



## Anais do V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

28 a 31 de outubro de 2012

Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

Hotel Vale Real - Rodovia BR 040, Km 62 - Itaipava

### O MÉTODO NA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Péricles César de Araújo

Universidade Estadual de Feira de Santana  
pericles@uefs.br, pericles\_cesar@yahoo.com.br

Sonia Barbosa Camargo Iglioni

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
siglioni@pucps.br

#### RESUMO

Este artigo resulta de uma pesquisa teórica sobre métodos científicos que orientam a pesquisa em Educação Matemática, considerando ser essa temática relevante dada a complexidade dos fenômenos da área, bem como a confiabilidade desejada de seus resultados. O objetivo principal é propor a ampliação das potencialidades dos métodos. O estudo referencia-se em teorias epistemológicas de crítica ao conhecimento científico, e em proposições feitas por pesquisadores da Educação Matemática sobre o tema da metodologia. São pressupostos desta pesquisa que métodos quantitativos agregam valores de qualidade, e que a argumentação estatística fornece à Educação Matemática importante possibilidade de transferência de experiência de análise de dados em pesquisas sociais. Para finalizar é apresentada uma proposta de um método misto resultante da agregação, de forma complementar, de dois métodos.

**Palavras-chave: métodos de pesquisa, métodos quantitativos, métodos mistos.**

#### ABSTRACT

This article results from a theoretical research on scientific methods that guide research in mathematics education, considering that this important issue

given the complexity of the phenomena of the area and the desired reliability of their results. The main objective is proposing to extend the capabilities of the methods. The study references in epistemological theories to scientific criticism and proposals made by researchers in mathematics education on the issue of methodology. The premises of these quantitative research methods add quality values, and that the statistical reasoning provides to Mathematics Education major possibility of transfer of experience of data analysis in social research. In the end is present a proposal for a mixed method of aggregation resulting in a complementary way, the two methods.

**Keywords: research methods, qualitative methods, quantitative, mixed methods.**

## 1 Introdução

Este artigo é de cunho teórico e tem por objetivo o estudo da metodologia de pesquisa em Educação Matemática. Nele serão discutidas questões epistemológicas que cercam os métodos de pesquisa. Assim, considerando a complementariedade entre os métodos, propomos o uso de métodos mistos por meio da agregação de métodos quantitativos aos qualitativos. Nesse sentido, por exemplo, propomos a agregação do Teste Wilcoxon (*antes e depois*) da Estatística Não Paramétrica ao método qualitativo Engenharia Didática por meio da função *wilcox.test*, um algoritmo presente no programa livre R. O programa R é uma linguagem e ambiente para computação estatística e gráfico ([www.r-project.org](http://www.r-project.org)) (VERZANI, 2010).

As epistemologias de Popper, Lakatos, Kuhn e Bachelard são relativas à produção do conhecimento, ou seja, a crítica do conhecimento científico, a filosofia das ciências e a história da ciência. A epistemologia é a base teórica da metodologia. A metodologia é o estudo dos diferentes métodos empregados na pesquisa de diferentes ciências. Os métodos são um conjunto de procedimentos coerentes e sistemáticos que visa a atingir um objetivo determinado.

Os métodos de pesquisa podem ser categorizados em três grupos: qualitativos, quantitativos e mistos. Geralmente, os métodos quantitativos estão fundamentados na epistemologia de Popper, na probabilidade, na teoria estatística clássica e na amostragem aleatória; os métodos qualitativos seguem as epistemologias de Bachelard e

Kuhn e os métodos mistos tomam por base considerações de pontos de semelhanças entre as epistemologias de Popper e Bachelard as quais constam em Japiassu(1992, p.107-108)

Teddlie e Tashkkori (2009, p.4) afirmam “que esses três movimentos metodológicos estão associados a diferenças culturais básicas e a interesses especiais entre os grupos de pesquisadores”. Afirmam essa que segue o argumento de Kuhn(1996, p.46) quando considera “ os trabalhos dos cientistas influenciados pelos modelos adquiridos por meio da educação ou da literatura que são expostos”.

## **2 O Método Quantitativo**

O método quantitativo, fundado na proposta epistemológica de Popper da testabilidade, tem utilizado a Estatística Clássica como meio preciso para analisar dados coletados e produzir informações (TEDDLIE e TASHAKKORI, 2009) (CRESWELL, 2009). A Estatística Clássica (ou Frequentista) tem como referencial teórico a interpretação frequentista de probabilidade.

Nesse tipo de método podem ser coletados, analisados e interpretados tanto dados quantitativos quanto dados qualitativos. O que o identifica é o referencial teórico, a forma de coleta, da análise e interpretação desses dados. A Análise e a Interpretação Estatística são decorrentes inicialmente da análise exploratória de dados, Estatística Descritiva, e da Inferência Estatística. Na Estatística Descritiva são utilizados, para obtenção de maior quantidade possível de informações, dados quantitativos ou qualitativos.

