



A TEORIA DE DAVID AUSUBEL – O USO DOS ORGANIZADORES PRÉVIOS NO ENSINO CONTEXTUALIZADO DE FUNÇÕES.

Marcos Antonio Santos de Jesus

Doutorando Educação Matemática UNICAMP-SP

Romeu Carlos Oliveira Silva

Especialista Educação Matemática UNISANTA-SP

Porque estudar matemática?

–Aonde que eu vou usar isto? É uma pergunta que não raras vezes escutamos em sala de aula, e também não raras vezes nos faltam exemplos concretos que permitam convencê-los de que vale a pena aprender, mesmo que o material não seja de imediata utilidade e aplicabilidade. Recentemente um aluno fez esta pergunta a um professor após ele ter-lhe ensinado como resolver integrais duplas. A resposta do professor foi:

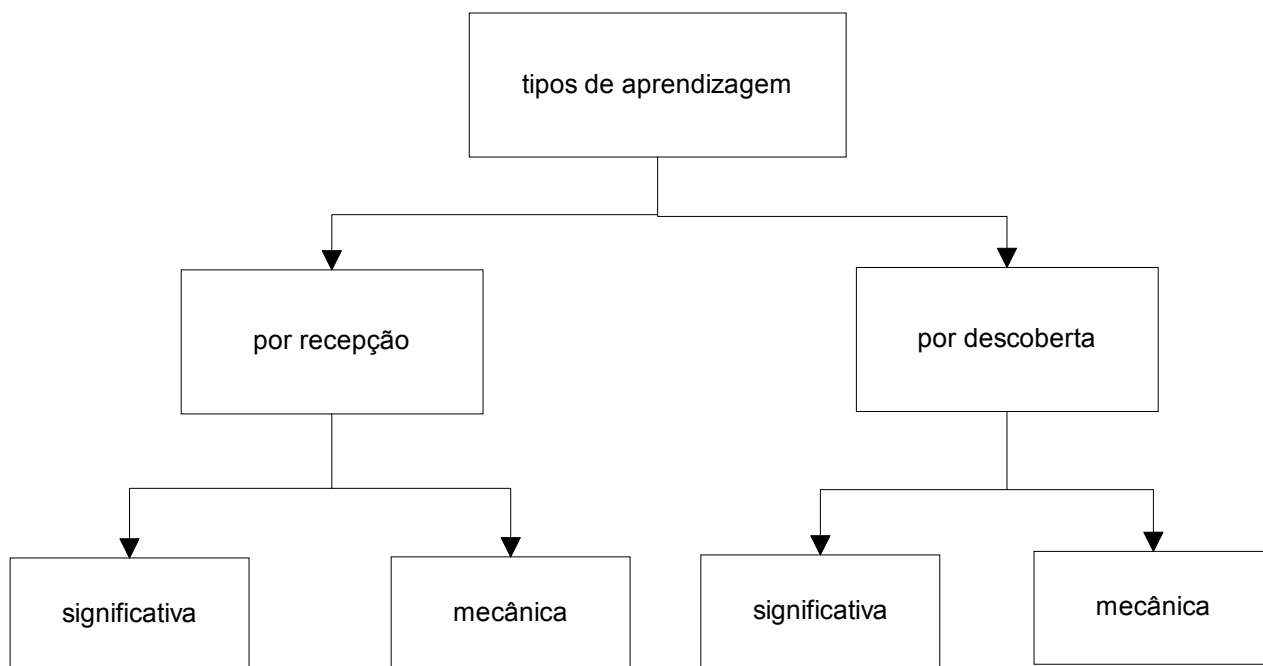
–Vamos supor que em uma manhã ensolarada quando você estiver passeando na areia da praia e de repente há um tumulto na sua frente. Você logo pensa que se trata de alguém afogado e corre para ver. Quando consegue passar pela multidão vê que o motivo da confusão é que alguém escreveu uma integral dupla na areia da praia e as pessoas estão pensando que se trata de algum código secreto ou uma mensagem alienígena. Aí você fala — calma pessoal, EU SEI o que é isto — e resolve a integral. Você será o Rei da praia. Ele também podia ter respondido que para se compreender a resolução de uma regra de três composta, daquelas que se aprende a operar na 6ª série, é necessário compreender uma integral dupla.

