Realização SBEM 15 anos SBEM-PE
VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CONSTRUINDO A REPRESENTAÇÃO DA FRAÇÃO: ABORDAGEM TRADICIONAL VERSUS ABORDAGEM CONCEITUAL.

Francisco José Brabo Bezerra –
Instituição: UNICAMP – FAESP.IPCA
rochi@uol.com.br

INTRODUÇÃO

Este estudo é baseado na teoria dos campos conceituais onde a fração é compreendida não apenas como um conceito, mas como um dos elementos que compõe o Campo Conceitual Multiplicativo. Segundo Vergnaud (1983, 1988, 1997) o conhecimento conceitual deve emergir das situações-problema. Um conceito não aparece isoladamente em uma situação-problema, pois cada situação traz em seu bojo um grande número de conceitos. Partindo-se da suposição que ao propormos n situações, iremos necessitar de n^2 conceitos, procuramos criar um conjunto de situações que favorecessem os alunos a compreenderem o significado das frações, bem como a sua representação.

Há um consenso entre pesquisadores e professores de que a fração não é um conceito fácil de se entender. Muitas vezes os alunos reconhecem a forma a/b, ($a \in N$, $b \in N$, com $b \neq 0$), dizem que é uma fração, mas não conseguem representá-la ou aplicá-la numa situação-problema, principalmente quando apresentamos mais de um inteiro, explicito aqui as representações com quantidades discretas.

São bastante conhecidas as inúmeras dificuldades que as crianças têm com o conceito de fração (Kerslake, 1986; Koyama, 1997; Nunes and Bryant, 1996; Watanabe, Reynolds & Lo, 1995; Catalani, 2002). Os alunos têm dificuldades em compreender a fração como uma idéia matemática (um número ou uma quantidade), bem como construir significados para as frações. Segundo Streefland (1991) algumas das falhas na compreensão do conceito de fração está relacionada a complexidade do próprio conceito, e também na aprendizagem tradicional e formal das frações, sempre de forma mecanicista.

Acreditamos que a resolução de problemas com ênfase na realidade do aluno possibilita uma aprendizagem significativa e propicia o desenvolvimento e a compreensão do conceito da fração. Nesse sentido trazemos a tona uma discussão sobre o ensino das frações que contemple a realidade do aluno e os diferentes olhares sobre o conceito do objeto matemático fração.

O ESTUDO

Os sujeitos participantes do trabalho, segundo os dados levantados no plano escolar de 2001, são provenientes de classe média baixa e baixa, moradores de cortiços ou de pequenos quartos onde se abrigam todos os membros da família. O acesso à cultura fica restrito, em sua maioria, às atividades realizadas na escola.

Destacamos, também, a inserção de atividades contextualizadas e desafiadoras que podem ocorrer dentro do ambiente de sala de aula, com o objetivo de auxiliar o aluno na construção do conceito de número fracionário e sua representação. Todos os recursos elaborados e planejados tiveram a finalidade de propiciar uma aprendizagem significativa. Nossa preocupação era a de não nos atermos no uso de algoritmos nem na representação simbólica formal, já que concordamos com Spinillo (1994) de que nem a representação simbólica nem o uso de algoritmos garantem uma compreensão do significado das relações envolvidas no conceito.

Desenvolvemos nosso estudo com duas classes de 3ª série e uma da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública, com crianças entre oito e dez anos de idade. Em todas as classes foi aplicado um pré e um pós-teste. A seqüência de ensino foi trabalhada somente numa 3ª série que denominamos Grupo Experimental (GE).

Apresentamos a seguir um quadro com as questões dos pré e pós-testes que foram aplicadas para os três grupos acima citados.

