



Anais do V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

28 a 31 de outubro de 2012

Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

Hotel Vale Real - Rodovia BR 040, Km 62 - Itaipava

EXPLORANDO O CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Bisognin, Eleni
Centro Universitário Franciscano, Brasil
eleni@unifra.br

Bisognin, Vanilde
Centro Universitário Franciscano, Brasil
vanilde@unifra.br

RESUMO

O conhecimento que os alunos adquirem sobre o conceito de função depende, em grande parte, das diferentes representações e abordagens apresentadas pelos professores e como elas são relacionadas a fim de evidenciar seu significado. Neste artigo são apresentados resultados parciais de uma investigação realizada com alunos de um curso de mestrado em Ensino de Matemática, com o objetivo de investigar a contribuição da Modelagem Matemática na abordagem do conceito de função. Para isso elegeram-se algumas categorias de análise relacionadas com: reação dos alunos frente à Modelagem Matemática; manifestação dos alunos sobre a construção do conceito de função; percepção dos alunos sobre o processo de modelagem e a relação com a construção do conceito de função. A pesquisa é de caráter qualitativo, do tipo interpretativo, com base em diferentes representações de um modelo construído pelos alunos. Os resultados da pesquisa têm apontado que a Modelagem Matemática é um caminho que pode aproximar a linguagem do professor à dos alunos e propiciar a criação de imagens conceituais que favorecem a compreensão do conceito de função.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, funções, ensino de Matemática.

ABSTRACT

The knowledge students get about the concept of function depends largely on the different approaches and representations given by teachers and how they are related in order to highlight their significance. In this paper, it is presented the partial results of a research conducted with students at the Master's degree in Mathematics Teaching, with the aim of investigating the contribution of Mathematical Modeling in the function concept approach. For that, we elected some categories of analysis related to: reaction of students front Mathematical Modeling; students' manifestation about the function concept construction; student's perception of the modeling process and the relation with function concept construction. The research is of qualitative, interpretive type, based on different representations of a model built by students. The research results have shown that Mathematical Modeling is a way that can bring the language of the students and teacher to facilitate the creation of images that promote conceptual understanding of the function concept.

Keywords: Mathematical Modeling, functions, Mathematics teaching.

1 Introdução

Atualmente, um dos problemas que os professores enfrentam no ensino de Matemática é a dificuldade que os alunos têm na compreensão dos conceitos e o domínio da linguagem matemática. Um dos motivos pode estar relacionado ao modo de ensinar em que se dá mais ênfase à aplicação de regras e fórmulas do que a compreensão dos significados dos conceitos. Frente a esse problema torna-se imprescindível, nos cursos de formação inicial ou continuada, se analisar a prática pedagógica dos professores e, um dos aspectos relevantes dessa análise, é a relação professor-aluno-conteúdo. A relação professor-aluno tem como finalidade principal a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades e capacidades para resolver problemas. De acordo com Mauri e Gómez (1998, p.210),

[...] falar de atividade de construção de conhecimento significa falar de interatividade, devido ao elo que se estabelece para alcançar esse propósito, entre aquilo que o professor diz e faz e o que os estudantes dizem ou fazem.

Um dos aspectos importantes e motivo de pesquisas sobre a prática pedagógica segundo os mesmos autores, é “a descoberta e explicação da forma como o aluno realiza a elaboração pessoal do conhecimento graças à ajuda ou intervenção de professores” e como o aluno transfere esses conhecimentos para resolução de outros problemas.

Entre as metodologias de ensino que propiciam a construção do conhecimento encontra-se a Modelagem Matemática, pois ela favorece a interatividade professor-aluno-conteúdo como pode ser comprovada nos resultados de pesquisas relatados em (BARBOSA, CALDEIRA, ARAUJO, 2007), (BRANDT, BURAK, KLÜBER, 2010), (ALMEIDA, ARAUJO, BISOGNIN, 2011), (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011), (CAMPOS, WODEWOTZKI, JACOBINI, 2011). Nesses relatos os autores mostram que a Modelagem Matemática é eficaz na abordagem de conteúdos em sala de aula destacando vários pontos positivos de sua utilização tais como: motivação, compartilhamento de ações, interatividade entre professor e aluno e entre os alunos e a interdisciplinaridade. Muitos desses relatos têm como foco principal a relação aluno professor e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos, pois, a melhoria da qualidade de ensino é um dos aspectos que preocupam educadores dessa área. Sabe-se que a qualidade de ensino também pode estar relacionada às estratégias de ensino utilizadas pelo professor em sala de aula e a reflexão sobre suas experiências e suas práticas pedagógicas.