No âmbito da Inferência Estatística há os testes de hipóteses, para avaliar afirmativas feitas sobre uma população. Vale considerar que Popper (1993, p.291): *sustenta que não se pode asseverar que as hipóteses sejam enunciados “verdadeiros”, mas que são apenas “conjecturas provisórias”.*

Spagnolo (2005) observa que a argumentação estatística fornece à pesquisa em Educação Matemática uma importante possibilidade de transferência de experiência. Spagnolo considera que só com o conteúdo da epistemologia da Matemática a argumentação estatística tem importância. E considera, também, que somente um estudo paralelo de todos os possíveis caminhos argumentativos de pesquisa pode nos levar a resultados que são considerados confiáveis.

Para Sagnolo (2005), a pesquisa em Educação Matemática coloca-se como um objetivo de paradigma com relação a outros paradigmas de investigação em Ciências da

Educação, na medida em que utiliza tanto o paradigma da disciplina, objeto de análise, como paradigma das ciências experimentais. A pesquisa em Educação Matemática pode ser considerada uma espécie de "Epistemologia Experimental". Neste artigo consideramos como Sagnolo, que o instrumento fundamental para a pesquisa em Didática da Matemática é a análise *a priori* de uma situação didática, aquela em que “o aluno aprende se adaptando a um meio que é fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, se manifesta por respostas novas que são a prova da aprendizagem” (BROUSSEAU, 1998, p.59). A análise *a priori* de uma situação didática, significa, a análise das representações epistemológica, representações histórico-epistemológicas e comportamentos, supostos corretos ou não, para a solução da situação didática dada.

## 2.1 Análise Estatística Implicativa

De forma sintética podemos dizer que a Análise Estatística Implicativa é um método de análise e de classificação de dados multidimensionais, um método quantitativo desenvolvido no âmbito da Didática da Matemática francesa a partir de situações didáticas. Seus fundamentos podem ser encontrados em Gras (2002) ou Gras *et al* (2008). A Análise Estatística Implicativa tem como objetivo principal a estruturação de dados no cruzamento de indivíduos e variáveis, a partir da contingência de regras e determinando os conceitos de intensidade de envolvimento, a coesão de classe, o significado dos níveis hierárquicos, a contribuição de adicionais etc. De outra maneira a Análise Estatística Implicativa permite extrair de um conjunto de dados categóricos relações entre sujeitos e variáveis (ou atributos) e associações entre variáveis por meio de um índice de qualidade dessa associação (ROMA, 2010). Analogamente, o tratamento de variáveis binárias é adicionado ao de variáveis modais, frequenciais e tratamento das variáveis – intervalo.

A Análise Estatística Implicativa, segundo Gras (2002) e Ag Almouloud (1992), possibilita não somente classificar elementos de um banco de dados como é feito pelos métodos de Análise Multivariada de Dados definida em Hair *et al* (2009), mas, também, determinar o grau de implicação por meio de um índice, isto é, em que medida uma variável *a* segue uma variável *b*, ou simplesmente, como observa Spagnolo (2005, p.8) “Se *a* então *b*.” Ou na fórmula: ( $a \Rightarrow b$ ). A implicação é uma relação lógica pela qual uma coisa se conclui de outra, ou de uma forma mais rigorosa, é toda subjuncção logicamente verdadeira, isto é, uma subjuncção ( $a \Rightarrow b$ ) na qual a cada coleção de *a* e *b*

corresponde ao valor-verdade (CASTRUCCI, 1980).

### **3 Métodos qualitativos de pesquisa em Educação Matemática**

#### **3.1 Pesquisa - ação**

A pesquisa qualitativa é uma modalidade subjetiva de pesquisa. Thom (1988, p. 229) define: “[...] a qualidade como certa modalidade subjetiva que afeta a percepção de um objeto ou de um processo exterior”.

A Pesquisa-Ação, como está definida em Barbier (2007), é uma forma de pesquisa qualitativa participativa, ou seja, aquela em que o pesquisador tem uma interação direta com o objeto (público) pesquisado, participando das decisões do grupo (ou comunidade) pesquisado, interferindo em suas decisões.

Na Pesquisa-Ação, os pesquisadores, distintos dos atores, oferecem conhecimento científico, uma perícia profissional, não sobre forma de conclusão, mas colocando-se à disposição do grupo para apresentar uma metodologia científica aplicável a um problema de ação. Segundo Barbier, o processo de Pesquisa-Ação não se inicia com uma fórmula ou uma coleta de dados para uma hipótese, como as pesquisas clássicas. A Pesquisa-Ação reconhece que o problema nasce num contexto preciso de um grupo em crise. A Pesquisa-Ação submete seus resultados entre os pesquisadores e os participantes, para a determinação das “possibilidades de melhorias”. Destacamos que a Pesquisa-Ação segue, implicitamente, os critérios de revisão e metodológicos de Thomas Kuhn.