1. No quadrado abaixo, João pintou uma caretinha. Como você pode representar numericamente essa caretinha pintada em relação a quantidade total de caretinhas ? Resp.	1. No quadrado abaixo, Pedro pintou um coração. Como você pode representar numericamente o coração pintado em relação a todos os corações ? Resp.
2. Divida os três chocolates entre as cinco crianças. Quanto cada criança vai receber? Resposta______________________	2. Divida três doces de leite para cinco crianças de forma que todas fiquem contentes: Resposta: __________
3. Ana pintou uma quarta parte do retângulo. Quantas quartas partes faltam para terminar. Resposta: ____________________	1. Antonio pintou a terça parte do retângulo. Quantas terças partes faltam para terminar ? Resposta: ______________________
4. No balão somente três bolas estão pintadas. Como você pode representar numericamente as bolas azuis em relação a todas as bolas que estão no balão abaixo Resp.	2. No balão somente quatro bolas estão pintadas. Como você pode representar numericamente as bolas verdes em relação a todas as bolas que estão no balão abaixo Resp.
5. Circule a terça parte dos corações abaixo: Represente numericamente a quantidade que você circulou em relação a todos os corações : Resp.	5. Circule a quinta parte das luas abaixo: Represente numericamente à parte que você circulou em relação a todas as luas existente: Resp
6. Divida duas barras de chocolate para quatro crianças de forma que todas fiquem contentes: Escreva a quantidade que cada criança recebeu. Resposta: ________________	6. Divida os dois bolos entre as cinco crianças. Quanto cada criança irá receber ? Resposta: ________________________
7. No balcão de uma doceria podem ser vistos dois bolos de chocolate, três bolos de coco e quatro de morango. Maria comprou um bolo de chocolate e outro de morango. Como você pode representar numericamente a quantidade de bolos que Maria comprou com relação a quantidade total de bolos da doceria? Resp.	7. No balcão de uma doceria podem ser vistas três tortas de maracujá, quatro tortas de chocolate e cinco tortas de morango. Joana comprou uma torta de chocolate, uma de maracujá e duas de morango. Como você pode representar, numericamente, as tortas que Joana comprou em relação a todas as tortas da doceria? Resp.
8. Circule a metade dos quadradinhos abaixo: Represente numericamente a quantidade que você circulou em relação ao total de quadradinhos: Resp	8. Circule a metade dos triângulos abaixo: Represente numericamente a quantidade que você circulou em relação ao total de triângulos: Resp
9. Pinte a metade da metade na figura abaixo: Represente numericamente a quantidade que você pintou em relação ao total de quadradinhos: Resp.	9. Pinte a metade da metade na figura abaixo: Represente numericamente a quantidade que você pintou: Resp.
10. Represente numericamente a parte pintada na figura abaixo: Resp.	10. Represente com número a parte pintada na figura abaixo: Resp.

Quadro 1 – Questões aplicadas no Pré-teste e no Pós-teste.

No quadro 2 abaixo, apresentamos as questões de acordo com o tipo de quantidade envolvida, ou seja, contínua ou discreta.

Abordagem / Questão	Quantidades contínuas	Quantidades discretas
1		**X**
2	**X**	
3	**X**	
4		**X**
5		**X**
6	**X**	
7		**X**
8		**X**
9	**X**	
10	**X**	

Quadro 2 Classificação das questões quanto à abordagem

Segundo Ciscar (1988), apesar das inúmeras maneiras de alcançar o conceito de fração, todas conservam um processo de aprendizagem a longo prazo. A variedade de estruturas cognitivas e as diferentes interpretações das frações condicionam os processos de aprendizagem. Em outras palavras, o conceito global de fração não se consegue totalmente de uma só vez. Desde as primeiras experiências que as crianças têm com as "metades", "terços", "quartos", etc., vinculadas à habilidade de compreender o mecanismo de dividir e à habilidade de manipular a inclusão de classes, até o trabalho de razão e proporção para os adolescentes, vinculado à habilidade de comparar e manusear dois conjuntos de dados ao mesmo tempo, o desenvolvimento de esquemas de proporcionalidade exige um longo caminho a percorrer. A identificação e a caracterização dos contextos que tornam significativas as noções de fração, estão ligadas a um megaconceito.

Segundo Vergnaud (1988), as competências e concepções desenvolvem-se ao longo do tempo, por meio de experiências envolvendo um grande número de situações tanto no interior da escola quanto fora dela. Assim, o conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem expressar as razões dessa adequação.

Os jogos constituem-se em outros fatores que consideramos positivos nos quais a participação e o envolvimento dos alunos, se fez de forma mais presente do que em outras atividades. No caso específico do jogo, a criança muitas vezes não percebia o quanto ela estava interagindo com o conteúdo matemático. A disputa nas competições tornou-se saudável neste caso, pois todos os grupos queriam ganhar e para tal era necessário a resolução correta de cada problema proposto.

É importante ressaltar que as generalizações, ainda que bastante elementares, propiciaram aos alunos a possibilidade de observar, experimentar, lidar com representações diferentes dos naturais e, assim, conceituar o número fracionário e representá-lo na forma a/b, com significado. Embora esse conceito formado não seja o definitivo, pois ainda será preciso ampliar seu campo conceitual, torna-se importante uma representação clara e correta desses números (Bezerra, 2001).

Somente o grupo experimental (GE) participou desta seqüência, ficando o grupo controle (GC) sujeito apenas à instrução informal, fora do ambiente escolar. O grupo referência (GR) – alunos da 4ª série – teve o primeiro contato com as frações na 3ª série,e ainda foram reforçados esses mesmos conceitos na própria 4ª série.

ANÁLISE

Nossa análise foi dividida em duas etapas. A primeira refere-se a uma análise quantitativa dos dados obtidos, observando o número de acertos obtidos em cada teste, bem como o desempenho frente aos objetivos propostos. A segunda refere-se à análise qualitativa em que observamos os procedimentos e erros empregados na representação do número fracionário, bem como nos esquemas de ação usados para resolver os problemas propostos. Esta análise foi realizada apenas no GE.