Trabalhando com formação inicial e continuada de professores, preocupamo-nos em analisar as tendências metodológicas que vêm sendo sugeridas aos futuros professores para mudanças de um cenário de desinteresse, reprovação e evasão de alunos nas escolas ou em cursos superiores como os cursos de Licenciatura em Matemática.

Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática (BRASIL, 2001), esses cursos devem desenvolver nos formandos, entre outras habilidades e competências, as de “estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” e “trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber”. (BRASIL, 2001, p. 4). Sobre a compreensão dos conceitos e das relações entre os conteúdos, Shoenfeld (1989, apud LACASA, 1998, p.108), destaca que,

A Educação Matemática deve centrar-se no desenvolvimento do “poder matemático”, que significa o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos seguintes aspectos: a compreensão de conceitos e métodos matemáticos, a descoberta de relações matemáticas, o raciocínio lógico e a aplicação de conceitos, métodos e relações matemáticas para resolver uma série de problemas não rotineiros.

Especificamente em relação ao educador matemático as Diretrizes Curriculares Nacionais sugerem que o licenciado em Matemática deve ter a capacidade de “desenvolver

estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos.“ (p. 4).

Acredita-se que, uma das abordagens metodológicas que atende a essas diretrizes é a Modelagem Matemática, pela possibilidade de encontrar modelos matemáticos para descrever situações do mundo real; por propiciar o estudo, a pesquisa e a problematização de situações do cotidiano e por estabelecer uma relação dialógica de troca de conhecimentos entre aluno e professor.

Blum (apud BARBOSA, 2003, p.67) aponta ainda o desenvolvimento de habilidades gerais de investigação e a compreensão do papel sócio-cultural da Matemática, como argumentos favoráveis à utilização da Modelagem no ensino.

Por outro lado, pesquisadores tais como Almeida e Dias (2004), apontam algumas dificuldades em relação ao uso da Modelagem Matemática na sala de aula, destacando entre elas a introdução de novos conceitos matemáticos. Muitas vezes, os fatos e os temas escolhidos não propiciam a vivência de experiências que levam à compreensão dos conceitos envolvidos. A complexidade dos conceitos matemáticos requer diferentes representações e o uso de uma linguagem adequada pelos professores para que estes sejam compreendidos pelos alunos. Os conceitos e símbolos matemáticos podem ser compreendidos pelos alunos de modo totalmente diferente daquele pretendido pelo professor, o que indica uma dicotomia entre o que o professor fala e o que os alunos entendem.

A aproximação entre a linguagem docente e a do aluno em sala de aula, pode-se dar à medida que se escolhe a Modelagem Matemática para problematizar ou modelar situações do cotidiano.

Neste trabalho são descritos resultados de uma pesquisa realizada com professores em formação continuada, participantes de um curso de mestrado em Ensino de Matemática, que tem como propósito analisar as contribuições da Modelagem Matemática na abordagem do conceito de função e a identificação de situações em que este conceito está presente. Da análise das falas dos participantes e dos resultados de suas ações em sala de aula foram destacados três eixos temáticos: reação dos alunos frente à Modelagem Matemática; manifestação dos alunos sobre a construção do conceito de função; percepção dos alunos sobre o processo de modelagem e a relação com a construção do conceito de função.

2 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa, aqui relatada, faz parte de um projeto de investigação em andamento que tem como objetivos: desenvolver experiências com uso de Modelagem Matemática em turmas de Ensino Fundamental, Médio e Superior; avaliar os conhecimentos construídos pelos alunos, por meio das atividades de modelagem, nos três níveis de ensino.

A pesquisa é de natureza qualitativa, interpretativa, com base nas representações de modelos construídos ou reinterpretados pelos alunos, pois, a intenção foi compreender como eles utilizam seus conhecimentos e buscam estratégias para explorar o conceito de função.

Os dados foram coletados no primeiro semestre de 2011, durante o desenvolvimento da disciplina de Fundamentos de Matemática em uma turma de alunos/professores em educação continuada que participam de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática, sendo a primeira autora a responsável pela disciplina. Desse estudo, participaram dez alunos que foram reunidos em três grupos sendo dois grupos compostos de três participantes, e um grupo de quatro participantes, identificados como grupo A, grupo B, grupo C, e seus elementos como A_1, \dots, A_3 e B_1, \dots, B_3 e C_1, \dots, C_4 .