Segundo Jesus (1999), na psicologia educacional, destaca-se David Ausubel, cognitivista que dedicou parte de sua vida à elaboração de uma teoria da aprendizagem dentro do contexto escolar e claramente demonstrou a preocupação em discutir a sistemática da sala de aula. Neste mini-curso abordaremos parte desta teoria e ainda os operadores prévios, uma estratégia de ensino, baseada na própria teoria e sempre que possível com exemplos contextualizados. Segundo os PCN (1998):

existe uma interpretação equivocada da idéia de contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não têm uma aplicação prática imediata. (PCN 1998, p. 23).

Para Ausubel et al (1980), a aprendizagem significativa implica na aquisição de novos conceitos, ou ainda, é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Tem respaldo de muitos estudos referentes a aquisição de conceitos na escola e tem na aprendizagem significativa por recepção seu principal tema.

Segundo Jesus (1999), baseando-se na teoria de Ausubel, os tipos de aprendizagem foram assim esquematizados:



Segundo Ausubel et al (1980),

se quiséssemos reduzir a psicologia educacional em um único princípio este seria: -- O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece.

Descubra o que sabe e baseie nisso seus ensinamentos --
(Ausubel et al, 1980, p.137)

A teoria da Aprendizagem Significativa propõe que a tarefa de aprendizagem, seja ela por recepção ou por descoberta, deve relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outros conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva. Já a aprendizagem mecânica ocorre se a tarefa consistir de associações puramente arbitrárias, quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa. (Ausubel et al, 1980).

Baseado nas teorias de Ausubel et al (1980), um modelo de organização lógica a ser seguida para uma aula expositiva é proposto por Ronca e Escobar (1980), com a utilização do Princípio da Diferenciação Progressiva e o Princípio da Reconciliação Integrativa, para tornar eficiente a programação do conteúdo de uma exposição. Segundo os autores:

O Princípio da Diferenciação Progressiva propõe que, na programação de um material de aprendizagem, as idéias mais gerais e inclusivas sejam apresentadas em primeiro lugar, para depois serem progressivamente diferenciadas, em termos de detalhes e especificidades. (Ronca e Escobar, 1980, p. 94).

Segundo Ronca e Escobar, (1980), a utilização do Princípio da Diferenciação Progressiva se justifica porque, segundo a psicologia cognitiva, esta ordem corresponde presumivelmente à seqüência natural de aquisição de conhecimento pelos seres humanos quando confrontados com algo inteiramente novo ou com um ramo ignorado de um corpo de conhecimento já adquirido e também porque esta ordem é como o conhecimento é representado, organizado e estocado no sistema cognitivo humano, ou seja, as idéias mais inclusivas e amplamente explicativas ocupam uma posição no ápice da pirâmide e englobam progressivamente as idéias menos inclusivas.

O Princípio da Reconciliação Integrativa auxilia o professor na elaboração de uma aula expositiva porque estabelece as ligações entre idéias semelhantes assim como as suas diferenças, dando ao aluno uma visão global do assunto estudado, sem que este fique dividido em tópicos sem aparente relação entre eles. Além disso, pode estabelecer relações entre o conteúdo que acabou de ser exposto e idéias apresentadas anteriormente e também com idéias que ainda serão apresentadas. Note que quando falamos em interdisciplinaridade, onde é feita a integração entre diferentes disciplinas, às vezes esquecemos da própria disciplina e não fazemos as relações necessárias. Os conteúdos

matemáticos são muitas vezes completamente desvinculados uns dos outros e nem sempre o aluno sozinho consegue compreender suas relações.

OS ORGANIZADORES PRÉVIOS

Para atingir os objetivos propostos anteriormente, Ausubel et al propõem utilizarmos o recurso didático dos Organizadores Prévios, uma estratégia elaborada pelo educador onde o conteúdo é apresentado de forma a, deliberadamente manipular a sua estrutura cognitiva para que o novo conceito seja formado a partir de conceitos já existentes. A estratégia procura apresentar o novo conceito a partir da sua idéia mais geral e depois ir detalhando-o, retornando ao conceito geral sempre que possível.