#### **3.2 Engenharia Didática**

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa com a finalidade de analisar situações didáticas, objeto de estudo da Didática da Matemática francesa, fazendo parte, desse modo, do seu quadro teórico. Essa metodologia tem sido utilizada na orientação de pesquisas que têm, em geral, como referencial as teorias da Didática da Matemática: Teoria das “Situações Didáticas” e Teoria do “Contrato Didático”, de Brousseau; Teoria da “Transposição Didática”, de Chevallard; Teoria dos “Campos Conceituais”, de Vergnaud; Teoria da “Engenharia Didática”, de Artigue; Teoria da “Dialética-Ferramenta-Objeto”, de Douady.

A Engenharia Didática é uma metodologia experimental de validação interna que busca determinar se um tratamento específico influencia um resultado em estudo da

Didática da Matemática.

Portanto, a validação interna determina se os fatores que foram modificados têm realmente efeito sistemático no contexto experimental, e se as ocorrências observadas não são influenciadas por fatores estranhos ou não controlados, isto é, as relações são válidas apenas na restrita situação experimental e apenas para aqueles indivíduos dela participantes. Essa característica da validação interna é uma das diferenças entre a Engenharia Didática e outras metodologias de pesquisa em Ciências Humanas, tais como: pesquisa-ação, caso-controle, pesquisa etnográfica etc.

#### **4 Uma proposta de um método misto para pesquisa em Educação Matemática**

É nosso pressuposto que a complexidade dos conjuntos de dados a serem investigados na Educação Matemática e a exigência crescente do rigor nas pesquisas indicam, cada vez mais, a pertinência da discussão sobre a necessidade do uso de métodos mistos nas pesquisas dessa área. É fato que alguns métodos qualitativos como os indicados neste texto, pesquisa-ação e engenharia didática têm revelado, até agora, adequação para a pesquisa da Educação Matemática. Mas a agregação de valores de qualidade sempre pode ser desejável. Levando-se em conta o conceito de complementaridade, introduzido por Bohr (1995), e a convicção de que uma análise quantitativa agrega valores, vimos apresentar para a discussão da comunidade uma proposta de agregação, de forma complementar, da Engenharia Didática a uma Estatística Não Paramétrica.

##### **4.1 A Agregação da Engenharia Didática a uma Estatística Não Paramétrica**

Thom (1988) considera a abordagem fechneriana (Fechner, 1860/1966) como a primeira tentativa de introdução da quantidade no mundo da qualidade. Nossa proposta é defender a submissão da Engenharia Didática, uma metodologia qualitativa, aos critérios de falsificabilidade do método científico, segundo Popper (2006), e apresentar uma alternativa de análise *a priori* e *a posteriori* em Engenharia Didática, com a introdução de metodologia quantitativa por meio da utilização dos testes formalizados na Teoria da Estatística Não Paramétrica.

A proposta de utilização da Estatística Não Paramétrica, como um recurso de análise de informações que não requer modelo populacional e não exige uma quantidade numerosa de hipóteses, leva em consideração que esse recurso também mune a metodologia da Engenharia Didática de um tratamento que atende a prerrogativa da

falsificabilidade do método científico de Popper.

Dessa forma, aceitamos as proposições de Popper de que os problemas da demarcação e da indução se constituem num só, ou melhor, que entre eles há uma estreita ligação, e também que o método da Ciência é a atitude crítica. O método indutivo, supostamente legitimado por longas sequências de observações e experimentações, não pode, segundo Popper, fornecer um critério de demarcação satisfatório. Popper afirma que a indução válida, ou seja, legitimada por longas sequências de repetidas observações, não pode garantir generalizações ou inferências verdadeiras. Conclui que a indução dá origem a teorias apenas prováveis e não certas.

Para Popper, a validação científica ocorre por conjecturas (resultado de análise *a priori* da fase experimental) e refutações (resultado de análises *a posteriori* da fase experimental).

A Engenharia Didática, metodologia analisada neste artigo e para a qual se pretende apresentar uma proposta de refinamento para seus parâmetros de inferência e validação científica, não é adequada ao modelo indutivo, e mesmo que caracterizada por apresentar as fases de análise *a priori* e *a posteriori*, não é adequada ao critério de falsificabilidade. São esses argumentos que justificam nossa proposta de utilização dos testes da Estatística Não Paramétrica, como recurso alternativo que agregue testabilidade à Engenharia Didática.

A Engenharia Didática caracteriza-se por ser uma metodologia qualitativa de pesquisa-ação que rejeita o método da Estatística Clássica Paramétrica, caso controle ou grupos experimentais e grupos testemunha. A abordagem das análises dos dados é comparativa. Elas são realizadas confrontando-se expectativas, experimentação e resultados, e a validação dessas análises é interna. Essas características possibilitam o emprego da Estatística Não Paramétrica, que não necessita de um modelo populacional, não exige hipóteses rigorosas ou em quantidade muito numerosa sobre os parâmetros e pode ser aplicada a pequenas amostras. E, no âmbito da Estatística Não Paramétrica, vamos indicar o uso do teste de Wilcoxon (antes e depois) por ser *o método mais adaptado ao tipo de pesquisa* (Spagnolo, 2005, p. 5) em Engenharia Didática. E ainda para facilitar os procedimentos de cálculo, propõe-se o emprego do programa livre de estatística (Projeto-R).

