

CRIATIVIDADE, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E LABORATÓRIOS DE ENSINO

Ana Maria M. R. Kaleff - anakaleff@vm.uff.br

Universidade Federal Fluminense - UFF

Departamento de Geometria/Laboratório de Ensino de Geometria

RESUMO

A partir da obra de Douglas R. Hofstadter intitulada *Gödel, Escher e Bach* apresentamos uma reflexão por meio do entrelaçamento de considerações sobre a criatividade no ambiente escolar, o ensino da matemática, a aprendizagem significativa e, ainda, a coragem de criar, como vista pelo psicólogo Rollo May. Para tanto, focalizamos o que entendemos ser a atuação do professor educador matemático por meio de ações que podem ser realizadas em sala de aula e em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais para a escola básica desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF, com o principal objetivo de desenvolver a visualização geométrica do aluno. O primeiro é um experimento educacional interdisciplinar sobre polígonos equivalentes e está relacionado à obra do artista gráfico holandês Maurits Escher. Esse experimento envolve recursos manipulativos concretos e jogos virtuais interativos, cujos materiais podem também ser adaptados para a educação inclusiva do aluno deficiente visual. O outro recurso foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original. É um software educacional interativo que visa a auxiliar o ensino de permutações, a observar simetrias e projeções ortogonais no espaço.

Palavras-chave: Aprendizagem Criativa; Experimentos Educacionais; Práticas Criativas.

APRESENTAÇÃO

Desde 1979, o livro intitulado *Gödel, Escher e Bach* (Hofstadter, 1979) faz sucesso principalmente entre matemáticos e educadores matemáticos, devido à abordagem instigante e criativa na maneira de relacionar três áreas de conhecimento: matemática, artes gráficas e música. Ao ligar a linguagem simbólica da Matemática à dos desenhos e seus traçados àquela das notas musicais, Douglas R. Hofstadter abriu um caminho inovador instigante para a divulgação da existência de conexões e inter-

relações entre conhecimentos aparentemente separados e hermeticamente fechados em si mesmos.

A criatividade desse escritor e desenhista, cuja obra só foi traduzida no Brasil com duas décadas de atraso, vem mostrar como características individuais, de alguém com domínio de diferentes áreas de conhecimento, permitem fazer um “entrelaçamento de gênios brilhantes”, como tão bem coloca o título em português desse livro (Hofstadter, 2001).

Frente a essas considerações, e como professores, podemos nos fazer um amplo questionamento, no qual inicialmente cabem as seguintes perguntas:

- No ambiente escolar das aulas de Matemática, como levar os alunos a entrelaçar áreas diferentes de conhecimento?
- Como podemos ajudar nossos alunos a serem mais criativos na vida e em relação à Matemática?

Refletir sobre tais questões é o que pretendemos a seguir. Para tanto, tecemos considerações sobre a criatividade e o ambiente escolar. Apresentamos uma análise sobre como entendemos o que seja a atuação do professor educador matemático frente às ações que podem ser realizadas em sala de aula ou em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF. O primeiro é um experimento educacional e está diretamente relacionado a uma litografia de Escher; o outro foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original.

CRIATIVIDADE E O AMBIENTE ESCOLAR

Desde as três últimas décadas, vivemos grandes mudanças sociais devido ao desenvolvimento científico e tecnológico. Como decorrência, surgiu um grande desafio para a Escola, o qual se torna cada vez maior: em nossa sociedade apresenta-se um enorme desequilíbrio entre as oportunidades proporcionadas pela Escola e a imensa variedade de condições que, fora dela, permitem ao indivíduo o acesso às mais recentes descobertas científicas. Os meios eletrônicos, a internet, as redes sociais etc., permitem com que termos específicos, tais como nanotecnologia, genoma, aquecimento global, camada pré-sal – só para citar alguns exemplos – já façam parte do cotidiano de jovens adolescentes. Frente a esse aparato de acesso a novas informações, aos educadores se apresenta o desafio de motivar e levar o aluno a usufruir de cada informação recém

descoberta. Ou seja, cabe à Escola indicar os meios de transformar as informações em um novo conhecimento, incorporando-as aos antigos saberes escolares, ampliando a gama de ferramentas cognitivas a favor do desenvolvimento integral do sujeito como indivíduo.

Como incrementar o aparato mental, incentivar as características subjetivas do aluno e a sua criatividade é uma tarefa cada vez mais desafiadora aos professores, pois a sua formação profissional e acadêmica está muito longe de dar conta dessa grande empreitada.

Uma das principais características individuais é a criatividade. O psicanalista Rollo May parte do pressuposto de que o ato de criar consiste no sujeito conseguir integrar imaginação, sentimento e ação. No entanto, considera que para a efetiva realização de um ato de criatividade é preciso a "coragem de criar", ou seja, é necessária uma grande dose de coragem e de luta contra a apatia e a inércia. Esse estudioso da mente, há mais de 30 anos, também já apontava para a forte relação entre a formação do professor e a criatividade exigida pela profissão docente, chamando a atenção para a sua relação com a coragem humana, considerando que esses profissionais têm a necessidade de apresentar uma coragem criativa, a qual é proporcional ao grau de mudança exigido pela Escola na criação de uma nova sociedade. É essa coragem criativa que leva à:

descoberta de novas formas, novos símbolos, novos padrões segundo os quais uma nova sociedade pode ser construída. Nos nossos dias, a tecnologia e a engenharia, a diplomacia, o comércio, e, sem dúvida o magistério, todas essas profissões, e dezenas de outras, passam por mudanças radicais e precisam de indivíduos que valorizem e dirijam essas mudanças. A necessidade de coragem criativa é proporcional ao grau de mudança (MAY, 1975, p. 19).

Nessa perspectiva, é necessário se desbloquear os medos que paralisam a criatividade e, portanto o nascimento de algo novo. A sociedade e o ambiente escolar devem proporcionar segurança ao *fazer criador*; gerar confiabilidade ao ato de fazer, de manipular matérias e formas, ou de dar asas à imaginação. É necessário que a Escola permita o surgimento de livres associações de idéias, novas conexões e inter-relações não imaginadas. Assim, o ato de criar, deve ser incentivado tanto a evocar um desbloqueio da inibição de uma nova produção, como também ser um sinal da libertação afetiva e emocional do indivíduo.

A sociedade atual, no entanto, nos ensina, desde tenra idade, a refrear a nossa curiosidade, a evitar situações de perda ou de fracasso, a evitar circunstâncias sociais ambíguas e pouco claras, a controlar nossos sentimentos e emoções. Muito cedo somos

levados a criticar os nossos impulsos e idéias. Somos regidos por uma censura precoce que geralmente nos engessa e não nos permite explorar novas ideias, repressando tudo aquilo que poderia ser considerado ridículo ou motivo de crítica. Por outro lado, há muito tempo, a nossa sociedade nos leva a acreditar que o talento, inspiração e criatividade são resultado de fatores pertinentes a poucos indivíduos privilegiados, ou considerados excêntricos. Infelizmente, no sistema escolar, ainda somos levados a crer que sobre esses fatores temos pouco domínio, pois, como vários educadores colocam:

A criatividade é também bloqueada por ser considerada um fenômeno raro e extraordinário, segregado em domínios especializados, como artes e invenções, o que limita as possibilidades de uma atuação criativa no ensino de muitas matérias. (ALENCAR, 2007, p.156)

Todos os dias, como professores, somos confrontados com alunos que se encontram colocados frente a barreiras emocionais, as quais dificultam o aproveitamento escolar e as novas aprendizagens. Entre tais barreiras salientam-se a apatia, a insegurança, o medo de parecer ridículo, o medo do fracasso e os sentimentos de inferioridade. Esses fatores inibem o surgimento de novas possibilidades para a apreensão do conhecimento, pois a apatia se reflete na descrença e no desinteresse por realizar mudanças no decorrer de uma ação, ou ainda na falta de tentativas de aproveitar as próprias idéias.

Quantos alunos, mesmo nas séries iniciais da escola fundamental, se apresentam apáticos e dizem: “*não consigo*”, “*não adianta tentar*” ou “*não vale o esforço, porque eu sei que não vou saber*”?

Mesmo em idade precoce, a censura individual leva a uma postura crítica que estabelece barreiras rígidas à expressão de novas idéias e pontos de vista. Por outro lado, o tão famoso e atual *bullying* no ambiente escolar, nos aponta para o domínio do medo do sujeito ser alvo de chacotas e deboche – medo de não só ser ridicularizado, mas de ser agredido fisicamente, medo da violência – esse é um outro fator que também leva o aluno a não levar adiante as suas idéias, até mesmo antes de expressá-las.

Além de todas essas barreiras de natureza emocional, que constituem forças inibidoras a um pensamento mais flexível e inovador, é ainda muito comum o desconhecimento, mesmo por parte de adultos, de suas próprias habilidades e potencialidades. Tudo leva a crer que, aulas tradicionais pouco contribuem para que o aprendiz, ainda que adulto, se dê conta de sua própria capacidade e de seu potencial de ação e, principalmente, de sua criatividade. Ou seja, aquelas aulas centradas na figura e

na atuação do professor, na apresentação de conteúdos estabelecidos por um rígido programa escolar no qual as necessidades sociais, psicológicas e cognitivas do indivíduo são pouco consideradas, pouco contribuem para o desenvolvimento do aprendiz como um todo.

Frente a este quadro, envolto nessa ampla gama de conflitos que inibem a coragem de criar, acreditamos que tanto as ações do educador matemático quanto aquelas realizadas em procedimentos de sala de aula ou em um laboratório de ensino possam vir a fazer uma grande diferença no ambiente escolar.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ATUAÇÃO DO PROFESSOR

O desenvolvimento científico e tecnológico traz para a escola outro grande desafio, ou seja, o de despertar no aluno a compreensão dos novos conhecimentos como processos transformadores que ampliam seus saberes e os formam como seres humanos e cidadãos. As novas ferramentas educacionais, principalmente aquelas advindas da informática, devem poder motivar o aluno a usufruir os saberes escolares e a reconhecer o seu valor como manancial de conhecimento e como práticas sociais. Dessa forma, como profissionais professores, cabe a nós o enfrentamento desse outro grande desafio em busca da cidadania. Essa questão nos atinge diretamente, pois aponta em outra direção, a de que não devemos transmitir ao aluno a falsa impressão de que somos autoridades absolutas e portadoras de verdades inalteráveis, cujas conclusões são definitivas e sempre corretas. No entanto, essa postura é muitas vezes aquela encontrada tanto nos cursos de licenciatura como nos livros didáticos, a principal ferramenta de trabalho da maioria dos docentes.

Quantos de nós, professores, temos consciência de que, ao discutir e interpretar teorias científicas - como professores de matemática, ciências e física -, podemos ajudar o aprendiz a perceber a necessidade de manter o equilíbrio entre aceitar o conhecimento vigente e manter uma mente aberta, no sentido de estar atento e receptivo a possíveis mudanças advindas de novas teorias?

