

## As construções geométricas no Geogebra

Andrea Campos – La Salle - andreakampos@gmail.com

### Apresentação do Trabalho – Geometria Dinâmica através do Geogebra

Os educadores contam, hoje, com diversos softwares educacionais disponíveis no mercado, possibilitando o enriquecimento de suas aulas e tornando-as mais dinâmicas e atrativas. Surge, então, a necessidade de capacitar esses profissionais ao uso desse tipo de software.

Há alguns anos um novo termo vem sendo usado na área da matemática: Geometria Dinâmica. Parece-nos interessante que educadores de matemática, física, educação artística e áreas afins conheçam melhor o seu significado e a sua utilidade na profissão.

### Introdução

Despertar no aluno o interesse pela geometria tem sido um dos objetivos da maioria dos professores. A necessidade de melhorar a aprendizagem e de romper com métodos de ensino arcaicos e de pouca inclusão, nos leva a busca de uma ferramenta moderna, socializadora e que atraia a atenção dos estudantes. O programa Geogebra possibilita que as construções geométricas sejam feitas de maneira dinâmica e interativa, permitindo que as técnicas de construções geométricas sejam exploradas com mais riqueza de detalhes que as construções tradicionais.

Os professores que procuram uma ferramenta moderna que seja irresistível aos seus alunos, encontrarão no Geogebra um grande aliado para suas aulas de geometria.

O GeoGebra é um programa de matemática dinâmica idealizado e desenvolvido pelo Professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg, Áustria, para ser utilizado em educação matemática nas escolas do ensino fundamental, médio e superior. O Geogebra pode ser obtido gratuitamente acessando o site: <http://www.geogebra.at> O programa reúne geometria e álgebra. Essas duas perspectivas são características do GeoGebra: uma expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na janela geométrica e vice-versa. Ele é um programa livre ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) muito respeitado internacionalmente e recebeu muitos prêmios incluindo o prêmio Software Educacional Alemão e Europeu, mas infelizmente pouco divulgado nacionalmente.

Geometricamente falando, o GeoGebra realiza construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções, e muitas outras possibilidades que podem ser descobertas com os alunos em salas de aula. Do ponto de vista da Álgebra, permite inserir e trabalhar com equações e coordenadas diretamente.

Falando como educadora Matemática, principalmente no uso de novas tecnologias, o programa tem a vantagem de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. O Geogebra possui duas janelas: uma com informações algébricas e outra com informações geométricas, interagindo constantemente à medida que objetos são inseridos ou alterados. Este programa tende a ser uma ferramenta revolucionária no Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Em uma ou duas aulas com 9º ano de uma escola de Brasília, tive a confirmação de que os alunos são capazes de dominar as principais funções do Geogebra rapidamente, ao ponto de tornarem a área de trabalho do programa interessante aos seus próprios olhos. Devo dizer que o primeiro contato dos alunos com o programa foi excelente. Percebi que a proposta da atividade geométrica no Geogebra, foi marcante para eles, ao ponto de alguns sentirem a necessidade de ter mais contato com o programa em casa.

O minicurso tem como objetivo demonstrar através de atividades praticas no laboratório de informática, alguns recursos do programa, além de possibilidades infinitas no ensino da geometria. O Geogebra é um programa computacional de Geometria Dinâmico muito utilizado em outros países, e merece ser mais difundido no Brasil, devido a sua excelente interface com o usuário, recursos gráficos e facilidade para aqueles que utilizam no cotidiano programas dentro ambiente Windows.

Publico alvo do minicurso: Direcionado a professores de Matemática do Ensino Fundamental.

Duração: 4 horas

Atividades: Atividades contextualizadas visando à aplicação e demonstração de conteúdos a partir de situações-problemas:

- Pontos Notáveis de um triângulo qualquer
- Teorema de Pitágoras
- Razão Áurea
- Aplicação e demonstração da Altura do triângulo eqüilátero
- Aplicação e demonstração da Diagonal do quadrado
- Razões trigonométricas
- Lei dos Senos e dos Cossenos

### **Metodologia**

Após breve discussão acerca dos papéis da informática educativa no campo da geometria dinâmica, serão propostos problemas geométricos contextualizados aos participantes do minicurso. Por meio da mediação e descoberta das ferramentas disponíveis no programa, os participantes deverão mobilizar os conceitos geométricos acima citados para construção de procedimentos resolutivos das situações propostas.

No minicurso, além da mediação com o professor e trabalho em duplas para exploração do programa na produção de soluções geométricas, será garantido tempo no seu desenvolvimento tanto para permuta entre os professores acerca da experiência quanto para refletirem acerca do valor das mesmas para suas aulas de matemática.

Ressaltamos que teremos por base metodológica aulas já validadas junto aos alunos das séries finais do ensino fundamental, o que tem permitido uma descoberta pelos alunos do prazer em realizar atividades geométricas, sobretudo envolvendo construções geométricas que têm como motivação inicial, situações-problemas contextualizadas fora do conhecimento escolar. A motivação também se efetiva uma vez que há maior liberdade do alunos em produzirem suas próprias estratégias resolutivas no ambiente de informática.

## Curiosidades Matemáticas

Fábio Kruse – FEEVALE - cursaodofabao@uol.com.br

**RESUMO:** Este minicurso tem o objetivo de instrumentalizar os alunos de licenciatura em Matemática, bem como os colegas professores do Ensino Fundamental e Médio, com atividades que envolvem a Matemática, tais como mágicas, adivinhações e curiosidades que podem ser feitas nas aulas, de modo a torná-las mais interessantes e motivadoras, uma vez que a falta de motivação e interesse dos alunos pela Matemática é um dos principais problemas que fazem com que o rendimento escolar nessa disciplina seja desastroso nos três níveis de ensino. Isto ocorre porque, na grande maioria das vezes, as aulas são monótonas, sem relações com o cotidiano do aluno nem com outras áreas do conhecimento, e nada desafiadoras. Para tentar mudar este quadro de marasmo e desânimo freqüente nas aulas, proponho atividades que despertem o interesse dos alunos e que envolvem o conteúdo de Matemática. A idéia não é apenas descontrair a aula, mas mostrar aos alunos inúmeras relações na qual a Matemática está inserida. Nestas atividades, verificamos como e porque funciona tal curiosidade e, para tanto, conhecimentos Matemáticos são utilizados para justificar a atividade desenvolvida, tais como álgebra elementar, números binários, seqüências numéricas (P.A) e geometria. Desta forma tenho conseguido despertar o interesse dos alunos nas minhas aulas, o que tem influenciado positivamente no interesse e, conseqüentemente, no rendimento dos mesmos.

**PÚBLICO ALVO:** Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio

**DURAÇÃO:** 2 Horas

### Objetivo

Este minicurso tem o objetivo de instrumentalizar os alunos de licenciatura em Matemática, bem como os colegas professores do Ensino Fundamental e Médio, com atividades que envolvem a Matemática, tais como mágicas, adivinhações e curiosidades que podem ser feitas nas aulas, de modo a torná-las mais interessantes e motivadoras.

### Justificativa

A falta de motivação e interesse dos alunos pela Matemática é um dos principais problemas que fazem com que o rendimento escolar nessa disciplina seja desastroso nos três níveis de ensino. Isto ocorre porque, na grande maioria das vezes, as aulas são monótonas, sem relações com o cotidiano do aluno nem com outras áreas do conhecimento, e nada desafiadoras. Conforme Dante (1991), “um dos principais objetivos do ensino da Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações problemas que o envolvem, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las.”

Há vários anos tenho desenvolvido atividades em sala de aula com o objetivo de mostrar aos alunos que a disciplina de Matemática é uma ciência repleta de maravilhas e curiosidades que nos ajudam a observar e entender melhor o mundo no qual vivemos. Além disso, é interessante fazer com que o aluno descubra que a Matemática fez, faz e sempre fará parte da vida de todas as civilizações, uma vez que praticamente tudo o que tocamos ou vemos está relacionado, de uma forma ou de outra, com ela.

Para tentar mudar este quadro de marasmo e desânimo freqüente nas aulas, proponho atividades que despertem o interesse dos alunos, tais como mágicas, brincadeiras e curiosidades que envolvem o conteúdo de Matemática. A idéia não é apenas descontrair a aula mas, mostrar aos alunos inúmeras relações na qual a Matemática está inserida. Nestas adivinhações, mágicas e em cada brincadeira, verificamos como e porque funciona tal curiosidade e, para tanto, conhecimentos Matemáticos são utilizados para justificar a atividade desenvolvida.

Desta forma tenho conseguido despertar o interesse dos alunos nas minhas aulas, o que tem influenciado positivamente no rendimento dos mesmos.

## Metodologia

É possível termos momentos agradáveis e alegres em aulas de Matemática, principalmente quando fazemos “coisas” diferentes do trivial, com atividades que agucem a curiosidade dos alunos e quando estes conseguem entender os “truques” e descobrir os porquês das coisas. Para tanto, apresenta-se a seguir algumas atividades que serão desenvolvidas para instrumentalizar os colegas professores e alunos presentes, e como podemos aproveitar essas curiosidades para introduzir, retomar conteúdos já trabalhados e/ou simplesmente mostrar que uma mágica é justificada com álgebra elementar de 7ª série.

### 1. Brincadeira com dados

Esta brincadeira consiste em adivinhar os resultados de três jogadas consecutivas de um dado através de algumas instruções que são dadas pelo professor. O professor pedirá aos alunos que joguem um dado 3 vezes consecutivas e tomem nota dos valores obtidos. Em seguida, o professor dará as seguintes instruções:

- Multiplicar o primeiro valor por 2
- Somar 5 ao resultado obtido anteriormente
- Multiplicar a soma obtida por 5
- Somar o segundo valor
- Multiplicar essa soma por 10
- Somar o terceiro valor

Efetuada as operações, o professor pedirá a alguns alunos o resultado obtido e dirá, em ordem, os três valores obtidos por cada aluno nos lançamentos do dado. Para tanto, basta que o resultado das operações efetuadas pelo aluno seja subtraída por 250.

Exemplos:	Aluno A	Aluno B
	1º valor: <b>2</b>	1º valor: <b>6</b>
	2º valor: <b>5</b>	2º valor: <b>4</b>
	3º valor: <b>3</b>	3º valor: <b>4</b>

#### Cálculos

$2 \cdot 2 = 4$	$6 \cdot 2 = 12$
$4 + 5 = 9$	$12 + 5 = 17$
$9 \cdot 5 = 45$	$17 \cdot 5 = 85$
$45 + 5 = 50$	$85 + 4 = 89$
$50 \cdot 10 = 500$	$89 \cdot 10 = 890$
$500 + 3 = 503$	$890 + 4 = 894$

Resultado Aluno A: 503      Resultado Aluno B: 894

O professor descobrirá os valores de cada aluno, subtraindo o resultado de cada aluno por 250, ou seja:

<b>Aluno A</b>	<b>Aluno B</b>
$503 - 250 = \mathbf{253}$	$894 - 250 = \mathbf{644}$

Observe que o resultado corresponde, em ordem, aos números obtidos nas três jogadas do dado. Por que esse “método” sempre funciona? Para respondermos essa questão, precisamos recorrer à álgebra.

Supondo que os três valores sejam: 1º valor = a

2º valor = b

3º valor = c

Efetuada as instruções dadas aos alunos, obtém-se:

- 2a
- 2a + 5
- 5.(2a + 5) = 10a + 25
- 10a + b + 25
- 10.(10a + b + 25) = 100a + 10b + 250
- 100a + 10b + c + 250

Para que o professor descubra os valores, é necessário subtrair 250 do resultado. Então:

$$100a + 10b + c + 250 - 250 = 100a + 10b + c$$

= abc , que são os valores supostos e na ordem correta.

Sugerimos que essa brincadeira seja feita, principalmente, com alunos da 7ª série para que eles observem a importância e o poder da álgebra. Para alunos de séries posteriores, sugerimos que o professor os desafie a fazer a demonstração.

## 2. Descoberta da Carta Escondida

Esta é uma brincadeira que pode ser feita com todos os alunos da turma. Pegue um baralho e peça para que cada aluno retire uma carta do mesmo. Em seguida, escreva no quadro a seguinte convenção:

						Valete	Dama	Rei	Ás	
Valor da carta:	2	3	4	.....	9	10	11	12	13	14
Valor do naipe:	♣ Paus: 1	♥ Copas: 2	♦ Ouros: 3	♠ Espadas: 4						

O professor dará as seguintes instruções aos alunos:

- Multiplicar por 2 o valor da carta
- Somar 3 ao resultado
- Multiplicar a soma obtida por 5
- Somar o valor do naipe da carta

Para descobrir a carta do aluno, o professor pedirá a ele o resultado final obtido e subtrairá 15 unidades. O algarismo das unidades indicará o naipe da carta e o(s) algarismo(s) anteriores revelarão o valor da carta.

**Exemplo:** Carta selecionada pelo aluno: dama de ouros ♦

Seguindo as instruções, temos: valor da carta: 12 valor do naipe: 3

- 12 . 2 = 24
- 24 + 3 = 27
- 27 . 5 = 135
- 135 + 3 = 138 → resultado final

Subtraindo 15 unidades, obtemos:

$$\begin{array}{r} 138 \\ -15 \\ \hline 123 \end{array} \rightarrow 3: \text{valor do naipe}$$

↓

12 : valor da carta

A álgebra nos demonstra o motivo pelo qual precisamos subtrair 15 unidades para chegarmos à carta selecionada pelo aluno (valor e naipe). Consideremos a seguinte convenção:

Valor da carta : **a**

Valor do naipe : **b**

Seguindo as instruções, obtemos:  $2a$

$$2a + 3$$

$$5.(2a + 3) = 10a + 15$$

$$10a + b + 15$$

Subtraindo 15 unidades do resultado anterior, obtemos:  $10a + b = ab$ , onde **b** indica o valor do naipe e **a** o valor da carta.

Perguntas:

a) É possível que um aluno chegue ao resultado 74? Por quê ?

b) Qual a carta de um aluno que obteve como resultado 137 ?

c) Se a carta de um aluno for um 8 de ouros, qual será o resultado obtido por ele?

### 3. Tábua Mágica

Esta atividade pode ser usada quando trabalhamos com conjuntos numéricos e relação entre eles ou ao introduzir o assunto de matrizes.

Do quadro abaixo, escolha um número e faça uma circunferência nele. Retire a linha e a coluna da qual pertence este número. Dos números restantes escolha mais um número, faça uma circunferência nele e, novamente, retire a linha e a coluna que ele pertence. Repita o procedimento até sobrar um único número. Faça uma circunferência nele. Some os 5 números circundados. Qual o resultado? Confira com o resultado do seu colega.

2	3	5	7	9
3	4	6	8	10
6	7	9	11	13
8	9	11	13	15
10	11	13	15	17

Para todos os alunos o resultado será o mesmo, ou seja, 45. Mas como, se cada aluno deve ter escolhido números diferentes? Vejamos como tal tabela foi formada. Consideremos dois conjuntos:  $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$  e  $B = \{0, 1, 4, 6, 8\}$ . Se colocarmos o conjunto A como linha e conjunto B como coluna, veremos que cada número da tabela é obtido pela soma de um elemento de A com um elemento de B. Logo, trata-se de uma tabela da adição. Quando o aluno escolhe um número da tabela, em seguida é solicitado a eliminar a linha e a coluna a qual pertence este número. Ex: se o nº escolhido é o número 4 (2ª linha e 2ª coluna), então esta linha e coluna serão eliminadas e, portanto, os números 3 (do conjunto A) e 1 (do conjunto B) cuja soma é 4 não serão mais envolvidos em nenhuma outra vez. Observe também que a soma dos elementos dos dois conjuntos é 45 ( $A = 2 + 3 + 5 + 7 + 9 = 26$ ,  $B = 0 + 1 + 4 + 6 + 8 = 19$  e  $26 + 19 = 45$ ), que é a soma encontrada por todos os alunos.

Devido à limitação do número de páginas deste artigo, menciono outras atividades que serão desenvolvidas para instrumentalizar os colegas participantes:

- Adivinhação do número de palitos em cada mão
- MMC e MDC geométrico

- Música dos ângulos opostos pelo vértice
- Quadrado de um número terminado em 5
- Quadrados mágicos e a progressão aritmética
- Mágica do sarrafo (adivinhação de número pensado)
- Multiplicação egípcia
- Multiplicação pelo método de Luca Paccioli

### **Conclusão**

Através das curiosidades matemáticas desenvolvidas pode-se observar que muitos alunos começaram a ter uma postura diferente frente à Matemática, gostando das aulas, dedicando-se mais, mostrando um maior interesse, levando para dentro de casa as brincadeiras feitas em sala de aula e, felizmente, melhorando seus rendimentos. Nas avaliações das aulas, feitas a cada bimestre, as “brincadeiras” sempre foram vistas como aspecto extremamente positivo, sendo que muitos alunos gostariam que em todas as aulas tivesse uma curiosidade.

### **Referências Bibliográficas**

CHEMALE, E. H. e KRUSE, F. *Curiosidades Matemáticas*. Novo Hamburgo: Centro Universitário FEEVALE, 2005.

DANTE, L. R. Algumas reflexões sobre educação matemática. *Temas & Debates - SBEM*, nº 3, 1991.

IMENES, L. M. *Vivendo a matemática: brincando com números*. São Paulo: Scipione, 1987.

# Uma proposta de ensino para a função polinomial do 2º grau a partir de procedimentos babilônicos utilizando como recurso didático o geoplano

Hélio de Oliveira Rodrigues – helioosr@hotmail.com

**RESUMO:** Nas últimas décadas, a produção de conhecimento tem deixado registros de que seu processo de estruturação tanto pode ser muito complexo como às vezes bem simples. Neste sentido este trabalho aborda estas considerações com a finalidade de discutir um pouco sobre as Equações Polinomiais, indo de Diofanto até Descartes trazendo aspectos históricos de valor incomensurável e que tem sido pouco discutida nas escolas. Em particular, fará também considerações acerca da Função Polinomial do 2º Grau, inclusive do papiro de Moscou e Rhind a fim de obter uma fórmula de resolução de equações do segundo grau utilizando um procedimento inspirado nos já referidos papiros.

**Palavras Chaves:** Aprendizagem Significativa; Recurso Didático e Função Polinomial do 2º Grau.

## 1- Introdução

A História da Matemática é um campo de investigação que tem crescido bastante tanto em termos científico em si, como no campo educacional e conseqüentemente tem trazido grandes contribuições, principalmente no que se refere à socialização do conhecimento matemático. No campo educacional, o uso da História da Matemática como recurso metodológico na prática pedagógica, vêm avançando nos últimos anos como pode ser constatados em Fragoso (2000), Baroni (2001) e Costa (2003), dentre outros. Isto tem constituído uma imensa quantidade de materiais, os quais dentre várias implicações servem até mesmo para motivar, divulgar e resgatar a história de seu passado. Um dos aspectos mais debatidos, tanto no campo psicológico, quanto dos fenômenos didáticos é a passagem da aritmética para álgebra conforme apontam estudiosos de todo o mundo, enfocando tanto a natureza Psicológica das competências envolvidas quanto dos fenômenos didáticos, onde se pode caracterizar a dificuldade da interrelação entre a aritmética e a álgebra. .

Segundo Baumgart (1969), a álgebra surgiu aproximadamente há 1700 a.C., onde os primeiros escritos matemáticos surgiram no ano de 1850 a.C., mas esses escritos refletem métodos matemáticos de um período anterior e finaliza apontando que na Grécia I, a álgebra surgiu entre 500 a.C. e 300 a.C., onde os seus principais precursores foram: (Pitágoras, Euclides e Apolônio). Por outro lado, na Grécia II. A sua introspecção se deu aproximadamente 250 d.C., através de Diofanto e Pappus, aonde veio definitivamente chegar à Índia, com grande influencia Babilônica e Grega.

Na Índia, os matemáticos que mais contribuíram com a História da Matemática, foram: Aryabhata (séc. V d.C.), que foi o primeiro matemático indiano a começar a resolução das equações completas do segundo grau, tendo como um dos seus mais ilustres alunos, Brahmagupta (séc. VI d.C.), onde este escreveu duas grandes obras que foram: Ganita e Cuttaca que falava sobre as resoluções das equações indeterminadas, mas foi Bhaskara (séc. XII d.C.), que recorrendo aos conhecimentos de sua época, escreveu a sua grande obra chamada Sidhanta Ciromani, contribuindo significativamente com o desenvolvimento algébrico da sua época.

