Realização
SBEM 15 anos
SBEM-PE
VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

UMA VISÃO FILOSÓFICA DO PENSAR ALGÉBRICO

Ms. Verilda Speridião Kluth - UMESP/UNESP – verilda@nlk.com.br

Resumo

A intenção dessa palestra é a de tecer uma possível aproximação entre a pesquisa que trata do pensar algébrico sob o foco fenomenológico da Filosofia da Educação Matemática e o pensar algébrico presente nos PCNs do ensino básico nacional.

O caminho trilhado inicia-se numa investigação histórico-filosófica sobre o que é álgebra, no sentido de esclarecer as idéias fundamentais tecidas no seio da fenomenologia sobre História e Filosofia da Matemática e de delinear o lugar de onde a álgebra está sendo compreendida, para então focar os PCNs, mais especificamente do ensino fundamental, no intuito de vislumbrar e analisar possíveis interseções entre as diretrizes da pesquisa e as diretrizes do ensino da álgebra no território nacional, dando destaque ao nuclear dessas interseções que se referem ao pensar algébrico.

Introdução

Em primeiro lugar, eu gostaria de agradecer ao Comitê Científico do VIII-ENEM pelo convite e pela oportunidade de proferir a palestra intitulada: *uma visão filosófica do pensar algébrico*. Devo dizer a todos que é com muito orgulho e apreensão que aceitei este desafio dado que esse título anuncia um tema bastante abrangente, *o pensar algébrico*, que pode ser abordado filosoficamente sob vários pontos de vista da construção do conhecimento algébrico, por várias correntes filosóficas, e ainda por desdobramentos da própria Filosofia, como por exemplo: poderíamos falar do tema, *o pensar algébrico*, sob o enfoque da Filósofia das Ciências do modernismo ou pós-modernismo, ou sob o enfoque de alguma das principais correntes da Filosofia da Matemática, como: o platonismo, o logicismo, o formalismo, o construtivismo.

O título evoca uma explicitação filosófica do pensar algébrico, portanto há de se tomar uma decisão sob qual abordagem filosófica vamos tratar o tema. Porém, antes disto, é preciso precaver-se de alguns perigos, pois o modo de explicitar *o pensar algébrico*, segundo uma determinada corrente filosófica, seja ela qual for, pode tornar-se um monólogo na terceira pessoa, quando na descrição do tema quem se expressa e deixa-se interpretar por aquele que fala sobre o conteúdo exposto são os platonistas, os logistas, os formalistas, os construtivistas, os estruturalistas, homens sem rosto.

Penso que o monólogo na terceira pessoa possa dificultar a compreensão da abrangência do conteúdo abordado quando o expositor não deixar claro o lugar de onde ele fala e também quando este lugar não se articular com a do ouvinte, correndo o risco de construir-se um calhamaço de asserções que não é nem do que fala e nem do ouvinte e na pior das hipóteses nem do autor, quando este não for devidamente contextualizado.

Numa tentativa de desviar-me desse perigo de reduzir a abrangência do tema aqui tratado, procurarei desenvolver uma fala que possa se caracterizar como sendo filosófica, apresentando suas idéias fundantes e fundamentais, mas que também contemple a natureza do espaço aberto pelo VIII-ENEM em seus objetivos considerando de alguma forma o seu público alvo, os professores do Ensino Básico Nacional.

Entendo que um dos objetivos desse evento seja o de oportunizar momentos de encontro entre pesquisadores, professores e professor-pesquisador, para que as pesquisas que estão sendo realizadas possam se entrelaçar com as diretrizes de trabalho da elaboração, da execução e da avaliação das ações educacionais que os professores efetuam, enquanto profissionais da educação no âmbito nacional. E vice versa.