Iniciamos a análise demonstrando um panorama geral do desempenho dos grupos, apresentado no quadro 3. A Tabela 1, acompanhada de um gráfico tem essa finalidade. Antes de analisar os dados nela contidos, faz-se necessário esclarecer os cálculos que fizemos para chegar aos valores nela expressos. As dez questões do pré e pós-teste foram subdivididas totalizando 15 itens. Consideramos como item a representação formal da fração do tipo a/b, (com $a,b \in N$, e $b \neq 0$) e a representação pictórica, quando a criança, com base nas figuras apresentadas no pré e pós-testes, com modelos de quantidades contínuas e discretas, circulava, pintava ou desenhava a situação.

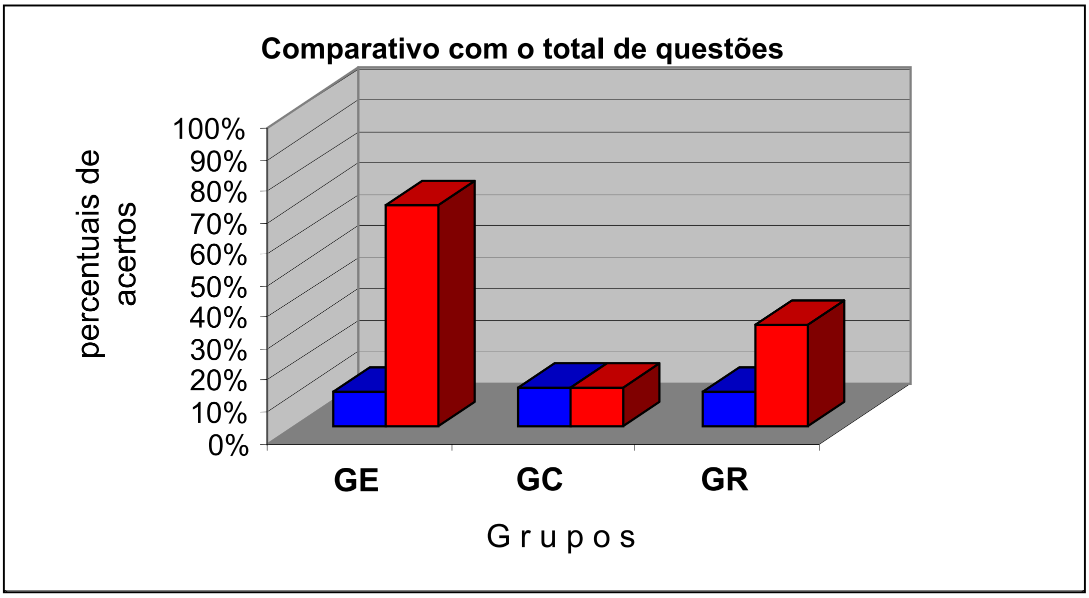
Assim, o número 300 significa que multiplicamos o número de itens (15) pelo número de alunos considerados (20), no caso do grupo de controle. Portanto, 300 significam a possibilidade total de acertos ou 100%. Para o grupo experimental, nós multiplicamos os mesmos 15 itens por 19 alunos e encontramos o número 285. Os valores porcentuais tiveram suas casas decimais arredondadas de acordo com os critérios estatísticos.

Panorama Geral: Porcentagem de acertos

ANÁLISE DO DESEMPENHO GERAL DOS GRUPOS

TIPO DE TESTE / GRUPO	***PRÉ-TESTE***	PORCENTUAL DE ACERTOS	***PÓS-TESTE***	PORCENTUAL DE ACERTOS
EXPERIMENTAL	**30/285**	**11%**	**199/285**	**70%**
CONTROLE	**36/300**	**12%**	**37/300**	**12%**
REFERÊNCIA	**29/270**	**11%**	**86/270**	**32%**

Tabela 1 – Porcentuais de acertos dos desempenhos gerais do GC, GE e GR.



Quadro 3 - Porcentagem de acertos dos grupos nos testes

O gráfico acima e a tabela, demonstram que os grupos: experimental, controle e de referência mantiveram-se com o mesmo porcentual de acertos no pré-teste. Esse índice baixo de acertos permite afirmar que ambos os grupos tiveram pouco ou nenhum contato com o conteúdo frações, do ponto de vista da escola.

Com relação ao pós-teste, o porcentual de acerto do grupo experimental (GE) foi satisfatório, se tomarmos por termômetro o patamar exigido pelo sistema escolar, já o mesmo não se pode falar do grupo controle (GC), o qual se manteve no mesmo porcentual baixo de acerto. No grupo de referência (GR) esse percentual de acertos está abaixo do esperado, tendo em vista que o grupo teve contato com este conteúdo na 3ª série e novamente na 4ª série. Essa primeira apresentação dos resultados, contudo, é muito geral, e não nos fornece "pistas" suficientes, para analisamos o comportamento desses alunos do ponto de vista da formação e desenvolvimento do conceito de número fracionário.