O Teste Wilcoxon, como todo teste estatístico clássico, admite rejeição da hipótese testada. A expectativa é que esse teste agregue uma funcionalidade à metodologia da Engenharia Didática, tornando-a mais eficiente para o tratamento de

pequenas amostras, atendendo a prerrogativa da falsificabilidade do método científico, isto é, “o critério de que o estatuto científico de uma teoria é a falsificabilidade, ou refutabilidade, ou a testabilidade” (POPPER, 2006, p. 60).

Os modelos estatísticos, segundo Spagnolo (2005), trazem à pesquisa em Educação Matemática possibilidade de transferência de experiências bem sucedidas em outras áreas. Não obstante, é necessária uma profunda reflexão teórica a fim de que o uso desses modelos possa resultar em benefício. É necessário um estudo amplo que considere as diversas abordagens estatísticas para poder obter resultados confiáveis.

Pesquisa em Didática a coloca como um alvo paradigmático em relação a outros paradigmas de pesquisa em Ciências da Educação em que são usados tanto o paradigma dessa disciplina, objeto da análise, quanto o paradigma das Ciências Experimentais. Pesquisa em Didática pode ser considerada uma espécie de epistemologia experimental. Uma das ferramentas fundamentais proposta pela Engenharia Didática é a análise *a priori* de uma situação didática, o que significa a análise das representações epistemológicas, históricos – epistemológicos, e das expectativas comportamentais (SPAGNOLO, 2005, p. 2-3).

É fato que, na maioria das vezes, quando se aplica a metodologia da Engenharia Didática, a amostra é pequena, com quantidades inferiores a trinta observações, por exemplo. E se tem como níveis de mensuração uma variável nominal, ordinal ou intervalos. Levando-se em conta que a amostra é pequena, não se podem usar resultados assintóticos da Estatística Clássica Paramétrica.

Na Engenharia Didática, a análise *a priori* é importante para identificar as relações entre as variáveis de pesquisa. As supostas relações têm como base o conhecimento prévio ou as suspeitas das condições de ensino e aprendizagem, como afirmaram Spagnolo *et al.* (2007). Aqui, vamos nos concentrar na aplicação de teste para verificar a qualidade da experimentação por meio da comparação entre os resultados de uma avaliação *antes*, no âmbito da análise *a priori*, e uma avaliação *depois*, na abrangência da análise *a posteriori*.

O Teste Wilcoxon no ambiente computacional do programa livre de estatística R ([www.r-project.org](http://www.r-project.org)) torna a Engenharia Didática uma teoria científica refutável do ponto de vista de Popper.

A teoria da Engenharia Didática foi elaborada numa analogia entre as ações da Didática da Matemática e as da Engenharia. Isto é,



A noção de engenharia didática emergiu em didática da matemática no início dos anos 1980. Tratava-se de etiquetar com esse termo uma forma do trabalho: aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre os conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto de se atacar, praticamente com todos os meios que ele dispõe, problemas que a ciência não deseja ou não pode ainda se encarregar (ARTIGUE, 1990, p. 283).

Essas considerações de Artigue sobre a Engenharia Didática tornam-se como um rótulo de um processo de solução de problemas práticos da Educação Matemática por métodos científicos e trazem na sua origem uma proposta de uma metodologia aberta, isto é, uma pesquisa-ação sobre os sistemas de ensino no âmbito da metodologia de pesquisa nessa área.

Na sequência revisamos conceitos e características gerais relacionados à metodologia da Engenharia Didática, tendo como base Artigue (1990, p. 281-307), Spagnolo (2005) e Spagnolo et al. (2007).

A Engenharia Didática se caracteriza, em relação a outros tipos de metodologias, pelas experimentações em classe, pesquisa-ação e pelos modos de validação que lhe são associados. De fato, as pesquisas que recorrem às experimentações em classe se situam o mais frequente, numa abordagem comparativa, com validação externa baseada na comparação estatística de procedimentos de grupos experimentais e de grupos testemunha. Esse paradigma não é o da Engenharia Didática, que se situa em outra direção, no registro dos estudos de caso em que a validação é essencialmente interna, fundamentada na confrontação da análise *a priori* com a análise *a posteriori*. Assim sendo, a nosso ver, a Engenharia Didática não se apresenta de modo a habilitar-se a satisfazer o critério do estatuto científico de Popper; pois deixa de fora o uso de recursos de métodos estatísticos de validação interna. E se, por exemplo, fosse agregado a ela o método de Teste Wilcoxon (*antes e depois*) da Estatística Não Paramétrica, ela se tornaria um método que favoreceria o critério de Popper.

Popper afirma que a observação é sempre seletiva, requer um objeto determinado, uma tarefa definida, um interesse, um ponto de vista e um problema. Os objetos podem ser classificados, tornados semelhantes e dissemelhantes, relacionados de acordo com as necessidades e os interesses teóricos do problema a investigar, das conjecturas e antecipações e das teorias aceitas como pano de fundo, do seu quadro de referências, do seu horizonte de expectativas.