Assim sendo, a primeira etapa a ser cumprida por esse nosso encontro, que deverá ser realizada durante a palestra, está dividida em quatro sub-temas: *Invariantes algébricos: um ramalhete histórico-filosófico*; *Invariantes algébricos: sua presença nos PCNs*; *Símbolo, método e generalização: possíveis sustentáculos da construção do conhecimento algébrico; O pensar algébrico: uma relação de presenças* que deverão explicitar o lugar de onde se fala da álgebra, a interação deste lugar com o dos Parametros Curriculares e analisar alguns elementos essenciais da interação, na visão da Filosofia da Educação Matemática construída pelo pensar fenomenológico, para explicitar o pensar algébrico que se mostra.

Invariantes algébricos: um ramalhete histórico-filosófico

Quando se quer explicitar o pensar algébrico, tem-se em mente que esse pensar se dá numa região de inquerito que é por excelência algébrica ou que se relaciona com a álgebra. Como reconhecer esta região? Como podemos ter certeza de que aquilo que vemos nos livros textos sob o título Álgebra é álgebra mesmo? O que nos garante que aquilo que vemos em alguns exemplos que se intitulam de interfaces entre geometria e álgebra, é conhecimento algébrico? Onde começa a álgebra no livro do meu aluno no ensino fundamental ou no ensino médio?

Todas estas questões remetem-nos a uma questão anterior: o que é álgebra? Essa questão: o que é álgebra? do ponto de vista da Filosofia, remete-nos a constituição da álgebra, aos elementos que a caracterizam em seu modo de ser.

É evidente que todos os licenciados ou bacharelados em Matemática têm uma compreensão sobre álgebra e podem dar uma resposta, mesmo que não completa, a pergunta: o que é álgebra? tomando como ponto de vista o próprio conteúdo matemático estudado em seus cursos de graduação. Mas quando se quer ir além deste terreno delineado pelos currículos universitários e escolares, no sentido de enriquecer a compreensão do que é álgebra, tem-se que buscar outras áreas de conhecimento que dizem, diretamente, respeito a ela. A História da Matemática pode ser um terreno bastante propício para a busca dos elementos constitutivos e constituintes da álgebra.

Porém, há muitas maneiras de aproximar-se da História da Matemática. Entendo que cada uma delas deva estar relacionada com uma concepção de História e com uma concepção de Matemática, mesmo que estas concepções não tenham raízes no seio da Filosofia ou da Filosofia da Matemática. Todas elas podem gerar interpretações, que são delineadas pelo arcabouço das possibilidades interpretativas que essas concepções contemplam.

Por exemplo, quando um objeto matemático é captado somente como um fato do passado, que não se relaciona com o presente e com seu futuro matemático, a Matemática esta sendo vista da perspectiva de uma História factual, a análise do objeto matemático nesta perspectiva faz sentido, porém o que se destaca deste sentido é a motivação que gerou tal objeto e suas aplicações internas ou em outras áreas. A concepção da História fatual não torna temático o solo de sentido geral, aquele que de alguma forma estaria admitindo a Matemática em movimento, como algo que se transmite e que navega no fluxo temporal atravessando gerações, e portanto também não pode destacar o Apriori estrutural, aquilo que estava à mão do ser humano, para que a realização deste objeto matemático se consumasse.

Para que a História da Matemática seja um terreno propício de investigação dos elementos constitutivos e constituintes da álgebra é preciso que haja uma sintonia e coerência entre os fundamentos da concepção de História e os da concepção de Matemática.

Inspirada pela Filosofia da Matemática husserliana, mais precisamente pelo texto de 1936 de Edmund Husserl, intitulado *Die Urstiftung und das Problem der Dauer. Der Ursprung der Geometrie* em português *O estabelecimento e o problema da duração. A origem da geometria,* entendo que a Matemática surge de uma primeira atividade criadora. Ela começa de materiais disponíveis á mão com naturalidade superficial. Do superficial se é conduzido ao profundo, pois as realizações deixam-se questionar. Um bom exemplo disto pode ser tomado da obra de Georges Ifrah sob o título de *Os números – história de uma grande invensão,* ao descrever a construção do sistema numérico onde marcas sistematicamente agrupadas em um pedaço de madeira, vão dando lugar a idéia de base presente no sistema numérico.