Os instrumentos de busca de dados foram os trabalhos produzidos em sala de aula e um diário da professora, em que foram registradas as dificuldades e os avanços dos alunos no processo de modelagem, os comentários e as conclusões apresentadas oralmente pelos grupos. Para identificação e análise do contexto procurou-se detectar a existência de eixos temáticos e os comentários considerados significativos que deram consistência a esses eixos.

Primeiramente, para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, os grupos escolheram o tema para, posteriormente, partir para a pesquisa exploratória e a formulação e resolução dos problemas. A análise crítica das soluções foi feita de modo colaborativo, em plenária, com a participação de todos os alunos e as professoras responsáveis pela pesquisa. O grupo A, formado por professores que atuam no Ensino Médio, escolheram o tema: participação de mulheres no mercado de trabalho. Este grupo foi escolhido para ser analisado.

3 Revisão de Literatura

O processo de construção de um conceito matemático nem sempre é algo simples, em geral ele ocorre na tentativa de superação das dificuldades e no embate entre os conhecimentos prévios que o aluno já tem e os novos conhecimentos que ele quer adquirir. Esse processo é diferente para cada pessoa e depende do funcionamento cognitivo da mente

de cada um. Tall e Vinner (1981), na tentativa de compreender como se processa a aquisição de conhecimentos matemáticos, desenvolveram uma teoria com base nas noções de “imagem de conceito” e “definição de conceito”. Para os autores a imagem de conceito,

[...] descreve a estrutura cognitiva que está associada ao conceito, que inclui todas as figuras mentais e propriedades associadas. Ela é desenvolvida ao longo dos anos, através de experiências de todos os tipos, mudando enquanto o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece. (TALL; VINNER, 1981, p. 2).

De acordo com os autores, o indivíduo, ao interagir com determinado tópico matemático, processa as ideias produzindo em sua mente a estrutura cognitiva referente ao conceito. Para Escarlate (2008, p. 20), os elementos que contribuem para a formação de imagens conceituais podem ser “figuras, tabelas, diagramas, gráficos ou qualquer outro objeto matemático de natureza visual ou não, desde que esteja relacionado de alguma forma com o conceito em questão para o indivíduo.” O autor afirma ainda que muitos outros atributos podem pertencer à imagem conceitual de um determinado conceito e isso depende do tipo de “experiências que o indivíduo terá e de como ele irá interagir com dada abordagem sobre o assunto” (ESCARLATE, 2008, p. 21).

As imagens conceituais, referentes a um determinado tópico, não significa uma coleção de modelos mentais estáticos que são válidos para sempre. Muito pelo contrário, é um processo dinâmico em que as imagens conceituais podem se modificar e podem ser reinterpretadas e ampliadas, principalmente quando o aluno está envolvido com novos conteúdos matemáticos. Elas podem ser interpretadas como elementos de ligação ou como uma transição entre o conceito matemático formal e as ideias intuitivas ou ideias básicas originadas de situações reais ou concretas.

A construção de imagens conceituais é especialmente importante para o desenvolvimento do conceito matemático. Ela dá significado ao conceito com base em contextos ou experiências prévias, ela propicia múltiplas representações e propicia, também, ao aluno, o desenvolvimento da capacidade de aplicar o conceito ou transferir o conhecimento para resolver novas situações problema.

Sua importância reside, também, no fato de que a partir de diferentes estímulos, em diferentes momentos, o indivíduo pode ativar suas imagens conceituais. Por exemplo, ao ouvir a palavra “função” o aluno pode lembrar-se de um gráfico, de uma tabela, de uma expressão específica ou de um modelo matemático construído. As múltiplas representações que a construção de modelos proporciona permitem que os alunos, em diferentes momentos, possam evocá-las e assim facilitar a compreensão de novos conceitos.

O termo, “definição de conceito”, é “uma sentença de palavras usadas para descrever um determinado conceito”. (TALL; VINNER, 1981, p. 152). Ainda, segundo os autores, um conceito pode simplesmente ser memorizado pelos estudantes, mas também pode ser aprendido de modo significativo, na medida em que os alunos tenham oportunidades de criar diferentes imagens conceituais referentes ao conceito.

A definição é uma sistematização teórica que relaciona o objeto com todos os outros e esta deve ser a fase final do processo de produção do conhecimento e não o ponto de partida.

Em relação aos conceitos e propriedades de funções, Usiskin (1988, apud ANDRADE; SARAIVA, 2010, p.625) afirma que “é importante que os alunos compreendam relações e funções, que representem e analisem situações matemáticas usando símbolos algébricos e que utilizem modelos matemáticos para representar e compreender diversas situações”.