Em busca do alargamento do horizonte científico do aluno e de desenvolver suas competências ante as novas situações sociais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em todos os níveis de ensino, dão à *resolução de problemas* uma dupla função: como eixo integrador das diversas áreas de conhecimento e como uma atividade fundamental para o ensino de conhecimentos científicos, incluindo os matemáticos. Nesse quadro, a aquisição de conceitos, técnicas, competências, processos e habilidades

para o século XXI surge naturalmente a partir de atividades ligadas à resolução de uma situação-problema instigante e significativa para o aluno. No entanto, para a Escola poder oferecer essa aquisição ao estudante, precisa redesenhar o processo de ensino e aprendizagem.

Tudo indica que o esquema clássico de um professor em frente à classe, apresentando a resolução de um problema a um conjunto de jovens apáticos, sentados e alinhados em fileiras de carteiras, deva ser mudado para pequenos grupos de aprendizes trabalhando em grupo, em ambientes mais informais – porém, cercados de todo respeito mútuo -, na busca da solução do problema no âmbito de um projeto instigante e contextualizador. Nesse esquema, a tecnologia poderá ajudar, porém se não mudarmos as diretrizes da vivência na sala de aula, certamente as ferramentas e os meios tecnológicos só virão a ratificar velhos hábitos didáticos, sem apoiar uma visão mais adequada ao aprendizado criativo requerido nesse século.

Por outro lado, para enfrentar tudo isso, nas últimas décadas, surgiram novos procedimentos relacionados ao ensino da Matemática. A Escola tem sido palco de grandes transformações devido à atuação de um novo tipo de educador: o *educador matemático*. Esse profissional concebe a Matemática como *um meio e não como um fim em si mesmo*, pois é através dela que ele educa o indivíduo e o cidadão.

O educador matemático educa *pela* Matemática e não *para* a Matemática – tem por objetivo a formação do aluno como *ser humano criativo* e não só como *ser matemático*, por isso, questiona qual matemática e que ensino são mais adequados e relevantes para uma profícua formação individual mais criativa, integrada às individualidades do sujeito, e voltada para a cidadania. Podemos considerar que, para o educador matemático, o objetivo principal da escola básica não é a formação do futuro especialista e profissional pesquisador de Matemática, ainda que muitos alunos possam vir a se interessar para serem matemáticos profissionais.

Cabe mencionar que, na nossa prática em cursos de formação continuada, tem sido observado que muitos docentes em exercício e que procuram a atualização dos conhecimentos matemáticos/educacionais, criticam a sua formação, alegando despreparo para se considerarem educadores matemáticos. Afirmam estar acostumados a reproduzir técnicas que não os capacitam para o estabelecimento de recursos educacionais criativos, autônomos e em sintonia com as necessidades escolares atuais.

A maioria dos profissionais declara que grande parte das disciplinas específicas da sua formação inicial tratou os conteúdos compartimentados em áreas de

conhecimento isolados - algumas até desconsideradas -, de maneira formal, em sequências demonstrativas. Tudo isso os levou – e, muitas vezes, ainda os leva - a reproduzir as informações por meio da memorização, não as transformado em conhecimento próprio, autônomo, criativo e interdisciplinar. Também declaram não se sentir à vontade frente a estratégias didáticas não demonstrativas, ainda que as admitam como importantes para a resolução de problemas.

Pelo exposto, tudo indica que temos formado o professor de uma maneira, para que trabalhe de outra.

Sob a perspectiva de reverter essa situação na formação e atuação do professor, educadores matemáticos sugerem várias práticas que permitem ao docente tanto conhecer os conteúdos e procedimentos matemáticos, como também relacioná-los de uma maneira mais criativa ao ensino e à aprendizagem. Tais práticas pretendem que o professor seja um agente de transmissão dos conteúdos disciplinares, como também um mediador e incentivador do desenvolvimento da aprendizagem por meio de um ensino mais adequado ao aluno e à realidade vigente. Como consequência imediata, esse tipo de formação permite com que o professor não seja mais estigmatizado como profissional e não aconteçam insultos e preconceitos, como os proferidos pelo escritor Bernard Shaw:

de que ainda hoje se ouvem ecos: **quem sabe faz; quem não sabe ensina**. Pretendia-se relacionar a entrada no professorado com um falhanço nas áreas disciplinares de base. Para o ensino iam apenas os medíocres. (NÓVOA, 1997, p.35, grifo nosso).

Buscando tanto uma melhor formação matemática como pedagógica do futuro professor e dos professores em exercício, é que, para muitos educadores matemáticos, vivências especiais realizadas em sala de aula ou em laboratórios de ensino são importantes. Ou seja, é importante o trabalho com materiais concretos e virtuais que permitem a modelação de conteúdos e de relações matemáticas, tendo como consequência uma aprendizagem significativa e criativa. Aprendizagem que dê segurança ao sujeito quanto ao seu próprio conhecimento no enfrentamento de suas necessidades para a vida (cotidiana e científica) e o torne mais autônomo e respeitador frente ao saber dos seus pares. É do que tratamos a seguir.

LABORATÓRIOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

As vivências em laboratórios de ensino têm sido bem aceitas principalmente por aqueles profissionais que trabalham em escolas com poucos recursos didáticos, mas que buscam inovar a sua sala de aula, por meio de desafios, brincadeiras, jogos e materiais manipuláveis, ainda que sejam construídos com sucata. Muitas vezes, é por meio de um material pouco sofisticado e não-eletrônico que podemos obter um ambiente didático rico para auxiliar a criança – sobretudo a portadora de necessidades especiais –, a desenvolver o pensamento em direção à autonomia como ser humano criativo e cidadão. Na UFF, grande parte da vivência dessas experiências se dá no Laboratório de Ensino de Geometria - LEG (www.uff.br/LEG).

Pelo observado ao longo dos últimos 15 anos no LEG, bem como pelos muitos relatos de educadores matemáticos, tais como os organizados por Lorenzato (2010) ou os apresentados por Kaleff (2007 e 2003), tem sido de grande valia a estratégia de se conscientizar o profissional sobre o papel das ações laboratoriais na formação do educando criativo e sobre como essas podem ser realizadas, ainda que o ambiente físico no qual aconteçam essas ações não seja propriamente o de uma sala preparada como um laboratório.

Como já relatado por Kaleff (2008), a expressão Laboratório de Ensino ou Laboratório de Matemática (LEM) pode ser entendida com dois sentidos, o de referência a um local físico ou a um processo escolar. A primeira consideração refere-se a uma sala estruturada para a realização de experimentos educacionais concretos, envolvendo atividades matemáticas. A segunda, considerando o LEM como processo escolar, caracteriza um procedimento didático o qual transcorre de maneira bem diferente daqueles comumente realizados no ambiente de uma sala de aula tradicional. Em tal procedimento, os alunos e o professor têm mais liberdade de ação para a escolha dos materiais e métodos didáticos a serem utilizados, trabalham em grupos de forma colaborativa e mais respeitosa com vistas à resolução criativa de uma situação-problema, ou da descoberta de conceitos e relações matemáticas. Nos procedimentos laboratoriais, portanto, os alunos investigam, descobrem e constroem conhecimentos por meio da interação entre os colegas, o professor e o material, suplantando, muitas vezes dificuldades individuais e interpessoais que impedem o desabrochar da coragem para criar.

Pelo apresentado e como se verá a seguir, os procedimentos de um LEM podem acontecer no espaço físico de uma sala de aula comum e não necessariamente preparada como um local munido de prateleiras, armários e balcões típicos de um laboratório,

desde que o sistema escolar forneça o ambiente propício e os recursos didáticos necessários aos alunos.

No entanto, um LEM pode ainda ter outras características. Esse é o caso do LEG, que também é um pólo divulgador de pesquisas em Educação Matemática, principalmente daquelas que acontecem na UFF, além de alocar uma pequena biblioteca de Educação Matemática e todo o acervo didático de um museu interativo para o ensino, a divulgação e democratização da Matemática (KALEFF, 2011).

Desde a década de 1960, muitos educadores matemáticos têm estudado o papel dos recursos e materiais concretos, também chamados de materiais didáticos para a aprendizagem. Porém, no ambiente escolar, ainda se apresentam alguns mitos e até mesmo preconceitos contra a utilização de tais recursos. Um grande número de professores alega que os materiais concretos são muito caros e, portanto, pouco acessíveis com seus recursos advindos do salário como docente. Outros afirmam ter pouco conhecimento de como trabalhá-los em sala de aula.

Nos últimos anos, no ambiente educacional, surgiram ainda outras polêmicas, pois alguns profissionais alegam não ser mais necessário utilizar recursos concretos manipuláveis, pois os virtuais - advindos da informática, na forma de programas computacionais educativos interativos - seriam suficientes para levar o aluno à aprendizagem matemática, principalmente, quando se tratam de conteúdos geométricos e de sua visualização.

Em geral, os maiores mitos e polêmicas relacionam-se com a manipulação de materiais concretos quando se visa a atingir conhecimentos matemáticos mais avançados. Nesses casos, muitos professores e matemáticos, pouco ligados à pesquisa sobre a aprendizagem, alegam que os recursos concretos dificultam a abstração e o ensino da Matemática mais avançada. As vivências didáticas do LEG se contrapõem a esse mito e permitem constatar a importância dos recursos didáticos concretos no caminho para a abstração, o qual não prescinde do *fazer concreto*. No entanto, cabe lembrar que muitos pesquisadores em Educação Matemática têm mostrado que a eficácia dos materiais concretos/virtuais não depende somente da forma como o docente os utiliza. O sucesso da aprendizagem por meio desses recursos depende do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a se atingir, do tipo de aprendizagem, da filosofia e até da política da escola, como pode ser constatado pelo relato de alguns dos autores na compilação organizada por Lorenzato (2010). Dessa forma, a utilização de um

material didático está ligada a uma ampla rede de fatores, na qual o papel do professor é fundamental.

Por outro lado, o papel do docente é determinante para o sucesso da aprendizagem significativa e criativa, a começar por ter uma grande responsabilidade na escolha de bons materiais manipuláveis, de ter domínio dos procedimentos e maneiras de trabalhá-los com os alunos e, ainda, ter conhecimento do embasamento teórico requerido para o desenvolvimento dos conceitos. Além disso, o profissional precisa ter conhecimento de que os recursos didáticos manipuláveis não são escolhidos ao acaso, mas que os bons materiais devem ter características bem determinadas, as quais são resumidas a seguir. Portanto, o material didático deve:

- modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível;
- ser atraente e motivador, com vistas a cumprir o seu papel de mediador lúdico no desenvolvimento de habilidades e de conceitos matemáticos;
- ser apropriado para ser utilizado em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático;
- proporcionar ajuda a fundamentar e a facilitar um caminho para a abstração;
- proporcionar, na medida do possível, manipulação individual.

Cumpra-se enfatizar que o material didático manipulável ideal para os países em desenvolvimento, como no caso do Brasil e da nossa escola, é aquele de baixo custo e de fácil obtenção, o que permite que seja construído pelo professor com poucos recursos monetários e, muitas vezes, até mesmo pelos próprios alunos.