Artigue sugere que, numa Engenharia Didática, a fase de concepção efetue-se apoiada sobre um quadro teórico didático geral, sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos no domínio estudado, mas também sobre certo número de análises preliminares: 1) a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; 2) a análise do ensino usual e de seus efeitos; 3) a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam sua evolução; 4) a análise do campo de restrições no qual vai se situar a realização didática; 5) levando-se em conta os objetivos específicos da pesquisa. Nas análises preliminares, o pesquisador está preocupado com explicações. Apesar de não ser visível no nível das publicações, há um processo interativo e seletivo realizado pelo pesquisador para servir de base à concepção da engenharia, são retomados e aprofundados ao longo das diferentes fases do trabalho, em função das necessidades sentidas, e eles são, portanto, preliminares somente num primeiro nível de elaboração.

Na fase de análise *a priori*, Artigue (1988, p. 291) diz que o pesquisador toma a decisão de agir sobre certo número de variáveis do sistema, não fixadas pelos condicionantes: variáveis de comando que ele supõe sejam variáveis pertinentes em relação ao problema estudado. Parece-nos útil, para facilitar a análise de uma engenharia, distinguir dois tipos de variáveis de comando: as variáveis macro-didáticas ou globais, que concernem à organização global da engenharia; as variáveis micro-didáticas ou locais, que concernem à organização local da engenharia, quer dizer, à organização de uma seção ou de uma fase, umas e outras, podendo ser elas mesmas variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. Uma das originalidades do método de Engenharia Didática, como foi sublinhado anteriormente, reside em seu modo de validação, essencialmente interno. Esse processo de validação acontece desde a fase de concepção, via análise *a priori* das situações didáticas da engenharia, estreitamente ligada à concepção local dessa última.

A análise *a priori* é necessária para conceber uma análise do controle do significado: muito esquematicamente, se a Teoria Construtivista coloca o princípio do engajamento do aluno na construção de seus conhecimentos pelo intermediário da interação com certo meio (*milieu*), a Teoria das Situações Didáticas, que serve de referência à metodologia da engenharia, teve, desde sua origem, a ambição de se constituir como uma teoria do controle das relações entre sentido e situações. O objetivo da análise *a priori* é, portanto, determinar em que medida as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e os significados desses. Para isso,

ela vai se fundar sobre hipóteses e são essas hipóteses para as quais a validação estará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação operada na quarta fase entre análise *a priori* e análise *a posteriori*.

Outra fase da Engenharia Didática é a experimentação que é clássica, segundo Artigue. Para essa pesquisadora, essa fase é seguida de uma fase de análise dita *a posteriori* que se apoia sobre o conjunto dos dados recolhidos na experimentação: observações realizadas em sessões de ensino, mas também produção dos alunos em classe ou fora dela. As informações são com frequência completadas por outras, obtidas com emprego de outras ferramentas de pesquisa: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos realizados em diversos momentos do ensino ou após. E, como já foi indicada, a confrontação das duas análises, análise *a priori* e análise *a posteriori*, fundamenta essencialmente a validação das hipóteses da pesquisa. Segundo Artigue, o processo de validação interna, que está aqui em jogo, não cai na armadilha usual das validações estatísticas, associadas a experimentações em classe, que consiste em se fundamentar implicitamente no princípio de que as diferenças mensuráveis constatadas estão ligadas às variáveis de comando sobre as quais nós jogamos para diferenciar classes experimentais e classes testemunhas. Nós não suscitamos, no parágrafo precedente, certas questões ligadas à validação interna, mas ao citado critério do estatuto científico de Popper.

Popper afirma que há na atitude dogmática uma tendência para verificar e confirmar as nossas leis e, dessa forma, negligenciar as refutações. Na atitude crítica temos uma distinção em relação à atitude dogmática; a atitude crítica é traduzida pela modificação das leis, esquemas e quando possível testá-las e refutá-las. Assim, a atitude crítica é identificada como científica, enquanto que a atitude dogmática é uma característica de uma atitude pseudocientífica, primitiva. A atitude primitiva tem sua função lógica porque a atitude crítica precisa ter como ponto de partida a revisão. Para a Ciência, se deve começar pela crítica à atitude dogmática, aos mitos e não pelas observações e nem pelas experiências. A tradição da atitude científica é necessariamente crítica porque, quando se transmite suas teorias, também se transmite a atitude crítica em relação a elas. A atitude livre de discussão das teorias tem como objetivo descobrir seus pontos fracos no sentido de aperfeiçoá-las, e esses pontos só podem ser encontrados nas consequências lógicas mais remotas que delas se possam derivar. O método de ensaio e erro ou da conjectura e refutação é um procedimento racional da tarefa de testar as teorias.