O conceito de função é fundamental para a construção de outros conceitos matemáticos, além de ser uma ferramenta imprescindível para resolução de problemas oriundos da própria Matemática ou de outras áreas do conhecimento. Ao explorar o conceito de função as seguintes representações devem ser levadas em consideração: a representação verbal, isto é, a descrição com palavras; numérica, isto é, em forma de tabela de valores; visual através de gráficos e, a algébrica, utilizando-se uma fórmula explícita.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) para os cursos de Licenciatura em Matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais (2006), recomendam o conteúdo de funções e que este seja abordado considerando-se os aspectos analíticos, gráficos e suas múltiplas aplicações.

Ainda, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio para a área de Matemática, encontramos sugestões para o uso da Modelagem Matemática:

Em anos recentes, os estudos em Educação Matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a idéia de *modelagem matemática*, que pode ser entendida como “a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (BRASIL, 2006, p. 84. Grifo do autor).

O mesmo documento salienta também que a Modelagem Matemática permite que o aluno mobilize variadas competências, associadas, também, à resolução de problemas, tais como:

selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar [...]; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado [...]; confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente [...] modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real. (Ibid., p. 85).

Entende-se que a Modelagem Matemática está associada à criação de imagens conceituais que propiciam a construção e compreensão do conceito, pois ao envolverem-se com o processo de modelagem os alunos podem criar imagens significativas que contribuem para a aprendizagem do conceito de função.

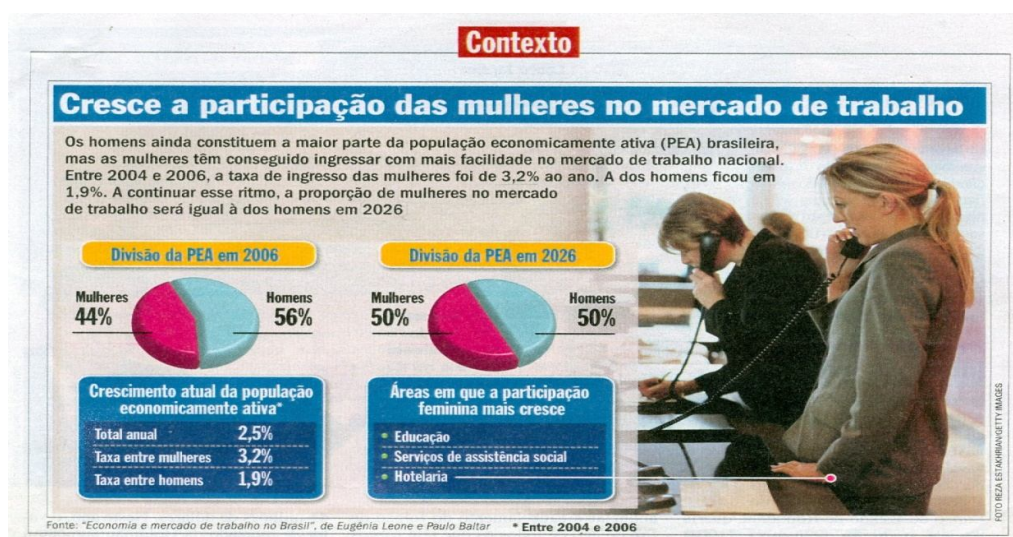
4 Análise e Desenvolvimento das Atividades de Modelagem

Nesta seção, são descritos os modelos construídos pelos alunos /professores referentes ao tema escolhido e analisados à luz do referencial teórico considerando-se os eixos temáticos destacados. A análise dos resultados foi feita tendo como referência o trabalho elaborado pelo grupo A.

A ação em sala de aula iniciou primeiramente fazendo-se uma leitura de artigos referentes à Modelagem, à construção de conhecimentos, em particular conhecimentos matemáticos e artigos referentes à teoria de Tall e Vinner (1981) sobre a importância da construção de imagens conceituais e a definição de conceito, sugeridos pelas professoras. Estas leituras serviram de embasamento teórico para a elaboração e descrição das atividades de Modelagem.

4.1 Reação dos Alunos Frente à Modelagem Matemática

O Grupo A escolheu como tema a participação das mulheres no mercado de trabalho porque um dos componentes do grupo havia lido numa revista a seguinte reportagem:



Fonte: Revista Veja-edição 2035 de 19 de dezembro de 2007

O aluno A2 ao ler a reportagem indagou:

A2- O que vamos fazer se esta reportagem só nos dá alguns percentuais?