Para que o material didático seja uma ferramenta eficaz na sala de aula, é também relevante que o professor tenha consciência da importância das suas funções para o desenvolvimento das habilidades e dos conceitos matemáticos. Ou seja, que o docente, ao recorrer ao uso de um material concreto ou virtual como, por exemplo, a jogos do tipo quebra-cabeça - mesmo quando apresentados com interações na tela do computador - saiba que eles têm uma função didática fundamental frente às habilidades que estão envolvidas no processo mental do aluno e de como essas habilidades estão interligadas com o surgimento de obstáculos cognitivos na construção dos conceitos e relações matemáticas.

Na prática do LEG, temos observado, por exemplo, que muitos materiais concretos/virtuais são aceitos para serem usados pelo professor devido aos seus componentes lúdicos. Isso se dá principalmente, no caso de jogos. O docente parece não

levar em conta o potencial do material como formador do conhecimento em sua sala de aula, bem como auxiliar na transposição dos obstáculos cognitivos para a construção de um conceito, do seu significado e de sua abstração. Talvez isso se deva ao fato de o professor em exercício desconhecer que tais obstáculos são conjuntos de pensamentos que impedem ou dificultam o estabelecimento de relações entre as representações mentais do aluno no processo de compreensão, ou de construção de um conceito ou de uma relação matemática. No caso da Geometria, muitos desses obstáculos estão relacionados à habilidade da visualização, a qual é fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico (KALEFF, 2007)

Pelo apresentado, nem sempre os materiais didáticos são utilizados pelo aluno de uma maneira plena na busca de descobertas e de uma aprendizagem significativa criativa. Cumpre enfatizar, que as descobertas realizadas pelo aprendiz com os materiais concretos/virtuais são parte importante do processo de aprendizagem para o entendimento do significado de um conceito, mas elas não se constituem em todo o processo mental envolvido. Portanto, o docente precisa ter consciência de que o processo mediante o qual se produz a aprendizagem significativa criativa requer uma intensa atuação por parte do aluno, que necessita estabelecer uma rede de relações mentais entre as informações referentes a novos conteúdos e aquelas já disponíveis em sua estrutura mental. Ou seja, para construir novos conceitos e relações o aluno precisa ser ousado, ser levado a julgar e decidir entre atributos relevantes, a descobri-los e mesclá-los aos antigos, reconsiderar estes frente aos novos e ampliá-los ou diferenciá-los em função de informações emergentes. Assim sendo, esse processo de construção e criação de novos conceitos é muito importante, sendo um procedimento mental e de natureza interna ao indivíduo, o qual não deve ser identificado com ações lúdicas de simples observação, manipulação ou exploração de situações e objetos concretos/virtuais.

Resumidamente, a experiência do LEG aponta para o fato de que, na sala de aula e nos procedimentos de um laboratório, não se deve utilizar um determinado material didático apenas pelas características intrínsecas ao próprio material e pela sua ludicidade. Devemos utilizar os materiais concretos/virtuais com a preocupação voltada para a suplantação dos obstáculos cognitivos apresentados pelos alunos na construção de um conceito ou de uma relação matemática. Como docentes precisamos saber relacionar os materiais com as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas e com a formação criativa do significado matemático. Quando utilizados sem esses

cuidados, os materiais concretos não cumprem o seu objetivo didático e o aluno, ainda que goste da aula de Matemática, não constrói o significado e não desenvolve a criatividade matemática. O uso do material se restringirá a sua manipulação lúdica. Um jogo ficará restrito a si mesmo, sem um objetivo educacional mais amplo.

No que se segue, apresentamos dois exemplos de recursos didáticos criativos que podem ser utilizados nas aulas de um laboratório. O primeiro foi desenvolvido no LEG ao longo de diversos projetos de extensão da UFF e do projeto *Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem da Matemática do Ensino Médio* (CDME). Este projeto, pertencente ao Projeto *Condigital* do MEC/MCT (2007-2010), contou com subsídio da Secretaria de Educação a Distância (SEED/MEC) e nele também foi criado o segundo recurso aqui apresentado.

EXPERIMENTOS EDUCACIONAIS E SOFTWARES INTERATIVOS: PRÁTICAS CRIATIVAS PARA UM LEM

A interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento tem sido objeto de grande enfoque nos PCN, principalmente em relação às Artes. Nessa direção, tem sido dada ênfase ao papel do jogo no que tange à criatividade e à transposição de barreiras negativas que levam o aluno a erros e obstáculos cognitivos, bem como ao surgimento de atitudes positivas na busca de estratégias para o enfrentamento de situações-problema. Segundo os PCN, para as séries mais avançadas do ensino fundamental,

os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitar a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 19).

Por outro lado, observamos que, na escola, é muito natural que os jogos de encaixe de peças, como os do tipo quebra-cabeça, sejam cada vez mais utilizados, pois geralmente o aluno demonstra grande interesse pelo aspecto visual do material, pela diversidade das suas formas e também pelos desafios propostos.

O uso pedagógico de um jogo, como já mencionado, no entanto, deve ir além do prazer de jogar, pois, o jogo para o aluno: *“pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, como também pode estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas”* (MOURA, 1994, p.

21). Assim sendo, a criatividade é muito estimulada por um quebra-cabeça, na medida em que as formas vão sendo criadas pelo encaixe das peças, bem como a habilidade da visualização vai sendo desenvolvida, pois o aluno é obrigado a criar estratégias que beneficiam o desenvolvimento da percepção espacial.

Nessa direção, no LEG, elaboramos uma coleção de experimentos educacionais para o aluno, os quais aliam jogos e materiais concretos a digitais, bem como oferecem recursos que enfatizam práticas pedagógicas inovadoras para o ensino da Matemática. Um conjunto desses experimentos foi avaliado e aceito pelo *Banco Internacional de Objetos Educacionais* e estão publicados no *Portal do Professor do MEC* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/recursos.html>) Todos os experimentos e softwares interativos produzidos ao longo do projeto CDME encontram-se à disposição do público e podem ser encontrados na íntegra na página desse projeto (<http://www.uff.br/cdme/#experimentos>).

A aplicação e a avaliação dos experimentos educacionais foram intensamente realizadas por professores e alunos do ensino básico, em oficinas de curta duração. Além disso, visando à educação inclusiva, adaptações desses experimentos para deficientes visuais têm sido realizadas com parte desses materiais, as quais já foram testadas com alunos e professores do Instituto Benjamin Constant e estão sendo no Colégio Pedro II, ambos no Rio de Janeiro.

Um dos experimentos interdisciplinares mais interessantes criados no LEG e que incentiva a criatividade do aluno é denominado *Jogos artísticos geométricos concretos e virtuais* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31784> e http://www.uff.br/cdme/jogos_artisticos_geometricos/index.html). Esses jogos estão ligados à obra do ilustrador holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) e com eles buscamos introduzir o educando na beleza e na arte de um artista extremamente criativo. Buscamos ainda familiarizar esse aluno com uma obra, cuja transformação dos traços é fundamentada em fatos geométricos que vão se tornando significativos através do entendimento do que sejam figuras congruentes e, portanto, geometricamente idênticas. Resumidamente, pode-se dizer que o aluno é levado a observar polígonos equivalentes, cujas formas geométricas são inusitadas, instigantes e muito diferentes.

Esse experimento, cujas atividades são recomendadas para alunos do Ensino de Jovens e Adultos (EJA), do Ensino Fundamental e àqueles das séries do Ensino Médio, envolve três jogos artísticos: o *Mosaico dos Lagartos* e os jogos *do Lagarto* e do

Lagarto Geométrico. As peças do primeiro possuem a forma de lagartos enquanto que as dos demais, de polígonos convexos e não-convexos. No *Mosaico dos Lagartos* as peças podem ser conectadas em infinitas configurações planas, cujos limites são, apenas, a criatividade e a imaginação do aluno. Na Figura 1, encontra-se um exemplo de mosaico construído com as peças do jogo eletrônico.

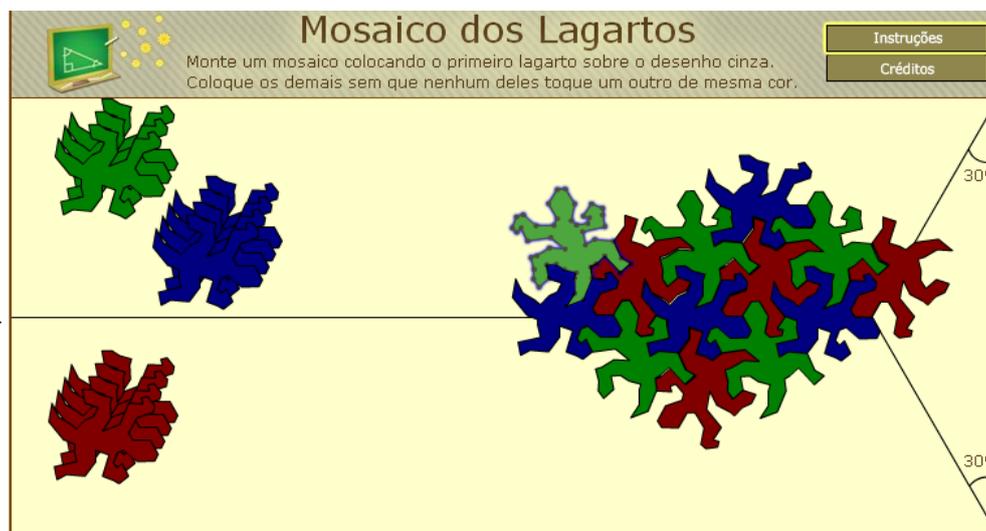


Figura 1 – *Mosaico dos Lagartos*.

Os jogos *do Lagarto* e do *Lagarto Geométrico* são formados por sete peças poligonais advindas de cortes sobre a figura do lagarto do mosaico, as quais, conforme são trabalhadas e justapostas, permitem obter tanto um hexágono regular quanto uma figura maior com a mesma forma do lagarto original, a qual é também a de um polígono muito irregular, como pode ser visto nas Figuras 2 e 3.

Cabe ainda lembrar que outras características desses jogos também contemplam às orientações dos PCN, ao incentivarem a criatividade e a visualização do aluno frente a conteúdos geométricos por meio da interdisciplinaridade e de situações de resolução de problema. Nesse experimento educacional, um desafio relaciona os dois quebra-cabeças ao questionarmos o aluno em como construir uma caixa para armazenar as sete peças do *Jogo do Lagarto*, portanto, adequando-o à resolução de um problema do cotidiano. Além disso, nas versões eletrônicas desses jogos, colocamos um termômetro o qual serve como ferramenta incentivadora da criatividade do jogador, pois ele permite com que o usuário perceba os seus erros e acertos, a adequação dos movimentos e dos encaixes das peças, por meio da indicação de *quente e frio*.