Não queremos afirmar com isso que estamos privilegiando a instrução formal, ela é importante, mas deve permitir que o conhecimento informal seja convidado para a sala de aula (Spinillo, 1994), de forma que a criança possa ampliá-lo, revisando os modelos de conhecimento que possui, explicitando que aspectos do conhecimento informal são relevantes e quais são os que sempre funcionam, desenvolvendo assim, uma compreensão mais efetiva dos conceitos.

Ao introduzir os conceitos com base em situações significativas e relacionadas ao cotidiano do aluno, criando um elo de ligação entre o conhecimento informal e o formal, podemos interferir e contribuir para uma compreensão mais efetiva dos conceitos formalmente transmitidos. Desta forma, podemos considerar que o ambiente favorável à aprendizagem possibilita ao aluno a aquisição de conceitos científicos partindo de situações significativas, o que encontra respaldo nos trabalhos realizados por Nunes (1997).

Esses resultados permitem inferir, em primeira instância, que a abordagem utilizada em nossa seqüência foi satisfatória, porém precisamos analisá-los mais amiúde. Para tanto faremos, a seguir, uma análise dos acertos dos grupos por sujeito, por questão e por objetivos dos sujeitos pertencentes ao grupo experimental.

a) Analise por sujeito

Apresentamos inicialmente uma análise dos alunos, segundo sua faixa etária, para que o leitor possa situar-se melhor no universo pesquisado. Na seqüência, tratamos de analisar o desempenho dos sujeitos.

No quadro abaixo, classificamos as crianças de acordo com sua idade, todas aqui consideradas estão cursando a 3ª série pela primeira vez.

Idade / grupo	8 anos	9 anos	10 anos	Total
GE	8	7	4	19
GC	3	15	2	20
GR	0	2	16	18

Quadro 4 – Distribuição dos alunos por faixa etária.

Procuramos ajustar a faixa etária de modo a garantir que as experiências e ações sobre o mundo estivessem bastante próximas. O quadro 4 apresenta quantos alunos estavam na faixa de 8 a 10 anos de idade. Vale salientar que as crianças de 10 anos entraram na escola mais tarde que os demais ou pararam por um ano, e as de 8 anos, provavelmente, completaram 9 anos no decorrer do corrente ano, e os da 4ª série (GR) 2 alunos deverão completar 10 anos no decorrer do ano letivo.

Assim, fizemos um estudo do desempenho e da evolução dos alunos nos testes aplicados. Para tanto, numeramos cada aluno do grupo experimental (de 1 a 19). Não nos referimos ao grupo controle tendo em vista a manutenção do índice de acerto no pré e pós-testes, bem como o grupo de referência pois não realizamos qualquer interferência neste grupo. Vale lembrar que os dois testes possuíam 15 itens cada, portanto, o número máximo de acertos por aluno é 15. Os dados da Tabela abaixo indicam o número de acerto por aluno no pré e pós testes e a porcentagem de acertos no pós-teste.

Alunos GE	Pré-teste (nº de acertos)	Pós-teste(nº de acertos)	% de acertos no pós-teste
1	1	10	67
2	1	15	100
3	3	10	67
4	1	9	60
5	2	13	87
6	3	11	73
7	2	10	67
8	1	6	40
9	2	14	93
10	1	8	53
11	2	14	93
12	2	12	80
13	3	8	53
14	1	14	93
15	1	10	67
16	1	10	67
17	1	11	73
18	1	8	53
19	0	6	40

Quadro 5 - Tabela do desempenho dos alunos – GE

Analisando os dados do Quadro 5, podemos observar que todos os alunos do grupo experimental evoluíram. Oito alunos, ou seja, 42% dessa população tiveram índice de acerto igual ou superior a 70%; nove alunos, 47% da população apresentaram acerto entre 50% e 69%. Dessa forma tivemos 17 alunos, quase 90% de nossa amostra teriam condições de ser aprovados, segundo o critério adotado pela maioria das escolas na avaliação escolar. Apenas dois alunos tiveram resultado inferior a 50%, que consideramos abaixo da média adotada nas escolas do ensino público ou privado. Apesar do índice ser inferior a 50%, um desses (o número 19) partiu de 0% no pré-teste para 40% no pós-teste, apresentando um crescimento, proporcionalmente, maior que os sujeitos de números 8 e 13. Quanto aos sujeitos de números 8 e 13 nada podemos afirmar, além da necessidade de se trabalhar com eles o conceito de fração por mais tempo. Os demais alunos apresentaram um bom crescimento em seus desempenhos.

