



O ENSINO E A APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE ESCALA, NO QUARTO CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL, À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.

Maria Sônia Leitão de Melo¹ - Programa de Pós-Graduação em Educação / UFPE
sonimari@aol.com

Paula Moreira Baltar Bellemain² - Programa de Pós-Graduação em Educação / UFPE
pmbaltar@ufpe.br

Introdução

A motivação inicial deste trabalho vem da constatação da freqüente fragmentação no ensino-aprendizagem da Matemática, apesar das recomendações nos currículos atuais de estimular as conexões tanto dos conteúdos matemáticos entre si, como com as demais áreas do conhecimento. Temos a intenção, com o presente trabalho, de contribuir na busca de subsídios para a construção de articulações significativas entre os diversos campos conceituais a serem abordados na escola. Escolhemos então, a partir de um conteúdo matemático - o conceito de escala - investigar seu potencial de articulação com outros conteúdos no quarto ciclo do Ensino Fundamental.

No dia a dia manipulamos a noção de escala, por exemplo, na leitura da planta de um imóvel, quando mentalmente, imaginamos o tamanho do imóvel através da escala definida. Em várias profissões o conhecimento da noção de escala é útil e por vezes, indispensável: engenheiro (civil, eletricitista, mecânico, entre outros), mestres-de-obras, arquitetos e urbanistas, artistas plásticos, topógrafos, etc. Utilizamos ainda a noção de escala “informalmente” na construção de maquetes e na ampliação ou redução de objetos, inclusive durante atividades escolares.

O conceito de escala pode oferecer variadas possibilidades de conexão com outros conceitos. A noção de escala está presente em outras disciplinas como nas ciências, é conteúdo obrigatório no estudo da Cartografia, que por sua vez faz parte da

¹ Mestranda em educação.

² Orientadora. Professora pesquisadora do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino e do Programa de Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife-PE.

Geografia e, é também trabalhado em Matemática, o que nos dá grandes possibilidades de integração entre essas disciplinas.

No que diz respeito às interrelações com outros conteúdos matemáticos, a noção de escala está fortemente relacionada com números racionais, proporcionalidade, semelhança, leitura de gráficos, comprimento e área, entre outros.

Apesar dessa riqueza de conexões possíveis, percebemos que o conceito de escala nem sempre é suficientemente explorado, de forma explícita na escola. A noção de escala não é muito presente nos livros didáticos: ela surge em alguns livros ou como uma situação para se trabalhar outros conceitos ou como conteúdo de estudo em um pequeno tópico no capítulo destinado ao estudo das razões e proporções.

O campo teórico no qual se inscreve a pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud. A escolha desta teoria justifica-se por destacar que a construção de conhecimentos matemáticos pelo aluno se dá por meio da resolução de situações problemáticas envolvendo conceitos em estreita conexão e por permitir modelizar as concepções dos alunos acerca dos conceitos matemáticos.

Vale ressaltar que o presente trabalho se trata de uma pesquisa de mestrado, em andamento e portanto não se dispõe dos resultados finais da mesma. Inicialmente, discute-se o conceito de escala sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, articulando os elementos teóricos desta teoria e seu uso na nossa investigação, destacando: o conceito de escala como componente de campos conceituais específicos e como tripé (referência, significado e significante). Em seguida, abordam-se alguns resultados de pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de escala e de alguns conceitos afins. Finalmente, comenta-se brevemente os objetivos da pesquisa a que se refere o trabalho, as escolhas metodológicas feitas e os resultados preliminares.

1. Escala sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais

Segundo Vergnaud (1993) um campo conceitual caracteriza-se como um conjunto de situações estreitamente conectadas, mas também como um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas. Pode-se citar, por exemplo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas (Vergnaud, 1988), como o conjunto de situações que requerem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações (problemas de proporção simples e múltipla), e ao mesmo tempo, o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar

essas situações, tais como função linear e não linear, fração, razão, proporção, número racional, etc.