Este modo contínuo de ser da Matemática não deve ser entendido como um movimento de aquisição em aquisição, mas como uma síntese contínua em que todas as aquisições continuam válidas. Por exemplo a Aritmética da Grécia, pensada por alguns historiadores como sendo o início da álgebra por apresentar uma linguagem sincopada e trabalhar com propriedades numéricas, não invalida a *razão de ser* da álgebra da Babilônia, com sua linguagem retórica, mesmo que a Matemática da Babilônia seja classificada como empírica e a da Grécia como científica.

Pode-se, assim dizer, neste exemplo específico, que a síntese contínua transmite uma totalidade essencial das aquisições da Matemática Antiga e das primeiras realizações matemática que a antecederam e mais, que a síntese contínua exerce o papel de premissa total para aquisição de um novo nível.

O mesmo se dá no encontro do trabalho de Diophantus (ca. 250) – Aritmética Grega e da Álgebra desenvolvida pelos povos Árabes. Segundo J. Klein[1] as aquisições matemáticas postas no trabalho de Diophantus se articulavam em torno de premissas advindas da visão filosófica de Aristóteles que oferecia uma sustentação teórica para o conceito de número que não só justificava seus cálculos, como também pôde dar

---

[1] KLEIN, Jacob. *Mathematical thought and the Origin of Algebra*. Trad. Eva Brann. New York: Dover Publication, 1992.

sustentação e justificavas para que as “ ciências aplicadas”, práticas científicas, tal como eram cultivadas na escola de Alexandria, fossem justificadas como ciência. Mais tarde no século IX, encorpora-se à essa ciência a álgebra desenvolvida pelos árabes que abrangia a elaboração de técnicas de cálculos para números negativos, irracionais, magnitudes imaginárias e resolução de equações.

O movimento da Matemática entendido como realização humana da síntese contínua ao longo da História faz dela uma tradição, por que a síntese expressa as realizações humanas no tempo e no espaço como construção de objetos culturais sujeitos às interrogações formuladas pelas pessoas que produzem a Matemática e que escrevem a sua historicidade.

Para descrever, a visão de História que subjaz nesse modo de ver a História da Matemática, tomo uma citação bastante elucidativa de Husserl.

> “ História é desde o começo nada mais do que o movimento vivo de formação de sentido original e de sedimentação de sentido, um com o outro e um no outro.”[2]

Embuída dessa visão fenomenológica de História, de História da Matemática e de Matemática aproximo-me dos textos de História da Matemática para deles colher as características intrínsicas da álgebra como sendo uma tradição que se compõe neste fazer humano contínuo. Neste contexto as características algébricas não falam de uma cultura determinada, elas são invariantes, componentes da síntese contínua que revela o movimento da construção humana do conhecimento álgebrico numa perspectiva atemporal que contempla passado, presente e futuro, ainda que como possibilidade, das realizações humanas. Desta maneira pode-se compreender o que é álgebra em seus aspectos estruturais em termos dos invariantes.

Os invariantes encontrados neste estudo[3] foram agrupados constituindo categorias chamadas aqui de: *Formas Cognitivas, Formas dos Objetos Matemáticos, Formas de Expressão e Formas de Organização.*

As *Formas Cognitivas* são constituídas pelos invariantes: pensar, abstrair, imaginar; as *Formas dos Objetos Matemáticos* são constituídas pelos invariantes:

---

[2] HUSSERL, Edmund. *Die Urstifung und das problem der Dauer. Der Ursprung der Geometrie.* In Husserl Ausgewählt und vorgestellt vom Uwe C. Steiner. Eugen Diederichs Verlage, München, 1997, p. 457.