No geral, observamos que a maioria dos alunos cresceu significativamente, com exceção dos alunos de números 3 e 8 que tiveram apenas o acréscimo de cinco pontos a mais dos que atingiram quando da aplicação do pré-teste.

b) Análise por questão

Pretendemos apresentar os índices de crescimento na resolução da questão resolvida no pré-teste para a resolução no pós-teste. Para tanto apresentamos, inicialmente, uma Tabela comparativa com os porcentuais de acertos para cada questão.

Questão	1	2		3	4	5		6		7	8		9		10
Tipo de representação	Repres. formal	Repres. Pictórica	Repres. formal	Repres. formal	Repres. formal	Repres. Pictórica	Repres. formal	Repres. Pictórica	Repres. formal	Repres. formal	Repres. Pictórica	Repres. formal	Repres. Pictórica	Repres. formal	Repres. formal
Total pré-teste	**0%**	**0%**	**0%**	**5%**	**0%**	**0%**	**0%**	**5%**	**26%**	**0%**	**73%**	**0%**	**5%**	**0%**	**42%**
Total pós-teste	**68%**	**84%**	**58%**	**63%**	**95%**	**32%**	**37%**	**89%**	**68%**	**37%**	**79%**	**68%**	**100%**	**95%**	**74%**

Tabela II – Desempenho dos alunos do GE por questão

Analisando os dados da Tabela acima podemos observar que dos 15 itens constantes nos testes, 7 itens alcançaram índices de 70% ou mais, 5 itens estiveram entre 50% e 69% e 3 itens ficaram abaixo de 50%. As questões 5 e 7 tiveram os índices mais baixos. A questão 5 envolveu uma fração equivalente, com quantidades discretas, que foi trabalhada num curto espaço de tempo dentro da seqüência, assim julgamos ser necessário um tempo maior para que os alunos pudessem assimilar melhor esse conceito. Da mesma forma, a questão 7 teve seus resultados baixos, pois estava relacionada a uma situação-problema com texto extenso e cujo elemento bolo ou torta apresentou-se com vários sabores, o que dificultou sua compreensão por parte das crianças, algumas acabaram caindo no erro de relacionar os sabores por parte, esquecendo o todo.

A questão 1 apresentou quantidades discretas, devendo a criança relacionar a parte com o todo. Inicialmente, os alunos apresentaram resultados de 0% no pré-teste e 68% depois do contato com o conteúdo das frações, o que indica certa dificuldade, mesmo após nossa intervenção, ao estabelecer a relação parte-todo com quantidades discretas, pois as crianças operam com mais facilidade nas quantidades contínuas em que temos um único todo, apesar de conviverem no dia-a-dia com quantidades discretas.

Na seqüência, a questão 2 está subdivida em duas partes: a representação pictórica e a simbólica. Na primeira, o salto quantitativo foi maior que na segunda. Em ambas as representações, as crianças partiram de 0% de acerto e avançaram, significativamente, na representação pictórica com acertos da ordem de 84% contra os 58% da outra representação. De fato, desenhar, pintar, colorir, nesta faixa etária é menos complexo do que estabelecer a relação entre as quantidades a serem distribuídas para cada criança de modo a encontrar a fração 3/5. Consideramos correto o desenho que apresentou a divisão entre as crianças, apesar da não conservação das áreas, uma vez que eles dividiram a mão livre com uso apenas de lápis e borracha.

Apenas um aluno do GE conseguiu acertar a questão 3 no pré-teste escrevendo "*falta tres quadro partes*" que se pressupõe uma intenção bastante próxima da forma correta ¾. Podemos inferir que sua resposta baseou-se na leitura do enunciado da questão "uma quarta parte", que tenha escrito de forma intuitiva sem de fato estabelecer a relação parte-todo.

Por outro lado, na questão 4, novamente a relação ocorreu com quantidades discretas, observamos que nenhuma criança no pré-teste conseguiu responder, ao passo que no pós-teste o ganho foi considerado muito bom, apenas um aluno resolveu com a relação incorreta, escrevendo 9/4. Os relatos das pesquisas de Kerslake (1986) assemelham-se a procedimentos iguais com inversão ou relação parte-parte.

Com quantidades discretas, a questão 5 apresentou os resultados mais baixos dentre as dos dois testes, embora as crianças, inicialmente, não tenham conseguido responder a não ser com números naturais. Os resultados da representação pictórica também surpreenderam, pois grande parte dos alunos que desenhou incorretamente, ao ler a quinta parte, circulava cinco luas, quando o correto seriam duas. Nessa questão, vale salientar que o aluno necessitaria decodificar a palavra quinta parte para circular ou pintar duas entre as dez luas presentes e, finalmente, escrever simbolicamente a fração 1/5 ou 2/10.

Já a questão 6 apresenta 5% de acertos (um aluno) na representação pictórica do pré-teste e 26% de acertos (cinco alunos) na representação formal. Consideramos como acerto a palavra metade ou um meio.