Ausubel *et al* (1980), defende o uso dos Organizadores Prévios ou Antecipatórios porque segundo suas pesquisas, eles provavelmente facilitam a incorporação e longevidade do material aprendido significativamente de três modos. Em primeiro lugar, eles se apoiam em conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Assim não apenas o novo material se torna familiar e significativo para o aprendiz, mas os conceitos já existentes são selecionados e utilizados de forma integrada. Em segundo lugar, os organizadores, quando elaborados em um nível adequado de inclusividade, tornando possível a subordinação sob condições especificamente relevantes, oferecem uma ótima base.

Caberá sempre ao educador a elaboração dos Organizadores Antecipatórios, pois ele possui o conhecimento necessário para compor o organizador com a generalidade e relevância necessárias.

Segundo Moreira e Masini (1982), organizador é:

Material introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, porém em nível mais alto de generalidade, inclusividade e abstração do que o material em si e, explicitamente, relacionado às idéias relevantes existentes na estrutura cognitiva e à tarefa de aprendizagem. Destina-se a facilitar a aprendizagem significativa, servindo de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender o novo material de maneira significativa. É uma espécie de ponte cognitiva. (Moreira e Masini, 1982, p. 103)

E Ausubel *et al* (1980), afirmam que:

A principal função do organizador está em preencher o hiato entre aquilo que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente a tarefa com que se defronta. (Ausubel et al, 1980, p. 144).

Os exemplos de uso de Organizadores Prévios ou Antecipatórios verificados em Moreira e Masini (1982), fazem referências ao ensino da Biologia, Literatura e Física, não havendo exemplos para o ensino de conteúdos Matemáticos. Organizadores prévios específicos a conteúdos matemáticos foram apresentados e discutidos por Jesus e Silva (2002) no grupo de estudos Análisis de Estratégias de Enseñanza-Aprendizaje de Números Complejos em Chivilcoy, na Argentina no V Simpósio de Educação Matemática e foi bem aceito pelos participantes por romper a estrutura rígida dos livros didáticos e por estar fundamentada em pesquisas.

Ausubel *et al* (1980), descreve os Organizadores Antecipatórios em termos gerais como um exemplo adequado, não podendo ser mais específico, porque a construção de um dado organizador sempre depende da natureza do material de aprendizagem, da idade do aprendiz e do seu grau de familiaridade prévia com a passagem a ser aprendida.

Os Organizadores Prévios, segundo Moreira e Masini (1982), podem ser "expositório", quando o material a ser aprendido for totalmente não familiar, ou o organizador pode ser "comparativo", quando trata-se de aprendizagem de material relativamente familiar, sendo neste caso usado para integrar novas idéias com conceitos basicamente similares existentes na estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel *et al*, (1980):

Os conceitos consistem nas abstrações dos atributos essenciais que são comuns a uma determinada categoria de objetos, eventos ou fenômenos, independentemente da diversidade de dimensões outras que não aquelas que caracterizam os atributos essenciais compartilhados por todos os membros da categoria. (Ausubel et al, 1980, p. 72).

Ainda segundo Ausubel *et al*, (1980):

Os seres humanos interpretam a experiência perceptual em termos de conceitos próprios de suas estruturas cognitivas e que os conceitos constituem a 'matéria prima' tanto para a aprendizagem receptiva significativa como para a generalização das proposições significativas para a solução de problemas. (Ausubel et al 1980 p. 72).

Segundo a definição de Moreira e Masini (1982), subsunçor é uma idéia (conceito ou proposição) mais ampla, que funciona como subordinador de outros conceitos na estrutura cognitiva e como ancoradouro no processo de assimilação. Como resultado dessa interação (ancoragem), o próprio subsunçor é modificado e diferenciado. Aragão (1976), defende a elaboração de um organizador especial para

cada nova unidade, na qual o aluno possa aproveitar os benefícios de um subsunçor que tanto lhe forneça uma visão geral do novo conteúdo (antes de confrontá-lo com sua experiência anterior) como também organize elementos que incluam e expliquem melhor o conteúdo.