Figura 2 – *Jogo do Lagarto*

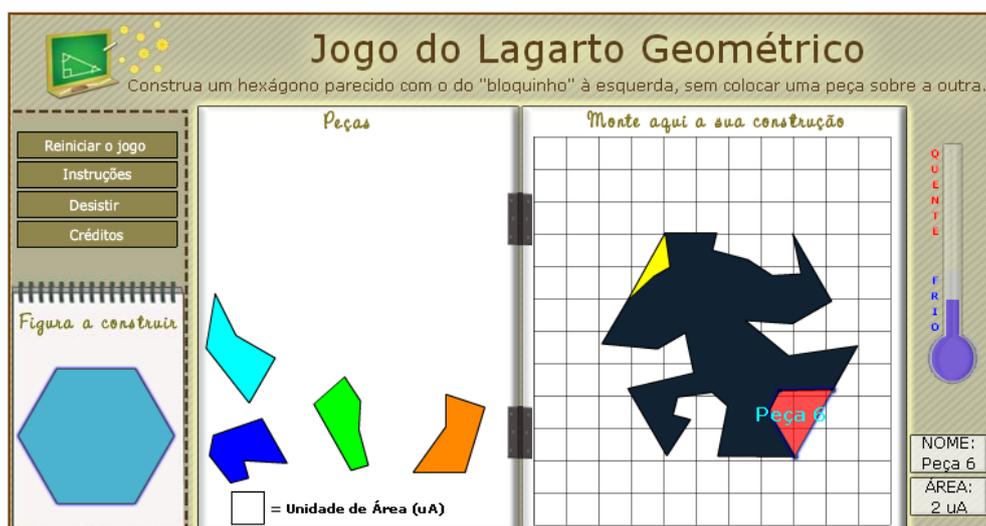


Figura 3 – *Jogo do Lagarto Geométrico*

É importante salientar que o mosaico e os jogos dos lagartos são baseados em uma litografia criada por Escher em 1943 e denominada *Reptiles* (Répteis) encontrada em (<http://www.mcescher.com/Gallery/back-bmp/LW327.jpg>). Essa obra é muito interessante e complexa, e nem sempre é de fácil entendimento. O artista começou esta gravura em 1939, a partir de um esboço de um esquema simples do lagarto, muito parecido com o do *Mosaico*. A ideia criativa e original dessa gravura é justapor cópias de tal esquema, repetindo-as para preencher uma superfície plana. A justaposição dos esquemas segue movimentos que podem ser descritos por argumentos matemáticos: pelo movimento da rotação do desenho do lagarto em um ângulo de 120° em torno de um ponto do plano e pela justaposição de tais desenhos compondo situações de

translação e simetria axial. Na Figura 1, podem ser vistos, no plano do tabuleiro com peças do *Mosaico dos Lagartos*, a formação de ângulos e de um possível eixo de simetria.

No Guia do Professor, que acompanha os jogos e as atividades, sugerimos ao professor que incentive os seus alunos à criação de outros jogos concretos/virtuais, utilizando materiais como lâminas emborrachadas ou recursos da geometria dinâmica como o programa livre *C.a.R - Régua e Compasso* (que pode ser encontrado em <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/car.overview.html>). Bem como, a buscar em artistas brasileiros temas para os jogos. O exemplo mais emblemático seria o uso de algumas das pinturas de *bandeirinhas* devidas à criatividade do artista Alfredo Volpi.

Também salientamos no Guia para o Professor, que o mosaico e os dois jogos com lagartos podem servir à educação inclusiva, na medida em que o aluno com deficiência visual pode ser beneficiado com as tarefas desses jogos nas suas versões concretas, cujas peças sejam construídas com material emborrachado (tipo EVA, com 1cm de espessura) com texturas diversas que representem as diferentes cores. Por sua vez, o mosaico virtual pode ser modelado por meio de um tabuleiro plano confeccionado com uma prancha de papelão tipo Paraná, recoberto com plástico adesivo transparente e com detalhes em papel tipo lixa, acetato e fio de linha. Na Figura 4, encontra-se um exemplo desse tabuleiro e das peças adaptadas com formas de lagarto.



Figura 4 – Tabuleiro plano e Mosaico dos Lagartos em material concreto

Por sua vez, um outro recurso didático foi desenvolvido na UFF e também está relacionado ao artista Escher. No âmbito do projeto CDME, o professor Humberto Bortolossi criou um *software* na forma de um jogo virtual interativo denominado *Trip-lets*. Esse está postado no *Portal do Professor* em

(<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31056>) e também nas páginas do projeto CDME. Uma versão em português encontra-se em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.htm> e outra, em inglês, em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-en.html>.

Esse jogo *Trip-lets* foi idealizado com base na figura desenhada por Hofstadter e denominada “A ‘GEB’ and an ‘EGB’ trip-let suspended in space”, a qual também ornamenta a capa da edição inglesa original do seu livro (HOFSTADTER, 1979, p. 01). Na Figura 5, pode ser visto um extrato da capa da edição comemorativa aos vinte anos dessa primeira edição, com a menção do autor Bortolossi sobre a idealização do jogo. Encontra-se exibida em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.html>.

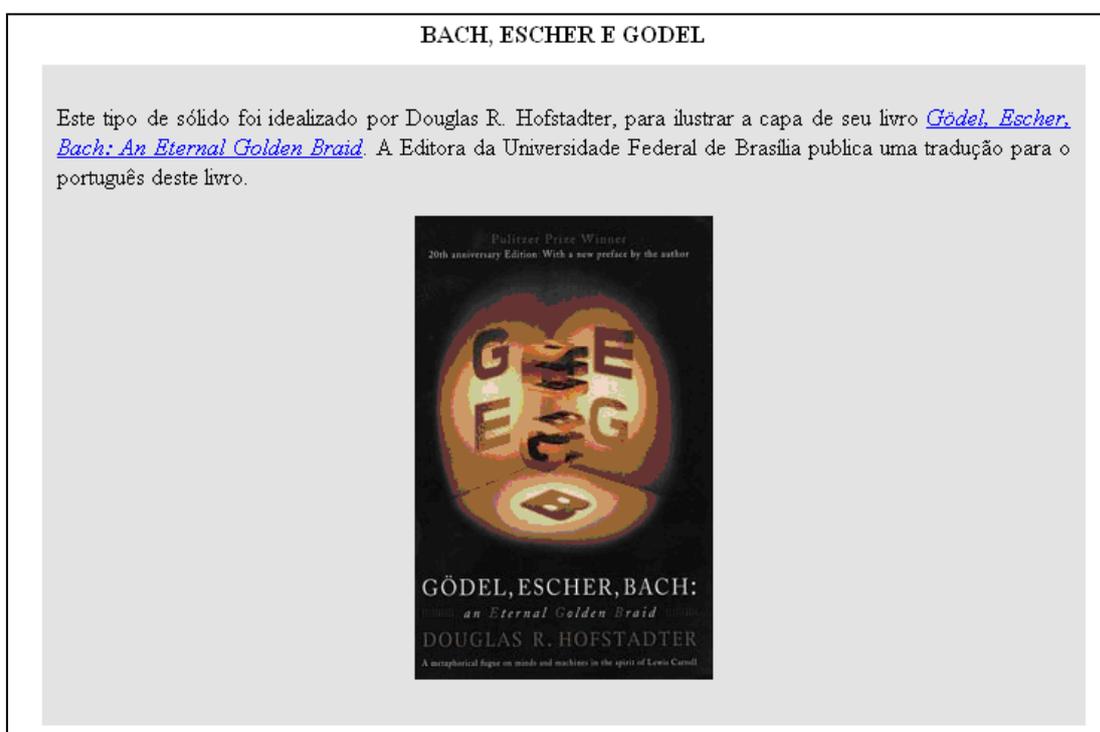


Figura 5 – A idealização do Jogo *Trip-lets*.

O software *Trip-lets* visa a exercitar a visualização tridimensional em caráter interdisciplinar com a Língua Portuguesa e com a Língua Inglesa. No ambiente desse aplicativo, o usuário pode manipular e movimentar o modelo de um sólido especial aparentemente formado por pequenos cubos. Essa movimentação possibilita a identificação da formação de três letras do alfabeto com as quais deve ser composta uma palavra ou uma sigla no idioma desejado, português ou inglês. Na Figura 6, encontra-se um exemplo da modelação de uma letra no jogo.

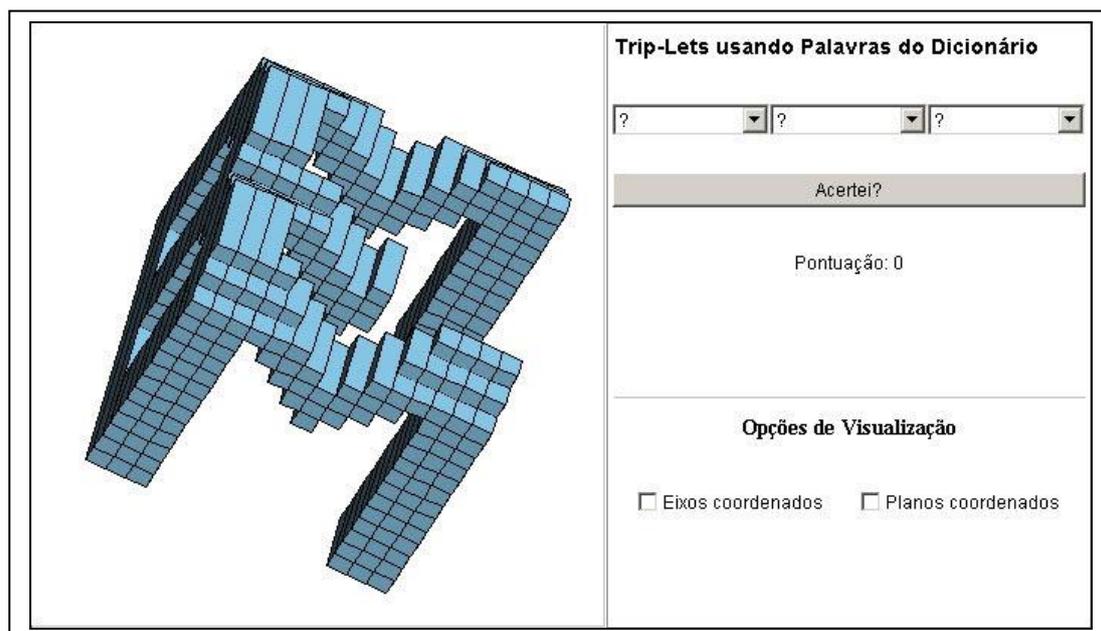


Figura 6 – Exemplo de situação para a modelação das letras M e B no Trip-lets.

O jogo apresenta um sistema de pontuação, o qual foi propositalmente criado, de forma a inibir uma abordagem do tipo *tentativa e erro* e levar o usuário a ir criando gradativamente estratégias para resolver os desafios, na medida em que eles aparecem. Com isso, o autor do jogo espera evitar que, no início da interação com o software, o usuário manipule os controles da atividade para estudar a situação proposta, como se fosse um mero experimento.

Para auxiliar e desenvolver a visualização geométrica do aluno, o jogo permite que os eixos e os planos coordenados possam ser exibidos, como, por exemplo, apresentados na Figura 7. Dessa forma, os objetivos do *Trip-lets* são levar o usuário a perceber tais eixos e planos como instrumentos de orientação no espaço, bem como a investigar questões envolvendo permutações e ainda a observar simetrias e projeções ortogonais.