Na questão 6, deixamos claro que o pós-teste não garantiu a equivalência, a questão tornou-se mais complexa que a do pré-teste, mesmo assim os acertos foram 89% à representação pictórica e 68% à formal. Consideramos que esse porcentual foi muito bom em relação à mesma questão do pré-teste, no qual a intuição da criança poderia contribuir em sua resposta, conforme já discutimos baseados nos resultados das pesquisas de Spinillo (1994; 1995).

Na questão 7, uma situação-problema foi apresentada. No pré-teste como era esperado, não tivemos acertos. No pós-teste, o porcentual de 37% foi baixo em relação às nossas expectativas, mas devemos ponderar que o texto era maior que nas demais questões, além de envolver três sabores diferentes. As situações-problema trabalhadas na seqüência também mostraram textos menores do que o teste. Acreditamos que no curto espaço de tempo, um pouco mais de um mês em que trabalhamos com as crianças, não poderíamos conseguir progressos surpreendentes, e sim, razoáveis.

A questão 8, com quantidades discretas, a noção de metade é bastante comum às crianças, pois no dia-a-dia elas repartem seus objetos com outras, especialmente, doces. Já era de se esperar que na representação pictórica os acertos fossem maiores que na formal. No pré-teste, as crianças acertaram 73% e na formal 0%, após a aplicação de nossa seqüência, o porcentual da representação inicial praticamente se manteve, ou seja, 79% e o ganho foi na representação formal, que passou de 0% para 68%. A representação pictórica é mais intuitiva à criança e, portanto, a chance de acerto é de fato maior, portanto, novamente concordamos com os resultados de Spinillo (1994; 1995).

Por outro lado, a questão 9 apresenta a idéia de ‘metade da metade’ diferente da questão discutida com o referencial ‘metade’. Nesta questão, o grau de complexidade é maior que o anterior. Assim, observamos que apenas um aluno acertou a representação pictórica no pré-teste (5%), no pós-teste o acerto foi total. Já a representação formal, inicialmente, não apresentou acertos, no pós-teste tivemos o porcentual de 95%, considerado muito bom pelos critérios de avaliação escolar adotados nas escolas de modo geral. Podemos concluir que a idéia de metade não é transposta para a idéia de 'metade da metade', pois a segunda é menos intuitiva que a primeira. Os resultados de Spinillo (1994; 1995) podem ser comparados aos nossos quanto ao referencial 'metade', nos quais os procedimentos das crianças são intuitivos.

Finalmente, a questão 10 apresenta-se com quantidades contínuas e fração imprópria. As respostas no pré-teste foram do tipo: "1 e meio", "inteiro mais metade", "um e meia", somente com palavras, embora a questão pedisse "represente numericamente". Consideramos essas respostas como corretas, apesar de não terem sido escritas na forma simbólica, pois expressam de fato a quantidade pintada na figura. Inicialmente, os acertos chegaram a 42% no pré-teste. No pós-teste, a mesma questão foi novamente apresentada e as respostas atingiram um porcentual maior, com 74% de acertos, com um acréscimo de que as representações passaram a ser numéricas, do tipo mista $1\frac{1}{2}$ ou como uma soma de inteiros com frações: $1+\frac{1}{2}$.

Podemos concluir que as questões, de forma geral, apresentaram um acréscimo nos porcentuais de acertos. Os maiores acertos iniciais ocorreram na representação pictórica, ficando a formal a cargo do pós-teste, pois os alunos passaram a ter contato com esses números. Dos 15 itens dos testes, apenas três estiveram abaixo dos 50%. Podemos inferir que esses itens conduziram os índices gerais a patamares mais baixos (Bezerra, 2001)

c) Análise por objetivos

Apresentamos nossos objetivos, explicando-os um a um. Para as dez questões dos testes considerados, foi possível agrupá-las dentro de cinco objetivos.

1. estabelecer a relação parte-todo para quantidades discretas;
2. representar simbolicamente, na forma a/b, com quantidades discretas, partindo de uma ação apresentada na situação-problema;
3. representar pictórica e simbolicamente a situação-problema apresentada, com quantidades contínuas;
4. dividir corretamente as áreas, garantindo a conservação das mesmas, com quantidades contínuas;
5. representar simbolicamente a fração imprópria, com base em uma representação com quantidades contínuas.

O objetivo 1 envolve as questões 1 e 4. O desenho proposto na situação permite ao aluno apenas observar, relacionando a quantidade discreta colorida em relação ao conjunto dado.

O objetivo 2 aborda as questões 5, 7 e 8. Nestas questões, as quantidades discretas estão representadas uniformemente, sem qualquer destaque.

O objetivo 3 compõe as questões 3 e 9. Ambas as questões envolvem quantidades contínuas e na questão 3 a parte já está pintada, pedindo apenas que o aluno relacione a parte com o todo. Na questão 9, além de relacionar o aluno deverá pintar a parte solicitada.