Embora os alunos sejam capazes de improvisar um subsunçor adequado para a aprendizagem, depois de entrarem em contato com o material, é pouco provável que eles sejam capazes de fazê-lo tão eficiente como um especialista no conteúdo e na didática específicos. (Aragão, 1976, p. 45).

O aluno só poderá elaborar um organizador para o conteúdo inédito após ter tido contato com ele. Isso só será possível após uma revisão do conteúdo para verificação das relações existentes, e como cita Aragão (1976), nem todos são capazes de fazê-lo. Isso também implicará em um certo tempo para uma revisão e elaboração de um organizador. A apresentação do conteúdo, de modo mais inclusivo e geral no início, poderá fazer com que o aluno "ganhe" tempo.

O interesse pelos organizadores prévios, segundo Rodrigues Júnior (2002), deve-se ao fato de ser uma das estratégias de ensino mais pesquisadas, por ter sólida fundamentação teórica, pela simplicidade, elegância e pela vasta aplicação no ensino. Baseado nas pesquisas de Weil e Murphy, 1969 apud Rodrigues Júnior (2002), conclui que seu uso parece ser vantajoso nas seguintes situações:

(a) quando comparam informações, mais do que quando as expõem; (b) quando usados com alunos com pouca aptidão; (c) quando usados no ensino de Ciências e Matemática; (d) quando lhes são associados recursos visuais; (e) quando o material a ser aprendido é difícil, técnico e desconhecido e (f) sua eficácia não é alterada, sejam eles usados no começo ou no fim da instrução. (Rodrigues Júnior, 2002, p. 110).

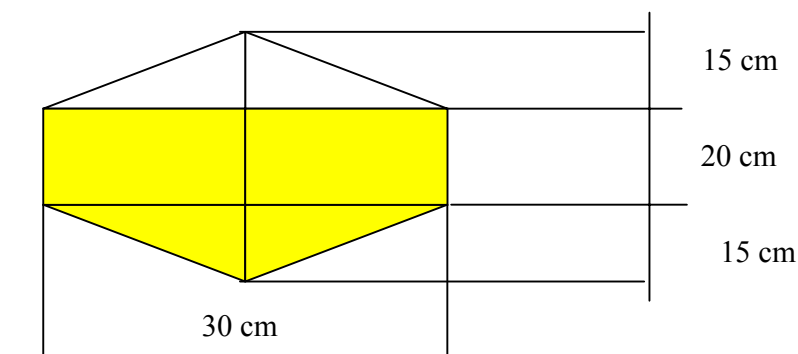
Segundo Moreira e Buchwertz (1987), a abordagem ausubeliana não é exclusivamente unidirecional, do "geral para o particular". A sua proposta é começar a ensinar um conteúdo começando pelo "geral" e, progressivamente, chegar ao "particular", mas é verdade também que se devem fazer constantes referências ao "geral" para não perder a visão do todo e para elaborar cada vez mais o "geral". Ao se fazer isso, se está, simultaneamente, promovendo a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

FUNÇÕES

Um fato muito importante a respeito de funções diz respeito à tomada de decisão. Quando temos que tomar uma decisão em função de uma variável não linear verificamos o quanto a nossa capacidade fica comprometida. Por exemplo, é fácil percebermos que ao fazermos uma viagem de carro, quanto maior for a velocidade média do carro, menor será o tempo de viagem em uma relação linear, ou seja, se dobrarmos a velocidade o tempo de viagem será a metade. Se triplicarmos a velocidade o tempo de viagem será de $\frac{1}{3}$ do normal. As funções lineares são bem vindas, pois permitem que tomemos uma decisão acertada facilmente. É famosa a lenda do criador do xadrez, que como recompensa pela invenção, pediu um grão de cereal na primeira casa do tabuleiro, duas na segunda, quatro na terceira e assim sucessivamente, em uma função quadrática. O Rei mandou que fosse atendido mas os seus calculistas lhe informaram que seria impossível atender o pedido, o que demonstra como fica comprometido o nosso poder de decisão quando a função não é linear. Na indústria, na matemática e outros setores, sempre procuramos trabalhar com funções lineares e quando não é possível, procuramos isolar um ponto desejado e trabalharmos acima e abaixo desse ponto, mas muito próximos a ele, como se fosse linear.