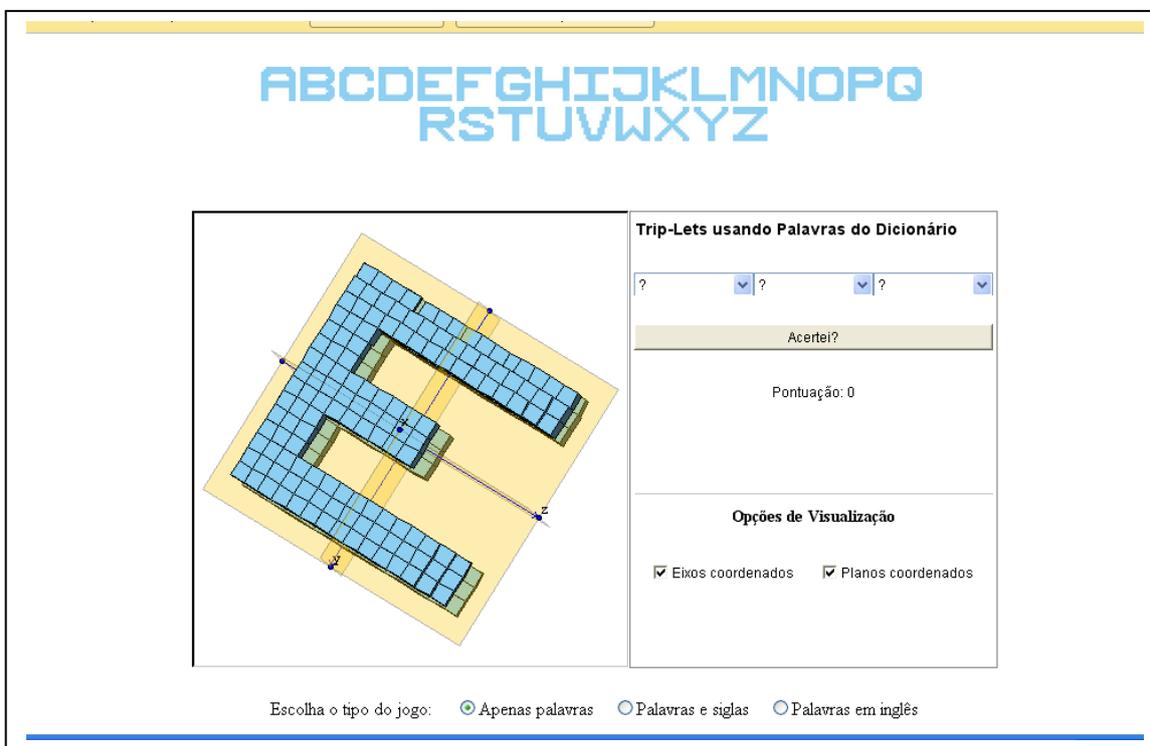


Figura 7 – O alfabeto, a letra E, eixos e planos coordenados no Trip-lets.

O jogo *Trip-lets* é acompanhado por um rol de observações complementares instigantes e, ainda, de orientações na forma de um guia para o professor. Entre as observações estão uma menção ao *alphanbot*, um robô virtual que pode assumir a forma de qualquer letra do nosso alfabeto e a um *relógio solar digital*, isto é, um relógio que exibe as horas em números usando apenas sombras e a luz do sol. Tudo isso se apresenta inter-relacionado com as letras obtidas no jogo e com um teorema da teoria dos fractais, o qual trata da escolha de uma coleção de figuras planas e da existência de um objeto cujas projeções incluem as da coleção escolhida.

No Guia do Professor do *Trip-lets* são apresentadas sugestões de como e quando as atividades com o software podem ser aplicadas em sala de aula, sugerindo a sua adequação na apresentação do conceito de perpendicularidade entre retas e planos, e do conceito de projeção ortogonal. Cabe ressaltar que o software busca oferecer um ambiente didático a partir do qual o professor poderá vir a descobrir conhecimentos prévios, esquemas e estratégias mentais, intuições, bem como equívocos dos seus estudantes.

Finalizando, pelo aqui apresentado, acreditamos termos material suficiente para iniciar uma reflexão sobre a criatividade frente ao questionamento aqui levantado e, principalmente, em como podemos levar os nossos alunos a entrelaçar diferentes áreas do conhecimento no ambiente da matemática escolar e em como auxiliá-los a ser mais criativos, tanto na sua vida cotidiana como na sala de aula.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. M. L. S. (2007) O papel da escola na estimulação do talento criativo. In: FLEITH, D. S.; ALENCAR, E. M. L. S. (org) *Desenvolvimento de talentos e altas habilidades: orientações para pais e professores*. Porto Alegre: Artmed.
- BRASIL. (1998) Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília: MEC/SEF.
- HOFSTADTER, D. R. (1979) *Gödel, Escher e Bach: An eternal golden braid*. New York: Basic Books.
- _____, (2001) *Gödel, Escher e Bach: Um entrelaçamento de gênios brilhantes*. Brasília: Editora UnB.
- KALEFF, A. M. M. R. (2010) O museu interativo de matemática como uma ferramenta para a democratização da matemática com vistas à educação inclusiva. *Educação Matemática em Revista - Rio Grande do Sul*. SBEM – RS. v.1. Edição 2010 (artigo aceito para publicação).
- _____, (2008) *Tópicos em ensino de geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Rio de Janeiro: UFF/CEDERJ/UAB.
- _____, (2007) Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática. *Bolema-UNESP*. Rio Claro - SP n. 28, novembro de 2007. p. 69-94.
- _____, (2003) *Vendo e entendendo Poliedros*. 2 ed. Niterói: EdUFF.

LORENZATO, S. (org). (2010) *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 3 ed. Coleção Formação de Professores. Campinas - SP: Autores Associados.

MAY, R. (1975) *A coragem de criar*. 10 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

MOURA, M. O. (1994) A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. *Educação Matemática em Revista: Séries iniciais*. SBEM. Ano II, n. 3 – 2º semestre 94. p. 17-28.

NÓVOA, A (1997) Diz-me como ensinas, dir-te-ei quem tu és e vice-versa. In: FAZENDA, I. C. A (org). *A pesquisa em Educação e as transformações do conhecimento*. 2 ed. Campinas-SP: Papirus. p. 29-41.

CRIATIVIDADE, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E LABORATÓRIOS DE ENSINO

Ana Maria M. R. Kaleff - anakaleff@vm.uff.br

Universidade Federal Fluminense - UFF

Departamento de Geometria/Laboratório de Ensino de Geometria

RESUMO

A partir da obra de Douglas R. Hofstadter intitulada *Gödel, Escher e Bach* apresentamos uma reflexão por meio do entrelaçamento de considerações sobre a criatividade no ambiente escolar, o ensino da matemática, a aprendizagem significativa e, ainda, a coragem de criar, como vista pelo psicólogo Rollo May. Para tanto, focalizamos o que entendemos ser a atuação do professor educador matemático por meio de ações que podem ser realizadas em sala de aula e em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais para a escola básica desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF, com o principal objetivo de desenvolver a visualização geométrica do aluno. O primeiro é um experimento educacional interdisciplinar sobre polígonos equivalentes e está relacionado à obra do artista gráfico holandês Maurits Escher. Esse experimento envolve recursos manipulativos concretos e jogos virtuais interativos, cujos materiais podem também ser adaptados para a educação inclusiva do aluno deficiente visual. O outro recurso foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original. É um software educacional interativo que visa a auxiliar o ensino de permutações, a observar simetrias e projeções ortogonais no espaço.

Palavras-chave: Aprendizagem Criativa; Experimentos Educacionais; Práticas Criativas.

APRESENTAÇÃO

Desde 1979, o livro intitulado *Gödel, Escher e Bach* (Hofstadter, 1979) faz sucesso principalmente entre matemáticos e educadores matemáticos, devido à abordagem instigante e criativa na maneira de relacionar três áreas de conhecimento: matemática, artes gráficas e música. Ao ligar a linguagem simbólica da Matemática à dos desenhos e seus traçados àquela das notas musicais, Douglas R. Hofstadter abriu um caminho inovador instigante para a divulgação da existência de conexões e inter-

relações entre conhecimentos aparentemente separados e hermeticamente fechados em si mesmos.

A criatividade desse escritor e desenhista, cuja obra só foi traduzida no Brasil com duas décadas de atraso, vem mostrar como características individuais, de alguém com domínio de diferentes áreas de conhecimento, permitem fazer um “entrelaçamento de gênios brilhantes”, como tão bem coloca o título em português desse livro (Hofstadter, 2001).

Frente a essas considerações, e como professores, podemos nos fazer um amplo questionamento, no qual inicialmente cabem as seguintes perguntas:

- No ambiente escolar das aulas de Matemática, como levar os alunos a entrelaçar áreas diferentes de conhecimento?
- Como podemos ajudar nossos alunos a serem mais criativos na vida e em relação à Matemática?

Refletir sobre tais questões é o que pretendemos a seguir. Para tanto, tecemos considerações sobre a criatividade e o ambiente escolar. Apresentamos uma análise sobre como entendemos o que seja a atuação do professor educador matemático frente às ações que podem ser realizadas em sala de aula ou em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF. O primeiro é um experimento educacional e está diretamente relacionado a uma litografia de Escher; o outro foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original.

CRIATIVIDADE E O AMBIENTE ESCOLAR

Desde as três últimas décadas, vivemos grandes mudanças sociais devido ao desenvolvimento científico e tecnológico. Como decorrência, surgiu um grande desafio para a Escola, o qual se torna cada vez maior: em nossa sociedade apresenta-se um enorme desequilíbrio entre as oportunidades proporcionadas pela Escola e a imensa variedade de condições que, fora dela, permitem ao indivíduo o acesso às mais recentes descobertas científicas. Os meios eletrônicos, a internet, as redes sociais etc., permitem com que termos específicos, tais como nanotecnologia, genoma, aquecimento global, camada pré-sal – só para citar alguns exemplos – já façam parte do cotidiano de jovens adolescentes. Frente a esse aparato de acesso a novas informações, aos educadores se apresenta o desafio de motivar e levar o aluno a usufruir de cada informação recém

descoberta. Ou seja, cabe à Escola indicar os meios de transformar as informações em um novo conhecimento, incorporando-as aos antigos saberes escolares, ampliando a gama de ferramentas cognitivas a favor do desenvolvimento integral do sujeito como indivíduo.

Como incrementar o aparato mental, incentivar as características subjetivas do aluno e a sua criatividade é uma tarefa cada vez mais desafiadora aos professores, pois a sua formação profissional e acadêmica está muito longe de dar conta dessa grande empreitada.