## 2 - Revisão Bibliográfica

Em Alexandria no Egito em março de 415 d.C; no delta do rio Nilo, gregos, romanos, judeus, cristãos e homens livres, andavam pelas ruas, num dos maiores centros comercial e cultural da época, onde o museu da cidade era ponto de encontro dos sábios e intelectuais de todo Império Romano do Oriente. Nesta época, era assassinada Hipatia (370–415), a primeira mulher matemática da humanidade. De origem grega, filha do filósofo Teon, distinguindo-se pelos comentários que fazia sobre Apolônio (séc. III d.C.) e Diofanto (séc. III d.C.), de quem era muito admiradora. Até aquela data, os matemáticos gregos se dedicavam a geometria, mas Diofanto se dedicava ao estudo da álgebra. A admiração de Hypatia por Diofanto era tão grande, que em seu túmulo foi encontrada uma dedicatória gravada que só após muitos séculos, historiadores e filósofos, conseguiram interpretar esta dedicatória, que representava uma equação algébrica a qual falava sobre a trajetória da vida de Diofanto, sendo assim expressa:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

Um dos grandes responsáveis pela interpretação da dedicatória de Hypatia foi um dos maiores e mais respeitados matemáticos de todas os tempos: Mohamed inb Musã, que viveu no IX e com sua grande sabedoria, escreveu o tratado que se chamava Hisab al-jabr Wa-al-muqabalah, tratado este, que falava sobre as operações al-jabr e qabalah, oferecendo assim uma contribuição de grande relevância para tal interpretação. O termo al-jabr significa restauração e se refere à transposição de termos para o outro lado da equação, ou seja:

$$5x + 4 = 2x = 10$$

$$\therefore 5x = 2x + 10 - 4$$

Mohamed inb Musã, resolvia as equações de modo idêntico ao que usamos hoje, a única diferença é que tudo era expresso em palavras, até mesmo os números. Em suas estruturas matemáticas, Mohamed inb Musã utilizava apenas três elementos: raízes, quadrados e números, como explicam analistas de textos da época, traduzindo para a álgebra simbólica:

*Raízes* →  $x$

*Quadrados* →  $x^2$

*Números* → *Inteiros*

Assim, com o surgimento do Renascimento e o enorme progresso de todas as ciências, a matemática conheceu o seu grande florescimento. É aí então que surge Viéte (1540–1603), filósofo, matemático, apaixonado pela álgebra conhecido como O pai da álgebra, deu passos decisivos para que fosse feita a introdução dos símbolos no mundo da matemática. Viéte, aos poucos foi substituindo as palavras nas equações e a representar a incognita por uma vogal.

Segundo Caraca (1952) foram necessários muitos séculos para que aparecessem grandes descobertas sobre as equações algébricas, mas foi em pleno Renascimento que começaram a surgir muitas definições sobre equações. Em relação às equações do primeiro grau, Diofanto (325 -409) d.C., famoso matemático de origem grega que pertencia à escola de Alexandria, foi o primeiro a anunciar uma teoria clara sobre as equações do primeiro grau, enquanto Galois (1811-1832), matemático de origem francesa, foi o primeiro matemático que demonstrou o teorema que leva seu nome, sobre as resoluções de equações do primeiro grau.

Já no que se refere às equações do segundo grau, seus estudos começaram a ser desenvolvidos por Aryabhata e Brahmagupta nos séculos V e VI na Índia, mas Bhaskara, matemático indiano, no século XII, aproveitando conhecimentos dos seus antepassados deu contribuições relevantes aos estudos das equações do segundo grau. As equações cúbicas e quárticas surgiram no século XV, onde Tartaglia, (1499–1557), matemático nascido em Brescia e Cardano, (1501– 1576), filósofo, médico e matemático natural de Paiva sustentaram uma grande polemica sobre quem de fato foi o primeiro a descobrir as equações cúbicas e quárticas, mas Tartaglia foi de fato o grande precursor das estruturas dessas equações.

## 2.1 – Inter-relacionando à Álgebra e a Geometria

Baumgart (1969), aponta que a álgebra começou a ser desenvolvida pelos Pitagóricos 500 a.C. e por Euclides 300 a.C. e era apresentada, segundo aspectos meramente geométricos, o que era de se esperar, pois na Grécia antiga, o conhecimento científico girava em torno da filosofia e geometria. Por exemplo, ao referir-se a expressão algébrica, os gregos graficamente na seguinte forma geométrica:

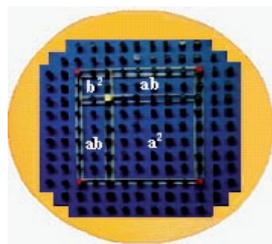


Figura 2: Representação geométrica do quadrado da soma de dois termos

A representação gráfica acima dá uma maior clareza a expressão algébrica a ela correspondente, pois se conhecendo a área de um quadrado ou de um retângulo, a estrutura do significado de uma função do segundo grau em função de suas áreas. Isso pode possibilitar ao aprendiz inclusive, perceber que a matemática, nas suas raízes, pode ser construída a partir da percepção do homem e das coisas em si.

### 3 - Metodologia

Neste trabalho, na tentativa de minimizar as dificuldades enfrentadas por professores e alunos na sala de aula, propõe-se de forma simples o esboço do gráfico de uma função do 2º grau, através dos procedimentos de resolução utilizados pelos babilônios para a partir de análises fazer um estudo sobre: concavidade, crescimento e decrescimento, domínio e imagem e o sinal da função, justificando ao aprendiz o significado do que está sendo ensinado, para que tenha sentido o ato de aprender.

### 4 - Procedimentos Metodológicos

Os procedimentos metodológicos adotados neste trabalho serão desenvolvidos a partir de 3 (três) momentos. No primeiro momento, será feita uma leitura dinâmica de um texto de apoio versando sobre a temática abordada. No segundo momento, utilizando como recurso didático o tabuleiro geoplano, os alunos a partir de uma forma geométrica, buscarão uma forma algébrica que resultará numa função polinomial do 2º grau. Neste momento a partir da forma algébrica obtida e utilizando geoplano (material concreto manipulativo), serão abordados os zeros da função, as coordenadas do vértice, crescimento e decrescimento e o estudo do sinal da função. e no terceiro momento, serão criadas situações problemas, envolvendo o cotidiano do aluno, na tentativa de justificar o que está sendo ensinado, para dar sentido o ato de aprender.

#### 4.1 – Procedimentos Inspirados nos Babilônicos

Tendo-se  $ax^2 + bx + c = 0$ , a soma das raízes:  $\frac{-b}{a}$  e o produto das raízes  $\frac{c}{a}$

$$I) \frac{-b}{2} = \frac{-b}{2a}$$

$$II) \frac{-b}{2a} \times \frac{-b}{2a} = \frac{b^2}{4a^2}$$

$$III) \frac{b}{4a^2} - \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{4a^2}$$

$$IV) \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{4a^2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$V) \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_2 = -\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{array} \right\}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

#### 4.2 - Resolução de Equações Inspiradas em Procedimentos Babilônicos

Utilizando o desenvolvimento acima citado como procedimento metodológico na resolução da equação do 2º grau  $y = x^2 - 6x + 5$ , temos:

$$\begin{cases} S = -b/a = -(-6)/1 \\ P = c/a = 5/1 = 5 \end{cases}$$

$$a=1; b=6 \text{ e } c=5$$

#### RESOLUÇÃO:

$$1) 6/2 = 3$$

$$2) 3 \times 3 = 9$$

3)  $9 - 5 = 4 \therefore \Delta > 0$ , logo a parábola toca no eixo  $x$  em dois pontos, admitindo duas raízes reais e distintas, ou seja:

$$x' = 3 + 2 = 5$$

$$4) \sqrt{4} = \pm 2$$

$$x'' = 3 - 2 = 1$$

#### 5 - Referências Bibliográficas

BARONI, R; BATARCE, M. e NASCIMENTO, V.. Elementos sobre o Desenvolvimento da Teoria da Medida. Natal: SBHMAT, 2001.

BAUMGART, J. Tópicos de historia da matemática. São Paulo: Atual, 1969.

CARAÇA, B. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Tipografia Matemática, 1970.

COSTA, N. A historia da trigonometria. Educação Matemática em Revista. No 13, marco/2003. pp. 60-69.

FRAGOSO, W.. Educação do 2o grau: uma abordagem histórica. Educação Matemática em Revista. No 8, junho/2000. pp. 57-61.

# Uma proposta de ensino para a aquisição dos conceitos de bissetriz, mediana e altura de um triângulo a partir do teorema do ângulo externo utilizando como recurso didático régua e compasso

Hélio de Oliveira Rodrigues – helioosr@hotmail.com

**RESUMO:** O presente estudo investe no campo da Didática da Matemática e procura embasado na teoria da aprendizagem significativa (Ausubel, 2002) estruturar aspectos relevantes, os quais organizados em forma de proposta didática sobre o Ensino de Geometria Plana, possam servir de ponte para focar o papel do rigor, da abstração e do formalismo para a construção do conhecimento matemático. O propósito em síntese, reside na construção e utilização de um texto de apoio que possa ser qualificado como um material potencialmente significativo no âmbito da já referida teoria.

**Palavras-chave:** Geometria Euclidiana, Recurso Didático e Aprendizagem Significativa.

## 1. Introdução

A História da Matemática mostra que o caráter prático foi inicialmente incorporado ao fazer matemático, desde os primeiros registros pictográficos por volta de 3.500 a.C.. Porém, mais especificamente no que se refere a geometria clássica isso pode ser caracterizado conforme destacam Babini e Pastor (2000, pp. 18-19).

Os gregos, por sua vez, embora recorressem também a problemas decorrentes de necessidades práticas como medições, já percebiam que a matemática deveria libertar-se dos conhecimentos adquiridos de modo exclusivamente empírico. Ribnikov (1991, p. 52) assinala que dos problemas práticos se obteve a logística que tinha como atribuições as operações com números inteiros, a extração de raízes, dentre outras e, que concomitantemente os pitagóricos recopilam fatos abstratos e os unem em sistemas teóricos. Por exemplo, da aritmética surge um ramo independente, a teoria dos números.

Os argumentos que seguem podem ser considerados comuns em livros de história das matemáticas e em estudos que se ocupam de clarificar informações sobre a chamada geometria Euclidiana. Pouco se sabe sobre a vida deste grande ícone do conhecimento humano que viveu por volta de 300 a.C., mas sabe-se o suficiente sobre o seu trabalho científico, e que dentre vários o mais celebre que foi o chamado *Os Elementos*.

Os elementos de Euclides inspiraram muitos pensadores e cientistas na elaboração de suas filosofias e leis naturais em diferentes campos do conhecimento. Tomando por ponto de partida, a estrutura da geometria euclidiana, tornou-se possível admitir que a matemática pode ser construída a partir de um sistema de axiomas, proposições e definições e que tal sistema auxiliou este campo de conhecimento a se libertar do mundo material. Isso pode ser bem caracterizado diante os argumentos de Platão ao evidenciar que as “figuras concretas” no caso da geometria plana os triângulos, os quadrados, etc. com suas características, de fato não existem no mundo real, mas podem ser reconhecidas por suas propriedades. Assim, o presente estudo investe no campo da Didática da Matemática e procura embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2002) estruturar aspectos relevantes, organizados em forma de proposta didática sobre o Ensino de Geometria Plana, servir de ponte para focar o papel do *rigor*, da *abstração* e do *formalismo* para a construção do conhecimento matemático.

## 2. Revisão Bibliográfica

### Organização estrutural da geometria euclidiana

A estruturação do conhecimento geométrico por Euclides foi trazida a partir de cinco postulados e cinco axiomas, as quais devido as intenções pedagógicas deste estudo encontram-se Machado (2001). De posse destes postulados e axiomas, Euclides conseguiu elaborar 465 proposições, das quais 372 são teoremas e 93

são problemas. Durante este processo construtivo ele pode tanto conceituar como elaborar tais proposições, mas seguramente esta produção em sua completude não diz respeito a todo conhecimento matemático grego produzido até então, nem também se trata de uma síntese do mesmo. Além disso, cabe destacar, que os elementos de Euclides foram e têm sido ainda de grande valor didático, e isso se deve em parte, a forma como foi organizado tal conhecimento. Porém, é importante alertar sobre uma confusa difusão enganosa acerca dessa obra, a qual Boyer (1996, p. 78) logo no início do tópico sobre Teoria dos Números, a enfoca numa só linha: “*Frequentemente se pensa, erradamente, que Os elementos de Euclides só tratam de geometria*”.

As figuras geométricas elementares são os pontos, as retas e os planos. O plano assim como as retas são constituídas por conjuntos de pontos, portanto os elementos constitutivos das retas e dos planos são os mesmos. Desta forma, o que é que faz com que um conjunto de pontos seja uma reta e não um plano e vice-versa? Seguramente não serão os seus constitutivos (pontos) em si, e sim o que caracteriza tais formas e que especifica de cada um desses objetos geométricos.

A apresentação dos conteúdos geométricos, no âmbito teórico, levará em consideração alguns aspectos do livro texto de Barbosa (1997), qual seja, apresenta-se os quatro axiomas de Euclides nesta ordem: *incidência e ordem, medição de segmentos, medição de ângulos e congruência*; em seguida se introduz o *teorema do ângulo externo* a fim de aportar teoricamente aspectos que é o possibilitem aclarar o quinto axioma e ultimo axioma de Euclides que é o axioma das paralelas. Cabe destacar, que as formas de apresentação empregadas para apresentar tais axiomas não correspondem nem a forma original dos axiomas de Euclides nem a utilizada por Barbosa. O respaldo teórico geométrico e também metodológico deste estudo é compatível com Barbosa (1997), que sistematicamente utiliza os axiomas selecionados por Pogorélov na intenção de possibilitar que os alunos possam de forma mais rápida possam adquirir à compreensão dos mais importantes teoremas da geometria plana

### 3. Metodologia

O propósito desta proposta é contemplar aspectos didáticos, não se busca em momento algum tipo de reconstrução da geometria euclidiana. A principio se busca caracterizar uma visão panorâmica desse campo de conhecimento e, por isso, nem sempre se investirá num aprofundamento dos conteúdos abordados. O maior interesse da proposta se situa na intenção de organizar a compreensão dos alunos no mundo matemático a partir da geometria. Em síntese, se pretende levantar as propriedades necessárias para a aquisição de conceitos geométricos/objetos matemáticos, que envolve os triângulos Equilátero, Isósceles e Escalenos, para Elaboração e Compreensão de Proposições. Teoremas e Demonstrações.

### 4. Procedimentos Metodológicos

Os procedimentos metodológicos adotados neste trabalho serão desenvolvidos a partir de 3 (três) atividades, onde os propósitos educativos matemáticos podem ser percebidos através da diferença entre elas a partir de uma sistematização segundo as intenções didáticas. Cada uma das atividades propostas, portanto, procura dar conta de um objetivo específico enquanto que o ensinamento, tem como objetivo alcançar o conjunto das três atividades procurando não apenas contemplar o objetivo geral em termos de aludir uma caracterização subjacente ao conhecimento matemático, mas também, a necessidade do *rigor*, da *abstração* e do *formalismo* para caracterização da demonstração matemática.

#### Descrição das Atividades

**Atividade 1:** Nesta atividade os alunos serão distribuídos em 06 grupos, onde cada grupo tinha cinco participantes, onde utilizando como recurso didático régua e compasso, os alunos construirão três triângulos, ou seja, Equilátero, Isósceles e Escaleno identificando suas propriedades geométricas, quanto a bissetriz, mediana e altura, a partir de suas construções e posteriormente registrá-las no quadro 1 (Q1).

**Atividade 2:** Diante as concepções e registros obtidos na atividade 1, os alunos ainda reunidos em grupos e também interagindo inicialmente apenas com os membros do próprio grupo tendo como meta identificar as possíveis semelhanças e diferenças dos já citados tipos de triângulos, registrarão de forma sistematizada as informações obtidas no quadro 2 (Q2).

**Atividade 3:** Os alunos a partir de uma exploração cuidadosa do quadrado 2 (Q2), também agindo apenas entre os membros do grupo, reportando-se as atividades 1 e 2 anteriores bem como as concepções levantadas no início desta atividade demarcarão as propriedades que envolvem os triângulos equilátero, isósceles e escaleno. Tais propriedades serão registradas no quadro 3 (Q3), segundo as funções de suas características gerais e específicas.

Após a conclusão da primeira etapa da terceira atividade, todo material didático envolvido no processo trabalhado pelo aluno será recolhido para que professor e alunos juntos possam através de uma socialização atingir, acredita-se, os objetivos desejados dessa proposta, com o preenchimento do quadro 3 (Q3), demarcando através das características gerais e específicas, bem como, os conceitos que envolvem os três tipos de triângulos justificar por que no triângulo equilátero, os conceitos de bissetriz, mediana e altura se fundem.

### **Seqüência Didática**

#### **Atividade 1:**

Nesta atividade os materiais didáticos utilizados por cada um dos grupos foram: régua, compasso, papel A4, lápis e borracha. E utilizando tais materiais, foi solicitado que cada um dos indivíduos de cada grupo construísse triângulos do tipo equilátero, isósceles e escaleno. Durante tais construções solicita-se que sejam listadas as características julgadas relevantes para cada uma das três construções. Com a finalidade de sistematizar tais características foi entregue a cada aluno do grupo o quadro 1 (Q1), para registrá-las.

#### **Intenções educativas da atividade 1**

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é que cada aluno possa elencar todas as características dos triângulos equilátero, isósceles e escaleno. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os alunos, mesmo reunidos em seus grupos, trabalhem individualmente, pois a necessidade da formação dos grupos visa a possibilidade de uma maior interação quando na utilização dos recursos didáticos régua e compasso. O motivo deste procedimento se dá, por muitos alunos não possuírem as habilidades necessárias com tais materiais.

#### **Atividade 2:**

A segunda atividade, leva em consideração as informações adquiridas na atividade anterior e, se procura sofisticar as idéias matemáticas listadas anteriormente, apontando as semelhanças e diferenças das três formas geométricas estudadas. Para efetivar a sistematização nesta atividade será entregue a cada participante dos grupos o quadro 2 (Q 2), para que o mesmo seja preenchido a partir dos conhecimentos adquiridos e registrados no momento anterior.

#### **Intenções educativas da atividade 2**

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é focar as propriedades dos triângulos equilátero, isósceles e escaleno, a partir das semelhanças e diferenças entre eles. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os alunos trabalharão individualmente, utilizando as atividades registradas no quadro 1 construído na atividade anterior para concluir esta atividade com o preenchimento do quadro 2 (Q2).

#### **Atividade 3:**

A terceira atividade consiste na exploração dos registros obtidos nos quadros 1 e 2 (Q1 e Q2), bem como das informações destacadas durante as discussões realizadas nas atividades 1 e 2 e tem por objetivo demarcar as propriedades de cada tipo de triângulo, ou seja, equilátero, isósceles e escaleno, a partir de suas características gerais e específicas, sistematizadas, registrá-las no quadro 3 (Q3).

#### **Intenções educativas da atividade 3**

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é possibilitar o resgate do conceito de bissetriz, mediana e altura de um triângulo, em função das propriedades gerais e específicas a partir das similitudes e

diferenças obtidas na atividade 2. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os alunos trabalharão individualmente, utilizando o quadro 1(Q1) construído na atividade anterior para concluir esta atividade com o preenchimento do quadro 2(Q2).

**Atividade 4:**

Esta atividade será desenvolvida a partir de uma contextualização envolvendo 4 (quatro) situações problemas, na tentativa de possibilitar uma maior integração entre teoria e prática visando trazer a realidade social do aluno para o contexto escolar.

**5. Referências Bibliográficas**

AUSUBEL, D.. Adquisición y retención del conocimiento. Barcelona: PAIDÓS: 2002.

BALBINI, J. & PASTOR, J.. Historia de la Matemática: De la antigüedad a la baja Edad Media, v. 1. Barcelona: gedisa, 2000.

BARBOSA, J. L.. Geometria Euclidiana Plana. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

BOYER, C.. História da Matemática. São Paulo: Edgard Bücher, 1996.

MACHADO, N. J.. Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 2001.

RÍBNIKOV, K.. Historia de las Matemáticas. Madrid: Librería Rubiños, 1998.

# Estudando as Cônicas com o Software Livre “kseg”

Jorge Barros de Abreu – SEEDF - ficmatin10@solar.com.br

**RESUMO:** Mostrar um possível caminho de utilização do *software* livre kseg no estudo das cônicas (elipse, hipérbole, parábola) na ótica do ensino médio.