Como afirma Spagnolo (2005), numa perspectiva semiótica, a análise do conhecimento disciplinar permite a gestão de conteúdos com referência às dificuldades e equívocos de comunicação do referido conteúdo. Essa posição não é muito original no que diz respeito às Ciências Humanas, porém representa uma verdadeira inovação para as disciplinas técnicas e científicas. Em qualquer caso, uma situação didática constitui um problema para o aluno resolver, como um problema tradicional (ou seja, no quadro científico ou matemático) ou uma estratégia para organizar melhor o conhecimento para se adaptar a uma situação.

Uma boa situação didática é o que, com relação ao conhecimento em formação, permite a melhor formulação em termos ergonômicos. As variáveis da situação didática são todas as possíveis variáveis que intervêm no processo pedagógico. As variáveis didáticas são aquelas que permitem uma mudança de comportamentos dos alunos. As variáveis didáticas são, portanto, um subconjunto das variáveis da situação didática.

Podemos conjecturar e testar nossas hipóteses por meio de modelos de confiança e desenvolvimento de pesquisas experimentais, como defende Spagnolo (2005). Por modelos de confiança, queremos dizer os modelos que permitem a possibilidade de fazer previsões sobre os fenômenos didáticos, esclarece o autor. Um bom modelo deve possibilitar a comunicação dos resultados hipotéticos (conjecturas confiáveis, mas refutáveis) da pesquisa para a comunidade de professores por meio de sólida argumentação, como uma análise *a priori* e ferramentas estatísticas. Esse modelo deve ser capaz de antecipar conclusões.

#### **4.2 Complementaridade entre Engenharia Didática e a Estatística Não – paramétrica**

Como vimos, segundo Artigue, o processo de validação interna não usa as validações estatísticas associadas a experimentações em classe. Mas, o processo de validação interna da Engenharia Didática tem sua equivalência no âmbito da Estatística Não Paramétrica. As amostras dependentes correspondem ao conceito equivalente, pois com amostras dependentes ou amostras emparelhadas ou, também, amostras ligadas, obtemos dois valores, um valor Antes e outro Depois para indivíduos que apresentem a mesma característica. Dessa forma, há uma relação de complementaridade entre a Engenharia Didática e a Estatística Não Paramétrica.

Segundo Spagnolo (2005), uma pesquisa didática nos leva a coletar informações elementares, que, em geral, revelam o comportamento de um aluno em uma situação.

Dessa forma os dados estatísticos são constituídos por aluno, situação e comportamento. Spagnolo (2005) refere-se às diferenças do uso estatístico pelo professor e pelo pesquisador. Para ele, o professor tem que tomar muitas decisões e de forma rápida de modo a poder corrigi-las caso as mesmas não sejam adequadas. Considera também que o professor não pode esperar resultado do tratamento estatístico para todas as suas perguntas. O pesquisador, no entanto, segue um processo inverso, pois deve procurar entender que hipóteses correspondem às questões que interessam; que dados devem ser coletados; que tratamentos devem ser utilizados e quais são as conclusões.

### **4.3 Construção de um teste de hipótese adequado à Engenharia Didática**

Afirma Gillies (2009) que a abordagem de Popper tem sido fortemente justificada pela prática da Estatística Clássica. No algoritmo da Análise Estatística Implicativa, para Spagnolo *et al.* (2007), é construído um teste de hipóteses que segue a teoria da Estatística Clássica, numa abordagem paramétrica. Na construção do referido teste é utilizada principalmente a distribuição de probabilidade binomial com parâmetros  $n$  e  $p$ , sendo  $n$  ensaios de Bernoulli independentes e  $p$  a probabilidade desses ensaios. Também nesse teste é utilizada a distribuição de Poisson com um único parâmetro. Essas distribuições são utilizadas no teste por meio de método de convergência em distribuição para o modelo Normal, por meio do Teorema Central do Limite. Consideramos que os testes paramétricos e a Análise Estatística Implicativa estão mais adequados à *macro-engenharia didática*, casos para os quais temos um volume grande de dados.

Como observamos, os testes paramétricos exigem suposições sobre a natureza ou forma das distribuições envolvidas e um grande número de dados; os métodos não paramétricos não dependem de tais exigências. Por isso os testes de hipóteses não paramétricos são mais adequados à *micro-engenharia didática*, na qual o número de dados é pequeno. E, como afirma Artigue (1988), as investigações em *micro-engenharia didática* são mais fáceis de iniciar na sala de aula.

A Estatística Clássica, particularmente a Estatística Não Paramétrica, adota, para testar uma hipótese, uma especificação de uma região de rejeição e considera a hipótese em teste como refutada se o valor observado do teste estatístico estiver incluído na região de rejeição por meio do nível de significância.

Um exemplo de teste de hipótese, que é proposto neste artigo, é o teste de postos com sinais Wilcoxon (*antes e depois*), pares combinados ou dados pareados, da

Estatística Clássica Não Paramétrica que pode, ao mesmo tempo, ser considerado como metodologia equivalente à metodologia de falsificação defendida por Popper.