[3] Mais detalhes em KLUTH, Verilda Speridião. *Pesquisando a construção do conhecimento algébrico: um mergulho na História.* In Anais – V Seminário Nacional de História da Matemática – UNESP – Rio Claro.

quanto a natureza - números, razão, proporção, equação, função, estrutura, grupos, ideais, matrizes, determinantes, vetor, relação, polinômios-, *quanto ao modo de ser* - qualidade, quantidade, magnitude, contínuo, discreto e relação-, *quanto ao modo da construção do conhecimento* - continuidade, análise, síntese e resgate - ; as *Formas de Expressão* são constituídas pelos invariantes: retórica, sincopada, simbólica e as *Formas de Organização* são constituídas pelos invariantes: conceitos, abstração, ampliação de conceitos, generalização, estruturas, estabelecimento de relações, comprovações, método e postulação.

A álgebra, enquanto uma articulação dos invariantes, explicita o modo com que abordamos e lidamos com os objetos matemáticos, porém mais do que isto, ao explicitar ela pode recuperar e estender conceitos de objetos matemáticos constituídos ou em construção. A forma de explicitar o modo compõe o fio que alinhava e incorpora os processos sintéticos e analíticos inerentes ao movimento da construção dos objetos matemáticos.

Invariantes algébricos: suas presenças nos PCNs

Uma vez exposto o lugar de onde falo da álgebra e como ela está sendo compreendida pelos estudos realizados, será preciso compreender o que disto está sendo sugerido pelos PCNs para o ensino da álgebra, no sentido de realizar-se uma interação da pesquisa, enquanto busca de melhoria, e dos parâmetros enquanto dirretriz educacional.

Limito-me nesta análise a uma leitura atenciosa dos objetivos de Matemática nos ciclos do ensino fundamental destacando os objetivos que interagem com as categorias: *Formas Cognitivas, Formas dos Objetos Matemáticos, Formas de Expressão e Formas de Organização,* no sentido de esboçar um primeiro mapeamento da construção do conhecimento algébrico sugerido pelos parâmetros curriculares, sem no entanto ater-me às questões relativas à didática e à educacão, não por considerá-las menos importantes mas por que elas não constituem o foco do tema desta palestra.

Quadro da Análise		
Ciclo	**Objetivos de Matemática dos PCNs**	**Categorias do Estudo**
1ª	- Interpretar e produzir escrita numérica, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.	*Formas dos objetos matemáticos:* quanto a natureza e modo de ser. Formas de expressão
2ª	- Ampliar o significado do número natural pelo uso em situações problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.	*Formas dos objetos matemáticos:* quanto a natureza e modo de ser.
	- Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.	*Formas dos objetos matemáticos*: quanto a natureza e modo de ser.
	- Ampliar os procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.	*Forma de organização:* estabelecimento de relações e métodos.
3ª	Do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:	
	- Ampliar e construir novos significados para os números – naturais, inteiros e racionais – a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivam sua construção.	*Forma de organização*: ampliação de conceito.
	Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:	
	-Reconhecer que representações algébrica permitem expressar generalizações sobre propriedades das opreraçõs aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;	*Formas de expressão*
	-Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;	*Formas de expressão*
	-Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo álgébrico.	*Formas de organização:* método.
4º	Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:	
	Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdade e desigualdades - , identificando as equações, inequações e sistemas.	*Formas de expressão*
	Resolver situação-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.	*Forma de objeto matemático*: método
	Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.	*Formas de objetos matemáticos:* quanto a natureza (função)

Tecerei alguns comentários sobre as interseções apontadas no quadro da análise entre a compreensão de álgebra construída numa visão fenomenológica e os objetivos pôstos pelos PCNs no sentido de evidenciar aquilo que entendo como nuclear da proposta dos PCNs para a construção do conhecimento algébrico. Porém, antes retomo a questão colocada no início da palestra: Onde começa a álgebra no livro do meu aluno no ensino fundamental ou no ensino médio? Permitam-me uma re-elaboração da questão: Aonde começa a álgebra nos objetivos de Matemática dos PCNs do Ensino Fundamental? A resposta é muito clara ao ler-se os parâmetros: o começo está no 3º ciclo, ao se destacar os objetivos do pensamento algébrico, enquanto que as categorias do estudo apontam para o 1ª ciclo. Isto denota que a álgebra está sendo compreendida de maneiras distintas pelos estudos e pelos PCNs, embora apresentem interseções quando analisadas na perspectiva dos invariantes algébricos.