## 1 Construindo a Elipse

Segue o passo a passo detalhado da construção:

- Abra o kseg e clique com o botão esquerdo sobre o menu “Arquivo/Construção”. Abrir-se-á uma nova janela e essa nova janela está dividida em duas partes: a da esquerda é a “área de trabalho” e a da direita é a “lista de construção”. Usaremos a área de trabalho dessa última janela;
- usando o botão direito do mouse crie um ponto. O kseg nomeia-o automaticamente como sendo ponto A e coloca uma auréola vermelha em torno dele. Isso que dizer que o ponto A está selecionado;
- mantendo o ponto A selecionado clique com o botão esquerdo do mouse sobre “Editar” e a seguir sobre “Alterar Rótulo”. Aparecerá uma janela de fundo branco com a letra A no centro. Apague o A e no lugar dele coloque a letra O apertando em seguida o botão OK;
- mantendo a seleção do ponto O clique com o botão esquerdo sobre “Editar/Mostrar Rótulo”. A letra O deverá aparecer na área de desenho do kseg ao lado do único ponto presente na mesma;
- usando o botão direito do mouse crie um novo ponto. O kseg nomeia-o automaticamente como sendo ponto B e coloca uma auréola vermelha em torno dele. Isso que dizer que o ponto B está selecionado;
- clique com o botão esquerdo do mouse sobre uma região completamente vazia da área de desenho do kseg para remover a seleção do ponto B. Usando o botão esquerdo do mouse clique sobre o ponto O. O ponto O está agora selecionado. Segure a tecla *shift* e clique com o botão esquerdo do mouse sobre o ponto B. Solte a tecla *shift* e o mouse. Temos agora dois pontos selecionados: O e B. Observe que a ordem em que os pontos foram selecionados é importante. No passo seguinte será criado um círculo e nesse caso o primeiro ponto selecionado representa o centro;
- com o botão esquerdo do mouse clique sobre “Construir/Círculo por Centro e Ponto”. Será criado um círculo com centro em O e passando por B. O kseg nomeia esse círculo automaticamente como . Clique com o botão esquerdo na lupa de cabo azul que possui um quadrado do lado para que o círculo seja ajustado à janela;
- clique sobre o ponto O com o botão esquerdo. Em seguida segure a tecla *shift* e clique com o botão esquerdo sobre o ponto B. Estaram ambos O e B selecionados.
- clicando com o botão esquerdo sobre “Construir/Linha Reta”. Será criado uma reta passando por O e por B. O kseg nomeia-a automaticamente como . Mantendo a reta selecionada e clicando com o botão esquerdo do mouse sobre “Editar” e a seguir sobre “Alterar Rótulo”. Aparecerá uma janela de fundo branco com a nomenclatura no centro. Apaguemos o e no lugar dele vamos colocar a letra “r” apertando em seguida o botão OK. Mantendo a seleção da reta r clique com o botão esquerdo sobre “Editar/Mostrar Rótulo”. A letra r deverá aparecer na área de desenho do kseg ao lado da reta. Mantendo o botão esquerdo do mouse pressionado sobre a letra r permite que você mova-a ao longo da reta caso seja necessário achar uma posição melhor para colocar o rótulo;
- clicando com o botão direito sobre o círculo criaremos o ponto C sobre o círculo. Vamos renomea-lo para P usando “Editar/Alterar Rótulo” e em seguida “Editar/Mostrar Rótulo”;
- tracemos uma perpendicular à reta por P selecionando P e , em qualquer ordem, e clicando em seguida sobre “Construir/Reta Perpendicular”. Teremos agora a reta automaticamente nomeada pelo kseg como ;
- cliquemos com o botão direito sobre criando com isso o ponto D o qual renomearemos para Q usando “Editar/Alterar Rótulo” e em seguida “Editar/Mostrar Rótulo”;
- criemos agora o segmento selecionando P e Q, nessa ordem, e usando “Construir/Segmento”. O segmento deve manter-se selecionado;
- criemos o ponto médio de usando “Construir/Ponto Médio”;

- vamos renomear o ponto médio para M;
- mantendo a tecla *shift* pressionada cliquemos agora sobre M e em seguida sobre P, nessa ordem, e clique sobre “Construir/Lugar Geométrico”. Aparecerá o lugar geométrico desenhado pelo ponto M ao movimentarmos o ponto P (elipse);

Supondo que a pessoa que usará (qualquer) software geométrico já possua um certo domínio do mesmo o roteiro acima deve ser colocado como está na atividade 65 do caderno de atividade de [Descobrimdo(1997)] (p. 50) com modificações no item 7 devido a características técnicas do software:

- 1 Crie uma circunferência de centro O.
- 2 Construa uma reta r passando por O.
- 3 Considere um ponto P sobre a circunferência.
- 4 Obtenha Q, projeção ortogonal de P sobre r.
- 5 Crie o segmento e encontre o seu ponto médio M.
- 6 Movimente P sobre a circunferência e observe o caminho percorrido pelo ponto M.
- 7 Vamos agora visualizar a trajetória de M quando P se movimenta sobre a circunferência. Segurando a tecla *shift* clique sobre M e em seguida sobre P com o botão esquerdo do mouse (nessa ordem). Solte *shift* e também o mouse e clique em seguida sobre “Construir/Lugar Geométrico”. A elipse aparecerá em preto sombreado com vermelho.

## 2 Construindo a Parábola

Utilizando a atividade 123 de [Descobrimdo(1997)] (p. 78), com adaptações, temos o seguinte:

- 1 Construa uma reta d e um ponto F fora dela.
- 2 Obtenha um ponto H sobre d.
- 3 Construa a reta t perpendicular a d pelo ponto H.
- 4 Construa a reta r mediatriz do segmento .
- 5 Nomeie de X a intersecção entre e .
- 6 Crie os segmentos e e meça-os.
- 7 Movimente o ponto H sobre a reta d e observe a trajetória do ponto X, bem como as medidas de e .
- 8 Escreva com suas palavras a propriedade geométrica do ponto X.
- 9 Vamos agora visualizar a trajetória do ponto X. Use a opção lugar geométrico selecionando X e H nessa ordem. Clique em seguida sobre “Construir/Lugar Geométrico”. A parábola aparecerá em preto sombreado com vermelho.

## 3 Construindo a Hipérbole

Utilizando a atividade 133 de [Descobrimdo(1997)] (p. 85), com adaptações, temos o seguinte:

- 1 Crie um segmento contido em uma reta r.
- 2 Crie um segmento ( $d(AB) < d()$ ) contido em uma reta s paralela à reta r.
- 3 Seja P um ponto da reta s = , com . Observe que  $|d(PA) - d(PB)|$  é constante.
- 4 Construa o ponto X de forma que e .
- 5 Qual é a propriedade geométrica que caracteriza o ponto X?
- 6 Obtenha o lugar geométrico de X quando P se movimenta sobre a reta s = , mas fora do segmento .

## 4 Divagações Elipsóides

Após a construção da elipse podem ser feitos questionamentos ao aluno usando a construção no item **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**:

- 1 Quais os principais elementos da elipse? R.: Eixo maior, eixo menor, os dois focos.
- 2 Como determinar os dois focos na construção citada? R.: traçar uma perpendicular a por O, montar o triângulo isósceles (existem dois possíveis) formado pelos dois focos e a intersecção da perpendicular com a curva e usar o fato de que os lados iguais do isósceles medem cada um a metade do eixo maior.

### 4.1 Outra Construção da Elipse

Na atividade 67 de [Descobrimos(1997)] (p.51) temos a seguinte construção da elipse (com modificações):

- 1 Construa duas retas concorrentes, r e s, sem formar um ângulo reto.
- 2 Construa uma circunferência em um dos quadrantes determinados pelas duas retas.
- 3 Considere um ponto P sobre a circunferência.
- 4 Obtenha a projeção oblíqua de P sobre a reta r na direção da reta s. Nomeie-o de ponto Q.
- 5 Obtenha o simétrico de P em relação ao ponto Q. Nomeie esse ponto de P'.
- 6 Qual o lugar geométrico de P' quando P se movimenta sobre a circunferência?

sobre a construção acima podemos fazer questionamentos como:

- O que ocorre ao modificarmos o ângulo entre r e s?
- O que ocorre quando o ângulo entre r e s é reto?
- O que ocorre ao lugar geométrico quando P é arrastada de forma a passar/transitar sobre a circunferência? Para visualizar melhor clique sobre a elipse de forma a selecioná-la e em seguida clique sobre "editar/Estilo da Linha" escolhendo a linha mais espessa.
- O que ocorre ao lugar geométrico quando P é arrastada de forma a passar/transitar sobre a circunferência?

## 5 Divagações Hiperbólicas

Sobre a construção do item **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** podemos perguntar/questionar o seguinte:

- quais os elementos principais da hipérbole? R.: os focos, a distância entre os dois focos, o centro, os vértices, a distância entre os dois vértices, eixo real (contém os dois vértices) e eixo imaginário.
- Na construção citada existe apenas um único ponto com a propriedade citada no tópico **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** item 4?
- Existe algum motivo para o software fazer a curva com dois ramos: um ramo determinado por X e outro ramo localizado em uma região que não possui nenhum ponto marcado?
- O que ocorre com as duas circunferências da construção quando P se aproxima muito de um ramo da hipérbole?
- O que ocorre com as duas circunferências da construção quando P está no meio dos dois ramos da hipérbole?
- O que ocorre com as duas circunferências da construção quando P move-se da região determinada pela curva que contém um foco para a região determinada pela curva mas que contém o outro foco?

## 6 Divagações Parabólicas

Sobre a construção do item **Erro! A origem da referência não foi encontrada.** podemos perguntar/questionar o seguinte:

- quais os elementos principais da parábola? R.: foco, diretriz, vértice, eixo de simetria, distância foco-diretriz(parâmetro).

- O que ocorre quando  $F$  está sobre .
- Ocorre alguma mudança na curva ao movermos o ponto  $F$  na direção de mantendo  $d(F,)$  o mais constante possível?
- O que ocorre quando  $F$  se afasta de ?
- O que ocorre quando  $F$  se aproxima de sem no entanto mudar do semi-plano determinado por essa mesma reta ()?
- O que ocorre quando  $F$  se aproxima de e passa para o outro semi-plano determinado por essa mesma reta ()?

## 7 Colocando no Editor de Texto OpenOffice

Para colocar no editor de texto OpenOffice faça o seguinte:

- Faça uma cópia do arquivo geométrico que você quer incluir e abra-a no kseg;
- segurando a tecla *shift* clique sobre todas as linhas e vá em “Editar/Estilo da Linha” e escolha o estilo mais espeço;
- Clicando sobre cada linha/ponto/curva/segmento vá alterando o tamanho da fonte para 48 em todos eles sendo um de cada vez “Editar/Fonte/Fontes/size”;
- modifique levemente a posição das letras no desenho caso isso seja necessário para uma melhor visualização;
- Vá em “Arquivo/Exportar para Imagem” escolha a opção JPEG e clique em “OK”;
- Preencha o nome do arquivo (teste.jpg) e clique em “save”;
- Abra o OpenOffice writer, vá em “Inserir/Figura/Do Arquivo/Pesquisar” e clique sobre teste.jpg e “OK”

## 8 Instalando o kseg no Seu Computador

Pegue o arquivo de instalação em <http://www.mit.edu/ibaran/kseg.zip>, descompacte-o usando o winzip, clique sobre o arquivo “help\_pt.html” para saber mais sobre o funcionamento do software e, ao terminar a leitura, clique sobre o arquivo kseg.exe e divirta-se.

## Referências Bibliográficas

[Descobrimo(1997)] Bongiovanni, Vincenzo, Tânnia M. M. Campos & Saddo A. Almouloud. *Descobrimo o Cabri-Géomètre (Caderno de Atividades)*. Rio de Janeiro: FTD,1997.

[Vida(1993)] Bongiovanni, Vincenzo, Olímpio Rudinin Vissoto Leite & José Luis Tavares Laureano. *Matemática e Vida (2 Grau - Volume 3)*. Rio de Janeiro: Ática,1993.

# Conheça o Sistema Binário através da BINARINA

---

José Soares de Azevedo Neto  
João Leonardo Muniz Rabelo  
José Ronaldo de Oliveira  
Maria Helena Cavalcante

## **Duração do curso:**

Duas turmas diferentes de duas horas cada uma.

## **Público Alvo:**

Professores ou alunos da 2ª fase do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

## **Objetivos:**

- Conhecer a história do Sistema Binário e a sua utilização durante a evolução do desenvolvimento do progresso humano;
- conhecer a utilização do sistema binário na computação;
- representar os números binários;
- executar os cálculos fundamentais utilizando os números binários;
- trabalhar a idéia de potenciação por meio da base 2;
- trabalhar a Idéia de função exponencial por meio da base 2;
- transformar um número decimal em número binário.

## **Justificativa:**

Por meio de uma máquina, a BINARINA, fazer com que o público conheça o sistema binário, envolvendo a transformação de números e suas operações.

## **Metodologia:**

Em primeiro lugar, uma pequena apresentação da história dos números binários e sua utilização através dos tempos.

A idéia é que por meio de um jogo de perguntas e respostas, cada aluno transforme um número decimal em número binário. De acordo com o resultado, ele deverá puxar as alavancas da BINARINA encontrando a resposta para sua pergunta.

Em seguida, fazendo essa transformação, o aluno deverá aprender algumas operações fundamentais.

## **Atividades a serem realizadas:**

1. Apresentação da história dos números binários utilizando o data-show.
2. Jogo de perguntas e respostas utilizando a BINARINA. Nesse momento o aluno aprende a fazer a transformação dos números decimais em números binários.
3. Explicação do funcionamento da BINARINA, bem como as etapas de sua construção.
4. Apresentação da estrutura dos números binários a partir potenciação de base 2.
5. Apresentação da forma de efetuar as operações básicas no sistema binário.

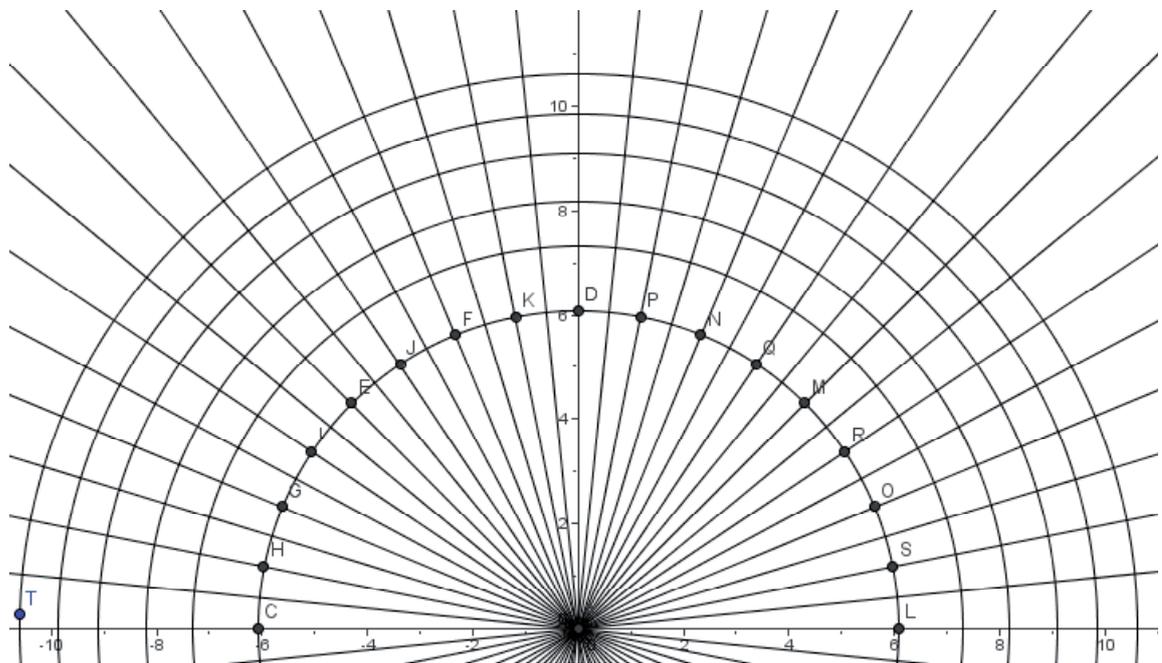
**Anexo: Esquema de construção da BINARINA**

**NÚMERO 01**

**NÚMERO 02**

### NÚMERO 03

### NÚMERO 04



**NÚMERO 05**

# O software como recurso para a aula de matemática

Marcela Naves de Oliveira – IME – marcela.go@hotmail.com  
Elisabeth Cristina de Faria – IME – beth@mat.ufg.br

**RESUMO:** Podemos considerar que um dos grandes objetivos do aprendizado da Matemática é propiciar a análise de situações da vida real, através de modelos que permitam sua interpretação, resolução e simulação. O uso do computador, neste contexto, vai permitir que o aprendizado não se limite à classe de problemas “bem-comportados”, mas também à dos problemas mais realistas, nos quais as novas tecnologias já deixaram de ser modismo e fazem parte das necessidades diárias de um bom profissional. Um novo profissional de ensino precisa, urgentemente, ser preparado isso exige uma mudança imediata nos atuais currículos, visando a que o estudante tenha uma real compreensão do que está fazendo, com a participação cada vez menor daquele professor “detentor do conhecimento”. A metodologia tradicional, de transmissão do conhecimento a estudantes receptores, está mudando, pois o uso das novas tecnologias faz com que o professor seja mediador, gerenciando seus estudantes na construção do conhecimento matemático. Por isso, pretendemos promover o desenvolvimento de habilidades docentes para que o professor utilize tecnologias, em especial, o software, em seu planejamento de aula, consciente do seu valor motivador e facilitador de aprendizagem e incentivar a autonomia do professor na elaboração de suas atividades utilizando-se de recursos tecnológicos a fim de instigar o professor a incorporar à sua prática a análise de software e a elaboração de atividades adequadas aos seus alunos, fazendo uso do software como uma ferramenta disponível para o auxílio da atividade de ensino e se libertando dos materiais pré-existentes.

**Palavras-chave:** Educação; Educação Matemática; Tecnologia; Formação de professores.

## Justificativa

A preocupação deste projeto surge quando, analisando a realidade existente, hoje, em nossas escolas e universidades podemos constatar que não há, em geral, esforço institucional que encoraje a utilização de novas tecnologias, de modo a refletir a formação do aluno da educação básica para utilizar as tecnologias como meio facilitador de aprendizagem. Mais ainda, os currículos defasados não prevêem a formação dos licenciandos para a utilização das tecnologias, assim como também poucos fazem uso nos cursos de licenciatura, tanto como ferramenta em disciplinas assim como em disciplinas pedagógicas específicas, como metodologias de ensino. Podemos considerar, no entanto, que um dos grandes objetivos do aprendizado da Matemática é propiciar a análise de situações da vida real, através de modelos que permitam sua interpretação, resolução e simulação. O uso do computador, neste contexto, vai permitir que o aprendizado não se limite à classe de problemas “bem-comportados”, mas também à dos problemas mais realistas, nos quais as novas tecnologias já deixaram de ser modismo e fazem parte das necessidades diárias de um bom profissional. Este projeto ajuda integrar alunos, licenciandos em Matemática e professores da rede pública de educação, para que desenvolvam o espírito crítico e de pesquisa com relação à sua prática docente.

Assim, as novas tecnologias irão, aos poucos, incorporando-se ao dia-a-dia da sala de aula e por isso devem ser tratadas, testadas e estudadas nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Consideramos que o uso de tecnologias computacionais permite um acesso quase ilimitado ao conhecimento disponível em todo o mundo. Com isso, temos a possibilidade de fazer com que alunos e professores revisem e monitorem individualmente suas tarefas, o que ensina e encoraja, nos dias atuais, a realização de mudanças nos papéis desempenhados por docentes e discentes, nas salas.

Um novo profissional de ensino precisa, urgentemente, ser preparado isso exige uma mudança imediata nos atuais currículos, visando a que o estudante tenha uma real compreensão do que está fazendo, com a participação cada vez menor daquele professor “detentor do conhecimento”.

Sobre o uso de computadores em sala de aula, foi desenvolvida uma discussão por Henry e Clements (1999), mostrando que, embora a nova tecnologia tenha que ser utilizada é fundamental uma mudança de atitude

que permita aos professores incorporarem, de forma construtiva, esse novo paradigma, em sala de aula. A metodologia tradicional, de transmissão do conhecimento a estudantes receptores, está mudando, pois o uso das novas tecnologias faz com que o professor seja mediador, gerenciando seus estudantes na construção do conhecimento matemático.

No que diz respeito ao uso dos computadores no ensino, visando uma formação atualizada e consciente, podemos encontrar diversas possibilidades com relação a software disponíveis, alguns mais específicos e outros de uso mais geral. Porém é necessário utilizá-los de forma adequada à realização de experiências matemáticas, à situações do dia-a-dia, obtenção de propriedades e relações. Ao lado desses softwares, também está a Internet, o que propicia condições favoráveis a uma análise da forma como o conhecimento é transmitido e construído.

As novas tecnologias de informação e de comunicação têm contribuído para repensar o ensino de Matemática. D'Ambrósio (1986) nos alerta, há algum tempo, sobre o uso das novas tecnologias, dizendo que a qualificação do professor de Matemática pode colocá-lo em sintonia com as necessidades inerentes à sua prática, no entanto, precisa antever estas necessidades e planejar ações que possam ser cada vez mais condizentes com as aspirações humanas por melhores condições de vida, não apenas responder à otimização das relações de trabalho que utilizam de novas tecnologias apenas para ocultar a falta de profissionalismo.

### Objetivos

- Envolver o professor no processo de elaboração de atividades significativas, aplicação e reflexão sobre a utilização de software no ensino de matemática, despertando a autonomia necessária para o trabalho docente;
- Promover o desenvolvimento de habilidades docentes para que o professor utilize tecnologias, em especial, o software, em seu planejamento de aula, consciente do seu valor motivador e facilitador de aprendizagem;
- Incentivar a autonomia do professor na elaboração de suas atividades utilizando-se de recursos tecnológicos;
- Instigar o professor a incorporar à sua prática a análise de software e a elaboração de atividades adequadas aos seus alunos, fazendo uso do software como uma ferramenta disponível para o auxílio da atividade de ensino e se libertando dos materiais pré-existentes;
- Despertar a consciência das limitações e possibilidades dos softwares disponíveis, principalmente, fazendo o uso crítico dos softwares de domínio público (gratuitos) em relação com os softwares comerciais (pagos) existentes no mercado.