Exercício:

Construir uma pipa com 50 cm de altura e 30 cm de largura. Verificarmos a sua área coberta, quantas folhas de papel de seda de 40cm x 40cm serão usadas e depois refaremos o cálculo para uma pipa cinco vezes mais alta. Neste tipo de atividade pode-se trabalhar a geometria e a aritmética, desenvolvendo a criatividade e a conscientização com a segurança, através de palestras de bombeiros e funcionários da rede elétrica.



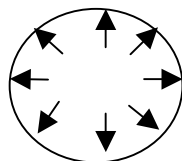
Façamos também o cálculo para três unidades de altura e esboçemos o gráfico das unidades de altura versus o número de folhas de papel necessárias. Seria fácil avaliarmos, sem cálculos, o número de folhas necessárias para confeccionar uma pipa de 7 unidades de altura?

ATIVIDADE EM GRUPO

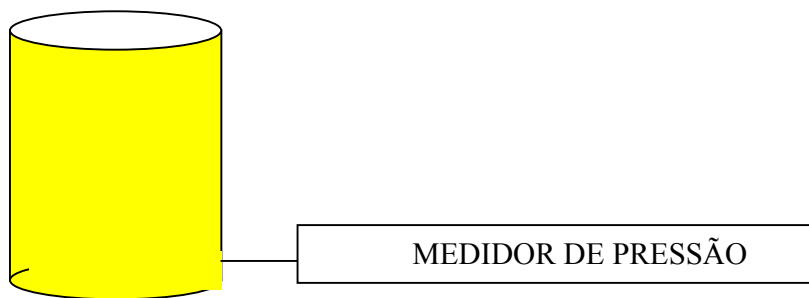
Discutir e elaborar um organizador prévio ou antecipatório para o ensino de funções, onde qualquer recurso pode ser utilizado. Não deve ser um simples resumo do conteúdo que virá, mas um material em nível maior de generalização ou abrangência, devendo preparar o aluno para que o novo conceito seja ancorado em conceitos já existentes na sua estrutura cognitiva.

Exemplos práticos de funções:

Produtos líquidos na indústria são estocados em tanques de formato cilíndrico. O formato cilíndrico é conveniente porque o líquido exerce pressão nas laterais em todos os sentidos e também no fundo do tanque. O fundo do tanque é apoiado em uma superfície preparada para ser suficientemente rígida para não se deformar com a pressão. O mesmo não pode ser feito com as suas laterais, que devem agüentar a pressão exercida pela coluna líquida e por isso o seu formato cilíndrico é mais adequado e econômico. Quem já encheu uma piscina portátil de plástico pôde perceber o formato que ela quer tomar.



Para se medir o nível desses tanques utilizamos a pressão do líquido na base do tanque. Quanto mais cheio o tanque, maior é a pressão no fundo. Sabendo-se que a pressão no fundo do tanque está relacionada com a altura da coluna líquida e com o peso relativo do produto, que normalmente é conhecido, teremos então uma função linear que relaciona diretamente a pressão do fundo do tanque com o seu nível.

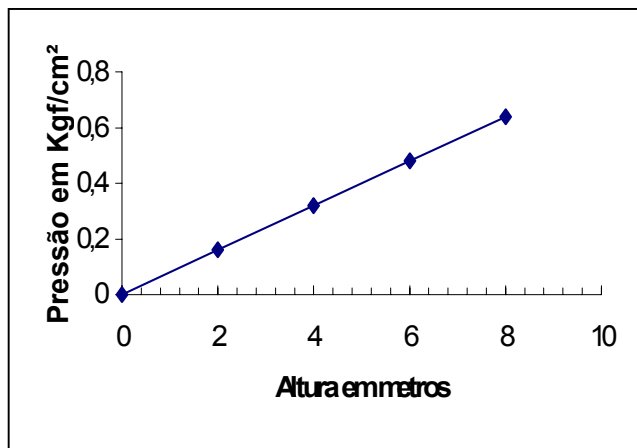


Pressão no fundo = Altura da coluna líquida x peso relativo do produto

ou $f(x) = a \cdot x$

Onde: a é o peso relativo do produto e x é a variável independente, ou seja, a altura da coluna do produto. $f(x)$ ou y é a variável dependente, ou seja, a pressão do fundo do tanque.