A demarcação do terreno algébrico desvinculada do terreno numérico lenvanta a seguinte questão que surge do próprio texto dos PCNs: Se o pensamento algébrico nada tem a ver com o terreno numérico, por que expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas? Eu não tenho a resposta a essa questão e parece-me que do lugar da onde vejo a álgebra não posso respondê-la, pois vejo o pensamento algébrico mesclado ao pensamento numérico. Numa linguagem Husserliano dizemos ser a aritmética uma ontologia formal, em outras palavras a aritmética é a ciência eidética de objetos em geral, é a origem da Matemática, enquanto estudo de uma teoria formal.

Do ponto de vista das categorias do estudo, o pensamento álgébrico pôsto nos objetivos dos PCNs desenvolvem-se fundamentalmente com um trabalho pedagógico apoiado nas características da linguagem álgébrica e na construção de estratégias de cálculo algébrico apoido nas propriedades dos cálculos numéricos, que tornam-se ao ser generalizados, métodos de resolução de problemas. Pode-se dizer que, neste caso, o nuclear do pensamento algébrico está composto por três invariantes: o simbólico, a generalização e o método.

A álgebra assim exposta têm um forte matiz de ser ela própria um método e uma técnica de linguagem. Para muitos estudiosos a álgebra não passa de um jogo de símbolos sem sentido, manipulados segundo um procedimento lógico.

Como recobrar o sentido dessa bela adormecida, a álgebra? Muitos educadores matemáticos têm buscado na resolução de problemas um meio de preencher de significado os "símbolos vazios", buscando um horizonte de sentido para o jogo, o horizonte da aplicabilidade da matemática, tanto aquele que se refere ao cotidiano e ao científico, como aquele que se refere a interseção de áreas da própria Matemática, como a interseção entre Álgebra e Geometria.

Porém, esta forma de tratamento não preenche de sentido o símbolo enquanto objeto da álgebra, no interior da Matemática. E é nessa direção que eu quero encaminhar a minha explanação.

Símbolo, método e generalização: possíveis sustentáculos da construção do conhecimento algébrico.

Apesar de ser o sentido dos símbolos um tema bastante relevante para a construção do conhecimento algébrico atual, mais precisamente na álgebra das estruturas, parece-me que levantar questões sobre o sentido dos símbolos que se referem a uma álgebra formal não tem propósito quando falamos de objetos matemáticos como equação do primeiro e segundo graus, inequação e sistemas de equação quando tratados no ensino fundamental pois eles têm seus coeficientes e raízes no campo numérico.

Em verdade, resolve-se este tipo de equação, na esperança ou quase certeza que a resposta a ser encontrada será um número. Ou alguém já pensou que a resposta de tal equação poderia ser uma matriz, um quadrado, um triângulo?

Nestas condições, neste estado de acontecimento, o sentido do x na equação é o sentido de número. A álgebra enquanto resoluções de equações numéricas, ainda não se desprendeu da natureza do objeto tratado para fazer matemática. Nos casos mais simples o x da equação é um número do qual eu não conheço o valor, chamado de número desconhecido. E por não conhecer o valor também não conheço algumas propriedades que dependem dele para serem determinadas, como por exemplo se o número é par ou ímpar, assim como também alguns resultados de análise de possíveis relações, como: a soma de dois números impares é um número par. Esse tipo de resultado causou profunda estranheza aos antigos analistas gregos pois: como podem dois números que revelam uma mesma idéia, ou seja, que possuem uma mesma característica, gerar um número de característica diferente, completamente desassociada da primeira idéia. Nota-se que em suas análises, os gregos tomavam como base as propriedades dos números, aquilo que os caracterizavam, os chamados *eidos*.