O aluno A3 completamente atônito e sem ideias por onde começar colocou:

A3- Minha preocupação é o que fazer com o tema? Que tipo de problematização podemos elaborar se só temos os percentuais? Assim não saímos da regra de três...

O aluno A1 completou: ... e nosso propósito é explorar o conceito de função...acho que não tem saída...não escolhemos bem o tema...precisamos escolher algo melhor... Como vamos explorar o conceito de função a partir desse tema?

A primeira fase do trabalho de modelagem apresenta dificuldades para os alunos. Eles não estão habituados a problematizarem situações do cotidiano. Em geral os problemas já vêm formulados no livro texto, basta resolvê-los.

Observou-se nesta etapa a dificuldade dos alunos na exploração do tema, na formulação de um problema e a insegurança gerada a partir da proposição de uma atividade com modelagem. As falas dos alunos remetem na direção da importância que deve ser dada ao trabalho inicial de modelagem. Isto está relacionado com o que Oliveira e Barbosa (2007), chamam da “tensão do próximo passo” quando afirmam: “os resultados apontam que a gênese da tensão do próximo passo encontra-se na quebra de previsibilidade na condução das atividades de Modelagem “. (p.1).

Além disso, em Oliveira e Barbosa (2011), os autores chamam a atenção que o momento inicial do processo de modelagem é um ponto delicado que, merece toda a atenção do professor. Segundo os autores, o momento inicial do processo pode gerar tensões relacionadas com o “envolvimento dos alunos na discussão do tema, planejamento do ambiente de modelagem, organização dos dados para realizar as atividades e apresentação das respostas”. (p.275).

As primeiras atividades de modelagem representam um desafio para o professor especialmente relacionado com a organização, planejamento e condução do processo na sala de aula. A prática de modelagem também é desafiante para o professor pois o ambiente da sala de aula requer uma nova dinâmica e uma mudança do papel tanto dos alunos quanto dele. A maneira de como implementar a modelagem foi o foco principal da tensão dos alunos e que gerou uma situação de insegurança.

4.2 Manifestação dos Alunos sobre a Construção do Conceito de Função

Ao perceber que o grupo não conseguia analisar os dados constantes da reportagem a professora colocou as seguintes indagações: é possível que em algum momento o percentual de homens e mulheres no mercado de trabalho seja igual? Será possível que em 2026 o

percentual de mulheres no mercado de trabalho seja igual à dos homens, como afirma a reportagem?

As perguntas da professora ao grupo direcionaram o trabalho. Da inércia inicial o grupo foi incentivado a responder aos questionamentos e buscar dados que mostrassem a porcentagem de homens e mulheres no mercado de trabalho entre a população economicamente ativa (PEA). A consulta foi feita no Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e a Revista Veja. Os dados obtidos correspondentes ao período de 1976 a 2006, foram tabelados como mostrado no Quadro 1, a seguir.

| Ano | Percentual de mulheres na PEA | Percentual de homens na PEA |
|-----|-------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 28,8 | 71,2 |
| 2 | 29,3 | 70,7 |
| 3 | 29,8 | 70,2 |
| 4 | 30,3 | 69,7 |
| 5 | 30,8 | 69,2 |
| 6 | 31,3 | 68,7 |
| 7 | 31,9 | 69,2 |
| 8 | 32,4 | 68,1 |
| 9 | 33 | 67,6 |
| 10 | 33,25 | 67 |
| 11 | 33,5 | 66,75 |
| 12 | 33,9 | 66,5 |
| 13 | 34,3 | 66,1 |
| 14 | 34,7 | 65,7 |
| 15 | 35,1 | 64,9 |
| 16 | 35,5 | 64,5 |
| 17 | 36,9 | 63,1 |
| 18 | 38,3 | 61,7 |
| 19 | 39,6 | 60,4 |
| 20 | 40 | 60 |
| 21 | 40,4 | 59,6 |
| 22 | 40,4 | 59,6 |
| 23 | 40,7 | 59,6 |
| 24 | 41,2 | 58,8 |
| 25 | 41,6 | 58,4 |
| 26 | 42 | 58 |
| 27 | 42,5 | 57,5 |
| 28 | 42,8 | 57,2 |
| 29 | 43,2 | 56,8 |
| 30 | 43,6 | 56,4 |
| 31 | 44 | 56 |

Quadro1: percentuais de mulheres e de homens em relação à população economicamente ativa.