#### 4.4 Engenharia Didática e o Teste Wilcoxon

A Educação Matemática tem aspectos de uma ciência de comportamento e a metodologia da Estatística Não Paramétrica e suas técnicas de testes de hipóteses, particularmente o teste de Wilcoxon, são aplicadas aos dados de Ciências Sociais, Psicologia e Ciências do Comportamento (SIEGEL, 1977). Assim sendo, consideramos que o teste de Wilcoxon (antes e depois) de amostras emparelhadas, isto é, duas amostras que são dependentes, no sentido de que os valores dos dados se correspondem aos pares, é um teste adequado para agregar a validação interna da Engenharia Didática – da confrontação das duas análises, *a priori* e *a posteriori* –, a *falsificabilidade*, ou *refutabilidade*, ou *testabilidade* defendida por Popper.

Siegel (1977) define que a prova de Wilcoxon é extremamente útil para os cientistas do comportamento. Com dados sobre o comportamento, não são raros os casos em que o pesquisador pode: a) dizer qual membro de um par é “maior do que” o outro; b) dispor as diferenças a partir da ordem de seu valor absoluto. Isto é, o pesquisador pode fazer o julgamento do tipo “maior do que” entre os resultados  $d_i$  – diferença entre *depois e antes* – e qualquer par, bem como fazer esse julgamento em relação às diferenças relativas a dois pares quaisquer. “Dispondo de tais informações, o pesquisador pode aplicar a prova de Wilcoxon”. (SIEGEL, 1977, p. 84). Nosso interesse no teste Wilcoxon não está em seu aspecto teórico desenvolvido em Siegel, e sim em sua aplicação na Engenharia Didática. Para atingir esse objetivo utilizaremos um algoritmo representado pela função “wilcox.test” presente no programa livre R ([www.r-project.org](http://www.r-project.org)) (VERZANI, 2010). Apresentamos a seguir a mecânica da função “wilcox.test” (VERZANI, 2010):

```
Antes = c(3, 5, 8, 7, 6, 4, 3, 2)
Depois = c(6.9, 7.5, 9.2, 9.5, 10, 6.2, 6.6, 8)
Para o teste Wilcoxon no programa R, temos:
wilcox.test(Depois - Antes, alternative = "greater")
data: Depois - Antes
V = 36, p-value = 0.007074
```

A função wilcox.test do programa R testou a hipótese: diferença entre a situação *antes* e *depois* é igual a zero, isto é,  $H_0$ : a mediana de  $d_i = (depois - antes)$  é igual a

zero, isto é, a experimentação aplicada não surtiu um efeito positivo de melhora, ou da situação *antes*, contra a hipótese alternativa,  $H_a$ : a mediana de  $d_i = (depois - antes) > 0$ , isto é, a mediana da diferença entre *antes* e *depois* ser maior que zero. Como o nível de significância do teste é  $p\text{-value} = 0.007074$ , “ela fornece uma estimativa que teria probabilidade muito pequena de acontecer, se  $H_0$  fosse verdadeira” com foi observado em MAGALHÃES e LIMA (2005,p. 263). Portanto, esse resultado indica que a experimentação surtiu efeito significativo na situação *depois*.

O que apresentamos acima foi uma simulação para mostrar como é simples a utilização do Teste Wilcoxon no programa livre R, e uma análise descritiva usando um dendrograma para identificar algumas relações implicativas. Podemos agregar os testes Wilcoxon e a análise descritiva por meio do dendrograma à metodologia da Engenharia Didática. Lembramos que na metodologia da Engenharia Didática são desenvolvidas as seguintes fases: 1) análises preliminares; 2) concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; 3) experimentação; 4) análise *a posteriori* e avaliação.

O que propomos é introduzir, na fase 2, uma avaliação que chamaremos de *antes* e, na fase 4, outra avaliação que chamaremos de *depois*. Na Engenharia Didática há confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, que se funda essencialmente na validação das hipóteses envolvidas na investigação. Com a aplicação do Teste Wilcoxon vai ocorrer a agregação à Engenharia Didática da propriedade da falsificabilidade, ou refutabilidade, ou testabilidade, segundo critério do estatuto científico de Popper.

## 5 Conclusões

Falsear a metodologia da Engenharia Didática não significa deixar de reconhecer o grande valor e seu poder de explicação que tem no âmbito da Educação Matemática.

Um grande poder de explicação da Engenharia Didática está nas análises prévias, como Artigue relacionou: análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; a análise do ensino habitual e dos seus efeitos; a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução; a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efetiva e a investigação. E tão importante quanto as análises prévias é a análise *a priori*, quando são formuladas as hipóteses que serão verificadas na análise *a posteriori*.

Popper propõe a testabilidade de nossas teorias para que possamos aprender com nossos erros e conhecer melhor os nossos objetos de estudo e considerar, também, que, os cientistas, não procuramos teorias altamente prováveis, mas sim explicações.