### Metodologia

- Será realizado um seminário com professores e alunos da graduação para uma tomada de consciência a respeito da importância do uso de tecnologias na sua prática pedagógica;
- Serão apresentadas algumas possibilidades de softwares educativos de domínio público;
- Em seguida será apresentada uma atividade realizada com um desses softwares, o graphequation, para mostrar as possibilidades que o professor tem de acordo com a necessidade de sua sala de aula.

### Público alvo

- Público em geral

### Desenvolvimento das atividades

As atividades serão desenvolvidas no laboratório da própria instituição Posteriormente, será proposta uma atividade utilizando o software como recurso para aplicar na sua aula de matemática onde estaremos acompanhando a execução da mesma.

## Materiais necessários

Para a execução desse mini-curso será necessário o uso de um laboratório de informática e o uso de um data-show para a apresentação do mesmo.

## Referências Bibliográficas

1. BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino de 1ª à 4ª série. Brasília: MEC/SEF;
2. BORBA, M. C. A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão. Ed. Olho D'água, São Paulo, 2000;
3. BORBA, M. C. Pesquisa qualitativa em educação matemática/organizado por Marcelo de Carvalho Borba e Jussara de Loiola Araújo; autores Dario Fiorentine, Antonio Vicente Marafioti Garnica, Maria Aparecida Viggiani Bicudo. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
4. CURY, H. N. As novas tecnologias na formação de professores de matemática. In. Formação de professores de matemática – uma visão multifacetada. EDUPUCRS, Porto Alegre, 2001;
5. D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. Campinas, Papirus, 1986.
6. MAGINA, S. (1998). O Computador e o Ensino da Matemática. In: Tecnologia Educacional, v.26, n.140, Jan/fev/Mar, 41 – 45.
7. MORAN, J. M., MASETTO, M.T., BEHRENS, M.A. Novas tecnologias e mediação pedagógicas. Campinas, Papirus, 2000.
8. NETO, H. T. M. A tecnologia da informação na escola. In: COSCARELLI, C. V. (Org.). *Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
9. OLIVEIRA, J.B.A., CHADWICK, C.B. (1984) Tecnologia Educacional: Teoria da Instrução. Vozes.
10. ONUCHIC, L.L.R., (1999). Ensino – Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. UNESP, Rio Claro, SP.
11. SANCHO, Juana M. Para uma tecnologia educacional/ Juana M. Sancho; trad. Beatriz Affonso Neves. –Porto Alegre: Artmed, 1998.
12. VALENTE, J.A. (1991) Usos do Computador na Educação. In: Liberando a Mente: Computadores na Educação Especial (pp. 16 -31); Campinas, Gráfica Central da Unicamp, São Paulo.
13. VALENTE, J.A. (1993). Diferentes Usos do Computador na Educação. In: Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação (pp.1– 23). Campinas Gráfica Central da Unicamp. São Paulo.
14. ZIBÂNEO, José Carlos. Adeus Professor, Adeus Professora? -novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo, Cortez, 2000.

## Mancala: um jogo milenar na sala de aula

Luciene Tavares Nunes - lucieneln@gmail.com  
Maria Auxiliadora Antunes dos Santos - UCB - mariaa@ucb.br

**RESUMO:** Nesse mini-curso utilizaremos o jogo mancala para desenvolvermos atividades junto aos professores de Matemática do Ensino Fundamental, visando o raciocínio lógico, a destreza manual, a lateralidade, a localização espacial, o planejamento de estratégias, noções de quantidade e seqüência e as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão). É um jogo de estratégia calculada, riquíssimo em conceitos matemáticos.

A importância dos jogos na Educação Matemática vem sendo questionada há algum tempo. Porém, muitos educadores ainda desconhecem a eficácia desse recurso na sala de aula. A diversidade de situações que os jogos proporcionam, favorecem o avanço do conhecimento dos educandos perante situações-problema, propiciando a aquisição de muitas habilidades.

Este minicurso visa despertar nos professores de Matemática do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos(EJA), o interesse na aplicação do jogo mancala na sala de aula. É um jogo de estratégia calculada, permite o desenvolvimento do raciocínio lógico, é riquíssimo em conceitos matemáticos.

Foi trazido de Cabo Verde e São Tomé e Príncipe (África) e é muito jogado entre eles, em qualquer idade.

A escolha pelo jogo mancala está ligada, à experiência com ele em Cabo Verde e São Tomé e Príncipe na África e no Laboratório de Matemática, da Universidade Católica de Brasília. É bastante interessante como material pedagógico e lúdico e isto trouxe um incentivo a estudar mais sobre o assunto.

Durante estudos feitos nas classes de alfabetização de jovens e adultos ,percebeu-se que o aluno tem enorme desejo de aprender, porém apresentam dificuldades de aprendizagem. Portanto, pensou-se na aplicação do jogo mancala em sala de aula, para atenuar essas dificuldades e por sabermos que a matemática ensinada de modo divertido motiva os alunos.

Vários relatos de alfabetizando confirmam a importância desse jogo para sua aprendizagem matemática. *“Achava a matemática muito difícil, mas depois que conheci o jogo mancala, passei a gostar da matemática, estou raciocinando e pensando mais rápido depois que comecei a jogar”* (Oséias – alfabetizando adulto da turma do Areal - DF).

Constatou-se que a aplicação do jogo mancala na sala de aula, além de facilitar o ensino-aprendizagem propiciou a conquista social, pessoal e emocional e com isto um estímulo à educação continuada.

**Palavras-chave:** jogo; Mancala; Educação Matemática.

**Participantes:** Professores de Ensino Fundamental e da EJA

**Quantidade de vagas:** 20

**Carga horária:** 2h/a

# Dinamizando o estudo de polinômios nos anos finais do ensino fundamental

Nilva Ana Perini – SEEDF - nianape@uol.com.br  
Ana Priscila Lima - SEEDF - anapriscilalima@hotmail.com

**Palavras-chave:** álgebra – geometria – polinômios - operações

## 1. Introdução

Para a maioria dos alunos a álgebra é apenas uma matemática com letras, sem significado e utilidade prática. Quando se trata de operar expressões algébricas, surgem dúvidas e reclamações e durante as avaliações percebemos a falta de compreensão dos alunos em relação ao conteúdo proposto.

Algumas propostas de ensino, fundamentadas nas teorias de Piaget, Bruner, Wallon e Vigotsky preconizam a incorporação de materiais pedagógicos nas aulas onde o sujeito possa ser parte ativa na aprendizagem. Salientam que através do uso do material concreto, jogos e situações contextualizadas o aluno participa, se relaciona, processa, interage, levanta hipóteses, cria estratégias, interpreta e conclui assimilando.

O presente trabalho destaca a importância de desenvolver os conteúdos, trabalhando a álgebra integrada à geometria. Apresenta uma metodologia diferenciada para a sala de aula de matemática. Procura criar a “*lógica matemática*” necessária à compreensão da álgebra junto com a criatividade, por meio de problemas orientadores, de forma envolvente e interessante para o aluno, abordando os conteúdos por intermédio da redescoberta.

## 2. Proposta

Este minicurso tem como objetivo estimular os educadores a repensar a metodologia do estudo da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Após algumas experiências, integralizando os conteúdos de Geometria e Álgebra, a partir do enfoque prático de situações concretas da vivência do aluno utilizando material concreto, observa-se que até mesmo o aluno desiludido com a Matemática não demora a compreender como se dá o sistema de operações matemáticas com polinômios.

Inicialmente justificaremos este trabalho apresentando referencial teórico, através de slides no PowerPoint. (possibilitaremos comentários acerca das dificuldades dos educadores com o tema proposto). Motivaremos o início das atividades com alguns slides abordando diferentes pontos de vista acerca de coisas e objetos. Em seguida dividiremos os participantes em pequenos grupos onde iniciarão as seguintes atividades práticas:

1- Usando fitas coloridas (várias cores, com tamanhos diferentes), medir o comprimento, largura, altura de objetos ou pessoas e registrar no papel (partilhar os valores encontrados). Calcular o valor em centímetros, substituindo a cor da fita pelo tamanho real em centímetros. Calcular área e perímetro nos casos possíveis. Esta atividade inicial possibilitará a descoberta de uma nova forma de diferenciar monômios, adicionar monômios semelhantes, e multiplicar monômios e polinômios.

2- Operar com polinômios através de jogos com material concreto na forma de quadrados e retângulos. A proposta do jogo é que somente marca pontos a equipe em que todos os integrantes acertarem as respostas, estimulando assim a cooperação.

3- Resolver situações problemas envolvendo áreas de partes de uma casa usando material concreto, com o objetivo de compreender e representar o “quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos.”

4- Socialização dos problemas resolvidos e discussão com o grande grupo. Aqui procuraremos encaminhar a discussão para que os educadores compreendam que trabalhando com os alunos desta forma, a abstração e o uso de símbolos são consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade à descoberta e ao amadurecimento de conceitos. Nesta experiência os alunos descobrem regras dos produtos notáveis, chegam à reversibilidade e não encontram dificuldades mais tarde, quando trabalham com equações e sistemas.

# Dinamizando o estudo de polinômios nos anos finais do ensino fundamental

Nilva Ana Perini – SEEDF - nianape@uol.com.br  
Ana Priscila Lima - SEEDF - anapriscilalima@hotmail.com

**Palavras-chave:** álgebra – geometria – polinômios - operações

## 1. Introdução

Para a maioria dos alunos a álgebra é apenas uma matemática com letras, sem significado e utilidade prática. Quando se trata de operar expressões algébricas, surgem dúvidas e reclamações e durante as avaliações percebemos a falta de compreensão dos alunos em relação ao conteúdo proposto.

Algumas propostas de ensino, fundamentadas nas teorias de Piaget, Bruner, Wallon e Vigotsky preconizam a incorporação de materiais pedagógicos nas aulas onde o sujeito possa ser parte ativa na aprendizagem. Salientam que através do uso do material concreto, jogos e situações contextualizadas o aluno participa, se relaciona, processa, interage, levanta hipóteses, cria estratégias, interpreta e conclui assimilando.

O presente trabalho destaca a importância de desenvolver os conteúdos, trabalhando a álgebra integrada à geometria. Apresenta uma metodologia diferenciada para a sala de aula de matemática. Procura criar a “*lógica matemática*” necessária à compreensão da álgebra junto com a criatividade, por meio de problemas orientadores, de forma envolvente e interessante para o aluno, abordando os conteúdos por intermédio da redescoberta.

## 2. Proposta

Este minicurso tem como objetivo estimular os educadores a repensar a metodologia do estudo da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Após algumas experiências, integralizando os conteúdos de Geometria e Álgebra, a partir do enfoque prático de situações concretas da vivência do aluno utilizando material concreto, observa-se que até mesmo o aluno desiludido com a Matemática não demora a compreender como se dá o sistema de operações matemáticas com polinômios.

Inicialmente justificaremos este trabalho apresentando referencial teórico, através de slides no PowerPoint. (possibilitaremos comentários acerca das dificuldades dos educadores com o tema proposto). Motivaremos o início das atividades com alguns slides abordando diferentes pontos de vista acerca de coisas e objetos. Em seguida dividiremos os participantes em pequenos grupos onde iniciarão as seguintes atividades práticas:

1- Usando fitas coloridas (várias cores, com tamanhos diferentes), medir o comprimento, largura, altura de objetos ou pessoas e registrar no papel (partilhar os valores encontrados). Calcular o valor em centímetros, substituindo a cor da fita pelo tamanho real em centímetros. Calcular área e perímetro nos casos possíveis. Esta atividade inicial possibilitará a descoberta de uma nova forma de diferenciar monômios, adicionar monômios semelhantes, e multiplicar monômios e polinômios.

2- Operar com polinômios através de jogos com material concreto na forma de quadrados e retângulos. A proposta do jogo é que somente marca pontos a equipe em que todos os integrantes acertarem as respostas, estimulando assim a cooperação.

3- Resolver situações problemas envolvendo áreas de partes de uma casa usando material concreto, com o objetivo de compreender e representar o “quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos.”

4- Socialização dos problemas resolvidos e discussão com o grande grupo. Aqui procuraremos encaminhar a discussão para que os educadores compreendam que trabalhando com os alunos desta forma, a abstração e o uso de símbolos são consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade à descoberta e ao amadurecimento de conceitos. Nesta experiência os alunos descobrem regras dos produtos notáveis, chegam à reversibilidade e não encontram dificuldades mais tarde, quando trabalham com equações e sistemas.

Ao realizar estas atividades, nossas preocupações estão voltadas para propor novas formas de dinamizar o estudo de polinômios, mostrando aos educadores que desta forma podemos possibilitar aos alunos: 1) ativar os esquemas de assimilação necessários à abordagem do novo; 2) prover o aluno de informações e definições fundamentais à essa abordagem; 3) possibilitar associações entre as diversas atividades propostas em sala de aula; 4) graduar essas atividades lentamente; 5) generalizar gradativamente os processos adquiridos. 6) mostrar que a álgebra está associada à geometria.

#### 4. Cronograma:

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	TEMPO GASTO
Apresentação do professor	5 minutos
Apresentação de referencial teórico e slides motivacionais	15 minutos
Medindo comprimentos e calculando área e perímetros usando monômios e polinômios	20 minutos
Jogo com operação de polinômios	25 minutos
Resolução de Problemas	30 minutos
Debate sobre a atividade desenvolvida e a sua contribuição na construção do conhecimento geométrico.	15 minutos

#### 5. Recursos Necessários:

Data-show , mesas retangulares ou circulares, régua, folhas para anotação. Os demais materiais nós providenciaremos.

# Maquete de estruturas multiplicativas

Paula Saad Vieira - Leonardo da Vinci - psaadvieira@gmail.com  
Lúcia de Fátima S. C. Lins - Leonardo da Vinci - luciasclins@hotmail.com  
Valquiria Aparecida Ferreira - Leonardo da Vinci - valquiriaferreira@globo.com

**RESUMO:** O minicurso Maquete de Estruturas Multiplicativas (Grossi) mostra uma forma diferenciada, interessante e lúdica de abordar as operações matemáticas (multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais, possibilitando, também, uma introdução aos números fracionários. Esta oficina permite uma visualização concreta da fatoração dos números naturais por meio da montagem de uma maquete com bolinhas de isopor e varetas coloridas, deixando o aluno mais suscetível à aprendizagem, visto que o estimula a brincar com a teoria de uma forma criativa e divertida. Indicada para alunos do 6º ano (5ª série), esta oficina pode ser adaptada para o 8º ano (7ª série), a fim de trabalhar potências de expoente inteiro negativo e, principalmente, fatoração de monômios.

A Educação do século XXI traz intrínseca a necessidade de inovação. Buscam-se práticas que motivem os alunos a entenderem os conteúdos por meio de visualizações concretas, ou ainda por meio de jogos. Na Educação Matemática, isso se faz ainda mais importante: deve-se aproximar a teoria de práticas ilustrativas, a fim de desmitificar a dificuldade e o temor que foram atribuídos, ao longo dos anos, a essa disciplina.

Nesse sentido, pretende-se, com essa oficina, facilitar a aprendizagem do aluno, estimulando-o por meio da visualização e da concretização da representação da estrutura multiplicativa do número, baseando-a nas maquetes multiplicativas propostas por Grossi. Assim, este minicurso explora a decomposição dos números em fatores primos por meio de estruturas multiplicativas, além de reforçar os conhecimentos da criança a respeito das operações matemáticas (multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais e possibilitar uma introdução aos números fracionários.

Com duração de duas horas, esse minicurso é indicado para os anos finais do Ensino Fundamental, em particular para o 6º ano (5ª série), por estes assuntos serem trabalhados nessa série.

Evidentemente, para um aluno de 5ª série a compreensão da Matemática não se resume apenas à teoria e à sala de aula tradicional. Portanto, se justifica um momento diferenciado como o de uma oficina, onde o aluno aprimora o processo de formação do conhecimento, aprendendo o abstrato de forma concreta, além de interagir com seus colegas em um grupo reduzido que facilita e dinamiza a apreensão de conteúdos e a discussão de resultados.

O minicurso consiste em mostrar a estrutura multiplicativa de um número, de forma concreta, por meio da montagem de uma maquete com bolinhas de isopor (representando os números) e varetas coloridas (representando fatores primos). Será usado o quadro-negro apenas como apoio didático à realização das atividades.

A oficina será dividida em quatro momentos. Primeiramente, os alunos formarão grupos de no máximo 5 componentes, iniciando a familiarização com o material a ser utilizado: bolinhas de isopor, varetas coloridas (de jogos de pega-varetas), etiquetas e canetas hidrográficas.

Após essa introdução, será iniciada a montagem da maquete multiplicativa, de acordo com as regras que serão definidas passo a passo, da seguinte maneira:

- 1º) Todas as bolinhas de isopor deverão ser etiquetadas com o número correspondente a ela.
- 2º) A bolinha colorida (diferente das demais) representará o número 1.
- 3º) Determinar que cada vareta amarela multiplica o número da bolinha por 2 e varetas de mesma cor devem estar sempre na mesma direção.

Dessa forma, se em uma ponta da vareta amarela está a bolinha colorida, na outra ponta estará a bolinha correspondente ao número 2, pois  $1 \text{ (bolinha colorida)} \times 2 \text{ (vareta amarela)} = 2 \text{ (bolinha etiquetada na outra ponta)}$ . Pede-se então que os alunos encontrem as bolinhas correspondentes aos números: 2, 4, 8, 16.

Mostrar aos alunos que  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ , ou seja, na maquete multiplicativa, partindo do número 1, são utilizadas 4 varetas amarelas, multiplicando os valores correspondentes das bolinhas por 2, até a bolinha 16. Mostrar que, partindo do 16 e seguindo o caminho contrário, deve-se dividir os valores das bolinhas por 2 até chegar a bolinha 1. Comparar, também, a quantidade de varetas utilizadas com o expoente da potência  $16 = 2^4$ . Outros exemplos serão explorados.

4º) *Introduzir uma segunda cor de vareta, a vermelha, que multiplica o número da bolinha por 3. Essa vareta deverá ser colocada perpendicularmente à primeira (amarela), seguindo o mesmo critério (varetas vermelhas deverão estar na mesma direção).*

Pede-se, então, que os alunos encontrem as bolinhas correspondentes aos números: 3, 9, 27, 81.

Assim como foi feito com o 16, faz-se exemplos com outros valores, agora utilizando o fator 3 (vareta vermelha).

5º) *Determinar que varetas de mesma cor ficam paralelas e varetas de cores diferentes perpendiculares (até a 3ª cor).*

Pede-se que os alunos encontrem as bolinhas que envolvem duas cores: 6, 12, 24, 18, 36, 72, 54, 108, 216.

Exploram-se outros exemplos, sempre mostrando a decomposição dos números em fatores primos e a correspondência ao número de varetas de cada cor utilizadas.

6º) *Introduzir uma terceira cor de vareta, a azul, que multiplica o número da bolinha por 5. Essas varetas devem ser colocadas perpendicularmente a cada uma das outras duas cores (amarela e vermelha).*

Pede-se então que os alunos encontrem as bolinhas correspondentes ao 5, 25, 125. Seguindo a 5ª regra, pede-se que eles encontrem as bolinhas que envolvam 2 ou mais cores: 10, 20, 40, 15, 30, 60, 120, 45, 90, 180, 360, 50, 100, 75, 150, 300.

7º) *Introduzir uma quarta cor de vareta, a verde, que multiplica o número da bolinha por 7. Tridimensionalmente, não é possível obter mais uma posição perpendicular. Coloca-se, então, a vareta na diagonal (posição não utilizada até o momento).*

Os alunos deverão encontrar as bolinhas que representam o 7, o 49 e o 343.

Seguindo o mesmo critério até agora utilizado (a respeito do paralelismo de varetas de mesma cor), os alunos deverão encontrar as bolinhas formadas por duas e três cores: 14, 28, 21, 42, 84, 63, 126, 252, 98, 147, 294.

No terceiro momento, será apresentada uma introdução aos números fracionários, ressaltando que havia dois sentidos na maquete: o da multiplicação e o da divisão. Portanto, pode-se mostrar que quando estiver no sentido da divisão e chegar ao número 1, poderá dar continuidade a essa divisão, ou seja, usando a vareta amarela (fator 2), por exemplo, divide-se o número 1 por 2, tendo como resultado  $1/2$  e, se continuar dividindo por 2, encontra-se os números fracionários:  $1/4$ ,  $1/8$ , ...

Seguindo o mesmo critério utilizado com a vareta amarela, pede-se para que os alunos achem, então, as bolinhas que correspondem às frações  $1/3$ ,  $1/5$  e  $1/7$ , usando as varetas vermelha, azul e verde, respectivamente. Não é necessário estender mais a maquete multiplicativa, pois essas frações são suficientes para mostrar a idéia de crescimento da maquete para “os dois lados” e trabalhar exemplos de frações.

Após a conclusão da montagem da maquete multiplicativa, parte-se para o quarto e último momento do minicurso, em que serão discutidas formas de avaliação para essa atividade.

Como sugestão para uma avaliação escrita, pede-se que os alunos desenhem:

- Uma maquete representando o número 72, utilizando uma, duas ou três cores.
- Uma maquete representando o número 300, utilizando uma, duas ou três cores.
- Uma maquete representando o número 98, utilizando uma, duas ou três cores.
- Uma maquete representando o número 294, utilizando uma, duas ou três cores.
- Uma maquete representando os números  $1/2$ ,  $1/3$  e  $1/5$ .