Fonte: FIBGE/PNADs – Microdados e Revista Veja/2006

Na tentativa de construir imagens conceituais significativas sobre o conceito de função a professora indagou: analisando-se os dados da tabela, quais as variáveis envolvidas?

Aluno A₂ - as variáveis são o ano e o percentual de homens e o percentual de mulheres no mercado de trabalho.

Professora- que relação pode ser estabelecida entre elas?

Aluno A₂ – o ano se relaciona com o percentual de homens e também com o percentual de mulheres no mercado de trabalho.

Professora- você quer dizer que a cada ano corresponde um percentual de homens e, da mesma forma, a cada ano corresponde um percentual de mulheres no mercado de trabalho?

Aluno A₂ – sim professora...

Professora- então pode-se afirmar que os dados da tabela representam uma função?

Aluno A₃ – é... a tabela é uma forma de representar uma função...mas nunca pensei nisso.

Aluno A1- mas para ser uma função não é necessário ter uma expressão algébrica relacionando uma variável com outra?

Professora- esta é uma outra forma de relacionar a variável, neste caso o percentual de homens (ou de mulheres) com o tempo (ano). A tabela é uma representação da função.

Aluno A1- os valores dos percentuais dos homens estão diminuindo e os das mulheres estão aumentando, mas não na mesma proporção... mas eles (os percentuais) ficaram muito próximos...

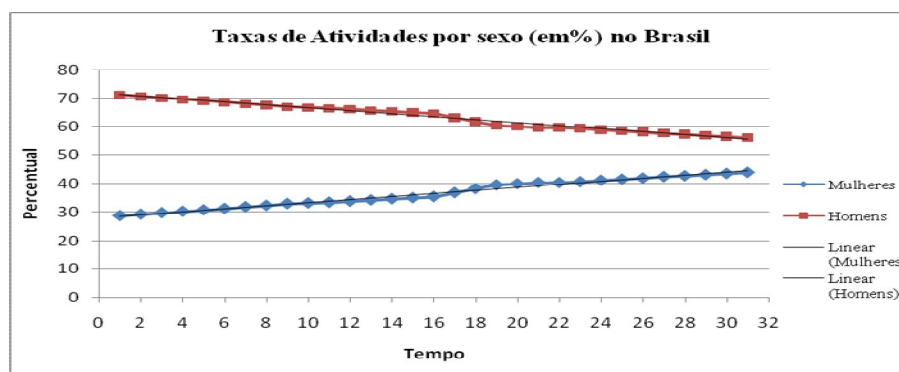
A professora indagou: se um percentual aumenta e outro diminui é possível que em algum momento eles sejam iguais?

Aluno A₃- na tabela não fica muito fácil perceber quando os percentuais serão iguais.

Professora- que outra representação ficaria mais fácil de analisar?

Aluno A3- acho que se traçarmos o gráfico ficaria mais fácil... mas precisamos traçar o gráfico considerando os percentuais dos homens e outro para as mulheres.

O grupo utilizou o programa computacional Excel para traçar os gráficos representativos das duas situações. O Quadro 2, a seguir, mostra estes gráficos.



Quadro 2: gráficos representativos dos percentuais de homens e mulheres no mercado de trabalho.

Professora- considerando-se, separadamente o gráfico representativo do percentual de homens e de mulheres, vocês percebem que cada um deles descreve uma função?

Aluno A1- com certeza. Basta analisar a variável tempo, que está no eixo x. É possível perceber que a cada ano corresponde apenas um percentual de homens ou mulheres. Esta é uma outra forma de descrever uma função.

Professora- esta é a forma de representar uma função por meio de um gráfico, isto é, uma forma visual de representar uma função. Portanto, por meio de um gráfico é possível explorar o conceito de função.

Os gráficos indicam uma tendência do comportamento dos dados porem seria necessário interpretá-los.

Aluno A2- professora, podemos deduzir que em algum momento eles serão iguais porem não é possível determinar este ponto no gráfico...

Professora- para encontrar este ponto o que vocês sugerem?

Aluno A3- seria necessário conhecer os dados além de 2006... mas não temos...bem, podemos fazer um ajuste dos dados e fazer uma simulação...

Professora- pode ser um bom caminho...

