente, apresentamos de uma forma de utilização pedagógica do software denominada *Caixa Preta*. Nela, os alunos são apresentados a uma figura já pronta (figura 2a), preparada previamente pelo professor, com a qual eles podem interagir. O objetivo desta exploração é descobrir como as figuras foram geradas, e quais as propriedades geométricas de cada uma delas. A figura 2a mostra três diferentes composições obtidas na tela a partir de um polígono

inicial  $P$ . A composição A foi obtida por reflexões, a composição B foi gerada por rotações e a C, por translações.

A movimentação interativa dos vértices do polígono inicial  $P$  modificará, simultânea e continuamente, as três composições. Teremos efeitos de 'caleidoscópio' na composição **A** e de 'catavento' em **B**. Um exemplo das composições já modificadas pode ser visto na **figura 2b**, onde apenas o vértice **N** do polígono  $P$  foi deslocado em relação a sua posição inicial na **figura 2a**.

A partir desta motivação inicial, cada disciplina tem um caminho próprio a seguir. O professor de Artes pode, por exemplo, mostrar mosaicos em vários momentos da História da Arte, e desenvolver projetos gráficos com seus alunos, explorando outros recursos, como pintura, colagem, etc. Os professores de Desenho e de Matemática têm também um caminho a ser trilhado: polígonos e suas propriedades; transformações geométricas e suas propriedades, etc. Todos são passos importantes para que os alunos possam usar formas geométricas criativamente.

Ilustraremos ainda neste minicurso algumas possibilidades de utilização de G.Din. durante o estudo das transformações do plano.

## Telas em Branco para Novas Construções

Compreendidas as propriedades básicas das transformações, o aluno pode fazer construções geométricas, explorando seus novos conhecimentos, e obtendo figuras a partir de um polígono inicial. Como exemplo, na **figura 3**, temos um painel construído a partir do polígono **p1**, usando reflexão e translação.

As imagens transformadas da figura inicial aparecerão na tela como num 'passe de mágica'. Assim, este recurso deve ser utilizado quando não pretendemos explorar as construções associadas às transformações.

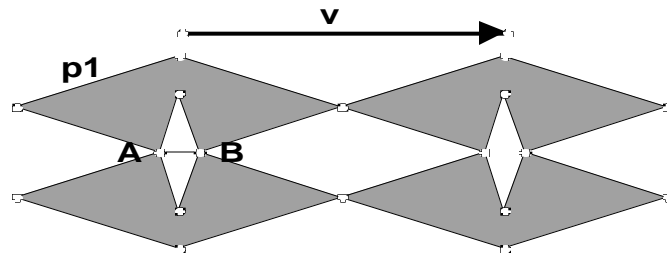


figura 3

## Paineis Dinâmicos

Através da utilização dos recursos de animação dos softwares, podemos gerar painéis que se movem, criando mosaicos dinâmicos. Como projeto final dos alunos, propomos painéis de inspiração indiana. Um exemplo é mostrado na **figura 4**: em uma malha quadrada, figuras simétricas são construídas. Os recursos de animação permitem que se visualize uma seqüência contínua de painéis, como ilustrado.

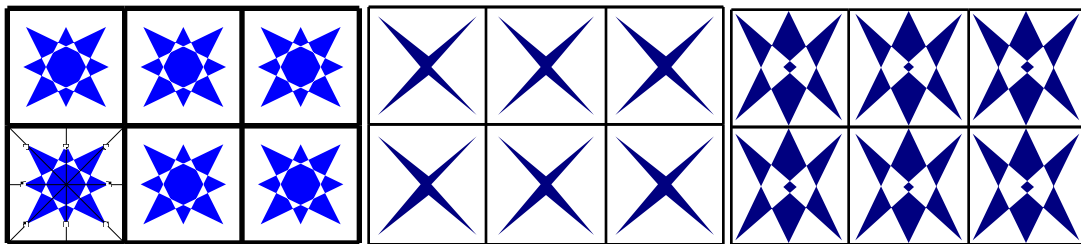


figura 4

Um mundo de possibilidades está aberto: outras malhas podem ser usadas: paralelogramos, triângulos, etc. A **figura 5** ilustra alguns efeitos obtidos.