Uma das principais características individuais é a criatividade. O psicanalista Rollo May parte do pressuposto de que o ato de criar consiste no sujeito conseguir integrar imaginação, sentimento e ação. No entanto, considera que para a efetiva realização de um ato de criatividade é preciso a "coragem de criar", ou seja, é necessária uma grande dose de coragem e de luta contra a apatia e a inércia. Esse estudioso da mente, há mais de 30 anos, também já apontava para a forte relação entre a formação do professor e a criatividade exigida pela profissão docente, chamando a atenção para a sua relação com a coragem humana, considerando que esses profissionais têm a necessidade de apresentar uma coragem criativa, a qual é proporcional ao grau de mudança exigido pela Escola na criação de uma nova sociedade. É essa coragem criativa que leva à:

descoberta de novas formas, novos símbolos, novos padrões segundo os quais uma nova sociedade pode ser construída. Nos nossos dias, a tecnologia e a engenharia, a diplomacia, o comércio, e, sem dúvida o magistério, todas essas profissões, e dezenas de outras, passam por mudanças radicais e precisam de indivíduos que valorizem e dirijam essas mudanças. A necessidade de coragem criativa é proporcional ao grau de mudança (MAY, 1975, p. 19).

Nessa perspectiva, é necessário se desbloquear os medos que paralisam a criatividade e, portanto o nascimento de algo novo. A sociedade e o ambiente escolar devem proporcionar segurança ao *fazer criador*; gerar confiabilidade ao ato de fazer, de manipular matérias e formas, ou de dar asas à imaginação. É necessário que a Escola permita o surgimento de livres associações de idéias, novas conexões e inter-relações não imaginadas. Assim, o ato de criar, deve ser incentivado tanto a evocar um desbloqueio da inibição de uma nova produção, como também ser um sinal da libertação afetiva e emocional do indivíduo.

A sociedade atual, no entanto, nos ensina, desde tenra idade, a refrear a nossa curiosidade, a evitar situações de perda ou de fracasso, a evitar circunstâncias sociais ambíguas e pouco claras, a controlar nossos sentimentos e emoções. Muito cedo somos

levados a criticar os nossos impulsos e idéias. Somos regidos por uma censura precoce que geralmente nos engessa e não nos permite explorar novas ideias, repressando tudo aquilo que poderia ser considerado ridículo ou motivo de crítica. Por outro lado, há muito tempo, a nossa sociedade nos leva a acreditar que o talento, inspiração e criatividade são resultado de fatores pertinentes a poucos indivíduos privilegiados, ou considerados excêntricos. Infelizmente, no sistema escolar, ainda somos levados a crer que sobre esses fatores temos pouco domínio, pois, como vários educadores colocam:

A criatividade é também bloqueada por ser considerada um fenômeno raro e extraordinário, segregado em domínios especializados, como artes e invenções, o que limita as possibilidades de uma atuação criativa no ensino de muitas matérias. (ALENCAR, 2007, p.156)

Todos os dias, como professores, somos confrontados com alunos que se encontram colocados frente a barreiras emocionais, as quais dificultam o aproveitamento escolar e as novas aprendizagens. Entre tais barreiras salientam-se a apatia, a insegurança, o medo de parecer ridículo, o medo do fracasso e os sentimentos de inferioridade. Esses fatores inibem o surgimento de novas possibilidades para a apreensão do conhecimento, pois a apatia se reflete na descrença e no desinteresse por realizar mudanças no decorrer de uma ação, ou ainda na falta de tentativas de aproveitar as próprias idéias.

Quantos alunos, mesmo nas séries iniciais da escola fundamental, se apresentam apáticos e dizem: “*não consigo*”, “*não adianta tentar*” ou “*não vale o esforço, porque eu sei que não vou saber*”?

Mesmo em idade precoce, a censura individual leva a uma postura crítica que estabelece barreiras rígidas à expressão de novas idéias e pontos de vista. Por outro lado, o tão famoso e atual *bullying* no ambiente escolar, nos aponta para o domínio do medo do sujeito ser alvo de chacotas e deboche – medo de não só ser ridicularizado, mas de ser agredido fisicamente, medo da violência – esse é um outro fator que também leva o aluno a não levar adiante as suas idéias, até mesmo antes de expressá-las.

Além de todas essas barreiras de natureza emocional, que constituem forças inibidoras a um pensamento mais flexível e inovador, é ainda muito comum o desconhecimento, mesmo por parte de adultos, de suas próprias habilidades e potencialidades. Tudo leva a crer que, aulas tradicionais pouco contribuem para que o aprendiz, ainda que adulto, se dê conta de sua própria capacidade e de seu potencial de ação e, principalmente, de sua criatividade. Ou seja, aquelas aulas centradas na figura e

na atuação do professor, na apresentação de conteúdos estabelecidos por um rígido programa escolar no qual as necessidades sociais, psicológicas e cognitivas do indivíduo são pouco consideradas, pouco contribuem para o desenvolvimento do aprendiz como um todo.

Frente a este quadro, envolto nessa ampla gama de conflitos que inibem a coragem de criar, acreditamos que tanto as ações do educador matemático quanto aquelas realizadas em procedimentos de sala de aula ou em um laboratório de ensino possam vir a fazer uma grande diferença no ambiente escolar.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ATUAÇÃO DO PROFESSOR

O desenvolvimento científico e tecnológico traz para a escola outro grande desafio, ou seja, o de despertar no aluno a compreensão dos novos conhecimentos como processos transformadores que ampliam seus saberes e os formam como seres humanos e cidadãos. As novas ferramentas educacionais, principalmente aquelas advindas da informática, devem poder motivar o aluno a usufruir os saberes escolares e a reconhecer o seu valor como manancial de conhecimento e como práticas sociais. Dessa forma, como profissionais professores, cabe a nós o enfrentamento desse outro grande desafio em busca da cidadania. Essa questão nos atinge diretamente, pois aponta em outra direção, a de que não devemos transmitir ao aluno a falsa impressão de que somos autoridades absolutas e portadoras de verdades inalteráveis, cujas conclusões são definitivas e sempre corretas. No entanto, essa postura é muitas vezes aquela encontrada tanto nos cursos de licenciatura como nos livros didáticos, a principal ferramenta de trabalho da maioria dos docentes.

Quantos de nós, professores, temos consciência de que, ao discutir e interpretar teorias científicas - como professores de matemática, ciências e física -, podemos ajudar o aprendiz a perceber a necessidade de manter o equilíbrio entre aceitar o conhecimento vigente e manter uma mente aberta, no sentido de estar atento e receptivo a possíveis mudanças advindas de novas teorias?

Em busca do alargamento do horizonte científico do aluno e de desenvolver suas competências ante as novas situações sociais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em todos os níveis de ensino, dão à *resolução de problemas* uma dupla função: como eixo integrador das diversas áreas de conhecimento e como uma atividade fundamental para o ensino de conhecimentos científicos, incluindo os matemáticos. Nesse quadro, a aquisição de conceitos, técnicas, competências, processos e habilidades

para o século XXI surge naturalmente a partir de atividades ligadas à resolução de uma situação-problema instigante e significativa para o aluno. No entanto, para a Escola poder oferecer essa aquisição ao estudante, precisa redesenhar o processo de ensino e aprendizagem.

Tudo indica que o esquema clássico de um professor em frente à classe, apresentando a resolução de um problema a um conjunto de jovens apáticos, sentados e alinhados em fileiras de carteiras, deva ser mudado para pequenos grupos de aprendizes trabalhando em grupo, em ambientes mais informais – porém, cercados de todo respeito mútuo -, na busca da solução do problema no âmbito de um projeto instigante e contextualizador. Nesse esquema, a tecnologia poderá ajudar, porém se não mudarmos as diretrizes da vivência na sala de aula, certamente as ferramentas e os meios tecnológicos só virão a ratificar velhos hábitos didáticos, sem apoiar uma visão mais adequada ao aprendizado criativo requerido nesse século.

Por outro lado, para enfrentar tudo isso, nas últimas décadas, surgiram novos procedimentos relacionados ao ensino da Matemática. A Escola tem sido palco de grandes transformações devido à atuação de um novo tipo de educador: o *educador matemático*. Esse profissional concebe a Matemática como *um meio e não como um fim em si mesmo*, pois é através dela que ele educa o indivíduo e o cidadão.

O educador matemático educa *pela* Matemática e não *para* a Matemática – tem por objetivo a formação do aluno como *ser humano criativo* e não só como *ser matemático*, por isso, questiona qual matemática e que ensino são mais adequados e relevantes para uma profícua formação individual mais criativa, integrada às individualidades do sujeito, e voltada para a cidadania. Podemos considerar que, para o educador matemático, o objetivo principal da escola básica não é a formação do futuro especialista e profissional pesquisador de Matemática, ainda que muitos alunos possam vir a se interessar para serem matemáticos profissionais.

Cabe mencionar que, na nossa prática em cursos de formação continuada, tem sido observado que muitos docentes em exercício e que procuram a atualização dos conhecimentos matemáticos/educacionais, criticam a sua formação, alegando despreparo para se considerarem educadores matemáticos. Afirmam estar acostumados a reproduzir técnicas que não os capacitam para o estabelecimento de recursos educacionais criativos, autônomos e em sintonia com as necessidades escolares atuais.

A maioria dos profissionais declara que grande parte das disciplinas específicas da sua formação inicial tratou os conteúdos compartimentados em áreas de

conhecimento isolados - algumas até desconsideradas -, de maneira formal, em sequências demonstrativas. Tudo isso os levou – e, muitas vezes, ainda os leva - a reproduzir as informações por meio da memorização, não as transformado em conhecimento próprio, autônomo, criativo e interdisciplinar. Também declaram não se sentir à vontade frente a estratégias didáticas não demonstrativas, ainda que as admitam como importantes para a resolução de problemas.

Pelo exposto, tudo indica que temos formado o professor de uma maneira, para que trabalhe de outra.

Sob a perspectiva de reverter essa situação na formação e atuação do professor, educadores matemáticos sugerem várias práticas que permitem ao docente tanto conhecer os conteúdos e procedimentos matemáticos, como também relacioná-los de uma maneira mais criativa ao ensino e à aprendizagem. Tais práticas pretendem que o professor seja um agente de transmissão dos conteúdos disciplinares, como também um mediador e incentivador do desenvolvimento da aprendizagem por meio de um ensino mais adequado ao aluno e à realidade vigente. Como consequência imediata, esse tipo de formação permite com que o professor não seja mais estigmatizado como profissional e não aconteçam insultos e preconceitos, como os proferidos pelo escritor Bernard Shaw:

de que ainda hoje se ouvem ecos: **quem sabe faz; quem não sabe ensina**. Pretendia-se relacionar a entrada no professorado com um falhanço nas áreas disciplinares de base. Para o ensino iam apenas os medíocres. (NÓVOA, 1997, p.35, grifo nosso).

Buscando tanto uma melhor formação matemática como pedagógica do futuro professor e dos professores em exercício, é que, para muitos educadores matemáticos, vivências especiais realizadas em sala de aula ou em laboratórios de ensino são importantes. Ou seja, é importante o trabalho com materiais concretos e virtuais que permitem a modelação de conteúdos e de relações matemáticas, tendo como consequência uma aprendizagem significativa e criativa. Aprendizagem que dê segurança ao sujeito quanto ao seu próprio conhecimento no enfrentamento de suas necessidades para a vida (cotidiana e científica) e o torne mais autônomo e respeitador frente ao saber dos seus pares. É do que tratamos a seguir.

LABORATÓRIOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

As vivências em laboratórios de ensino têm sido bem aceitas principalmente por aqueles profissionais que trabalham em escolas com poucos recursos didáticos, mas que buscam inovar a sua sala de aula, por meio de desafios, brincadeiras, jogos e materiais manipuláveis, ainda que sejam construídos com sucata. Muitas vezes, é por meio de um material pouco sofisticado e não-eletrônico que podemos obter um ambiente didático rico para auxiliar a criança – sobretudo a portadora de necessidades especiais –, a desenvolver o pensamento em direção à autonomia como ser humano criativo e cidadão. Na UFF, grande parte da vivência dessas experiências se dá no Laboratório de Ensino de Geometria - LEG (www.uff.br/LEG).

Pelo observado ao longo dos últimos 15 anos no LEG, bem como pelos muitos relatos de educadores matemáticos, tais como os organizados por Lorenzato (2010) ou os apresentados por Kaleff (2007 e 2003), tem sido de grande valia a estratégia de se conscientizar o profissional sobre o papel das ações laboratoriais na formação do educando criativo e sobre como essas podem ser realizadas, ainda que o ambiente físico no qual aconteçam essas ações não seja propriamente o de uma sala preparada como um laboratório.

Como já relatado por Kaleff (2008), a expressão Laboratório de Ensino ou Laboratório de Matemática (LEM) pode ser entendida com dois sentidos, o de referência a um local físico ou a um processo escolar. A primeira consideração refere-se a uma sala estruturada para a realização de experimentos educacionais concretos, envolvendo atividades matemáticas. A segunda, considerando o LEM como processo escolar, caracteriza um procedimento didático o qual transcorre de maneira bem diferente daqueles comumente realizados no ambiente de uma sala de aula tradicional. Em tal procedimento, os alunos e o professor têm mais liberdade de ação para a escolha dos materiais e métodos didáticos a serem utilizados, trabalham em grupos de forma colaborativa e mais respeitosa com vistas à resolução criativa de uma situação-problema, ou da descoberta de conceitos e relações matemáticas. Nos procedimentos laboratoriais, portanto, os alunos investigam, descobrem e constroem conhecimentos por meio da interação entre os colegas, o professor e o material, suplantando, muitas vezes dificuldades individuais e interpessoais que impedem o desabrochar da coragem para criar.

Pelo apresentado e como se verá a seguir, os procedimentos de um LEM podem acontecer no espaço físico de uma sala de aula comum e não necessariamente preparada como um local munido de prateleiras, armários e balcões típicos de um laboratório,

desde que o sistema escolar forneça o ambiente propício e os recursos didáticos necessários aos alunos.

No entanto, um LEM pode ainda ter outras características. Esse é o caso do LEG, que também é um pólo divulgador de pesquisas em Educação Matemática, principalmente daquelas que acontecem na UFF, além de alocar uma pequena biblioteca de Educação Matemática e todo o acervo didático de um museu interativo para o ensino, a divulgação e democratização da Matemática (KALEFF, 2011).

Desde a década de 1960, muitos educadores matemáticos têm estudado o papel dos recursos e materiais concretos, também chamados de materiais didáticos para a aprendizagem. Porém, no ambiente escolar, ainda se apresentam alguns mitos e até mesmo preconceitos contra a utilização de tais recursos. Um grande número de professores alega que os materiais concretos são muito caros e, portanto, pouco acessíveis com seus recursos advindos do salário como docente. Outros afirmam ter pouco conhecimento de como trabalhá-los em sala de aula.

Nos últimos anos, no ambiente educacional, surgiram ainda outras polêmicas, pois alguns profissionais alegam não ser mais necessário utilizar recursos concretos manipuláveis, pois os virtuais - advindos da informática, na forma de programas computacionais educativos interativos - seriam suficientes para levar o aluno à aprendizagem matemática, principalmente, quando se tratam de conteúdos geométricos e de sua visualização.

Em geral, os maiores mitos e polêmicas relacionam-se com a manipulação de materiais concretos quando se visa a atingir conhecimentos matemáticos mais avançados. Nesses casos, muitos professores e matemáticos, pouco ligados à pesquisa sobre a aprendizagem, alegam que os recursos concretos dificultam a abstração e o ensino da Matemática mais avançada. As vivências didáticas do LEG se contrapõem a esse mito e permitem constatar a importância dos recursos didáticos concretos no caminho para a abstração, o qual não prescinde do *fazer concreto*. No entanto, cabe lembrar que muitos pesquisadores em Educação Matemática têm mostrado que a eficácia dos materiais concretos/virtuais não depende somente da forma como o docente os utiliza. O sucesso da aprendizagem por meio desses recursos depende do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a se atingir, do tipo de aprendizagem, da filosofia e até da política da escola, como pode ser constatado pelo relato de alguns dos autores na compilação organizada por Lorenzato (2010). Dessa forma, a utilização de um

material didático está ligada a uma ampla rede de fatores, na qual o papel do professor é fundamental.

Por outro lado, o papel do docente é determinante para o sucesso da aprendizagem significativa e criativa, a começar por ter uma grande responsabilidade na escolha de bons materiais manipuláveis, de ter domínio dos procedimentos e maneiras de trabalhá-los com os alunos e, ainda, ter conhecimento do embasamento teórico requerido para o desenvolvimento dos conceitos. Além disso, o profissional precisa ter conhecimento de que os recursos didáticos manipuláveis não são escolhidos ao acaso, mas que os bons materiais devem ter características bem determinadas, as quais são resumidas a seguir. Portanto, o material didático deve:

- modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível;
- ser atraente e motivador, com vistas a cumprir o seu papel de mediador lúdico no desenvolvimento de habilidades e de conceitos matemáticos;
- ser apropriado para ser utilizado em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático;
- proporcionar ajuda a fundamentar e a facilitar um caminho para a abstração;
- proporcionar, na medida do possível, manipulação individual.

Cumpra-se enfatizar que o material didático manipulável ideal para os países em desenvolvimento, como no caso do Brasil e da nossa escola, é aquele de baixo custo e de fácil obtenção, o que permite que seja construído pelo professor com poucos recursos monetários e, muitas vezes, até mesmo pelos próprios alunos.

Para que o material didático seja uma ferramenta eficaz na sala de aula, é também relevante que o professor tenha consciência da importância das suas funções para o desenvolvimento das habilidades e dos conceitos matemáticos. Ou seja, que o docente, ao recorrer ao uso de um material concreto ou virtual como, por exemplo, a jogos do tipo quebra-cabeça - mesmo quando apresentados com interações na tela do computador - saiba que eles têm uma função didática fundamental frente às habilidades que estão envolvidas no processo mental do aluno e de como essas habilidades estão interligadas com o surgimento de obstáculos cognitivos na construção dos conceitos e relações matemáticas.

Na prática do LEG, temos observado, por exemplo, que muitos materiais concretos/virtuais são aceitos para serem usados pelo professor devido aos seus componentes lúdicos. Isso se dá principalmente, no caso de jogos. O docente parece não

levar em conta o potencial do material como formador do conhecimento em sua sala de aula, bem como auxiliar na transposição dos obstáculos cognitivos para a construção de um conceito, do seu significado e de sua abstração. Talvez isso se deva ao fato de o professor em exercício desconhecer que tais obstáculos são conjuntos de pensamentos que impedem ou dificultam o estabelecimento de relações entre as representações mentais do aluno no processo de compreensão, ou de construção de um conceito ou de uma relação matemática. No caso da Geometria, muitos desses obstáculos estão relacionados à habilidade da visualização, a qual é fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico (KALEFF, 2007)

Pelo apresentado, nem sempre os materiais didáticos são utilizados pelo aluno de uma maneira plena na busca de descobertas e de uma aprendizagem significativa criativa. Cumpre enfatizar, que as descobertas realizadas pelo aprendiz com os materiais concretos/virtuais são parte importante do processo de aprendizagem para o entendimento do significado de um conceito, mas elas não se constituem em todo o processo mental envolvido. Portanto, o docente precisa ter consciência de que o processo mediante o qual se produz a aprendizagem significativa criativa requer uma intensa atuação por parte do aluno, que necessita estabelecer uma rede de relações mentais entre as informações referentes a novos conteúdos e aquelas já disponíveis em sua estrutura mental. Ou seja, para construir novos conceitos e relações o aluno precisa ser ousado, ser levado a julgar e decidir entre atributos relevantes, a descobri-los e mesclá-los aos antigos, reconsiderar estes frente aos novos e ampliá-los ou diferenciá-los em função de informações emergentes. Assim sendo, esse processo de construção e criação de novos conceitos é muito importante, sendo um procedimento mental e de natureza interna ao indivíduo, o qual não deve ser identificado com ações lúdicas de simples observação, manipulação ou exploração de situações e objetos concretos/virtuais.

Resumidamente, a experiência do LEG aponta para o fato de que, na sala de aula e nos procedimentos de um laboratório, não se deve utilizar um determinado material didático apenas pelas características intrínsecas ao próprio material e pela sua ludicidade. Devemos utilizar os materiais concretos/virtuais com a preocupação voltada para a suplantação dos obstáculos cognitivos apresentados pelos alunos na construção de um conceito ou de uma relação matemática. Como docentes precisamos saber relacionar os materiais com as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas e com a formação criativa do significado matemático. Quando utilizados sem esses

cuidados, os materiais concretos não cumprem o seu objetivo didático e o aluno, ainda que goste da aula de Matemática, não constrói o significado e não desenvolve a criatividade matemática. O uso do material se restringirá a sua manipulação lúdica. Um jogo ficará restrito a si mesmo, sem um objetivo educacional mais amplo.

No que se segue, apresentamos dois exemplos de recursos didáticos criativos que podem ser utilizados nas aulas de um laboratório. O primeiro foi desenvolvido no LEG ao longo de diversos projetos de extensão da UFF e do projeto *Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem da Matemática do Ensino Médio* (CDME). Este projeto, pertencente ao Projeto *Condigital* do MEC/MCT (2007-2010), contou com subsídio da Secretaria de Educação a Distância (SEED/MEC) e nele também foi criado o segundo recurso aqui apresentado.

EXPERIMENTOS EDUCACIONAIS E SOFTWARES INTERATIVOS: PRÁTICAS CRIATIVAS PARA UM LEM

A interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento tem sido objeto de grande enfoque nos PCN, principalmente em relação às Artes. Nessa direção, tem sido dada ênfase ao papel do jogo no que tange à criatividade e à transposição de barreiras negativas que levam o aluno a erros e obstáculos cognitivos, bem como ao surgimento de atitudes positivas na busca de estratégias para o enfrentamento de situações-problema. Segundo os PCN, para as séries mais avançadas do ensino fundamental,

os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitar a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 19).

Por outro lado, observamos que, na escola, é muito natural que os jogos de encaixe de peças, como os do tipo quebra-cabeça, sejam cada vez mais utilizados, pois geralmente o aluno demonstra grande interesse pelo aspecto visual do material, pela diversidade das suas formas e também pelos desafios propostos.