No objetivo 4, estão presentes as questões de número 2 e 6. As questões são semelhantes, pois são barras horizontais que deverão ser repartidas de acordo com o número de elementos distribuídos.

No 5º e último objetivo, somente a questão 10 se faz presente. Trata-se de uma quantidade contínua, com mais de um retângulo pintado, no qual o aluno deverá observar o desenho pronto e representá-lo sob a forma de fração, ou seja, simbolicamente.

Em relação aos objetivos propostos foi possível agrupar as questões em dois grandes blocos, ou seja, das representações das quantidades contínuas e discretas, de acordo com os objetivos de cada questão, nas quais consideramos tanto os acertos da representação do número bem como a representação pictórica, visto que consideramos ambas as formas como uma transcrição da cognição da criança. Para quantificarmos os resultados, atribuímos valores conforme a legenda a seguir:

sigla	Grau de resolução	pontuação
NA	não atingiu aos objetivos propostos	0 ponto
AP	atingiu parcialmente os objetivos	1 ponto
AT	atingiu plenamente os objetivos	2 pontos

Quadro 6 - Legenda para orientação do leitor

QUANTIDADE		DISCRETO		CONTÍNUO		
OBJETIVOS		1	2	3	4	5
GRUPO EXPERIMENTAL	ALUNO 1	AT AT	AT NA NA	NA AT	AT AT	NA
	ALUNO 2	AT AT	AT AT AT	AT AT	AT AT	AT
	ALUNO 3	AT AT	NA NA AT	AT AT	NA AT	AT
	ALUNO 4	NA AT	NA NA AT	AT AT	AP AP	AT
	ALUNO 5	AT AT	NA AT AT	AT AT	AT AT	AT
	ALUNO 6	AT AT	NA NA AT	AT AT	AT AP	AT
	ALUNO 7	NA AT	AT NA NA	AT AT	AP AT	AT
	ALUNO 8	NA AT	NA NA NA	AT AT	AP NA	AT
	ALUNO 9	AT AT	AT NA AT	AT AT	AT AT	AT
	ALUNO 10	NA AT	NA NA AT	NA AT	AP AP	AT
	ALUNO 11	AT AT	AT AT AT	NA AT	AT AT	AT
	ALUNO 12	AT AT	NA AT AT	NA AT	AT AT	AT
	ALUNO 13	NA AT	AT AT AT	AT AP	NA NA	NA
	ALUNO 14	AT AT	AP AT AT	AT AT	AT AT	AT
	ALUNO 15	AT AT	NA NA AP	AT AT	AT AT	NA
	ALUNO 16	AT NA	NA NA AT	NA AT	AT AT	AT
	ALUNO 17	NA AT	NA AT AP	AT AT	AT AT	AT
	ALUNO 18	AT AT	NA NA AT	NA AT	NA AT	NA
	ALUNO 19	AT AT	NA NA NA	NA AT	AP AP	NA

Quadro 7 – Classificação dos alunos quanto aos objetivos atingidos

Assim, considerando o quadro 7 e a legenda (quadro 6) apresentada acima, temos um novo quadro com as pontuações.

Observando a tabela abaixo, poderíamos encontrar, se os alunos atingissem 100% dos objetivos, os seguintes valores máximos: nos objetivos 1, 3 e 4 o número 76, no objetivo 2 o número 114, no objetivo 5 o número 38.

conjunto	DISCRETO				CONTINUO					
OBJETIVOS	Objetivo 1		Objetivo 2		Objetivo 3		Objetivo 4		Objetivo 5	
	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS
TOTAL	0%	82%	12%	48%	4%	80%	8%	75%	42%	74%

Tabela III – Desempenho geral do GE por objetivos

Podemos afirmar que porcentualmente o objetivo número 1 foi atingido em 0% no pré-teste e, aproximadamente, 82% no pós-teste. Consideramos satisfatórios, pois os alunos não conseguiram '*estabelecer a relação parte-todo com quantidades discretas'*, no início, mas depois da seqüência esse tipo de representação parece ter significado para eles.

Podemos considerar que dez encontros representam um número reduzido para a compreensão dos conceitos inerentes aos números fracionários. Na construção de nossa seqüência, utilizamos as concepções contidas na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, defensor de que a resolução de problemas é parte integrante do processo de formação de conceitos. Segundo Vergnaud (1990), os estudantes podem ultrapassar os obstáculos dos conceitos mais difíceis da matemática, conforme desenvolvam estes conceitos pela discussão com outras pessoas, ou mesmo, com outros conceitos da matemática, uma vez que esses conceitos podem ser falíveis e sua construção gerar bons e maus frutos. As competências e concepções desenvolvem-se ao longo do tempo, por intermédio das experiências que envolvem um grande número de situações tanto no interior da escola como fora dela (ibid, 1994).