Supondo que o tanque tenha 8 metros de altura com um produto cujo peso relativo seja de 0,8. Sabendo que 10 metros de coluna de água exercessem uma pressão de 1 kgf/cm² para um peso relativo de 1, então para cada metro temos uma pressão 0,1 kgf/cm². Como o peso relativo do produto é 0,8 então para cada metro teremos uma pressão de 0,08kgf/cm².



O peso relativo do produto determina a inclinação da reta e normalmente é sempre o mesmo, desde que sua temperatura não varie.

Pela pressão no fundo do tanque podemos obter então a altura do líquido no seu interior, então podemos também saber o volume do tanque, pois como se trata de um tanque rígido, a área da sua base não varia e como volume do cilindro é

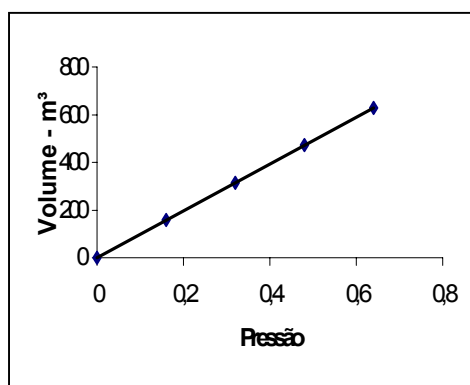
área da base x altura do cilindro, então:

volume = área da base x altura

mas como a altura = pressão/peso relativo, então:

volume = área da base x pressão/peso relativo

volume = $\pi \cdot r^2 \cdot \text{pressão} / \text{peso relativo}$



Continuamos assim com uma equação do 1º grau, pois o diâmetro do tanque é fixo, assim como o π e o peso relativo. O que varia é apenas a pressão em função da altura. Temos aqui também um exemplo de função composta onde a pressão é uma

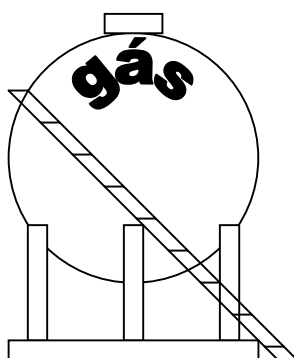
função da altura e o volume é uma função da pressão, assim como poderíamos relacionar diretamente o volume com a altura.

$$f(x) = \text{pressão} \times \text{altura}$$

$$g(x) = \text{altura} \times \text{volume}$$

$$f(g(x)) = \text{pressão} \times \text{volume}$$

Vamos supor agora que tivéssemos um tanque pressurizado de gás liquefeito. O seu formato é esférico para que as paredes possam suportar a pressão exercida sobre elas.

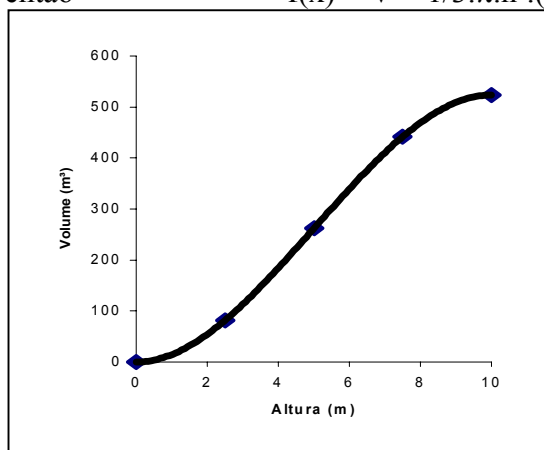


Novamente a pressão no fundo do tanque depende apenas da altura da coluna líquida e do peso relativo do produto. A pressão do gás é subtraída quando se mede a pressão no fundo do tanque. A fórmula que utilizaremos agora é a que determina a calota esférica de raio r e altura h .