O problema maior surge quando encontra-se um resultado da equação numérica, expressa na linguagem numérica e que não dê um valor. Ou seja, como resultado encontra-se algo que não responde a pergunta: quantos são? Neste caso tem-se como resultado elementos estranhos como os atuais: irracional, negativo, imaginário ou os números complexos, que impõem, das mais váriadas maneiras, a ampliação do conceito de número, e que permitem dizer que o x da equação numérica também pode ser um número do qual não conheço a forma.

Tomo aqui o exemplo do número cuja descoberta é atribuída a Pitágoras e que surge ao buscar uma resposta a questão Qual é a média geométrica de 1 e 2 ? Lembrando que a média aritmética entre a e c é o b tal que a:b = b:c. A média aritmética de 1 e 2 é portanto

$$c = \sqrt{2}$$

Segundo Struik, esta questão pode ser analisada tomando-se uma descrição dada por Aristóteles ao sugerir um exemplo de uma desmonstração por absurdo que se refere a média geométrica.

> "Suponhamos que aquela razão é p:q, na qual podemos sempre tomar p e q como números primos entre si. Então $p^2=2q^2$, pelo que p^2, e portanto p, é par, digamos p=2r. Então, q tem que ser ímpar; mas, visto que $q^2=2r^2$, q também tem que ser par. Esta questão não foi resolvida, como no Oriente ou na Europa do Renascimento, por uma extensão do conceito de número, mas rejeitando a teoria dos números para tais casos e procurando uma síntese na geomatria."[4]

Como podemos notar, a média geométrica é tomada na forma de p/q, ou seja na forma de um número racional, conduzindo a demonstração a uma contradição, porque o irracional não "tem" a mesma forma que um racional. Ao não se encontrar uma justificativa numérica para tal questão, a compreensão da irracionalidade numérica foi encontrada no campo da geometria, com a construção do quadrado de lado 1 e diâmetro raíz de 2. A geometria concedeu um significado ao elemento estranho, à irracionalidade do número, e o número passa a ser visto como uma magnitude geométrica.

A generalização das propriedades numéricas e propriedades operacionais numéricas passam a ser justificadas pelo Princípio da Permanência. Que é: o que vale para um determinado grupo de número vale para sua extensão. E o sentido do x na equação é o de uma magnitude desconhecida.

Em Diopfantus, os métodos de resolução das equações tinham uma estreita ligação com o objeto procurado, o símbolo substituia um valor numérico. Os *eidos*

---

[4] STRUIK, Dirk J. *História Concisa das Matemáticas.* Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: gradiva, 1997, p. 80.

significavam características essenciais do ser, como por exemplo ser par, ser ímpar e *arithmos* constituiam o todo do ser número que incluia a idéia de número expressa em eidos, o número matemático expresso em monadas e os números sensíveis, que representavam as coisas em si que acontecem para serem apresentadas nesse número. Nas palavras de Aristóteles: " Ser presente em número é ser número de um (dado) objeto."[5].

Havia, portanto, uma identificação entre o modo de ser do número com o conceito do número e com o método de cálculo.

É com Vieta (1540-1603) que aparece um mode de calcular em termos da "espécie numérica" a chamada "logistice speciosa", que permite tratar de problemas de um determinado tipo em qualquer quantidade desejada. Ele apresenta sua análise como uma análise "puramente" algébrica fundada na idéia de magnitude que pode ser aplicada tanto para o número como para os objetos da geométricas.