Como foi descrito anteriormente, os materiais a serem utilizados por grupo são: 56 bolinhas de isopor, 104 varetas coloridas (36 amarelas, 33 vermelhas, 20 azuis, 15 verdes), 56 etiquetas, canetas hidrográficas (1 amarela, 1 vermelha, 1 azul e 1 verde) e 5 folhas de papel A4. Estes materiais serão trazidos pela equipe proponente do mini-curso e emprestados aos cursistas para a montagem das maquetes. Além disso, serão necessários quadro-negro e giz colorido (ou quadro branco e marcadores coloridos) como material de apoio para o professor.

Ao final do minicurso espera-se que os professores, além de descobrirem a importância da oferta de variadas bases representacionais para os objetos matemáticos, tais como a estrutura multiplicativa dos números, possam perceber o quanto uma dada proposta pode abranger um vasto espectro de conhecimentos matemáticos que são tratados de forma articulada e integrada. A proposta não é a de fornecer uma receita metodológica, mas oportunizar, por meio da descoberta, a concepção de novas formas de tratar a Matemática na escola, com um aluno cognitivamente ativo. Lançando mão de frutos de pesquisa científica, trazer para sala de aula estruturas mais dinâmicas para o fazer matemática, foi o objetivo maior da proposta deste minicurso, apresentado e desenvolvido por um grupo de professoras habituadas com o desenvolvimento da proposta com seus alunos, cuja avaliação tem sido a melhor possível no que se refere à aprendizagem e ao prazer em fazer matemática pelos alunos.

## Inclusão Matemática

Eliene Maria Alves Dias – UnB – [lnmat023@yahoo.com.br](mailto:lnmat023@yahoo.com.br)  
Melise Maria Vallim Reis Camargo – SEEDF – UnB – [melise.reis@gmail.com](mailto:melise.reis@gmail.com)  
Raquel Soares de Santana – SEEDF – UnB – [raquelrss@terra.com.br](mailto:raquelrss@terra.com.br)

**RESUMO:** A partir de reavaliações de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em classes comuns (2º ao 5º ano de ensino fundamental), em turma inclusiva da Rede Oficial de Ensino do Distrito Federal pela Equipe de Atendimento/Apoio à Aprendizagem, iniciou-se um espaço reflexivo sobre a relação ensino-aprendizagem da Matemática com vistas à diversidade e inclusão. Estas reavaliações forneceram alguns dados indicativos sobre a aquisição dos conceitos matemáticos. Demonstraram que a maioria, desses alunos, apresentou dificuldades acentuadas no raciocínio lógico-matemático: conservação de quantidade, relação número e quantidade, ausência de reversibilidade, idéia de número, relação entre a quantidade de notas em reais e seu valor de acordo com o número escrito na nota entre outras. Outra questão relevante é o papel da família neste processo. A família muitas vezes deixa transparecer nas suas ações e na fala o discurso de incapacidade, ou seja, acredita que seu filho não seja capaz de aprender conceitos matemáticos, então, muitas vezes não cobra da escola o desenvolvimento de tais competências. Baseada nos pressupostos otimistas da Psicologia do Desenvolvimento é preciso repensar a prática pedagógica para desvelar e levantar sinalizações individuais e coletivas de superação relacionadas à capacidade de se aumentar nos alunos do ensino especial incluídos em turma regular de ensino, o poder de pensar matematicamente, pressupondo-se a necessidade de privilegiar a capacidade deles em desenvolverem estruturas cognitivas visando à aquisição de conceitos matemáticos, colocando em evidência a relação sujeito, professor e família como parte do processo.

**PÚBLICO ALVO:** Professores e demais interessados: Educação Infantil, Anos Iniciais do Ensino Fundamental e Ensino Especial

**CARGA HORÁRIA:** 4 horas

**OBJETIVOS:**

- Refletir sobre a aquisição conceitual da matemática para os alunos com necessidades educacionais especiais;
- Repensar a prática pedagógica dos conhecimentos matemáticos para os alunos do ensino especial, incluídos ou não em turma regular de ensino;
- Levantar e analisar sugestões de atividades pedagógicas visando à aquisição de conceitos matemáticos.

**JUSTIFICATIVA:**

A partir de reavaliações de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em classes comuns (2º ao 5º ano de ensino fundamental), em turma inclusiva da Rede Oficial de Ensino do Distrito Federal pela Equipe de Atendimento/Apoio à Aprendizagem, iniciou-se um espaço reflexivo sobre a relação ensino-aprendizagem da Matemática com vistas à diversidade e inclusão. Estas reavaliações forneceram alguns dados indicativos sobre a aquisição dos conceitos matemáticos. Demonstraram que a maioria, desses alunos, apresentaram dificuldades acentuadas no raciocínio lógico-matemático: conservação de quantidade, relação número e quantidade, ausência de reversibilidade, idéia de número, relação entre a quantidade de notas em reais e seu valor de acordo com o número escrito na nota entre outras.

Outra questão relevante é o papel da família neste processo. A família muitas vezes deixa transparecer nas suas ações e na fala o discurso de incapacidade, ou seja, acredita que seu filho não seja capaz de aprender conceitos matemáticos, então, muitas vezes não cobra da escola o desenvolvimento de tais competências.

Baseada nos pressupostos otimistas da Psicologia do Desenvolvimento é preciso repensar a prática pedagógica para desvelar e levantar sinalizações individuais e coletivas de superação relacionadas à capacidade de se aumentar nos alunos do ensino especial incluídos em turma regular de ensino, o poder de pensar matematicamente, pressupondo-se a necessidade de privilegiar a capacidade deles em desenvolverem estruturas cognitivas visando à aquisição de conceitos matemáticos, colocando em evidência a relação sujeito, professor e família como parte do processo.

Neste espaço, o mini-curso, será oportuno para refletir e ressignificar sobre a ação pedagógica e principalmente, ser um dos meios precursores para a mudança de paradigmas da família e de alguns profissionais que atuam na educação, pois se estes profissionais acreditam neste sujeito ativo a família possivelmente mudará de conduta permitindo a seu filho a obter posturas mais autônomas.

#### **METODOLOGIA:**

- Sensibilização por meio da leitura de uma literatura infantil e dinâmica para a socialização e identificação dos sujeitos com necessidades educacionais especiais;
- Levantamento de reflexões sobre o sujeito com necessidades especiais com base em fundamentação teórica;
- Análise de estudos de caso;
- Levantamento e discussão sobre sugestões de atividades pedagógicas visando o conhecimento matemático para o sujeito com necessidades educacionais especiais;
- Avaliação do mini-curso.

#### **RECURSOS:**

- Literatura infantil
- retroprojeter;
- data-show;
- tesoura (15und);
- folhas A4;
- bacia rasa e larga;
- jarra para água;
- lápis e borracha (30 und.);

#### **DESENVOLVIMENTO:**

##### **1. Sensibilização:**

1.1 - Iniciar o mini-curso com a leitura da história: Pedro e Tina (Uma amizade muito especial), King, Stephen Michael, Editora Brinque-Book, 1999;

1.2 - Comentar sobre o respeito às diferenças e a importância do outro para a aprendizagem;

1.3 - Após comentários sobre a história Pedro e Tina entregar para cada participante um quarto de papel branco A4;

1.4 - Pedir para desenharem e recortarem um boneco ou uma boneca de corpo inteiro. Como exemplo: "Pedros ou Tinas". Pode ser o boneco parecido com o desenho do boneco do programa Criança Esperança. No momento do recorte deixar as pernas dos bonecos separadas;

1.5 - Apresentação dos participantes utilizando o boneco. O participante falará o seu nome, a sua formação, as suas expectativas sobre o mini-curso e apresentará o seu boneco dizendo se é Pedro ou Tina e algumas características do boneco para a turma.

1.6 - Dobrar as pernas do boneco, os braços e por último a cabeça;

- 1.7 - Perguntar o que o boneco formado lembra. (O boneco lembrará um feto);
- 1.8 - Comentar sobre a gestação. Brevemente compartilhar sensações sobre a maternidade e pedir que coloquem os bonecos (o nascimento) na bacia com água. A bacia representará o mundo;
- 1.9 - Observar a abertura dos bonecos. Cada boneco abrirá em momentos diferentes, uns mais rápidos, outros mais devagar, outros não abrirão uma parte do corpo. Enquanto isso comentários espontâneos serão feitos pelos participantes e os coordenadores anotarão algumas falas aleatoriamente sem que percebam;
- 1.10 - Pedir para que peguem os seus bonecos e quem deixando livre para falarem sobre o desenvolvimento do seu boneco. O que sentiu, suas expectativas, etc.
- 1.11 - Socializar as falas anotadas na hora em que observavam a abertura dos bonecos.
- 1.12 - Neste momento fazer comentários quanto à concepção do sujeito, desenvolvimento humano, fases etapas, características. Pontos importantes: o tempo de cada um, o papel do professor, mediação, zonas de desenvolvimento real e proximal (Vigotski).

## **2. Levantamento de reflexões:**

2.1-Direcionamento para reflexão de algumas questões sobre o sujeito do Ensino Especial:

- a) Quem é o sujeito do Ensino Especial?
- b) O que o caracteriza?
- c) Que dificuldades são encontradas para trabalhar os conteúdos matemáticos?

## **3. Análise de estudos de caso:**

3.1-Análise de cinco estudos de caso: de uma criança com síndrome de Down, duas crianças com deficiência visual associada à deficiência mental, uma criança com paralisia cerebral;

3.2 - Discussão sobre sugestões de atividades pedagógicas visando o conhecimento matemático para os sujeitos apresentados;

## **4. Atividades Práticas que podem contribuir no processo de alfabetização matemática.**

### **4.1 – Jogos:**

- “Cartela Cheia”;
- “Jogo dos Pratinhos”;
- “Resta Mais”.

**4.2 – Situações –problemas** envolvendo o cotidiano do aluno.

### **4.3.- Receitas**

## **5. Avaliação do mini-curso.**

Entrega de uma folha em branco para.cada participante,onde cada um desenhará o contorno das suas mãos. Após o desenho, o participante escreverá na mão esquerda o que trouxe para o mini-curso (expectativas,dificuldades,novidades, etc.) e na mão direita, o que construiu e o que está levando como contribuição para a sua atuação em sala de aula.

Mensagem para os participantes

## Referências Bibliográficas

Artigo 5º, da Resolução CNE/CEB Nº 2, de 11/09/2001:

VYGOTSKY .L. S. Obras Escogidas Tomo III, Ed. Pedagógica, Moscou,1983. Tradução em Espanhol.

PAIS, L. C. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Da Coleção Tendências em Educação Matemática, Ed. Autêntica, Belo.

Horizonte, 2001.

NUNES, T. E Bryant P. Crianças fazendo Matemática, Ed. Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.

DANYLUK, O .S. Educação matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil, Editora Sulina, Porto Alegre, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. Educação matemática: da teoria à prática, Campinas: Ed. Papirus, 1996.

PRIOSTE C., Raiça, D., Machado M.L.G. - Dez questões sobre a educação inclusiva da pessoa com deficiência mental – São Paulo: Avercamp, 2006

AMARO D. G. – Educação Inclusiva, Aprendizagem e Cotidiano Escolar – São Paulo: Casa do Psicólogo, 2006.

MANTOAN, M. T. E. – Inclusão Escolar: o que é? Por quê? Como fazer? – 2. Ed. – São Paulo: Moderna, 2006

## Representação de frações no plano

Roosevelt Bessoni e Silva - [bessoni@yahoo.com](mailto:bessoni@yahoo.com)

**RESUMO:** O processo de repartir é uma atividade identificada como prática do ser humano desde o início de sua história, conforme relatos escritos ou evidências arqueológicas. Se a prática de dividir é comum entre os alunos, a linguagem matemática deve traduzir essa prática e representar o melhor possível seu significado. Importante também que essa linguagem leve os alunos a perceberem outras visões de sua prática. Com o ensino da matemática vinculado à prática dos alunos e usando fração como modelo do processo de divisão, torna-se evidente a necessidade de fornecer abordagens diferenciadas para que eles não fiquem somente ouvindo o professor falar sobre o que é fração e como são realizadas as operações entre frações. A proposta do mini-curso é desenvolver atividades a partir da modelagem de frações no plano e que estimulem a aprendizagem com uso de material concreto para visualizar significados e operações. Ele é adequado para professores do final do ensino fundamental e do ensino médio, devido a possibilidade de se elaborar questões em diversos níveis de conhecimento. Para as atividades serão utilizados papel milimetrado e micro/canhão para exposição inicial dos tópicos abordados.

**Palavras-Chave:** frações, frações de Farey, área de figuras planas, par ordenado

### Introdução

O processo de repartir é uma atividade identificada como prática do ser humano desde o início de sua história, conforme relatos escritos ou evidências arqueológicas.

Se a prática de dividir é comum entre os alunos, a linguagem matemática deve traduzir essa prática e representar o melhor possível seu significado. Importante também que essa linguagem leve os alunos a perceberem outras visões de sua prática, outras dimensões existentes no seu cotidiano.

A matemática como linguagem das atividades sociais utiliza a fração como um dos modelos do processo de divisão. E a fração está associada a vários significados da mesma forma que o processo.

Com o ensino da matemática vinculado à prática dos alunos, torna-se evidente a necessidade de fornecer abordagens diferenciadas para que os alunos não fiquem somente ouvindo o professor falar sobre o que é fração e como são realizadas as operações entre frações. Por isso, a identificação de várias atividades associadas a um assunto auxilia na sua compreensão e fixação do significado ou significados pertinentes.

O objetivo desse trabalho é utilizar o plano modelado por um sistema de coordenadas cartesianas para representação de frações, fornecendo nova forma de praticar os conceitos e visualizar resultados que não são imediatos ou tornam-se mecânicos, dependendo do tipo de ensino que o professor adote.

As atividades que serão desenvolvidas pelos participantes estão divididas em níveis de dificuldade e esses níveis também podem ser associados aos conhecimentos dos alunos, no momento que o professor quiser utilizar esse método de trabalho. Para contextualizar as atividades, serão lembrados alguns resultados elementares da teoria dos números; será definido um tipo de fração conhecida como fração de Farey, e será usado o teorema de Pick para calcular a área de uma figura plana contida num reticulado, em função dos pontos da fronteira e do interior da figura.

### 1 - Conceitos Preliminares

#### 1.1 - Função de Euler

A cada número natural  $n$  pode ser associado um valor que representa a quantidade de números inteiros entre 0 e  $n-1$  que são relativamente primos com  $n$ . Essa relação é chamada função de Euler, representada por  $\varphi(n)$ , e ela auxilia na obtenção de muitos resultados interessantes.

Teorema: Para todo  $n$  natural, temos que a soma de  $\varphi(d)$ , onde  $d$  é qualquer divisor de  $n$ , é igual ao próprio  $n$ .

## 1.2 - Frações de Farey

Foi desenvolvida por John Farey, um geólogo inglês, uma seqüência  $F_n$ , formada por frações irredutíveis entre 0 e 1, onde o denominador é menor ou igual a  $n$ , e escritas em ordem crescente. Essa seqüência originalmente não foi considerada importante pelo próprio autor, que chamava atenção somente para uma propriedade curiosa contida nesses números, mas hoje ela é vista como equivalente à Hipótese de Riemann que conjectura sobre a distribuição dos números primos.

Exemplos:

1)  $F_3$  é a seqüência  $0/1, 1/3, 1/2, 2/3, 1/1$ ; e

2)  $F_4$  é a seqüência  $0/1, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1/1$ .

A propriedade observada por Farey é que qualquer termo da seqüência, exceto os extremos, é obtido pela soma dos numeradores e denominadores das frações adjacentes. Por exemplo, em  $F_4$  vê-se que  $3/4 = (2+1)/(3+1)$ . No modelo de representação de frações, descrito nesse trabalho, podem ser provados os seguintes teoremas envolvendo as frações de Farey:

### Teorema 1:

Se  $a/b$  e  $c/d$  são dois termos consecutivos da seqüência de Farey, então  $bc - ad = 1$ .

### Teorema 2:

Os denominadores de dois termos consecutivos de uma seqüência de Farey de ordem  $n$  não são iguais.

## 1.3 - Cálculo da Área de uma Figura Plana num Reticulado

Teorema de Pick: A área de uma figura plana com extremidades nos pontos do reticulado é calculada pela relação:

$$A = B/2 + I - 1$$

Onde  $B$  é a quantidade de pontos nos lados da figura e  $I$  é a quantidade de pontos no interior da figura.

## 1.4 – Desenvolvimento do Modelo de Representação de Frações

A construção do modelo de representação dos racionais ocorre pela associação da fração  $p/q$  ao par ordenado de números inteiros  $(p, q)$ , e relacionando esse par ordenado a um único ponto do plano. Para efeito pedagógico, serão consideradas somente frações positivas, cujos pontos vinculados estão no primeiro quadrante, mas a idéia pode ser aplicada com quaisquer inteiros.

Nesse modelo é possível observar que frações equivalentes são representadas por pontos que são colineares com a origem. Considerando-se uma linha que represente frações equivalentes, o primeiro ponto, a partir da origem, é definido como *ponto visível*. A propriedade que se demonstra é que o ponto  $(a, b)$  é visível se e somente se  $a$  e  $b$  são primos entre si, ou seja, representam uma fração irredutível.

As atividades estão apresentadas por níveis que indicam conhecimentos diferenciados. No primeiro nível, são abordados os conceitos e noções básicas sobre frações e o material utilizado servirá para uma *visualização* da fração; no segundo nível, são tratadas as operações de Adição e Subtração e localização da fração inversa; no terceiro nível, são desenvolvidos resultados mais avançados, tais como identificação de um padrão para a função de Euler, demonstração dos teoremas da fração de Farey ou ordenação dos racionais positivos, confirmando o potencial do modelo apresentado.

## 2 - descrição das atividades

Os itens que estão sugeridos devem ser trabalhados em equipe e auxiliam na aprendizagem sobre frações a partir de estímulos diferentes e com o uso de material concreto (papel milimetrado ou geoplano construído em madeira ou EVA), proporcionando uma visualização dos significados e operações. Se for utilizado o geoplano, pode ocorrer limitação para operações, tendo melhor resultados com geoplanos de malha maior.

### 2.1 - Representação de Frações

2.1.1 – representar frações no geoplano;

2.1.2 – representar frações que sejam equivalentes à unidade.

### 2.2 - Operações com Frações

2.2.1 – efetuar adições;

2.2.2 – efetuar subtrações;

2.2.3 – localizar a fração inversa de  $a/b$ .

### 2.3 - Utilizar o Conceito de Número Visível

2.3.1 – trabalhar a função de Euler;

2.3.2 – identificar um padrão para  $n$  primo;

2.3.3 – demonstrar os teoremas de Farey;

2.3.4 – ordenar os racionais positivos.

## 3 - Dados para as atividades

### 3.1 - Representação de Frações

3.1.1 – representar as frações  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/5$ ,  $5/5$ ,  $6/6$ ,  $6/7$ ,  $3/2$ ,  $5/2$ ;

3.1.2 – representar frações com denominadores 3, 6 e 8;

3.1.3 – representar as frações equivalentes a  $1/2$  e 1;

3.1.4 – representar as frações impróprias  $2/1$ ,  $3/2$ ,  $5/2$ ,  $6/3$  e  $7/4$ ;

3.1.5 – representar as frações próprias  $2/3$ ,  $2/5$ ,  $3/6$ ,  $4/7$  e  $1/2$ ;

3.1.6 – observar a localização de cada tipo de fração em relação à diagonal do quadrante;

3.1.7 – discutir sobre possíveis contradições nesse tipo de representação.

### 3.2 - Operações com Frações

3.2.1 – efetuar as adições:  $1/2 + 1/3$ ;  $1/5 + 3/5$ ;  $1/7 + 6/7$ ;

3.2.2 – efetuar as subtrações:  $1/2 - 1/3$ ;  $1/5 - 3/5$ ;  $2/5 - 1/3$ ;

### 3.3 - Utilizar o Conceito de Número Visível

3.3.1 – identificar um padrão para  $\varphi(n)$ ;

3.3.2 – identificar um padrão para decidir se  $n$  é primo;

3.3.3 – demonstrar os teoremas das frações de Farey;

3.3.4 – representar a ordenação dos racionais positivos.

### Referências Bibliográficas

MELLO, J.L. PASTORE. *Geoplano ordenado e o estudo dos racionais*, Revista do Professor de Matemática, nº 57, SBM, 2º quadrimestre 2005

WATKINS, Anne E., WATKINS William. *Fractions on the Geoboard*, Mathematics Teacher, vol 73, nº 2, NCTM, 1980

## Tratamento da Informação

Amanda Marina Medeiros – UnB – [amamedeiros@gmail.com](mailto:amamedeiros@gmail.com)  
Veronica Larrat Pricken – UnB – [velarrat@gmail.com](mailto:velarrat@gmail.com)

O tratamento da informação é uma área da matemática diretamente ligada a estatística, probabilidade e análise combinatória. Este campo curricular é proposto no PCN como um trabalho que deve ser iniciado ainda nos primeiros anos de escolaridade e aprofundado ao longo dos anos posteriores.