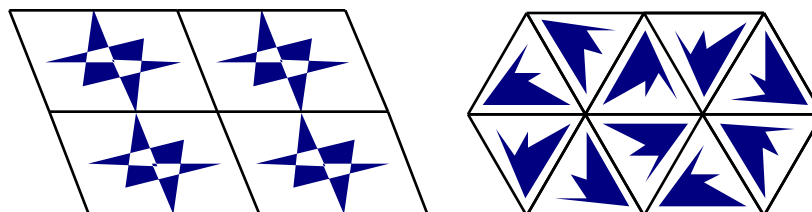


figura 5

## Conclusão

Esperamos mostrar, com este trabalho, que G. Din. é ferramenta valiosa em Geometria. No entanto, alunos que tenham estudado Desenho como

expressão gráfica de conceitos geométricos podem 'lucrar' ainda mais. Não temos dúvidas o estudo de Desenho ajuda o estudo da Geometria. Fica a pergunta: sua escola valoriza o Desenho?

Em um projeto escolar, as malhas decorativas podem ser o objetivo final de projetos interdisciplinares envolvendo Artes, Desenho e Matemática. Para atingir o objetivo, as disciplinas envolvidas seguirão por trilhas diversas, aprofundando conhecimentos e proporcionando diferentes formas de pensar o desafio. A integração e a síntese destes conhecimentos levarão o aluno ao objetivo, criando ainda uma visão da importância dos conhecimentos específicos no trabalho interdisciplinar. Estaremos, então, ensinando os nossos alunos a valorizar o estudo e a pesquisa, a aprofundar seus conhecimentos e a utilizá-los de forma sintética na resolução de desafios.

Apresentamos a seguir o roteiro de trabalho desenvolvida com os participantes:

### **Desenhando no Computador**

*Danusa Gani, Elizabeth Belfort e Luiz Carlos Guimarães*

1. Nesta oficina vamos valorizar as ligações entre a Geometria e o Desenho Geométrico. Para isto, vamos usar um software de Geometria Dinâmica e construir painéis na tela do computador. A capacidade dinâmica do software permite que criemos animações na tela, deformando o painel original em diversos outros.

Um exemplo de um painel dinâmico: Baseado nas figuras de Escher e de D'Arcy Thompson, onde deformações contínuas são exploradas com efeitos artísticos, Huff criou um painel denominado "*Consternation*". Apresentamos aqui uma versão dinâmica deste painel.

2. Um software de Geometria Dinâmica: nesta oficina você vai explorar o CABRI II, mas existem outros softwares com características semelhantes. A partir de uma tela em branco, você pode construir, figuras dinâmicas na tela. Por exemplo: desenhe um triângulo. Quando você move os vértices, observe que o triângulo se modifica.

2(a). A principal característica de um software de Geometria Dinâmica é que as propriedades geométricas (encontradas nos comandos) usadas para construir a figura são mantidas por movimentação. Vamos discutir como fazer para construir:

- um triângulo que seja sempre retângulo,
- um paralelogramo.

3. Uma outra característica destes programas é que podemos explorar as isometrias no plano. Na tela **Figura\_1**, você encontra um polígono **P**, que foi transformado, dando origem aos demais polígonos na tela. Mova o polígono **P** na tela, e observe o que acontece com seus transformados.

Usando o vetor **AB** como vetor de translação, obtivemos o polígono **Pt**. Mova os pontos A e B, e observe o que acontece em sua tela.

Você pode também mover o vetor, clicando sobre o segmento que une **AB**. Translade este vetor para sobre o polígono **P**. Assim, você terá uma idéia de como cada ponto do polígono original foi transformado.

Você consegue sobrepor o polígono translado **Pt** ao polígono **P** ? O que acontece com o vetor de translação neste caso?

Usando a reta **e** como eixo de reflexão, obtivemos o polígono **Pre**. Mova a reta **e**, e depois mova o ponto **R**; verifique que apenas a imagem **Pre** é afetada por este movimento. Você consegue sobrepor o polígono refletido **Pre** ao polígono **P** ?

Para obter o polígono **Pro** a partir do polígono **P**, efetuamos uma rotação. O centro desta rotação está no ponto **O**. Mova este ponto, e observe o efeito na sua tela. Volte com o ponto **O** para a posição inicial (aproximadamente).

O valor numérico do ângulo de rotação está indicado na figura. Se você clicar 2 vezes, rapidamente, sobre este valor, o software permite que você o modifique, usando as 'setas' de edição ou escrevendo um novo valor na tela. Experimente.

Você consegue sobrepor o polígono rotacionado **Pro** ao polígono **P** ?

4- Vamos agora aprender os comandos necessários para realizar as transformações que estudamos. Na tela **Figura\_2**, encontramos um polígono e os elementos necessários para fazer as transformações.