Uma pessoa ao ler uma planta, pretendendo transformá-la em uma construção real, realiza um raciocínio que envolve multiplicações e divisões. Pode-se então considerar o conceito de escala como componente do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Segundo Carraher (1994):

Esse raciocínio pressupõe um modelo matemático que vai além do cálculo aritmético simples. Uma escala em um desenho envolve uma relação entre muitos pares relacionados de números porque cada medida na planta representa uma medida exata na construção real. Entre todos esses pares desenho-construção existe uma relação única, de natureza proporcional, que é representado pela escala (p. 104 - 105).

O conceito de escala também faz parte do campo conceitual das grandezas geométricas. Com efeito, a escala permite relacionar comprimentos, áreas e volumes de uma planta ou maquete, com seus correspondentes na realidade.

Por meio dos conceitos de semelhança de figuras e homotetia (ampliação e redução), articula-se ainda o conceito de escala com o campo conceitual da geometria. De acordo com Lima (1992), “toda homotetia é, de fato, uma semelhança” (p.157). E a escala é o elemento central para a representação do objeto real ampliado ou reduzido ou reproduzido.

Logo a noção de escala permeia, na matemática, pelo menos os campos numéricos, geométricos e das grandezas.

Ainda de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) um conceito é caracterizado como um tripé de três conjuntos indissociáveis.

- “O conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência).
- O conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado).
- O conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante)”(p.08).

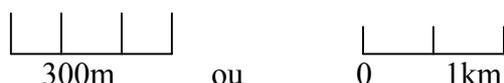
Estudar a construção do conceito de escala, dentro desta teoria psicológica, necessita que sejam considerados esses três planos ao mesmo tempo, pois de acordo com o autor "geralmente não há bijeção entre significantes e significados, nem entre invariantes e situações. Não se pode, pois, reduzir o significado aos significantes" (p.09).

Assim, à luz da Teoria dos Campos Conceituais pode-se caracterizar o conceito de escala como tripé de três conjuntos indissociáveis: o conjunto das situações que dão sentido à escala; o conjunto de invariantes operatórios subjacentes à ação dos sujeitos e o conjunto das representações simbólicas da escala, de suas propriedades e dos procedimentos de tratamento dos problemas envolvendo escala.

2. Pesquisas relativas à escala e conceitos afins

Nos estudos realizados por Bodin (1989) e Levain, (1993), destacam-se pelo menos quatro tipos de representação para o conceito de escala:

- Uma representação acompanhada de uma indicação do tipo: “1cm para 2km”.
- Uma representação acompanhada de um desenho como:



- Aspecto ferramenta do conceito; o enunciado acompanhado de uma expressão como: “por qual número é preciso multiplicar essa altura para...”.

Uma representação acompanhada de uma indicação tal que: “escala 1/5000”.

Essa modelização do conceito de escala serviu como referência, para nossa pesquisa, no momento da elaboração das atividades que estão sendo utilizadas no estudo.

Levain (1993) aponta vários níveis de dificuldades cognitivas dos alunos, no que se refere ao domínio das situações de ampliação e à aquisição do conceito de escala. No que se refere às dificuldades cognitivas, em relação aos esquemas destaca que alguns dos sujeitos pesquisados não dominam os esquemas essenciais da proporcionalidade. Levain esclarece também que o estudo constatou que não é comum que um aluno possa resolver um conjunto de problemas multiplicativos partindo diretamente dos problemas de escala. A pesquisa traz com sugestão, que o trabalho inicial desse conceito, deva ocorrer através de situações mais simples, apresentando valores numéricos menores e fazendo uso de diversos recursos didáticos, como o computador, por exemplo. Porém, que essas atividades sejam bastante diversificadas, de maneira que possam permitir ao aluno fazer uso de seus diversos esquemas cognitivos.

No que se refere à articulação entre escala e proporcionalidade, Carraher (1994), investigou o desempenho de dois grupos - um de estudantes e outro de mestres de obra -

em resolução de problemas envolvendo diferentes escalas. Os resultados da pesquisa mostraram que os alunos não souberam usar informalmente os algoritmos estudados na escola. Carraher destaca que:

Estes resultados confirmam observações anteriores de Hart (1981) na Inglaterra e Vergnaud (1979) na França, que mostraram que a transmissão cultural sistemática desse algoritmo nas aulas de matemática não tem efeito direto e marcante sobre o desempenho dos estudantes ao resolverem, fora das aulas de matemática, outros problemas em que estão envolvidas relações proporcionais (p.115).