Para enriquecer ainda mais suas bases teórico-metodológicas sobre o valor educativo do trabalho com o tratamento da informação, o professor precisa levar em consideração que atividades diárias e corriqueiras da sala de aula, podem levar o aluno a colher, analisar e interpretar dados com desenvoltura. Durante todo o ano letivo, o trabalho com tratamento da informação pode estar presente no fazer pedagógico, integrando os temas de outros componentes curriculares com esse eixo da matemática, demonstrando todo o potencial deste tema para a inter e transdisciplinaridade.

Começando desde cedo a análise de dados dispostos em gráficos de várias naturezas, as crianças estarão em contato com a estatística e serão capazes de entender e interpretar informações que são veiculadas com muita frequência em jornais, revistas, televisão etc., favorecendo, em muito, o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Algumas considerações devem ser levadas em conta no trabalho com crianças dos anos iniciais no que tange ao tratamento da informação:

- Trabalhar com a organização de quantidades discretas;
- Usar nos primeiros gráficos as colunas dispostas por objetos fisicamente dispostos. Ex: tampinhas, carrinhos, embalagens diversas etc.
- Realizar pequenas pesquisas com coleta e organização de dados;
- Evoluir, gradativamente, dos gráficos de colunas para gráficos de setor aliado ao trabalho com frações;

A oficina de tratamento da informação tem como objetivo principal refletir a importância das tabelas e gráficos no processo de comunicação social e como objetivo específico mostrar ao professor que é possível aproximar o aluno da estatística, resgatando atividades cotidianas de sala de aula que podem servir como ferramentas para a construção de gráficos diversos, tabelas e atividades de análise combinatória e probabilidade.

Construir o gráfico de quantos somos hoje, brinquedos preferidos ou mesmo dos aniversariantes em cada mês do ano, são atividades simples capazes de fazer o diferencial, porque envolvem os alunos como geradores de dados, aproximando-os cada vez mais da realidade.

**Público-alvo:** Professores dos anos iniciais

A oficina de tratamento da informação tem por objetivo refletir com os professores sobre a importância da coleta, organização e análise de dados em forma de gráficos e tabelas, desde os primeiros anos de escolaridade, de forma a auxiliar os alunos na leitura de gráficos, utilizados, hoje, na sociedade em geral e amplamente veiculados nos meios de comunicação.

As atividades propostas procuram utilizar materiais de fácil acesso da escola e brincar com a criatividade e imaginação de professores e alunos que podem gerar os dados e ao mesmo tempo participar da elaboração dos gráficos de forma a valorizar o trabalho em equipe.

A primeira atividade, muito comum, desde a pré-escola é a rodinha, onde os professores costumam contar as crianças que compareceram ou faltaram à aula.

A oficina terá a duração de 4 horas, com um público de até 30 pessoas, privilegiando atividades em grupo, que favorecem não só a interação entre os participantes de cada grupo, como facilitar a expressão de dúvidas

que possam ocorrer, para serem debatidas no grupo maior. A proposta é dinâmica, interativa e contribui para a divulgação, reconhecimento e utilização, com mais frequência em sala de aula, com atividades que tratam a informação.

## Atividades

### 1. Gráfico do quanto somos hoje

**Material:** copos transparentes, canudos de 2 cores diferentes, etiquetas, pincel atômico, bonequinhos de cartolina dupla face, papel pardo para colar os bonequinhos, com as palavras **meninos, meninas, faltaram**.

• uso de três copos etiquetados com as palavras:

❖ Meninos

❖ Meninas

❖ Faltaram

- Canudos verdes para os meninos,
- canudos amarelos para meninas;

Cada criança pega seu canudo correspondente e coloca no copinho etiquetado. Os canudos que sobrarem ficarão no copo etiquetado com a palavra **FALTARAM**;

Essa atividade pode gerar várias atividades de estímulo ao raciocínio das crianças na interpretação:

- Quantos meninos? Quantas meninas? Temos mais meninos ou meninas? Quantos a mais? Quantos no total? Etc.

Partir para o gráfico de coluna, interpretando as informações geradas na atividade anterior. Para cada aluno, um bonequinho de papel para colar na folha. Lembrando : verdes para meninos, amarelos para meninas;

### 2. Gráfico dos aniversariantes:

**Material:** balões de cartolina dupla face em número suficiente, papel pardo contendo o nome dos meses do ano.

- Entregar para professor criança um balãozinho de cartolina dupla face;
- Os participantes escrevem o nome e o dia do seu aniversário ;

O gráfico, na parte de baixo constará o nome do mês e na parte de cima, constará a quantidade.

Cada participante será chamado para colar o seu balãozinho no mês correspondente.

### 3. Gráfico dos refrigerantes preferido

**Material:** tampinhas de refrigerantes de várias marcas e sabores, cartolina para colar as tampinhas, cola quente.

Com tampinhas de refrigerante de vários sabores, pedir que cada participante escolha o refrigerante de sua preferência. Depois colar cada tampinha, onde na linha de baixo do gráfico constará o nome do refrigerante e na linha de cima a quantidade de pessoas.

Aqui se pode variar com caixinhas de suco pequenas, ou recortes de frutas de encartes de supermercado.

## **Intervalo**

### **4. Gráfico de Pesquisa de opinião**

**Material:** papel A4 com as perguntas da pesquisa, com uma linha separando cada pergunta, tesoura para cortar as perguntas por número, cinco cartolinas, pincel atômico, lápis- de- cor ou giz-de-cera, caneta ou lápis para responder o questionário..

Distribuir uma folha para cada participante responder contendo 5 perguntas de assuntos variados. As perguntas estarão numeradas de 1 a 5. Recolher as perguntas, cortá-las por número e entregar cada número para um grupo.

Ex: 1 -Time de futebol do DF que você simpatiza:

- (A) Gama
- (B) Brasiliense
- (C) D.Pedro
- (D) Ceilândia

2 - O que gosta de fazer na hora de lazer:

- (A) Ir ao shopping
- (B) Dançar
- (C) Caminhar
- (D) Dormir

Recortar as perguntas de 1 a 5 e distribuir para cada grupo uma pergunta da pesquisa para que o grupo faça o levantamento do dado, organizando um gráfico para representar sua interpretação.

### **5. Completando os pontos possíveis**

**Material:** papel A4 com a tabela impressa com o nome do jogador fictício e espaço para escrever os pontos da rodada, dado com as figuras, lápis ou caneta para completar os espaços em branco da tabela.

Distribuir uma tabela onde terá escrito o nome de três jogadores fictícios e a quantidade de pontos obtidos por eles, após 3 jogadas de um dado com figuras: estrela (5 pontos) lua (3 pontos) sol (2 pontos) árvore (1 ponto) casa (4 pontos) mico (0 ponto)

Os participantes deverão escrever à frente do nome de cada jogador as jogadas possíveis para obter o número de pontos que ele teve ao final de cada rodada.

### **6. Combinando roupa/ comida**

**Material:** revistas para recortar roupas e acessórios ou encarte de supermercado. Cartolina para o grupo colar as combinações e ligar, pincel atômico.

Levar revista de moda, para recorte de roupas e acessórios: saia, sapato, bolsa, calça etc. Se não tiver revista suficiente, levar as roupinhas separadas para fazer as combinações possíveis- diagrama de árvore. Pode variar com encartes de supermercado, para combinação de alimentos. Configuração retangular .alertar para conceito de combinação da multiplicação.

## **7. Recortes de jornal**

**Material:** recortes de jornais, revistas ou propagandas com gráficos, tesoura, cola, cartolina.

Ler e interpretar informações presentes nos meios de comunicação por meio de tabelas e gráficos pictóricos .

Cada grupo fará a leitura de um gráfico tirado de revistas e jornais e levantará questões a respeito, elaborando situações –problema.

As responsáveis pela oficina se comprometem a levar o material da oficina, como tampinhas, copos, canudos, revistas, encartes, dado com desenhos, cópias com a pesquisa de opinião, solicitando a possibilidade da SBEM, contribuir com a oficina com os seguintes materiais: 12 cartolinas brancas, 8 folhas de papel pardo, giz-de-cera, lápis, tesouras, e cola.

## O desenho como representação do pensamento matemático da criança no início do processo de alfabetização

Joana Pereira Sandes – UnB – joanapsandes@yahoo.com.br

**RESUMO:** Diante da constante necessidade de novas propostas que beneficiem o contexto de aprendizagem da matemática desde os primeiros anos de escolarização, é que venho trazer para o debate a sugestão de uma atividade diferente para a prática do cotidiano escolar, especialmente para Educação Infantil e para o 1º Ano do Ensino Fundamental de nove anos; trata-se da resolução de situações-problema por crianças não leitoras por meio do desenho. O educador que atua com crianças em processo de alfabetização, em diversas ocasiões, apresenta aos alunos tarefas em sua maioria simples, pois acredita não poder avançar e nem tampouco ousar muito nas atividades, haja vista que essas crianças ainda não sabem ler e nem escrever, nesse sentido, desenvolve tarefas pouco complexas. Seguramente pode haver espanto por parte do leitor pela proposta de ofertar às crianças não leitoras atividades que somente deveriam ser apresentadas ao longo do Ensino Fundamental, ou seja, quando elas dominassem o sistema de leitura e de escrita além das operações básicas de matemática. A fim de fornecer elementos que favoreçam a atividade docente e uma aprendizagem mais ampla e significativa para a criança é que proponho apresentar e discutir neste IV EBREM a proposta de situações-problema para crianças ainda não leitoras e essas situações-problema podendo ser solucionadas pelas crianças por meio do desenho, uma atividade simples e recorrente na infância e que na maioria das vezes gera na criança alegria e satisfação. A proposta para este mini-curso é convidar os participantes a discutirem esta outra perspectiva para o desenvolvimento da matemática desde cedo na escola, e também em conjunto analisarem trabalhos realizados pelos sujeitos de minha pesquisa de mestrado – alunos do 1º Ano do Ensino Fundamental de nove anos – na qual eu discuto a questão do desenho como meio de representação do pensamento matemático da criança em processo de alfabetização. Nessa ocasião é provável que já existam resultados referentes ao tema pesquisado e tais resultados poderão ser apresentados e também discutidos.

**Público Alvo:** Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental

### Objetivo

Normalmente, quando estamos diante de uma turma que se encontra em processo de alfabetização, pensamos geralmente em propor tarefas que sejam simples para as crianças, pois ainda estão em processo de aquisição da leitura e da escrita e por este motivo, não queremos sugerir em sala algo que julgamos ser difícil, ou impossível de ser realizado por crianças ainda não leitoras.

Nesse sentido, busco por meio de minha pesquisa de mestrado apresentar alternativas que são, na verdade, o início de uma reflexão para os educadores acerca das atividades propostas para crianças ainda não leitoras.

A minha proposta é voltada para a resolução de situações-problema para essas crianças no início da escolarização. Certamente deve surgir a seguinte pergunta para o leitor: como solucionar situações-problema se a criança ainda não domina a leitura, a escrita e nem tampouco as operações matemáticas?

As situações-problema que destaco nesta pesquisa são aquelas em que de acordo com Cândido, Diniz e Smole (2000 p. 25): “os alunos sejam capazes de imaginar, construir e buscar diferentes resoluções por diversos caminhos”.

Serão apresentadas, então, situações-problema que vão além de operações matemáticas, ou seja, que propiciem à criança criar hipóteses, buscar caminhos e refletir para solucioná-las.

Como as crianças poderão então solucionar essas questões? A proposta é a utilização do desenho como meio para a solução. Fundamento essa idéia, do desenho como alternativa de resolução de situações-problema, na concepção de Smole (2000, p. 96) a respeito do tema:

Não saber ler ou escrever não é sinônimo de incapacidade para ouvir e pensar, e há outros recursos que podem ser utilizados na busca pela solução de um problema proposto, como o desenho e a expressão pictórica.

O trabalho no qual a autora (2000) apresenta esse debate é resultado de estudos realizados por ela com relação às Inteligências Múltiplas, tema primeiramente apresentado pelo pesquisador americano Howard Gardner, e que gerou uma obra interessante onde são discutidas as Inteligências Múltiplas no âmbito da sala de aula. A autora (2000) discute nessa obra todos os espectros de competências propostos por Gardner, entre eles a competência pictórica, o desenho.

Meu objetivo principal com este mini-curso é apresentar aos educadores um modo alternativo de observar o desenvolvimento de seus alunos e fornecer também atividades que estimulem o desenvolvimento da criança em processo de alfabetização, e dessa forma tornar a aprendizagem mais significativa e importante nesse momento da escolaridade.

Um segundo objetivo é o de convidar os participantes a observarem trabalhos já realizados pelos sujeitos desta pesquisa, crianças do 1º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola da Zona Rural do Distrito Federal, a fim de debatermos a proposta de resolução de situações-problema por crianças ainda não leitoras por meio do desenho.

### **Justificativa**

Acredito que a aprendizagem da matemática vincula-se em muitas ocasiões, aos estímulos oferecidos à criança, por meio de condições favoráveis em que são criadas possibilidades de ampliação do seu conhecimento nesta disciplina.

Durante as vivências na Educação Infantil pode haver variadas oportunidades de aprendizagem para a criança; além deste segmento da educação citamos também o 1º Ano do Ensino Fundamental, o início da alfabetização, onde ocorre um maior contato da criança com os conteúdos de linguagem e, às vezes, o seu primeiro contato com os conteúdos de matemática.

Aproveitar esses momentos de aprendizagem e propor situações – não somente voltadas para a linguagem, mas também para a matemática – que gerem na criança possibilidades de raciocínio, de criar hipóteses e desenvolver habilidades nestas áreas de conhecimento, é um trabalho muito valioso e importante no contexto escolar.

Quando me refiro à matemática como uma área que deva ser valorizada por nós, educadores, desde cedo, apoio-me nas idéias de Cândido, Diniz e Smole (2000, p. 9), quando apresentam questões referentes ao aprendizado da matemática na Educação Infantil:

As preocupações com um ensino de matemática de qualidade desde a Educação Infantil são cada vez mais freqüentes, e são inúmeros os estudos que indicam caminhos para fazer com que o aluno dessa faixa escolar tenha oportunidades de iniciar de modo adequado seus primeiros contatos com essa disciplina.

Propor situações-problemas para que essas crianças não leitoras obtenham um contato significativo com esse tipo de atividade e também com a matemática, é algo diferente e que merece ser considerado por nós, educadores, pois a criança, para desenvolver-se em qualquer disciplina, necessita de estímulos e condições favoráveis.

### **Metodologia do Mini-curso**

Após uma exposição acerca da minha trajetória acadêmica, profissional e os caminhos que me conduziram a esta temática do meu trabalho, apresentarei aos participantes as bases teóricas, com as quais venho construindo minha pesquisa.

No momento seguinte, haverá a apresentação dos dados obtidos na pesquisa, além de resultados que poderão também estar consolidados nessa ocasião.

Minha proposta prática principal neste mini-curso é de sugerir aos participantes que analisem os trabalhos realizados pelas crianças com relação à resolução de situações-problema por meio do desenho. Esses trabalhos serão os que em minha pesquisa foram coletados em campo, e os quais estarão disponíveis para a análise dos participantes.

Apresentarei as situações-problema que foram propostas às crianças e a partir daí, os participantes em grupos de cinco farão a análise das atividades, a fim de observarem se de fato as crianças conseguiram representar seu pensamento matemático na resolução por meio do desenho.

Essas análises serão registradas pelos grupos, e poderão ser inseridas em minha dissertação como um capítulo referente ao desenvolvimento deste mini-curso.

### **Materiais necessários**

- Folhas brancas
- Canetas
- Data show

### **Referências Bibliográficas**

CÂNDIDO, Patrícia; DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia. *Resolução de problemas*. v 2. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMOLE, Kátia C. S. A. *Matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

# Equivalência de áreas e visualização geométrica no tangram

Josaphat Morisson de Moraes – FAE – [josaphat\\_morrison@yahoo.com.br](mailto:josaphat_morrison@yahoo.com.br)

**RESUMO:** O *tangram*, milenar quebra-cabeça chinês, é muito utilizado pelos professores de Matemática. Com ele é possível construir cerca de 1.700 figuras distintas, envolvendo diversos temas. No entanto, a experiência tem mostrado que reproduzir as figuras é um processo difícil, que exige abstração e capacidade de visualização, presentes em níveis diferenciados nos alunos. O presente trabalho, que utiliza basicamente a equivalência de áreas entre as peças do *tangram*, é um “fazer matemática” que pode contribuir para o desenvolvimento progressivo da capacidade de reproduzir as figuras. Inicialmente iremos construir as sete peças do *tangram*, a partir de uma folha de papel e por meio de dobraduras. O processo de construção permitirá um primeiro contato com as figuras geométricas planas e a percepção da composição e relações de equivalência existentes entre elas. Construído o *tangram*, iremos trabalhar o conceito de equivalência de área entre peças e entre peças e conjuntos de peças, por decomposição. Inicialmente, serão estabelecidas nove equivalências. A seguir, as equivalências serão trabalhadas em situação de montagem de figuras simples, formadas por poucas peças, com questões de raciocínio geométrico. A atividade seguinte consistirá em montar simultaneamente, utilizando-se todas as peças, figuras congruentes, nas quais os triângulos grandes estão aparentes e simplificam as operações mentais na busca da solução. Mas é uma situação a refletir, pois as peças sugeridas pelas figuras não estarão disponíveis em número suficiente. A montagem estabelecerá três novas equivalências, agora entre diferentes grupos de peças. Em seguida, a tarefa de montar figuras congruentes será novamente proposta, com a diferença de os triângulos grandes não estarem mais aparentes, mas apenas sugeridos, exigindo um esforço maior para a visualização. As equivalências construídas na atividade anterior serão utilizadas. A atividade a seguir, com um grau maior de complexidade, consistirá em montar simultaneamente figuras congruentes, aparentemente formadas pelos dois triângulos maiores. Numa das figuras, os triângulos, de fato, formam uma única composição; na outra, os triângulos devem ser formados pelas peças menores, com base nas relações de equivalência vistas. Finalizando, depois do trabalho com duplas de figuras congruentes, o raciocínio será feito sobre todas as possibilidades de montagem de uma mesma figura geométrica plana, questão que envolve equivalência e permutação de peças. Após a resolução das dezesseis questões propostas, espera-se a melhora da capacidade de visualização geométrica. No decorrer e ao final das atividades, os professores dos anos finais do Ensino Fundamental terão oportunidade de discutir e refletir sobre as novas possibilidades conceituais vivenciadas.

**Público alvo:** Professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

## **Objetivo:**

Explorar uma alternativa de utilização do quebra-cabeça chinês *tangram*, no intuito de desenvolver a capacidade de visualização geométrica.

## **Justificativa:**

Com o *tangram* é possível construir cerca de 1.700 figuras distintas. A experiência tem mostrado que reproduzir as figuras é um processo difícil, que exige abstração e capacidade de visualização. O trabalho com equivalência de áreas no *tangram* é um “fazer matemática” que pode contribuir para o desenvolvimento progressivo da capacidade de reproduzir figuras geométricas planas ou figuras formadas por figuras geométricas planas.

## **Metodologia:**

O mini-curso está montado em forma de estudo dirigido, em grau crescente de complexidade, para um período de duas horas. As atividades serão executadas pelos próprios participantes, segundo roteiro estabelecido. A cada etapa realizada, será estimulada a reflexão no âmbito da Educação Matemática.

**Atividades propostas:**

Inicialmente iremos construir as sete peças do *tangram*, a partir de uma folha de papel e por meio de dobraduras. O processo de construção permitirá um primeiro contato com as figuras geométricas planas do *tangram* e a percepção da composição e relações de equivalência existentes entre elas. Nesse sentido, o processo será executado em sete passos, descritos a seguir, intercalado com questões sobre conservação de superfície, colocadas aos participantes:

1º) Tome uma folha de papel ofício e forme o maior quadrado possível, dobrando-a formando um triângulo, até que o vértice coincida com o lado oposto.

2º) Pela diagonal, divida o quadrado em dois triângulos. *Forme um triângulo e um paralelogramo com os dois triângulos.* As tarefas propostas demonstram as possibilidades de composição de outras figuras com dois triângulos retângulos isósceles congruentes: pelo lado maior, um quadrado, de onde se originaram; pelo lado menor, um paralelogramo e um triângulo maior. *Qual das figuras formadas possui maior área, o triângulo maior ou o paralelogramo?* A pergunta provoca o raciocínio sobre a conservação de superfície, uma vez que não foi adicionada ou suprimida qualquer peça. As figuras envolvidas possuem mesma altura e comprimento.

3º) Pela altura, divida um dos triângulos ao meio. *Forme um retângulo, um triângulo e um trapézio com os três triângulos.* *Qual dessas figuras formadas possui maior área?* Uma nova pergunta sobre a conservação de superfície, aproveitando-se do acréscimo de peças e variações significativas de altura e comprimento das figuras formadas.

4º) Apóie o triângulo maior pela base maior, marque a metade da base, coincida o vértice nesse ponto e retire o triângulo formado. *Forme um paralelogramo com as quatro peças.*

5º) Apóie o trapézio pela base maior, marque a metade da base, dobre uma ponta, coincidindo o vértice nesse ponto e retire o triângulo formado. *Forme um triângulo com as cinco peças.*

6º) Retire o quadrado formado pela dobra ao meio da base menor.