Os comandos serão todos encontrados clicando sobre o 6\_ ícone:



### **Translação:**

Selecione a transformação **Translação** no menu. Indique o polígono a transladar e o vetor. Observe o que acontece na tela. Para mudar a cor do polígono transladado, vá ao último ícone, e selecione **Preencher**. Escolha uma cor.

### **Reflexão:**

Volte ao sexto ícone e selecione **Simetria Axial**. Indique o polígono a ser refletido, e o eixo. Mude a cor de seu polígono refletido.

### **Rotação:**

Volte ao sexto ícone e selecione **Rotação**. Indique o polígono a ser rotacionado, o centro de rotação **O**, e o valor numérico do ângulo. Mude a cor do polígono rotacionado.

5- Vamos agora aplicar nossos conhecimentos para obter faixas e painéis decorativos. Na tela **Figura\_3**, você encontra elementos iniciais para este trabalho, contruídos para dar uma idéia dos diferentes efeitos obtidos aplicando as diferentes transformações. Movimente os vértices dos polígonos verde a azul na **faixa 1**, e observe que isto modifica todos os demais polígonos na tela.

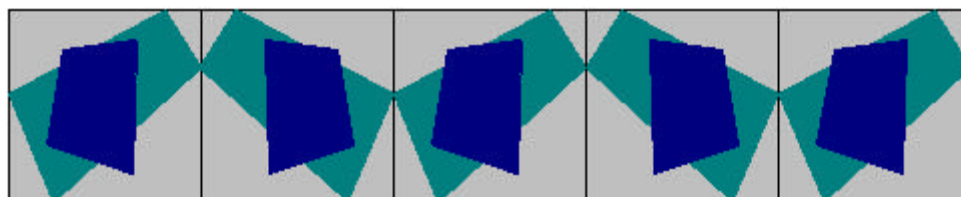
**ATENÇÃO:** Faça primeiro a transformação no polígono verde, para que suas imagens se mantenham "atrás" das imagens do polígono azul.

Faça translações para completar a faixa 1, usando o vetor dado. Use os lados dos quadrados como eixos para completar a faixa 2, e rotacione os polígonos em torno do ponto **O**, usando o ângulo de 90\_, para completar o painel 3.

Quando você completar seus painéis, use o comando **Múltipla Animação**. Para utilizar este comando, você deve selecionar um objeto na tela e arrastar o

mouse. Quanto mais longe você levar o mouse, mais rápido este ponto irá se mover, sempre na direção contrária da qual ele foi arrastado.

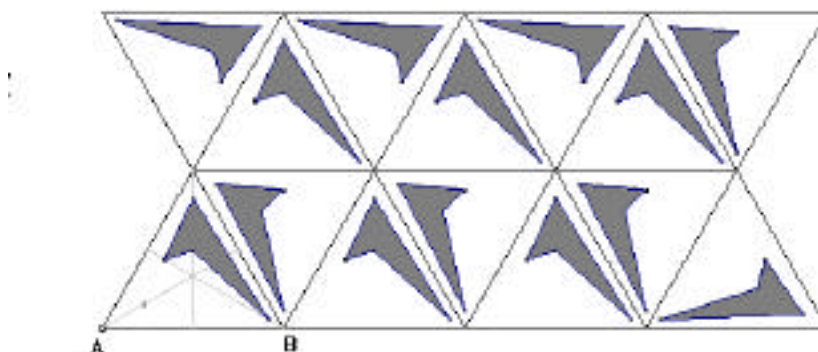
Use este comando sobre os vértices dos polígonos originais da faixa 1, e pressione a tecla "enter". Observe os efeitos na sua tela.



FAIXA 2 - REFLEXÃO

- 6 - As telas **Figura\_4** e **Figura\_5** foram preparadas para que você crie seus próprios painéis decorativos, usando as transformações que estudamos. Em cada uma delas, crie um polígono com o comando **Polígono**, disponível no terceiro ícone e use como vértices alguns (ou todos) os pontos disponíveis na figura encontrada no polígono inferior esquerdo.

Após completar o painel, anime-o.



- 7- Embora o software lide apenas com comandos para trabalhar Geometria Plana, se usarmos o apoio dos recursos visuais aplicados em Desenho Geométrico, podemos ainda explorar a representação plana de figuras tridimensionais. Na tela **Figura\_6**, você encontra um pentágono regular já desenhado. Crie um vetor, e translate este polígono. Agora junte os vértices correspondentes por segmentos de reta. A figura que você obteve é a representação plana de um prisma. Agora use recursos reforçar as linhas que você quer que sejam consideradas como visíveis para definir a sua



representação. Se você ainda tiver tempo disponível, crie outras representações de figuras espaciais (outros prismas ou pirâmides).