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 \cdot (3r - h)$$

então

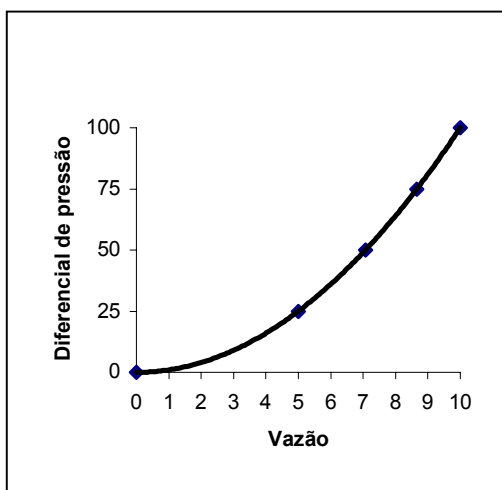
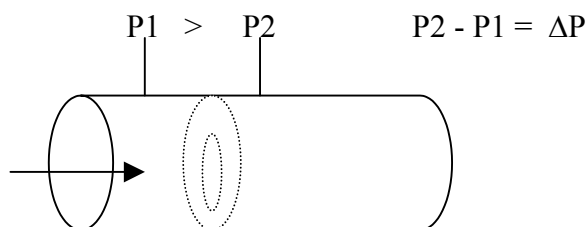
$$f(x) = V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 \cdot (3r - h)$$



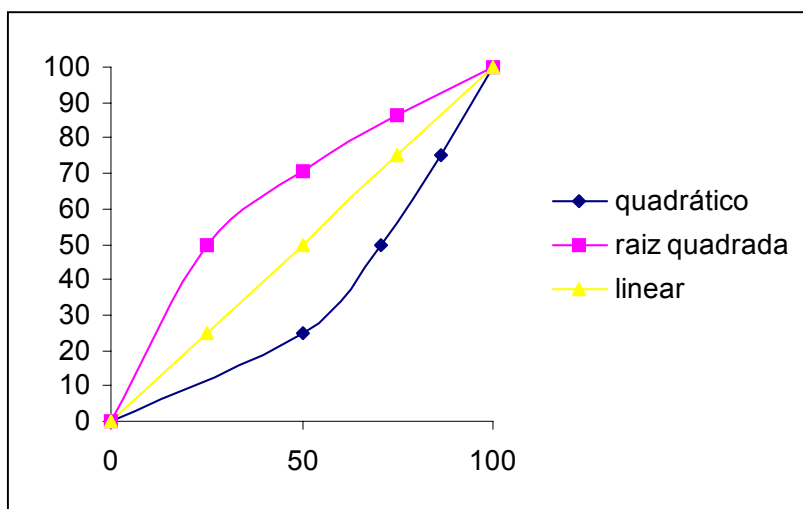
Supondo que a esfera tenha um raio de 5 metros e fazendo a relação direta da altura com o volume, pois sabemos que a relação da altura com a pressão é linear, verificamos que estamos agora frente a uma função do terceiro grau. Notem que para

um operador, que deve controlar o nível do produto dentro da esfera, a tomada de decisão quando o produto está entre 25% e 75% de altura é diferente para quando a altura ou nível está abaixo de 25% ou acima de 75%. Por exemplo se houver transferência de produto através de uma bomba volumétrica, a velocidade com que o nível do tanque varia para valores abaixo de 25% e acima de 75% é bem maior do que quando está entre 25% e 75%.

Existem outras funções não lineares na indústria. Por exemplo, para medirmos o fluxo ou vazão de produtos em tubulações, ou seja o volume de líquido ou gás que passa por uma tubulação em unidades de tempo, um dos meios é colocar uma obstrução (placa de orifício) dentro da tubulação, o que causa uma perda de carga (queda da pressão estática). Desde que a placa seja confeccionada dentro de certos parâmetros, a vazão é uma função quadrática em relação à diferença de pressão antes e depois da obstrução.



Para facilitar a vida do operador, é extraída a raiz quadrada desta função, ou seja, o resultado da função $f(x)=x^2$ representada acima é composta com a função $f(x)=\sqrt{x}$ representada abaixo. Temos então uma função composta sendo que a segunda extrai a raiz da primeira, gerando uma função linear, sem a necessidade de cálculos por parte do operador .