7º) Por fim, dobre o canto reto da base maior, coincidindo a ponta com a base menor e retire o triângulo. *Forme o quadrado inicial.*

Construído o *tangram*, iremos trabalhar o conceito de equivalência de área entre peças e conjuntos de peças, pela decomposição de peças. Inicialmente, serão nove equivalências (de E1 a E9):

Entre triângulo médio e triângulos pequenos	E1 =	+	
Entre quadrado e triângulos pequenos	E2 =	+	
Entre paralelogramo e triângulos pequenos	E3 =	+	
Entre triângulo médio quadrado e paralelogramo	E4 =		E5 =
		E6 =	
Entre triângulo grande triângulo médio e triângulos pequenos	E7 =	+	+
Entre triângulo grande quadrado e triângulos pequenos	E8 =	+	+
Entre triângulo grande paralelogramo e triângulos pequenos	E9 =	+	+

A seguir, as equivalências serão trabalhadas em situação de montagem de figuras, com questões de raciocínio geométrico.

1) Formar o quadrado com a inclusão da peça que está de fora:

A figura possui dois espaços vazios na forma do triângulo pequeno. Com base na equivalência E1, substituir os 2 triângulos pequenos pelo triângulo médio e ocupar os espaços vazios.

2) Formar o triângulo com a inclusão da peça que está de fora:

Conforme a equivalência E5, o espaço vazio corresponde ao quadrado que, por sua vez, equivale a 2 triângulos pequenos (E2), unidos pelo lado maior. A colocação do quadrado vai preencher metade do espaço vazio e vai coincidir com parte do triângulo médio. Então, por E1, substituir os 2 triângulos pequenos pelo triângulo médio e ocupar os espaços vazios.

3) Colocar a peça que está de fora de modo a formar dois paralelogramos colados, conforme a figura (ELFFERS, 1988, p. 169):



Deslocar o triângulo médio para o espaço vazio não abrirá o espaço necessário ao paralelogramo. Pela equivalência E6, o espaço vazio corresponde ao paralelogramo que, por sua vez, equivale a 2 triângulos pequenos (E3), unidos pelo lado menor. Se o triângulo pequeno do centro for rotacionado  $90^\circ$  para a direita, abrirá o espaço exato para o paralelogramo.

4) No trapézio retângulo, substituir uma peça pela peça que está de fora:

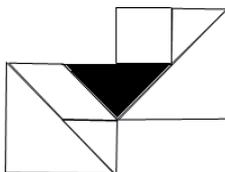
Em relação ao triângulo grande formado pelas três peças, trata-se de substituir a equivalência E7 pela E8.

5) No trapézio retângulo, substituir uma peça pela peça que está de fora:

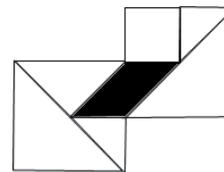
Em relação ao triângulo grande formado pelas três peças, trata-se de substituir a equivalência E7 pela E9.

6) Construir duas figuras congruentes à figura abaixo:

1ª solução



2ª solução



Para a composição dos dois quadrados, um triângulo grande estará presente em cada um. Assim, a solução recai na montagem dos outros dois triângulos grandes, para os quais são conhecidas as equivalências E7, E8 e E9. Como cada equivalência requer dois triângulos pequenos, elas deverão ser combinadas *duas a duas*. A peça de ligação deverá ser escolhida de modo a ceder um triângulo pequeno para cada uma. Na primeira configuração, o triângulo médio (E1) é a peça de ligação entre as equivalências E8 e E9; na segunda, o paralelogramo (E3) se divide entre as equivalências E7 e E8.

A atividade seguinte consiste em montar simultaneamente figuras congruentes, utilizando todas as peças do tangram. É uma situação a refletir, pois o número de peças sugerido não estará disponível. A montagem estabelecerá três novas equivalências, agora entre grupo de peças. Nas figuras propostas, os triângulos grandes estão aparentes e simplificam as operações mentais na busca da solução.

7) Figuras nas quais estão sugeridos o quadrado e o triângulo médio (ELFFERS, 1988, p. 164):



O exercício de montagem possibilita estabelecer a equivalência:

**E10:** triângulo médio + quadrado = paralelogramo + 2 triângulos pequenos.

8) Figuras nas quais estão sugeridos o quadrado e o paralelogramo (ELFFERS, 1988, p. 166):



O exercício de montagem possibilita estabelecer uma nova equivalência:

**E11:** quadrado + paralelogramo = triângulo médio + 2 triângulos pequenos

9) Figuras nas quais estão sugeridos o paralelogramo e o triângulo médio (ELFFERS, 1988, p. 166):



O exercício de montagem possibilita estabelecer outra equivalência:

**E12:** triângulo médio + paralelogramo = quadrado + 2 triângulos pequenos

Em seguida, a tarefa de montar figuras congruentes é novamente proposta, com a diferença de os triângulos grandes não estarem mais aparentes, mas apenas sugeridos, exigindo um esforço maior para a visualização. As equivalências construídas na atividade anterior serão utilizadas e a solução admite uma variante de composição, destacada na moldura retangular.

10) Com as 7 peças do *tangram*, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 164):



Pela equivalência E10, um triângulo médio + quadrado = paralelogramo + 2 triângulos pequenos.

11) Com as 7 peças do *tangram*, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 164):



Pela equivalência E11, quadrado + paralelogramo = triângulo médio + 2 triângulos pequenos.

12) Com as 7 peças do *tangram*, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 166):



Pela equivalência E12, triângulo médio + paralelogramo = quadrado + 2 triângulos pequenos. Essa é a segunda configuração possível com a equivalência.

A atividade seguinte consiste em montar simultaneamente figuras congruentes, aparentemente formadas pelos dois triângulos maiores. Numa das figuras, os triângulos, de fato, formam uma composição. Na outra, os triângulos devem ser formados pelas peças menores, com base nas relações de equivalência vistas.

13) Com as 7 peças do *tangram*, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 164):



Semelhante à questão 6), a situação requer abstrair qual peça servirá de ligação. Em função da espessura da figura, o quadrado com seus dois triângulos unidos pelo lado maior, é a peça adequada.

14) Com as 7 peças do *tangram*, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 164):



Para essa situação, o paralelogramo é mentalmente dividido em dois triângulos menores para estabelecer a ligação entre os dois triângulos.

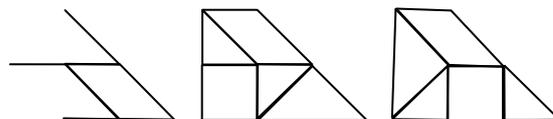
15) Com as 7 peças do tangram, formar as duas figuras congruentes (ELFFERS, 1988, p. 164):



Semelhante à questão 2), o triângulo médio é a peça que é formada por dois triângulos colocados lado a lado, coincidindo o lado menor e formando um ângulo reto. Por essas características, ela é adequada para fazer a ligação entre as figuras.

Finalizando, depois do trabalho com duplas de figuras congruentes, o raciocínio será feito em cima das possibilidades de montagem de uma mesma figura.

16) Com as cinco menores figuras planas do tangram, construir todas as possibilidades de trapézio retângulo:



### Referência Bibliográfica

ELFFERS, Joost. *Tangram – the ancient chinese shapes game*. Londres: Penguin Books, 1988.

# Dobraduras em um contexto geométrico e interdisciplinar

Mônica Menezes de Souza – SEE/DF – profmonicams@yahoo.com.br  
Eliene Maria Alves Dias – SEE/DF – Inmat023@yahoo.com.br

**RESUMO:** Esse mini-curso é destinado aos professores em geral e aborda desde conceitos geométricos trabalhados nos anos iniciais até a construção de sólidos geométricos estudados no ensino médio. A Geometria perpassa por toda a educação básica, sendo, dessa maneira muito extensa, por isso daremos ênfase a alguns conceitos, que serão apresentados de maneira encadeada, dinâmica e interdisciplinar, utilizando-se dobraduras de papel. A dobradura é uma ferramenta didática rica em possibilidades, acessível a toda sala de aula devido ao seu baixo custo e facilidade de manuseio, e possibilita a construção, demonstração e aplicação de conceitos geométricos.

**Palavras-chave:** geometria, dobradura, conceitos geométricos, atividade interdisciplinar.

## 1. Introdução

Atualmente a Geometria é vista como uma área que possibilita o desenvolvimento do senso estético, da criatividade, da visão espacial e o estabelecimento de conexões entre a Matemática e outros conhecimentos. Mas nem sempre o ensino da Geometria se deu dessa forma, por muito tempo enfatizou-se o ensino de axiomas, teorias e propriedades (TOLEDO; TOLEDO, 1997, P. 221).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN de Matemática consideram que a Geometria deve ser trabalhada “a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos esculturas e artesanato” (BRASIL, 2001, p. 56), dessa forma, é possível que o aluno relacione os conceitos geométricos com o seu cotidiano.

A utilização da dobradura como ferramenta didática é uma alternativa rica em possibilidades, acessível a toda sala de aula devido ao seu baixo custo e facilidade de manuseio, e permite a construção, demonstração e aplicação de conceitos geométricos a partir da manipulação e criação de formas, figuras e objetos.

## 2. Objetivos

**Geral:** Promover um olhar interdisciplinar sobre o uso de dobraduras no desenvolvimento de conceitos geométricos.

### Específicos:

- Estimular o interesse na realização de atividades pedagógicas que despertem a criatividade do aluno;
- Incentivar o uso das dobraduras como uma ferramenta didática que pode permitir a visualização, a exploração e o entendimento de conceitos geométricos;
- Despertar uma visão interdisciplinar a partir de atividades envolvendo conceitos geométricos.

## 3. Justificativa

O ensino da Matemática, na atualidade, deve partir de situações de exploração do ambiente que nos cerca para chegar à formalização de conceitos científicos. O estudo da Geometria pode ser todo desenvolvido a partir das formas encontradas no nosso dia-a-dia uma maneira interativa, lúdica e criativa. Com este mini curso, queremos despertar no docente um novo olhar para ensino de conceitos geométricos a partir da utilização de dobraduras e de atividades envolvendo a arte e a produção de texto.

## 4. Público-Alvo

Este mini curso será oferecido aos professores em geral.

## 5. Carga-Horária

A carga horária é de quatro horas.

## 6. Metodologia

Serão confeccionadas dobraduras com a função de estudar alguns conceitos geométricos tais como reta, polígonos e poliedros, a produção de textos narrativo e poético e de atividades lúdicas e artísticas.

## 7. Recursos

- Sala ampla;
- Mesas/carteiras individuais para confecção das dobraduras.

## 8. Material

- Uma tesoura para cada participante;
- 20 folhas de papel off-set tamanho 15cm x 15cm para cada participante;
- Folha branca;
- Cola;
- Lápis de cor;

## 9. Avaliação

- Formulário próprio para a avaliação distribuído pelos coordenadores da oficina.

## 10. Referências Bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática: primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. 3. ed. Brasília, 2001. 142 p.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

### Cronograma da oficina

ATIVIDADE	TEMPO
Apresentação	5 min
Dinâmica do barco	10 min
Comentários sobre o PCN de matemática – bloco espaço e forma	10 min
Estudo de conceitos geométricos: linhas, curvas, ponto, reta e plano	5 min
1ª. parte da dinâmica do barbante (colar o barbante)	5 min
Estudo de conceitos geométricos: simetria	10 min
kirigami	30 min
2ª. parte da dinâmica do barbante (pintar uma figura; produzir o texto coletivo)	30 min
Estudo de conceitos geométricos: linha poligonal e polígonos	5 min
Construção de figuras planas	30 min
Construção do flexágono (dobrar, pintar, brincar)	20 min
Construção da guirlanda/catavento e produção de texto	20 min
Construção do Isoaxis (dobrar e brincar)	20 min

ATIVIDADE	TEMPO
Estudo de conceitos geométricos: sólidos geométricos e poliedros	5 min
Construção do cubo e de um poliedro estrelar	30 min
Avaliação das atividades	5 min

## Estudo dos números complexos através do geogebra

Ruth Guimarães Bragança

**RESUMO:** A influência das novas tecnologias no perfil do jovem é crescente a cada dia. Em ritmo mais lento, cresce também a discussão dessas novas tecnologias em sala de aula. E, cada vez mais, educadores aderem a esses recursos e os defendem. Mas muitos ainda se mostram resistentes. Esse trabalho propõe o uso de um *software* de fácil manipulação e aquisição, o GeoGebra, para o estudo de números complexos em turmas de Ensino Médio.

É crescente a influência do computador no cotidiano dos jovens nos últimos anos. Fonte de informação de acesso rápido, o uso do computador vêm sendo muito discutido entre grupos de educadores. Porém, muitos professores ainda não vêem na informática um campo que pode ser aplicado à educação. Os motivos que os levam à resistência a essas novas tecnologias são vários: medo do desconhecido, falta de conhecimento sobre a utilização das máquinas ou falta de conhecimento dos *softwares* disponíveis. Por outro lado, cresce à cada dia, o número daqueles que a defendem. A tecnologia oferece um ambiente onde o aluno pode experimentar, formular hipóteses e ressignificar seus conceitos e ações.

As experiências escolares com o computador também têm mostrado que seu uso efetivo pode levar ao estabelecimento de uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional. (BRASIL, 2001, p. 44)

Para um bom aproveitamento do trabalho é preciso, antes de tudo, profissionais preparados para lidar com essas novas tecnologias.

A escolha dos aplicativos, dos programas, das mídias como apoio à aprendizagem, o redirecionamento do ensino em face das respostas que vão sendo fornecidas no processo, as teorias e os métodos são elementos indispensáveis para formação do novo professor, capaz de inovar sua prática, sua metodologia. (OLIVEIRA, 2006)

A capacitação do professor torna-se crucial e ele precisa estar atento para perceber quais os recursos que realmente podem contribuir para a construção do conhecimento e, além disso, necessita saber operá-los.

Dentre os vários recursos tecnológicos disponíveis para a educação, os de destaque na matemática são os *softwares* de Geometria Dinâmica. Através desses recursos, é possível construir diversos elementos geométricos e manipulá-los preservando suas relações. Isso permite explorar os conceitos relacionados a esses elementos levando o aluno a tirar suas próprias conclusões. Segundo Marrades & Gutiérrez (2000):

“Os programas de Geometria Dinâmica auxiliam o professor a criar ambientes de aprendizado nos quais o aluno pode experimentar e observar a permanência ou não de propriedades matemáticas, propondo e verificando conjecturas de forma muito mais simples se comparada a qualquer outra forma tradicional utilizando régua e compasso.”

Esses recursos trazem para a tela do computador a régua, o compasso entre outras ferramentas necessárias para o estudo da Geometria. Com a ajuda do *mouse* e poucos toques é possível construir e manusear esses elementos e construções, e a partir deles formular hipóteses e verificar conjecturas.

Dentre esses *softwares*, será destacado nesse trabalho o GeoGebra. Este, porém, não trabalha apenas com elementos geométricos mas estabelece sua relação algébrica, permitindo trabalhar conteúdos de geometria, trigonometria e álgebra, entre outros. Por exemplo, um ponto criado na área de trabalho, também chamada Janela de Visualização, tem suas coordenadas apresentadas na Janela de Álgebra no lado esquerdo da tela. Também, é possível criar esse mesmo ponto, digitando suas coordenadas no Campo Entrada na parte inferior da tela. O mesmo pode ser feito com as retas, segmentos, círculos, gráficos de funções e vários outros elementos geométricos e algébricos.

- Discutir a utilização de *softwares* educacionais;
- Explorar o GeoGebra como recurso para o estudo de números complexos.

Este trabalho propõe o uso do GeoGebra para o estudo dos números complexos. Através das coordenadas, é possível representar e manipular números complexos na tela do Geogebra, seus módulos e argumentos, fazer a transposição entre as formas algébricas e trigonométricas, e ainda representar a soma, diferença, produto e quociente de dois números complexos.

O trabalho será realizado, durante 2 horas, com a utilização do *software* GeoGebra em um laboratório de informática. Será oferecido para um grupo máximo de 40 participantes divididos em 2 grupos. O laboratório deverá estar equipado com um projetor de multimídia (canhão, data-show). Será distribuído material impresso para o acompanhamento dos participantes.

### **Referências Bibliográficas**

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 2001.

MARRADES, R. & A. GUTIÉRREZ (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics* 44(1), 87–125.

OLIVEIRA, Elizabeth Magalhães. *Metodologia para o uso da informática na educação*, Educação Matemática em Revista, nº 23. Ano 13. 2006, p. 57 – 67.

## Explorando tópicos de trigonometria no geogebra

Jorge Cássio Costa Nóbriga - FAJESU-DF e FAST-DF  
Luís Cláudio Lopes de Araújo – UniCEUB – DF

**RESUMO:** Diversas pesquisas em Educação têm verificado que o uso adequado da informática pode trazer contribuições para o processo de aprendizagem e ensino. Por outro lado também é um fato que tais contribuições ainda não chegaram a grande parte da população estudantil. Um dos motivos para isso pode ser auto custo para aquisição de softwares educativos. Assim, é preciso procurar alternativas de menor custo e uma dessas possibilidades é software livre Geogebra. O propósito deste trabalho é mostrar aos professores de Ensino Médio como se explorar as potencialidades desse software para o ensino de Trigonometria. No desenvolvimento do mini-curso serão exploradas a Barra de Ferramentas, o Campo de Entrada e a Janela de Álgebra do Geogebra para a compreensão de assuntos da Trigonometria, tais como seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo, ciclo-trigonométrico, lei dos senos e funções trigonométricas.

### JUSTIFICATIVA

É comum ver professores deferem a idéia de que, em matemática, tudo deve ser feito à mão, sem auxílio de recurso nenhum. Uma discussão antiga é a questão do uso de calculadoras nas escolas. Uns acreditam que depois do aluno dominar as operações aritméticas com números inteiros, frações ordinárias e decimais não há motivo para inibir o uso de tal ferramenta.

O surgimento das calculadoras eletrônicas representa um enorme progresso na direção da eficiência, precisão e rapidez nas contas, em quase todos os segmentos da sociedade moderna. Seria impossível negar, ou mesmo tentar diminuir a ênfase desta afirmação, pois o sucesso comercial de tais máquinas prova a eloqüentemente sua utilidade. (LIMA 1985)

Tal afirmação foi feita há mais de 17 anos em resposta a um outro professor que perguntara sobre o uso de calculadoras em cursos de Ensino Fundamental e Médio. De lá para cá muito foi desenvolvido no que diz respeito às ferramentas que podem ser usadas por professores em sala de aula. As próprias calculadoras evoluíram com relação à simplicidade de uso. No entanto, o que mais tem se destacado é o desenvolvimento de softwares educativos. Dentre os diversos softwares que podem ser utilizados no ensino de matemática, destaca-se os de Geometria Dinâmica (GD). Bellemain (2001) afirma que “A Geometria Dinâmica permite considerar e conceber uma representação de objetos matemáticos abstratos em várias configurações, podendo modificar suas posições relativas” (p.1314). Assim, os programas de GD podem contribuir em diversos aspectos:

A GD permite construir. Como observa Brandão e Isotani (2003, p.1487), num antigo ditado atribuído a Confúcio: “O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz”;

A partir da construção, o aluno pode visualizar e manipular: a GD possibilita visualizar uma mesma construção de diversas formas, e dessa maneira, facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos (RODRIGUES 2002). Isso faz ressaltar aos olhos as propriedades variantes e as invariantes a partir dos movimentos rotacionais e translacionais dos objetos geométricos;

O aluno pode experimentar e conjecturar: a Geometria Dinâmica evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Desse modo, podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir do retorno gráfico oferecido pelo programa de GD, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução (GRAVINA 1996);

Auxilia na elaboração de idéias mudando a função do desenho de representante de objetos materiais para representação de noções abstratas;

Possibilita registrar os procedimentos para serem revisitados tanto pelo próprio aluno/autor como pelo professor/pesquisador.

Atualmente existem diversos softwares de Geometria Dinâmica e, dentre eles, destacamos o GeoGebra. O autor (Markus Hohenwarter) ressalta que é um software que vai além da Geometria Dinâmica, sendo classificado como um software de Matemática Dinâmica. Isso se deve ao fato de que ele trabalha tanto com representações geométricas quanto algébricas. Na Figura 1 pode-se visualizar a tela do programa.

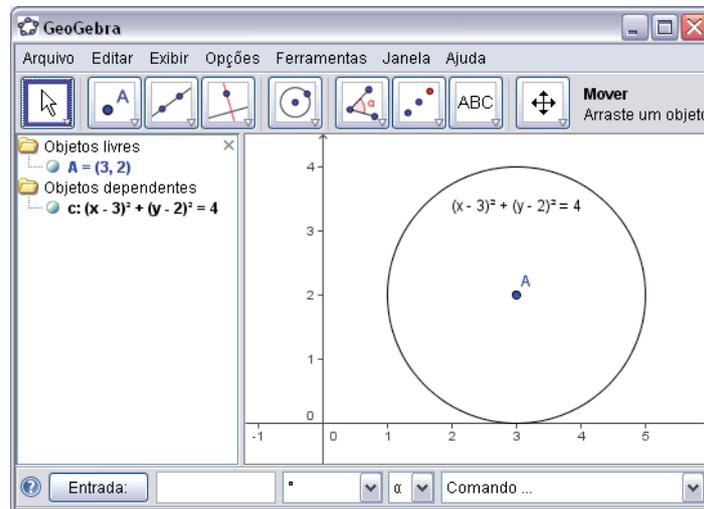


Figura 1: Uma tela do GeoGebra com uma circunferência e sua equação

### Por que usar softwares como o GeoGebra em sala ou laboratórios?

De um modo geral um software de Geometria Dinâmica permite movimentos interativos que possibilitam ao professor fazer coisas que seria muito difícil apenas com quadro e giz. Poderíamos exemplificar isso através da seguinte situação: Para ensinar alguns conceitos de trigonometria, um professor desenha no quadro algo parecido com o que esta na Figura 2.