Tal observação indica que a forma como o ensino da Matemática tem sido conduzido não tem permitido que os conteúdos abordados sejam plenamente usados fora da escola. Parece apontar também para uma lacuna na exploração de situações problemáticas que podem contribuir para dar significado aos conteúdos escolares.

Segundo Carraher:

Talvez os estudantes pudessem aprender mais sobre razões e proporções se fossem levados a lidar com situações como esta, em que o próprio significado do problema resulta no desenvolvimento de uma estratégia informal, próxima a concepção de que o estudante tem do problema, mas que respeita as propriedades fundamentais do modelo matemático em questão. O trabalho constante com situações desta natureza poderia eventualmente levar a introdução do algoritmo, tornando-se a lógica do algoritmo mais transparente para o estudante (p.123).

A contextualização do ensino, assim como a aprendizagem de Matemática poderá ocorrer de forma pelo menos mais prazerosa, se os conceitos forem trabalhado a partir de situações que levem o aluno a mobilizar os vários conhecimentos, na tentativa de encontrar uma solução, poderá levá-lo a perceber a necessidade de aquisição de novos conceitos ainda não dominados. Tal constatação poderá facilitar a aprendizagem dos conteúdos referentes à matemática, assim como de outras disciplinas.

No que diz respeito às grandezas geométricas, Bellemain e Lima (2002), destacam que “investigar o conceito de grandeza leva inevitavelmente a encontrar outros conceitos que a ele se ligam de forma indissociável e que se exprimem por meio de termos que se relacionam, dessa forma, ao vocábulo grandeza” (p.75).

De acordo com Melo e Bellemain, 2003, “observa-se que a escala de um mapa, por exemplo, expressa uma razão entre um comprimento representado no mapa e o comprimento correspondente no domínio da realidade que é representado no mapa. A compreensão do conceito de escala necessita, portanto integrar erros e dificuldades dos

alunos relativos à aprendizagem das grandezas geométricas” (p.02). É o caso do amálgama entre os conceitos de perímetro e área, por exemplo.

O foco desse estudo são as situações em que o conceito de escala articula-se com a grandeza comprimento. Estamos investigando, mais precisamente, as situações que dão significado à escala no Ensino Fundamental e que estão fortemente articuladas com comprimento.

3. Objetivos da pesquisa, escolhas metodológicas e resultados preliminares

Com relação ao nosso primeiro objetivo específico, que é analisar a abordagem da noção de escala nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), observamos que apresenta-se uma crítica em relação à linearidade, como são estruturados logicamente os conteúdos curriculares de matemática. Os PCN destacam que em algumas práticas pedagógicas, à forma como os conteúdos são trabalhados na escola, em alguns casos, partem da idéia de currículo pensado dentro de uma visão linear onde um conteúdo trabalhado será pré-requisito do próximo e assim sucessivamente. Levando-se a concluir que a organização dos conteúdos matemáticos deva-se partir dos fundamentos como ponto de partida.

Os Parâmetros sugerem um trabalho de articulação entre os conteúdos matemáticos assim como os de outras disciplinas, levando também em consideração os conhecimentos prévios dos alunos e uma abordagem histórica dos conceitos matemáticos.

Nos PCN correspondentes aos terceiro e quarto ciclos há um destaque para que temas como proporcionalidade e equivalência entre outros, sejam estudados durante os quatro anos referentes a estes ciclos, pela possibilidade de levar o aluno a se instrumentar tanto para a vida como para o desenvolvimento da forma de pensar.

O estudo do conceito de escala é destacado no bloco dos Números e Operações durante o trabalho com os números racionais quando este é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, recomendando-se que esse estudo tenha início desde o segundo ciclo e que seja aprofundado no terceiro e quarto ciclos. No bloco do espaço e forma o estudo de escala recebe destaque no momento do trabalho das noções de direção e sentido, de ângulo, das relações entre as figuras geométricas planas pela sua ampliação e redução, durante o terceiro ciclo. Há também destaque para o estudo de escala no bloco das grandezas e medidas, ressaltando o fato de que as medidas quantificam grandezas e dessa forma favorecem a integração da matemática com outras

disciplinas com as Ciências Naturais e a Geografia, tanto no terceiro como no quarto ciclo.