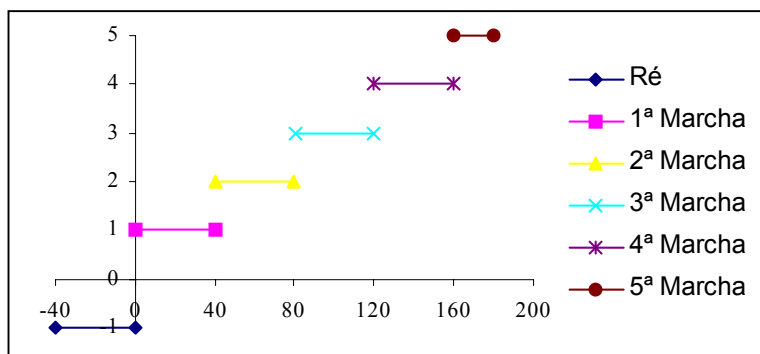
Hoje, instrumentos microprocessados já fazem essas contas, fornecendo uma leitura direta em vazão. Quando não existia uma eletrônica confiável, os instrumentos de medição eram pneumáticos e artifícios eram utilizados para fazer a extração da raiz quadrada. Uma delas utilizava a **coincidência** de que a variação do cosseno de ângulos até 6° se aproxima muito de uma função da raiz quadrada de um número.

%	Raiz Quad.	%	$\angle 0^\circ$ a 6°	cos	1-cos	%
0	0	0	0	1	0	0
25	5	50	3	0,998629	0,001370	25,017
50	7,07	70,7	4,242	0,997260	0,002739	50,008
75	8,66	86,6	5,196	0,995890	0,004109	75,013
100	10	100	6	0,994521	0,005478	100

Esse tipo de recurso era usado porque se dispunham apenas de recursos mecânicos como, barras de força, foles, diafragmas, válvulas, capacitâncias, etc., para obter cálculos de adição, subtração, multiplicação, divisão e até mesmo integral e derivadas.

Outro exemplo de função não contínua que a maioria de nós utilizamos todos os dias é a velocidade de um carro em função das marchas, onde o Domínio seria definido entre -40 e 180 km/h e a Imagem seria o conjunto das marchas, ré, 1ª, 2ª, 3ª, 4ª e 5ª.

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -40 < x < 180\} \quad \text{e} \quad \text{Im} = \{\text{ré}, 1^{\text{a}}, 2^{\text{a}}, 3^{\text{a}}, 4^{\text{a}}, 5^{\text{a}}\}$$



Palavras chaves: aprendizagem significativa, organizadores prévios, funções

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAGÃO, Rosália M. R. . **Teoria da aprendizagem significativa de David P. Ausubel**: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Campinas, São Paulo, 1976. Tese de Doutorado. UNICAMP.

AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana , 1980.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1998.

JESUS, Marcos A. S. de. **Jogos na educação matemática**: análise de uma proposta para a 5ª Série do ensino fundamental. 1999. Dissertação de Mestrado em Psicologia da Educação Matemática. Universidade Campinas. Campinas

JESUS, Marcos A. S. de. **Uma contribuição experimental para educação matemática**. A análise do desempenho e das atitudes de alunos em relação a Matemática. **Ceciliana Santos**, São Paulo: Ano (10)n (12) p. 113-27 ago/dez.

JESUS, Marcos A. S. de., SILVA, Romeu C. Oliveira. (2003). **Análises de estratégias de enseñanza, aprendizagem de números complejos** [anais, CD - ROM]. Grupo de trabajo 3. In: V SIMPOSIO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Lújan, Argentina: Universidad Nacional de Lújan. EMAT editora. Disponível em: 1 CD, ref. ISBN N° 987-20239-1-3.

MOREIRA, Marco A.,BUCHWERTZ, Bernardo. **Mapas conceituais**. São Paulo: Moraes, 1987.

MOREIRA, Marco A., MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa**. a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

RODRIGUES JÚNIOR, José Florêncio. **Manual para formação do instrutor**. Brasília: Universa, 2002.

RONCA, Antônio C. Caruso; ESCOBAR, Virgínia Ferreira. **Técnicas pedagógicas**. domesticação ou desafio à participação. Rio de Janeiro: Vozes, 1980.