> " Por causa disto, o conceito de eidos, o conceito de espécie, sofrem uma extensão universalizante conservando seu vínculo ao domínio dos números. À luz deste procedimento geral, a espécie, ou como Vieta também dizia, a forma das coisas (formae: - Chaper Iv, beginning), [231] representa simplesmente magnitudes gerais." [6]

É com Vieta que surge a idéia do simbólico no domínio numérico. A análise geral de Vieta é antes de tudo uma técnica, seu principal objetivo é o de resolver problemas em geral. O ser da espécie de Vieta é o ser do objeto da análise geral, o símbolo. E mais do que isto

> "A letra signo designa o objeto intencional de uma segunda intenção, a saber de um conceito o qual intenciona diretamente um outro conceito e não um ser."[7]

Daí a radical cisão com o ôntico, com as características do ser número, e o surgimento de um apêlo álgébrico que é essencialmente metódico e simbólico. Que faz

---

[5] To be present in number is to be some number of a {given} object. KLEIN, Jacob. *Mathematical thought and the Origin of Algebra. Op. Cit.* , p. 101.

6 In the course of this, the eidos concept, the concept of the "specie", undergoes a universalizing extension while preserving its tie to the realm of numbers. In the light of this general procedure, the specie, or as Vieta also says, the "forms of things" (formae: - Chaper Iv, beginning), [231] represent "general" magnitudes simply. *Idem, ibdem,* p. 165.

[7] The letter sign designates the intentional object of a "second intention" (intentio second), nmely of a concept whit itself directly intends another concept and not a being. *Idem, ibdem,* p. 174.

da álgebra um procedimento de resolução, um jogo de simbolos sem sentido, fundamentado numa generalização universal da idéia de eidos e espécie como forma das coisas que são magnitude em geral. Segundo a análise de Jacob Klein, Vieta relaciona a análise geométrica com a Aritmética de Diophantus. O sentido do x na equação visto pela extensão proposta por Vieta é o de um símbolo que representa verdades de um conceito geral de número e por isso simbólico.

Quanto ao sentido do x na formalização de leis fundamentais dos números, que podem ser expressas por propriedades operacionais numéricas que vão do número natural ao número complexo e que se realizam no âmbito das estruturas algébricas, independentemente do sistema de linguagem assumido, é o de uma variável, que segundo o meu entendimento pode assumir inesgotávelmente vários sentidos ônticos, várias naturezas, compactuar com diversas metodologias. O x da equação pode ser um número natural, um número inteiro, um número racional, um número real, um número complexo em suas características essenciais e portanto portadores de sentido matemático.

O pensar algébrico: uma relação de presenças

Como consequência da análise de Vieta tem-se que para falar do pensamento algébrico de um lugar da Filosofia não basta analisar o sentido do ser, também é preciso considerar a sua espécie, pois a espécie abre possibilidades operacionais e práticas. Como podemos falar da espécie numérica sem incorrer no risco da extensão universalizante dos eidos e do simbólico vazio como consequência de abstrações do concreto pleno de significação?

Para Husserl[8] a unidade da significação de algo é concebida em ato. Faz parte deste ato o significar. O significar é a vivência total da expressão compreendida, ou seja, a vivência do sentido do ser, o individual, e a vivência do sentido da espécie, que se dão concomitantemente.

Ao olharmos um objeto vermelho e percorrermos o nosso olhar sobre ele, destaca-se nele o momento da vermelhidão e se faz presente a espécie, aquilo que é idêntico, o

---

[8] HUSSERL, Edmund. *Investigações Lógicas*, 1. Trad. Morenga, Manuel& Goas, José. Madrid: Alianza Editorial, 1929.

que é específico, o que é presente em todo vermelho. Com isto a vermelhidão, o ideal do vermelho, tem o mesmo concreto que o vermelho do objeto.

A evidência dos objetos específicos e dos objetos individuais chegam à consciência por si só, no mesmo modo de apreensão. Podemos dizer que o fenômeno do encontro homem-mundo é sede de atos distintos: ato de menção individual e ato de menção especificante.