A partir da resposta da professora, o grupo fez uma aproximação dos dados por meio de um ajuste por mínimos quadrados e obtiveram os seguintes modelos matemáticos: $y = -0,51x + 71,94$, representativo do decréscimo da participação dos homens no mercado de trabalho e $y = 0,51x + 28,05$, representativo do crescimento da participação das mulheres no mercado de trabalho. A partir da representação dos modelos matemáticos por meio de uma expressão algébrica, o grupo concluiu que os dois percentuais seriam aproximadamente iguais no ano de 2017.

Esses cálculos permitiram ao grupo responder às indagações iniciais. Os alunos concluíram que a representação gráfica é mais representativa, porém, só foi possível encontrar o valor em que os percentuais são iguais, por meio da representação algébrica. De acordo com Tall e Vinner (1981), as múltiplas representações favorecem a compreensão do conceito.

Neste caso o papel do professor foi fundamental para a condução do planejamento das atividades de modelagem. Observou-se a superação da tensão inicial relacionada à escolha do tema e as preocupações relacionadas com a organização das atividades, a partir dos dados obtidos, de modo que os alunos se engajassem nas discussões do trabalho proposto.

4.3 Percepção dos Alunos sobre o Processo de Modelagem e a Relação com a Construção do Conceito de Função.

Os comentários dos alunos sobre a atividade desenvolvida permitiu analisar e tirar algumas conclusões a respeito da utilização da Modelagem Matemática para explorar o conceito de função.

O primeiro comentário foi sobre a interatividade aluno- aluno. O aluno A3 comentou: se eu não estivesse no grupo eu não conseguiria resolver este problema, aliás, não conseguiria nem formulá-lo.

O colega A2 reforçou este comentário: por isso é importante o trabalho em grupo, mas um grupo como o nosso porque com meus alunos é bem diferente, uns trabalham e outros esperam receber tudo pronto...

Esses comentários reforçam a fala de Mauri e Gómez (1998), sobre a importância da interatividade na construção do conhecimento.

Aluno A1- eu nunca trabalhei desse modo, para mim foi novidade, mas, gostei...achei difícil no início mas depois as ideias fluíram. Deu para perceber a importância das diferentes representações, cada uma delas nos revelam informações que se complementam.

Aluno A3- achei mais importante descobrir os modelos matemáticos descritos pelas equações... só assim conseguimos calcular o ponto de interseção... Também nunca tinha percebido que uma tabela pode representar uma função, isto é, o conceito de função pode estar presente em uma tabela.

Aluno A1- é porem só tivemos a ideia de encontrar o modelo nesta forma ... por meio de um ajuste, analisando o gráfico...e uma dica da professora.

Aluno A2: minha preocupação em uma atividade de modelagem é se eu estou fazendo certo ou não. Neste caso, percebi como o conceito de função foi construído a partir da exploração do tema. Os questionamentos da professora sempre me deram segurança na busca de uma resposta ... mas e quando eu estiver sozinho com meus alunos?

Percebe-se nas falas que os alunos perceberam que foi possível construir o conceito de função a partir de uma atividade de Modelagem Matemática. Perceberam, também, que a Modelagem Matemática propiciou a construção de diferentes representações que estão ligadas às imagens conceituais sobre o conceito de função.

Por outro lado, a fala do Aluno A2, de acordo com Oliveira e Barbosa (2007), remete a crença de que “existe um encaminhamento correto”, do qual a professora como autoridade fará a verificação e ajudará com sugestões. (p.11). Acredita-se que a preocupação com o “certo” e com o “correto” é fruto de uma prática pedagógica centrada no professor, como autoridade e centro do saber e, também, de uma cultura escolar de que a Matemática é uma ciência exata.

Os comentários dos alunos dão uma ideia de como eles veem o processo de Modelagem e destacam a importância das diferentes representações para o conceito de função que foram construídas, a partir de um tema. Estas falas permitem inferir, também, que por meio da Modelagem Matemática foi possível construir ou reconstruir um novo ou retomar um antigo conceito, neste caso, o de função. Destacam ainda a importância da interatividade entre alunos-alunos e alunos-professora. Neste sentido os alunos, professores em formação continuada que atuam na educação básica, compreenderam o papel do professor na condução do trabalho de modelagem na sala de aula. Perceberam que o professor, em um ambiente de modelagem, deve ser o condutor e mediador de todo o processo e que a interatividade,

proporcionada pelo trabalho em grupo, permitiu que todos se tornassem autores e responsáveis pelas atividades na sala de aula.