CONCLUSÃO

Gostaríamos de observar que as concepções escolhidas de parte-todo e quociente não se deram necessariamente nesta ordem. Procuramos a cada encontro mesclar as duas concepções envolvendo as quantidades contínuas e discretas. A combinação entre os modelos parte-todo, quociente, medida, com quantidades discretas e contínuas, favorecem a aprendizagem das frações. Os estudos de Cunha (2002) e Bezerra (2001) demonstram que as crianças precisam manipular e operar com as duas quantidades: contínuas e discretas, para não conceituar erroneamente as frações e as medidas. Neste estudo procuramos abranger as duas quantidades, de modo a garantir não só a sua representação, mas também a compreensão do conceito do número fracionário.

É preciso que o educador encontre na sala de aula seu espaço de atuação, de inovação e de criatividade e conscientizar-se de que a aula é também um espaço histórico e político e sua ação também é limitada. No contato face a face com seus alunos, os discursos são confrontados com suas ações, daí a importância da coerência do discurso em sala de aula. Assim, a atuação do educador não envolve apenas a tarefa técnica, mas também um compromisso político de recuperar o lúdico por meio do uso da linguagem e, em conjunto, com seus alunos (Bezerra, 2001).

Uma seqüência de ensino que interfere no contexto cultural e social da criança (Nunes, 1998), e privilegia a situação-problema como Vergnaud (1988) propõe, de fato influencia efetivamente na formação do conceito. As crianças encontram significados para a sua aprendizagem e apresentam resultados satisfatórios na representação do número fracionário.

Palavras-chave: fração; representação; conceito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEZERRA, Francisco José Brabo. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2001.

BIANCHINI, Bárbara Lutaif. *Estudo sobre a aplicação de uma seqüência didática para o ensino dos números decimais*. Tese de doutorado em Psicologia da Educação. São Paulo: PUC/SP, 2001.

CATALANI, Érica. *O conceito de fração-razão - uma análise dos processos dos alunos em atividades fundamentadas no enfoque histórico-conceitual.* Dissertação de Mestrado em Educação. Campinas (SP): UNICAMP, 2002.

CORREA, Jane. *A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2000.

CISCAR, Salvador Llinares, GARCÍA, Maria Victoria Sánchez. *Fracciones*. Madri-Espanha: Sintesis, 1988.

CUNHA, Micheline Rizcallah Kanaan da. *A quebra da unidade e o numero decimal.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2002.

GLASERSFELD, Ernst von. *Radical constructivism: a way of knowing and learning.* Washington, D.C.: The Falmer Press, 1997.

KERSLAKE, Daphne. *SESM interviews in: Fractions: Children's Strategies and errors – a report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. London: Nfer-Nelson, 1986. pp. 1 – 42

LIMA, Luciano . *A dialética do conceito A pedagogia como socialização da Ciência, da Cultura e da Arte*. São Paulo: Dantas Galhardo, 1997.

___. *Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica.* São Paulo: Dantas Galhardo, 1996.

NUNES, Terezinha, BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

___. *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. London UK: Psychology Press, 1997.

NUNES, Terezinha, SCHLIEMANN, Analucia Dias, CARRAHER, David William. *Street mathematics and school mathematics*. New York: Cambridge University Press, 1993.

NUNES, Terezinha. *Aprendizaje de las matemáticas como socialización de la mente*. Revista Pensamiento Educativo (19), dezembro de 1996.

___. *Cognitive invariants and cultural variation in Mathematical concepts*. London: International Journal of behavioral development, 1992, 15(4). pp. 433-453.

___. *Developing children's minds through literacy and numeracy*. London: Institute of Education University of London, 1998.

SPINILLO, Alina Galvão. *O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola*. A educação matemática em revista – SBEM (3), 2º sem. de 1994. pp. 47-68

SPINILLO, Alina Galvão. *Raciocínio proporcional em crianças: considerações acerca de alternativas educacionais*. Pro-posições. Vol.5, Nº 1[13], março de 1994.

VERGNAUD, Gérard. *Epistemology and psychology of mathematics education* in: KILPATRICK, Jeremy and NESHER, Pearla (eds). Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education. New York: Cambridge University Press, 1990. pp. 14-30.

___. *Multiplicative conceptual field: what and why?* In: HAREL, G. & CONFREY, J. (eds). The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics. New York: State University of New York Press, 1994.

___. *A comprehensive theory of representation for mathematics education. Journal of mathematical behavior*. Paris: 1998. 17(2) pp.167-181.

___. *Multiplicative Structures* in: HIEBERT, H. & BEHR, M. Research agenda in mathematics education. Number concepts and operations in middle grades. Laurence Erlbaum Ed., pp. 141-161 Hillsdale, 1988.

VYGOTSKY, Lev Semenovictch. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.