Husserl chama esta menção de menção fundada, seu primado é a percepção da coisa individual, no nosso exemplo o vermelho, sobre ele se edifica um novo modo constitutivo de apreensão que dá a vermelhidão, a idéia de vermelho. Embora o momento individual seja distinto, pois existem vermelhos de vários tons, em cada vermelho se realiza a mesma espécie, é neste sentido que dizemos em fenomenologia que a espécie se dá como um objeto universal e em conexão com ele se desenvolvem formações linguísticas como "um vermelho", "este vermelho", "o vermelho", "qualquer vermelho" que são as relações lógicas primitivas entre a espécie e o individual.

Haverá portanto, uma distinção entre singularidades específicas e singularidades individuais. O número é um conceito que compreende o 1, o 2, o 3 .. como singularidades específicas. Um número, por exemplo o 2 não é um grupo de objetos singulares individuais como duas cadeiras. A distinção entre singularidades individuais e singularidades específicas correspondem a distinção entre universalidades individuais e universalidade específica, as distinções perpassam a esfera do juízo e da lógica. Exemplos:

Juízo singularidade individual: Sócrates é homem.

Juízo singularidade específica ou eidéticas: Dois é par

Juízo universal individual: todos homens são mortais

Juízo universal específico ou eidético: todas as funções analíticas são diferenciáveis.

Para Husserl existem também níveis de generalidade, por exemplo: quando nós nos refirimos a: O número, um número, um juízo: $7 + 5 = 5 + 7$; ou numa aritmética universal: $a + b = b + a$ onde a e b estão aí para todo e qualquer número.

E para encerrar, farei algumas considerações gerais.

O fundamental deste modo de apreender a espécie é que ela não é uma construção a posteriori como um substrato de todas as ocorrências possíveis. Se assim o fôsse seria preciso ter visto todos os possíveis triângulos do universo para poder falar de O triângulo, todos os possíveis números para falar de O número.

Além disto, nesta abordagem, não cabe a afirmação que é a representação algébrica que permite expressar generalizações sobre propriedades numéricas para alcançar a propriedade como sendo da espécie. O que permite a generalidade é a presença da espécie no ato de apreensão do individual. A expressão algébrica comunica, ela transmite a outros a generalidade percebida.

Se nós professôres queremos oportunizar aos nossos alunos um conhecimento algébrico com sentido de mundo-vida, com seu primado no encontro homem-mundo e portanto coerente ao pensar algébrico como uma relação de presenças, teremos que atentar para o fato de que a espécie e o individual vêem juntos.

Palavras Chaves: álgebra,invariantes, pensamento agébrico.

Referências Bibliográficas

IFRAH, Georges. Os números- História de uma grande invensão. Trad. Stella M. De Freitas Senra. 3ª ed. São Paulo: globo, 1985.

MILLER, J. Philip. Numbers in Presence and Absence: a Study of Husserl´s Philosophy of Mathematics. London: Martinus Nijhoff Publishers,1982.

HUSSERL, Edmund. Die Urstifung und das problem der Dauer. Der Ursprung der Geometrie. In Husserl Ausgewählt und vorgestellt vom Uwe C. Steiner. Eugen Diederichs Verlage, München, 1997.

________________. Investigações Lógicas, 1. Trad. Morenga, Manuel& Goas, José. Madrid: Alianza Editorial, 1929.

KLEIN, Jacob. Mathematical thought and the Origin of Algebra. Trad. Eva Brann. New York: Dover Publication, 1992.

KLUTH, Verilda Speridião. Pesquisando a construção do conhecimento algébrico: um mergulho na História. In Anais – V Seminário Nacional de História da matemática – UNESP – Rio Claro.

STRUIK, Dirk J. História Concisa das Matemáticas. Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: gradiva, 1997.

WUSSING, H. Lecciones de Historia de las Matemáticas. México, Espana: Siglo XXI de Espanã Editores, S. A, 1998.