A análise descritiva do dendrograma explicita o comportamento dos dados no processo de experimentação, e o Teste Wilcoxon, agregado à metodologia da Engenharia Didática, traz a essa metodologia um aspecto de testabilidade da validação interna, sem perda do seu grande poder de explicação. A utilização do programa livre R torna automática a aplicação do teste e democratiza e difunde a informação. O uso de um programa livre e gratuito, como o R, possibilita o uso para um público mais amplo; portanto é um difusor de tecnologias, agregando então mais esse valor.

### **Referências**

AG ALMOULOU, S. **L'ordinateur, outil d'aide à l'apprentissage de la démonstration et de traitement de données didactiques.** 1992. 294 f. Thèse (Doctorat) – Université de Rennes, Rennes, France, 1992.

ARAÚJO, P.C.; IGLIORI, S. B. C. **Engenharia Didática como uma Estatística Não-Paramétrica.** Caderno de Física da UEFS, Feira de Santana, v. 7, p. 133-142, 2009.

ARAÚJO, P. C. ; IGLIORI, S. B. C. ; ABAR, C. A. A. P. ; Bezerra Filho, J.M. . **Aggregation of a Comparative Non-Parametric Statistics to Didactic Engineering.** The Electronic Journal of Mathematics and Technology, v. 5, p. 276-291, 2011.

ARTIGUE, M. **Didactical Engineering as framework for the conception of teaching products.** In: BIEHLER, R.; SCHOLZ, R.; STRÄSSER, R.; WINKLEMANN, B. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Recherches en Didactique des Mathématiques, 1994. p. 27-39.

\_\_\_\_\_. **Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques.** La Pensée Sauvage, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 281-307, 1988.

BARBIER, R. A **Pesquisa-Ação.** Tradução Lucie Dido. Brasília, DF: Liber Livro, 2007.

BROUSSEAU. **Théorie des Situations Didactiques.** La Pensée Sauvages éditions. Grenoble, 1998.



BOHR, N. **Física atômica e conhecimento humano: ensaios 1932-1957**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

CASTRUCCI, B. **Dicionário de Matemática**. Título do original em língua alemã: HERDER LEXIKON Mathematik – 2. Auflage. Tradução e revisão técnica do Prof.Dr. Benedito Castrucci, IME-USP, que introduziu numerosas modificações no texto. Editora Melhoramentos, São Paulo, 1980.

CRESWELL, J. W. **Projetos de pesquisa. Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GILLIES, D. **Philosophical Theories of Probability**. New York: Routledge, 2009.

GRAS, R. **L'analyse statistique implicative: ses bases, ses développements**. Educação Matemática Pesquisa, PUC-SP, v.4. n.2 , pp.11-48, EDUC, São Paulo, 2002.

GRAS, R.; SUZUKI, E.; GUILLET, F.; SPAGNOLO, F.. **Statistical Implicative Analysis: Theory and Applications**. Verlag Berlin Heidelberg, Springer, 2008.

JAPIASSU, Hilton. **Introdução ao pensamento epistemológico**. Rio de Janeiro: FranciscoAlves, 7ª Edição, 1992.

KUHN, T. S. **The Structure of Scientific Revolutions**. Chicago: University of Chicago Press, 1962.

MAGALHAES, M. N. e LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6ª. ed. São Paulo: Edusp, 2006.

POPPER, K. **A Lógica da Pesquisa Científica**. São Paulo: Cultrix, 1993.

\_\_\_\_\_. **Conjecturas e Refutações**. Tradução de Benedita Bettencourt. Coimbra: Livraria Almedina, 2006.

ROMA, J. E. **As Representações Sociais dos Alunos de Licenciatura em Matemática sobre a Profissão Docente**. Tese de doutorado EDMAT-PUC-SP, São Paulo, 2010.

SIEGEL, S. **Estatística não-paramétrica** (para as ciências do comportamento). Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 1977.

SPAGNOLO, F. **L'Analisi Statistica Implicativa: uno dei metodi di analisi dei dati nella ricerca in didattica delle Matematiche.** Troisième Rencontre Internationale ASI (Analyse Statistique Implicative). Palermo, Itália: ASI, 2005.

\_\_\_\_\_; GRAS, R.; RÉGNIER, J. C. **Une mesure comparative en didactique des mathématiques entre une analyse a priori et la contingence.** 4° Rencontres internationales d'Analyse statistique implicative. Castellon, Espanha: ASI, 2007.

THOM, René. **Qualidade/quantidade.** Enciclopédia Einaudi, Volume 10, Dialéctica, Edição Portuguesa, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa, 1988.

TEDDLIE, C. & TASHAKKORI, A. **Foundations of Mixed Methods Research: Integrating Quantitative and Qualitative Approaches in the Social and Behavioral Sciences.** SAGE Publications, Inc. California, 2009.

UTSUMI, M.C.; CAZORLA, I.M.; VENDRAMINI, C.M.M. e MENDES, C.R. **Questões metodológicas dos trabalhos de abordagem quantitativa apresentados no GT19-ANPED.** Educação Matemática e Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática/PUC-SP, São Paulo-SP, 1999.

VERZANI, J. **Simple R.** Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 15 set. 2010.