O nosso segundo objetivo específico nos leva a verificar se há integração entre escala e a grandeza comprimento, nos livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. Estamos analisando algumas coleções de livros didáticos de 5^a a 8^a séries recomendadas na última avaliação do Programa Nacional do Livro Didático: BIGODE, Antonio José Lopes. Matemática hoje é feita assim. São Paulo: FTD, 2000; IMENES, Luiz Márcio, & LELLIS, Marcelo [et al.].

No que se refere à distribuição do conteúdo escala e sua articulação com comprimento, a coleção Matemática Hoje é Feita Assim destaca um tópico chamado Escalas e Maquetes no capítulo destinado ao estudo da geometria e proporcionalidade no livro da sexta série. Neste tópico observa-se um texto explicativo, no qual se define escala e onde são exploradas articulações com os conteúdos comprimento, área, proporcionalidade e geometria. É criticável, entretanto, que esse tópico não é resgatado e explorado com frequência nos demais volumes da coleção.

Na coleção Imenes & Lellis, o conteúdo escala não possui um espaço exclusivo, porém os autores se remetem a esse conteúdo em vários momentos em todos os livros da coleção fazendo conexões com vários conteúdos matemáticos, como comprimento, proporcionalidade, ângulos, semelhança de figuras, propriedades da circunferência, entre outros. No livro da 5^a série escala apresenta-se articulada no trabalho com: múltiplos, em texto explicativo destinado ao trabalho dos múltiplos de um número; proporcionalidade, a grandeza comprimento e na mudança de unidades em alguns exercícios ao longo do livro. Na sexta série a articulação ocorre entre escala, comprimento, área, proporcionalidade, ângulo e construções geométricas. Na sétima série as conexões ocorrem entre escala, comprimento, área, proporcionalidade, construções geométricas (ângulo, quadriláteros, propriedades da circunferência, semelhança de figuras). A articulação do conceito de escala na 8^a série ocorre entre: comprimento, área, proporcionalidade, semelhança de figuras e quadriláteros. Todas essas conexões ocorrem durante os exercícios propostos nos livros da 6^a, 7^a e 8^a séries.

E finalmente o terceiro objetivo do nosso estudo é identificar os invariantes operatórios e as representações simbólicas subjacentes aos procedimentos de resolução dos alunos, no tratamento de situações-problema, envolvendo a articulação entre o conceito de escala e a grandeza comprimento. Para tanto, estamos elaborando e

aplicaremos com alunos do quarto ciclo do Ensino Fundamental um teste diagnóstico, com situações-problema que envolvem as articulações entre escala e comprimento.

Palavras-chave

Escala. Grandezas geométricas. Teoria dos Campos Conceituais.

Referências Bibliográficas

BELLEMAIN, P. M. B. LIMA, P. F. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio**. Natal. Editora da SBHMat. 2002. (Série Textos de História da Matemática, 8).

CARRAHER, T. N. Passando da planta para a construção: um trabalho de mestres. In: Analúcia Dias Schlieman, David William Carraher, Terezinha Nunes Carraher (org.) **Na vida dez na escola zero**. 8ª edição. São Paulo: Cortez, 1994. P. 101 – 126.

LEVAIN, Jean-Pierre. **Proportionnalité, agrandissement et échelle**. Petit x, nº 31, p. 15 a 34. 1992-1993.

LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no Plano: Geometria Analítica, Vetores e Transformações Geométricas**. Rio de Janeiro. SBM. 1992.

MELO, M. S. L. de. BELLEMAIN, P. M. B. **Um estudo sobre o ensino e aprendizagem do conceito de escala no ensino fundamental**. In: Anais do XVI Encontro de Pesquisa em Educação Norte e Nordeste. São Cristóvão: Editora UFSE, 2003.

VERGNAUD, G. **Multiplicative Structures**. In Hierbert and Berh, Number Concepts and Operations - Middle Grades, pp.141-161. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1988.

VERGNAUD, G. **Psychologie du Développement Cognitif et Didactique des Mathématiques un exemple: les structures additives**. Petit X, nº 22, p. 51 a 69. 1989-1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: 1º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1993, Rio de Janeiro. **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, UFRJ, 1993.