5 Considerações Finais

Este estudo evidenciou que o processo de modelagem permitiu aos alunos identificarem as diferentes representações que permitiram a construção de imagens conceituais que deram significado ao conceito de função no contexto em que a atividade foi realizada. Ele mostrou, também, a viabilidade da Modelagem Matemática e sua contribuição, como prática alternativa de ensino, para construção e exploração do conceito de função a partir da vivência de experiências em que os significados do conteúdo matemático foram sendo, gradativamente, construídos pelos alunos.

Sabe-se que o conceito de função não é construído a partir da resolução de uma única situação problema e que a apropriação de todas as propriedades é um processo longo que envolve analogias e superação de dificuldades, pois, cada atividade exige o domínio de uma variedade de outros conceitos, de procedimentos e de representações, num trabalho interdisciplinar.

A partir da análise dos comentários e das produções dos alunos foram destacados três eixos temáticos: reação dos alunos frente à Modelagem Matemática; ideia dos alunos sobre a construção do conceito de função; percepção dos alunos sobre o processo de modelagem e sua relação com a construção do conceito de função.

No primeiro eixo destacou-se a reação dos alunos no processo de modelagem. Foram observadas a insegurança e as dificuldades de analisar a reportagem e extrair os dados para formular um problema. Destaca-se, nesse item, a importância da mediação do professor para impulsionar e direcionar o trabalho.

No segundo eixo foi analisada a ideia dos alunos sobre a construção do conceito de função. Esta foi a etapa mais difícil para o grupo que era formado por professores em formação continuada, mas, que estavam vivenciando a modelagem pela primeira vez. O grupo superou as dificuldades, teve um comportamento ativo de busca de dados em fontes fidedignas, usaram a intuição e os conhecimentos matemáticos relativos a outros conteúdos para formularem e resolverem o problema.

Por último, analisou-se a percepção dos alunos sobre o processo de modelagem. Em seus comentários eles destacam o papel da interatividade aluno-aluno e aluno-professor no desenvolvimento do trabalho e a importância das múltiplas representações para compreensão do problema.

Observou-se que em suas conclusões e análises os alunos não focalizaram o aspecto social da problemática da inserção da mulher no mercado de trabalho. Esta omissão pode ser fruto de uma formação inicial em que as experiências vivenciadas não oportunizaram a análise destes aspectos.

Sabe-se que a aquisição de um conceito não ocorre de modo linear, é fruto do embate entre o novo e o velho e ocorre numa construção gradativa. Nesse sentido os resultados dessa pesquisa apontam que a modelagem pode contribuir na exploração e construção de significados aos conceitos matemáticos.

Agradecimentos:

Agradecemos ao CNPq pelo apoio ao desenvolvimento deste projeto, identificado sob nº 401044/2010-6.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. ; DIAS, M; R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática, v. 17, n.22, p. 19-36, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem na Educação Matemática**. Londrina, EDUEL, 2011.

ANDRADE, J. M., SARAIVA, M. J. Representações de funções na compreensão do conceito de função por alunos do décimo ano de escolaridade. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XXI. 2010, Aveiro, **Actas ...** Aveiro, Portugal. 2010. p.1-24.

BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. Biblioteca do Educador Matemático, v. 3.

BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, 27, n.98, 2003, p.65-74.

BRANDT, C. F; BURAK, D; KLÜBER, T. E. (Org.) **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. 2001. Disponível

em: <<http://www.mec.gov.br>>. Acesso em: 15 de mar. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília. 2006. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em 20 abril 2011.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. (Org.). **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.

ESCARLATE, A. C. **Uma Investigação sobre a Aprendizagem de Integral**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2008.

LACASA, P.; Construir conhecimentos: um salto entre o científico e o cotidiano? In: RODRIGO, M. J.; ARNAY, J.; (Orgs.). **Conhecimento cotidiano, escolar e científico: representação e mudança. A construção do conhecimento escolar**. São Paulo. Editora Ática. p.103-134. Série Fundamentos.1998.

MAURI, T.; GÓMEZ, I.; Análise da Prática Educativa: construtivismo e formação do professorado. In: RODRIGO, M. J.; ARNAY, J.; (Orgs.). **Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores**. A construção do conhecimento escolar. São Paulo. Editora Ática. p. 209-238. Série Fundamentos. 1998.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. (Org.). **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.

OLIVEIRA, A.M.P.; BARBOSA, J.C.; Modelagem Matemática e Situações de Tensão na Prática Pedagógica dos Professores. **Bolema**. Boletim de Educação Matemática, v. 24, n. 38, p.265-296, 2011.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo". In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM

TALL, D.; VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. **Educational Studies in Mathematics**, n. 12, p.

151-169, 1981.