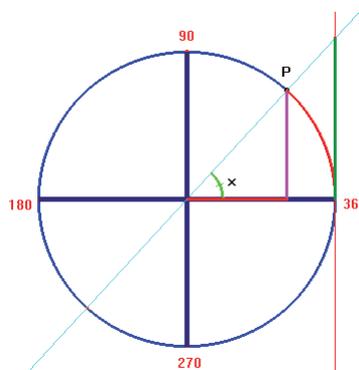


Figura 2: Desenho estático que pode ser feito pelo professor no quadro tradicional

Após isso, pode-se solicitar que os alunos imaginem o ponto P movendo-se sobre a circunferência, observando a abscissa e a ordenada desse ponto. Provavelmente o que o professor espera é que os alunos percebam algumas propriedades do seno e co-seno no ciclo-trigonométrico. No entanto, ele pode não alcançar seu objetivo se seus alunos não conseguirem imaginar o movimento. O GeoGebra permite criar este ambiente sem muitas dificuldades (veja figura 3).

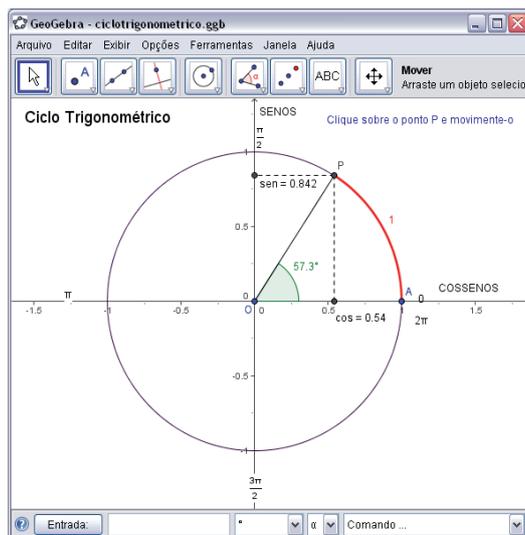


Figura 3: Informações dinâmicas que podem ser usadas no GeoGebra. Acesse em <http://www.luisclaudio.mat.br/coloquio2008/ciclotrigonometrico.html>

Além de trigonometria há diversas situações onde o uso de um software como o GeoGebra poderia facilitar o aprendizado dos alunos. O trabalho para o professor pode ser bem menor. Não é difícil construir um ambiente em que se mostrem todas aquelas propriedades envolvendo, por exemplo, funções trigonométricas, onde pode-se explorar conceitos importantes tais como domínio, imagem, período, amplitude, etc. Veja exemplo na figura 4.

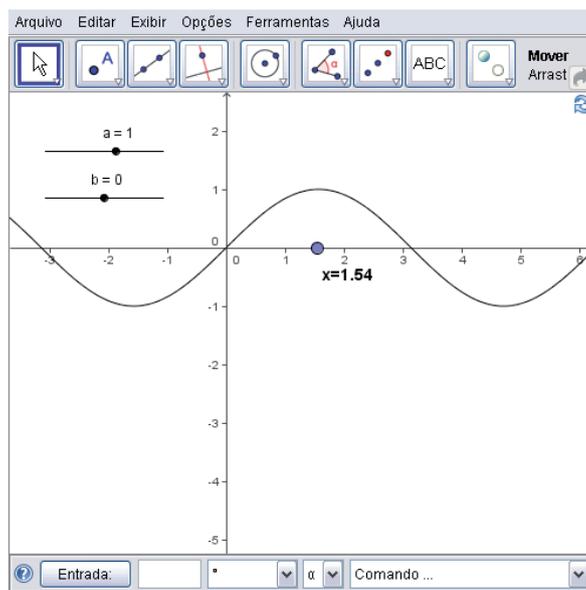


Figura 4: Ambiente dinâmico criado com o GeoGebra para estudo de funções afins.

É possível ilustrar com relativa facilidade, por exemplo, a lei dos senos, dos co-senos, e praticamente qualquer um dos tópicos de Geometria Analítica (veja Figura 5).

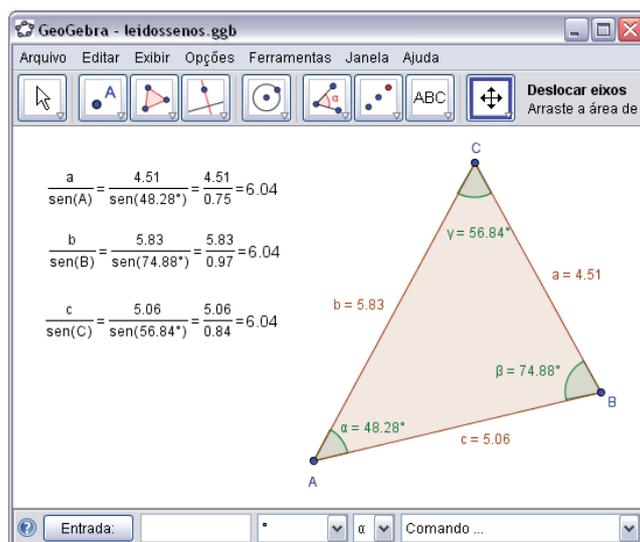


Figura 5: Ilustração sobre a Lei dos Senos. Acesse em <http://www.luisclaudio.mat.br/coloquio2008/leidossenos.html>

No entanto, o software sozinho não ensina coisa alguma. Conforme Saint (1995),

Assim como um bom livro-texto não é, por si só, garantia de um bom curso, também um bom software precisa ser bem explorado por mestre e alunos para dar bons resultados. Ao contrário do que esperam muitos administradores educacionais, o computador não faz milagres.

É possível explorar diversos outros assuntos, ganhando-se tempo e aumentando-se o nível de compreensão dos alunos. No entanto, apenas os softwares de Geometria Dinâmica não podem ensinar coisa alguma. Para que o ensino com esse recurso possa ser efetivo é preciso que o professor esteja preparado para usar tais programas. Além disso, é preciso que haja material didático de apoio a essas aulas.

## Objetivos

Explorar o Geogebra para o ensino de Trigonometria;

Apresentar algumas possibilidades de aulas de matemática através do GeoGebra;

Preparar os professores cursistas de Ensino Médio para explorar algumas possibilidades do GeoGebra.

## Conteúdo

O minicurso proposto será dividido em 2 módulos, cada um ministrado em duas horas. No 1º módulo será explorado a **Barra de Ferramentas** do GeoGebra. Assim, será feita uma discussão sobre ambiente propício para aprendizado. Exploraremos as funções acessadas por meio da Barra de Ferramentas e modificação das propriedades dos objetos. Neste módulo, serão abordados os seguintes temas: Seno, cosseno e tangente de ângulos agudos; Ciclo-Trigonométrico e Lei dos Senos.

No 2º módulo será explorado o **Campo Entrada** do GeoGebra. Será visto como se acessar as principais funções vistas no Módulo 1 via comando escrito. Neste módulo serão abordadas as funções trigonométricas.

Método de Estudo e recursos didáticos

O mini-curso será oferecido para 20 cursistas em laboratório equipado com pelo menos 10 computadores. O software usado será o GeoGebra. É necessário que o laboratório esteja equipado com um projetor multimídia (canhão, data-show). Os cursistas receberão material impresso com objetivo de auxiliar durante o desenvolvimento das atividades. Estas serão feitas em duplas e com auxílio de um dos ministrantes.

**Referências Bibliográficas**

LIMA E. (1985) Conceitos e Controvérsias – Deve-se usar máquina calculadora na escola?, **RPM07**, pp.20–22.

BELLEMAIN F. Geometria Dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design. 4., 2001, São Paulo: **Anais...São Paulo: Usp**, 2001. p. 1314-1329.

BRANDÃO, L.O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: iGeom. In: Workshop de informática na educação, 9., 2003, Campinas: Anais .... Campinas:UNICAMP, 2003. p.1476-1487.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In : Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 7., Belo Horizonte: Anais ... Belo Horizonte: SBC, 1996. p. 1-13.

RODRIGUES, D. W. L. Uma Avaliação Comparativa de Interfaces Homem-Computador em Programas de Geometria Dinâmica. 2002. 161 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Ergonomia) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2002.

SAINT, J. “O Cabri Géomètre”, **RPM 29** (1995), pp.36–40.

# O brincar e os jogos na aprendizagem matemática

Milene da Fátima Soares - UnB

**RESUMO:** O minicurso “O brincar e os jogos na aprendizagem matemática” tem como objetivo propiciar vivências lúdicas na aprendizagem matemática através de jogos a fim de que o participante reflita sobre a prática pedagógica e perceba que é possível aprender com situações significativas e prazerosas. Considerando o processo de escolarização nos anos iniciais do Ensino Fundamental acompanhamos ainda um processo desconexo entre a realidade infantil, seu imaginário e a aprendizagem escolar. As aprendizagens escolares poderiam primar para além do silêncio, da reprodução de idéias e da passividade corporal. Cabe salientar a necessidade de mudanças na práxis, especialmente na relação com a matemática, socialmente vista como “bicho papão”. Nesse sentido, temos um desafio metodológico que envolve a apropriação da cultura lúdica e dos jogos no contexto de aprendizagem escolar.

**Duração:** 4 horas

**Número de participantes:** 30

**Indicação do público alvo:** Educação Infantil, Ensino Fundamental, Educação de Jovens e Adultos.

## **Objetivos:**

- Propiciar vivências lúdicas na aprendizagem matemática através de jogos.
- Conhecer a historicidade, o papel do brincar e dos jogos na educação.
- Provocar nos participantes a curiosidade sobre a aprendizagem por meio do lúdico.
- Mobilizar novas estratégias pedagógicas de forma reflexiva no contexto escolar utilizando os jogos matemáticos.

## **Justificativa:**

Considerando o processo de escolarização nos anos iniciais do Ensino Fundamental acompanhamos ainda um processo desconexo entre a realidade infantil, o imaginário infantil e a aprendizagem escolar. As aprendizagens escolares poderiam primar para além do silêncio, da reprodução de idéias e da passividade corporal. Nesse sentido, cabe salientar a mudança da práxis especialmente na relação com a matemática, socialmente vista como “bicho papão”, assim, temos um desafio metodológico que envolve a apropriação do lúdico, do brincar nas relações e no contexto de aprendizagem escolar. O brincar está imerso nas crianças que buscam sempre prazer, diversão e, como enfatiza Huizinga (1938, p. 10) “As crianças e os animais brincam porque gostam de brincar, e é precisamente em tal fato que reside sua liberdade”. Diante dessa concepção seria interessante o professor utilizar o brincar e o jogar a favor da educação, propiciando à criança aprendizagem prazerosa, desafiadora e criativa. Como o professor mediar a aprendizagem por meio dos objetos culturais?

Dessa forma, a escola poderia dispor de momentos nos quais as crianças possam brincar livremente com jogos diversos e, posteriormente, se apropriar do jogo matemático para exporem seu conhecimento matemático? Pressupõe-se que a construção matemática nos anos iniciais poderia, via lúdico, ser mais agradável e divertida ao considerar a afetividade e a socialização da criança; propiciando também ao professor, agir na zona de desenvolvimento proximal de cada uma, desafiando-a, motivando-a a conhecer mais. Lembrando que a zona de desenvolvimento proximal, segundo Liev Semionovitch Vigotski (1933, p. 95), é “a distância entre o nível atual (real) e o nível de desenvolvimento potencial (sujeito realiza suas ações por meio da interação de outra criança ou adulto mais competente)”. Ou seja, a distância entre o que a criança sabe e faz sozinha e o que faz com a interferência de outro, resultando no potencial que ela tem, a partir daí para construir.

Sendo assim, o jogo seria um eixo condutor dos processos de mediação pedagógica e o professor poderia acompanhar e desenvolver novas atividades norteando a aprendizagem das crianças. Portanto, é importante o

professor compreender melhor o jogo, suas implicações na aprendizagem e sua apropriação de forma reflexiva, voltada para a valorização do conhecimento da criança, permitindo uma aprendizagem matemática dinâmica, prazerosa e sem medos.

**Metodologia:**

- Primeiramente, espalhar as caixas de jogos matemáticos no centro da sala e deixar trinta cartas coloridas na entrada da sala para que cada participante ao chegar escolha uma;
- Depois, organizar a apresentação inicial (nome e atuação). Nesse momento cada participante ao se apresentar pegara um material da caixinha matemática e falara o que o objeto lhe lembra;
- Após a apresentação, pedir aos participantes que se agrupem pelo material escolhido na caixinha matemática e deixar que organizem a estratégia de agrupamento;
- Ao se organizarem, falar sobre a estratégia de união do grupo, bem como, a utilidade de cada material na caixinha matemática;
- Nesse momento, farei uma breve apresentação em slides sobre o histórico do brincar e do jogo, já fazendo considerações ao jogo matemático;
- Logo após a apresentação histórica pedir aos participantes que se organizem por meio das cartas desde que cada grupo tenha cinco participantes;
- Fazer a intervenção com os jogos da seguinte forma: Perguntar o que foram fazer no minicurso, perguntar sobre os jogos... Perguntar a cada grupo qual jogo gostaria de pegar para conhecer e o porquê...;
- Cada grupo escolherá um integrante para participar da escolha do jogo por meio da brincadeira ADOLETA. Quem ficar até o final será o representante;
- Cada representante escolherá para o grupo uma carta do baralho apresentada por mim. Após esse momento, cada representante descobrirá verificando nas caixas dispostas no centro da sala qual é o jogo do seu grupo;
- No grupo, cada participante poderá pegar a caixa, não podendo abri-la, apenas buscar formas de descobrir como é o jogo, o que o compõe;
- Farei as intervenções sobre como pensam compor o jogo, deixando trocarem as caixas para tentarem adivinhar o que há nas mesmas;
- Após esse momento, cada grupo abre seu jogo e mostra para todos;
- Jogar;
- Fazer a análise do jogo utilizando uma folha para registro para cada grupo (ver próxima página);
- Terminar o minicurso com a fala dos participantes sobre a experiência.

**Lista de materiais e recursos tecnológicos utilizados no minicurso:**

- Uma sala bem ampla com mesas e cadeiras;
- Almofadas, tapetes grandes ou tnt's para os participantes sentarem no chão e jogarem;
- 30 folhas sulfite;
- Um data show com projetor.

MINISTRANTE: Milene de Fátima Soares – Mestranda em Educação (UnB)

**“Não nos enganemos: não é o jogo que é educativo,  
é o olhar que analisa diferentemente a atividade  
da criança, com novas noções e novos valores”.**

**(BROUGÈRE, 2002, p. 6)**

Caro participante,

Se divirta jogando! Depois, observe, **analise** o jogo matemático e registre suas impressões a partir dos seguintes aspectos:

**Nome do jogo:** \_\_\_\_\_

- A caixa, parte externa do jogo:
- Os objetivos:
- Os procedimentos matemáticos trabalhados no jogo:
- Os componentes:
- O contexto imaginário do jogo:
- Quais adaptações você sugere para este jogo ficar melhor?

### **Referências Bibliográficas**

ARIÈS, P. *História social da criança e da família* (1960). Trad.: Dora Flaksman. Rio de Janeiro: Guanabara, 1986.

BENJAMIN, Walter. *Reflexões sobre a criança, o brinquedo e a educação*. (1928). Trad.: Marcus Vinícius Mazzari. São Paulo: Duas Cidades; Editora 34, 2002.

BROUGÈRE, Gilles. A criança e a cultura lúdica. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. *O brincar e suas teorias*. São Paulo: Pioneira, 1998a, p.19-32.

\_\_\_\_\_. *Jogo e educação* (1995). Trad.: Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998b.

\_\_\_\_\_. Lúdico e educação: novas perspectivas. *Linhas Críticas*, Brasília, v. 8, nº. 14, p. 5-20, jan. 2002-jun. 2002.

FRÖBEL, Friedrich Wilhelm August. *Educacion del hombre (la)*. Madrid: D Jorro, 1913.

HUIZINGA, Johan. *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura* (1938). Trad.: João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2005.

## Jogos de regras na aprendizagem de conceitos matemáticos

Claudia Renata Pauleto do Prado – Colégio Madre Carmen Salles – [claudiarenatapp@gmail.com](mailto:claudiarenatapp@gmail.com)

**Palavras-chave:** jogos, aprendizagem e matemática

**Público alvo:** Séries iniciais do Ensino fundamental

A escola não deve ser um local como outro qualquer; ela deve ter como objetivo possibilitar ao educando a aquisição do conhecimento formal e o desenvolvimento dos processos do pensamento. É nela que a criança aprende a forma de se relacionar com o próprio conhecimento.

Incluir o jogo e a brincadeira na escola tem como pressuposto, então, o duplo aspecto de servir ao desenvolvimento da criança, enquanto indivíduo, e à construção do conhecimento, processos estes intimamente interligados. Dentro desta concepção, o jogo se constitui como um instrumento pedagógico por excelência na educação básica.

Para ser útil no processo educacional, Kamii (1991), aponta algumas características do jogo:

Propor alguma coisa interessante e desafiadora para as crianças resolverem.

Permitir que as crianças se auto-avaliem quanto a seu desempenho.

Permitir que todos os jogadores participem ativamente, do começo ao fim do jogo.

É nesse sentido, que essa proposta visa apresentar alguns jogos de regras onde serão aplicados conceitos matemáticos, tais como, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

Materiais necessários: data-show, se não for possível, retro-projetor.

### Referências Bibliográficas

KAMII, C. & DE VRIES, R. (1991) - **Jogos em grupo na educação infantil: implicações na teoria de Piaget**. São Paulo: Trajetória Cultural.

# Software livre para o ensino e aprendizagem de Matemática

---

Vilmondes Rocha – UCB

**RESUMO:** O minicurso tem por objetivo apresentar aos futuros Educadores Matemáticos bem como aos professores já em exercício as possibilidades pedagógicas oferecidas por *softwares* livres voltados para o ensino e aprendizagem de Matemática. A justificativa para apresentação do trabalho está assentada nas constantes queixas de professores a respeito da dificuldade em encontrar os chamados softwares comerciais (proprietários) nos computadores das escolas e a dificuldade pessoal na aquisição. Com o advento do *software* livre, que libera o usuário do ônus da licença e o grande número de aplicativos com possibilidades de utilização para o ensino e aprendizagem de Matemática, rompe-se essa barreira. O curso tem início com a apresentação dos conceitos sobre software livre e proprietário bem como as vantagens e desvantagens na utilização de cada um dos tipos. A seguir passa-se a descrever os principais softwares livres com possibilidades de aplicação na Educação Matemática e apresentação de algumas atividades. Maior ênfase é dada aos *softwares* Máxima, Geogebra, Winplot e Gnuplot,

**Público alvo:** Graduandos em Matemática ou áreas afins, professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio.

**Duração:** Duas horas (duas apresentações para turmas distintas)

**Recursos:** Sala com capacidade para 40 pessoas e canhão de projeção (*datashow*). Não há necessidade de computador.

O minicurso tem por objetivo apresentar aos futuros Educadores Matemáticos bem como aos professores já em exercício as possibilidades pedagógicas oferecidas por *softwares* livres voltados para o ensino e aprendizagem de Matemática. O tema será tratado em forma de apresentação oral acompanhada de projeção com *datashow*. A opção por essa forma de apresentação, diferente de oficina, é justificada já que a intenção não é esgotar as potencialidades de um software específico, mas mostrar algumas possibilidades de trabalho com conteúdos e séries distintas. Espera-se que o minicurso seja capaz de sensibilizar os participantes no sentido de promover a chamada formação continuada e buscar mais informações sobre o tema.

A justificativa para apresentação do trabalho está assentada nas constantes queixas de professores a respeito da dificuldade em encontrar os chamados softwares comerciais (proprietários) nos computadores das escolas e a dificuldade pessoal na aquisição. Com o advento do *software* livre, que libera o usuário do ônus da licença e o grande número de aplicativos com possibilidades de utilização para o ensino e aprendizagem de Matemática, rompe-se essa barreira.

O curso tem início com a apresentação dos conceitos sobre software livre e proprietário bem como as vantagens e desvantagens na utilização de cada um dos tipos. A seguir passa-se a descrever os principais softwares livres com possibilidades de aplicação na Educação Matemática e apresentação de algumas atividades.

Será dada maior ênfase aos *softwares* Máxima, Geogebra, Winplot e Gnuplot. Para cada um deles serão apresentadas três aplicações. Como foi dito anteriormente, espera-se que essas aplicações estimulem o participante a buscar novos conhecimentos.