O uso pedagógico de um jogo, como já mencionado, no entanto, deve ir além do prazer de jogar, pois, o jogo para o aluno: *“pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, como também pode estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas”* (MOURA, 1994, p.

21). Assim sendo, a criatividade é muito estimulada por um quebra-cabeça, na medida em que as formas vão sendo criadas pelo encaixe das peças, bem como a habilidade da visualização vai sendo desenvolvida, pois o aluno é obrigado a criar estratégias que beneficiam o desenvolvimento da percepção espacial.

Nessa direção, no LEG, elaboramos uma coleção de experimentos educacionais para o aluno, os quais aliam jogos e materiais concretos a digitais, bem como oferecem recursos que enfatizam práticas pedagógicas inovadoras para o ensino da Matemática. Um conjunto desses experimentos foi avaliado e aceito pelo *Banco Internacional de Objetos Educacionais* e estão publicados no *Portal do Professor do MEC* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/recursos.html>) Todos os experimentos e softwares interativos produzidos ao longo do projeto CDME encontram-se à disposição do público e podem ser encontrados na íntegra na página desse projeto (<http://www.uff.br/cdme/#experimentos>).

A aplicação e a avaliação dos experimentos educacionais foram intensamente realizadas por professores e alunos do ensino básico, em oficinas de curta duração. Além disso, visando à educação inclusiva, adaptações desses experimentos para deficientes visuais têm sido realizadas com parte desses materiais, as quais já foram testadas com alunos e professores do Instituto Benjamin Constant e estão sendo no Colégio Pedro II, ambos no Rio de Janeiro.

Um dos experimentos interdisciplinares mais interessantes criados no LEG e que incentiva a criatividade do aluno é denominado *Jogos artísticos geométricos concretos e virtuais* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31784> e http://www.uff.br/cdme/jogos_artisticos_geometricos/index.html). Esses jogos estão ligados à obra do ilustrador holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) e com eles buscamos introduzir o educando na beleza e na arte de um artista extremamente criativo. Buscamos ainda familiarizar esse aluno com uma obra, cuja transformação dos traços é fundamentada em fatos geométricos que vão se tornando significativos através do entendimento do que sejam figuras congruentes e, portanto, geometricamente idênticas. Resumidamente, pode-se dizer que o aluno é levado a observar polígonos equivalentes, cujas formas geométricas são inusitadas, instigantes e muito diferentes.

Esse experimento, cujas atividades são recomendadas para alunos do Ensino de Jovens e Adultos (EJA), do Ensino Fundamental e àqueles das séries do Ensino Médio, envolve três jogos artísticos: o *Mosaico dos Lagartos* e os jogos *do Lagarto* e do

Lagarto Geométrico. As peças do primeiro possuem a forma de lagartos enquanto que as dos demais, de polígonos convexos e não-convexos. No *Mosaico dos Lagartos* as peças podem ser conectadas em infinitas configurações planas, cujos limites são, apenas, a criatividade e a imaginação do aluno. Na Figura 1, encontra-se um exemplo de mosaico construído com as peças do jogo eletrônico.

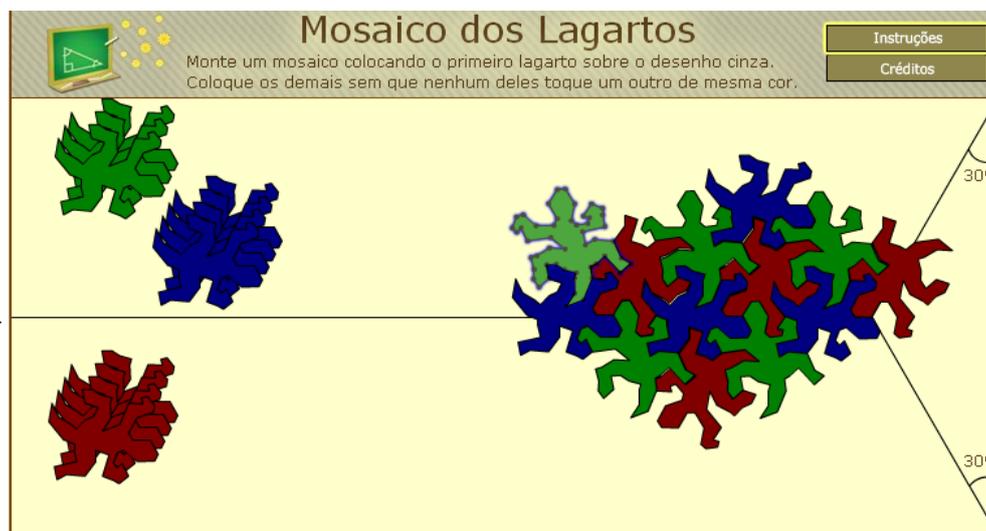


Figura 1 – *Mosaico dos Lagartos*.

Os jogos *do Lagarto* e do *Lagarto Geométrico* são formados por sete peças poligonais advindas de cortes sobre a figura do lagarto do mosaico, as quais, conforme são trabalhadas e justapostas, permitem obter tanto um hexágono regular quanto uma figura maior com a mesma forma do lagarto original, a qual é também a de um polígono muito irregular, como pode ser visto nas Figuras 2 e 3.

Cabe ainda lembrar que outras características desses jogos também contemplam às orientações dos PCN, ao incentivarem a criatividade e a visualização do aluno frente a conteúdos geométricos por meio da interdisciplinaridade e de situações de resolução de problema. Nesse experimento educacional, um desafio relaciona os dois quebra-cabeças ao questionarmos o aluno em como construir uma caixa para armazenar as sete peças do *Jogo do Lagarto*, portanto, adequando-o à resolução de um problema do cotidiano. Além disso, nas versões eletrônicas desses jogos, colocamos um termômetro o qual serve como ferramenta incentivadora da criatividade do jogador, pois ele permite com que o usuário perceba os seus erros e acertos, a adequação dos movimentos e dos encaixes das peças, por meio da indicação de *quente e frio*.



Figura 2 – *Jogo do Lagarto*

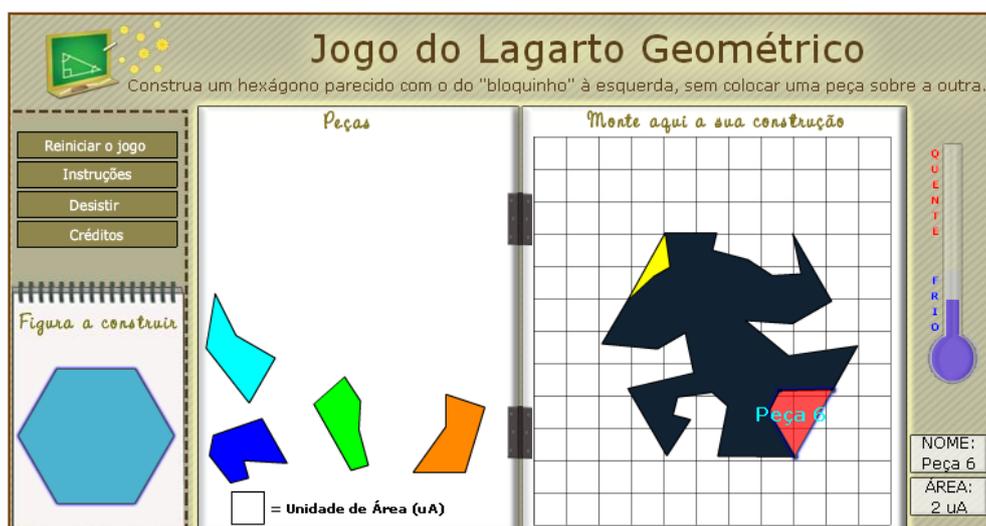


Figura 3 – *Jogo do Lagarto Geométrico*

É importante salientar que o mosaico e os jogos dos lagartos são baseados em uma litografia criada por Escher em 1943 e denominada *Reptiles* (Répteis) encontrada em (<http://www.mcescher.com/Gallery/back-bmp/LW327.jpg>). Essa obra é muito interessante e complexa, e nem sempre é de fácil entendimento. O artista começou esta gravura em 1939, a partir de um esboço de um esquema simples do lagarto, muito parecido com o do *Mosaico*. A ideia criativa e original dessa gravura é justapor cópias de tal esquema, repetindo-as para preencher uma superfície plana. A justaposição dos esquemas segue movimentos que podem ser descritos por argumentos matemáticos: pelo movimento da rotação do desenho do lagarto em um ângulo de 120° em torno de um ponto do plano e pela justaposição de tais desenhos compondo situações de

translação e simetria axial. Na Figura 1, podem ser vistos, no plano do tabuleiro com peças do *Mosaico dos Lagartos*, a formação de ângulos e de um possível eixo de simetria.

No Guia do Professor, que acompanha os jogos e as atividades, sugerimos ao professor que incentive os seus alunos à criação de outros jogos concretos/virtuais, utilizando materiais como lâminas emborrachadas ou recursos da geometria dinâmica como o programa livre *C.a.R - Régua e Compasso* (que pode ser encontrado em <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/car.overview.html>). Bem como, a buscar em artistas brasileiros temas para os jogos. O exemplo mais emblemático seria o uso de algumas das pinturas de *bandeirinhas* devidas à criatividade do artista Alfredo Volpi.

Também salientamos no Guia para o Professor, que o mosaico e os dois jogos com lagartos podem servir à educação inclusiva, na medida em que o aluno com deficiência visual pode ser beneficiado com as tarefas desses jogos nas suas versões concretas, cujas peças sejam construídas com material emborrachado (tipo EVA, com 1cm de espessura) com texturas diversas que representem as diferentes cores. Por sua vez, o mosaico virtual pode ser modelado por meio de um tabuleiro plano confeccionado com uma prancha de papelão tipo Paraná, recoberto com plástico adesivo transparente e com detalhes em papel tipo lixa, acetato e fio de linha. Na Figura 4, encontra-se um exemplo desse tabuleiro e das peças adaptadas com formas de lagarto.



Figura 4 – Tabuleiro plano e Mosaico dos Lagartos em material concreto

Por sua vez, um outro recurso didático foi desenvolvido na UFF e também está relacionado ao artista Escher. No âmbito do projeto CDME, o professor Humberto Bortolossi criou um *software* na forma de um jogo virtual interativo denominado *Trip-lets*. Esse está postado no *Portal do Professor* em

(<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31056>) e também nas páginas do projeto CDME. Uma versão em português encontra-se em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.htm> e outra, em inglês, em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-en.html>.

Esse jogo *Trip-lets* foi idealizado com base na figura desenhada por Hofstadter e denominada “A ‘GEB’ and an ‘EGB’ trip-let suspended in space”, a qual também ornamenta a capa da edição inglesa original do seu livro (HOFSTADTER, 1979, p. 01). Na Figura 5, pode ser visto um extrato da capa da edição comemorativa aos vinte anos dessa primeira edição, com a menção do autor Bortolossi sobre a idealização do jogo. Encontra-se exibida em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.html>.

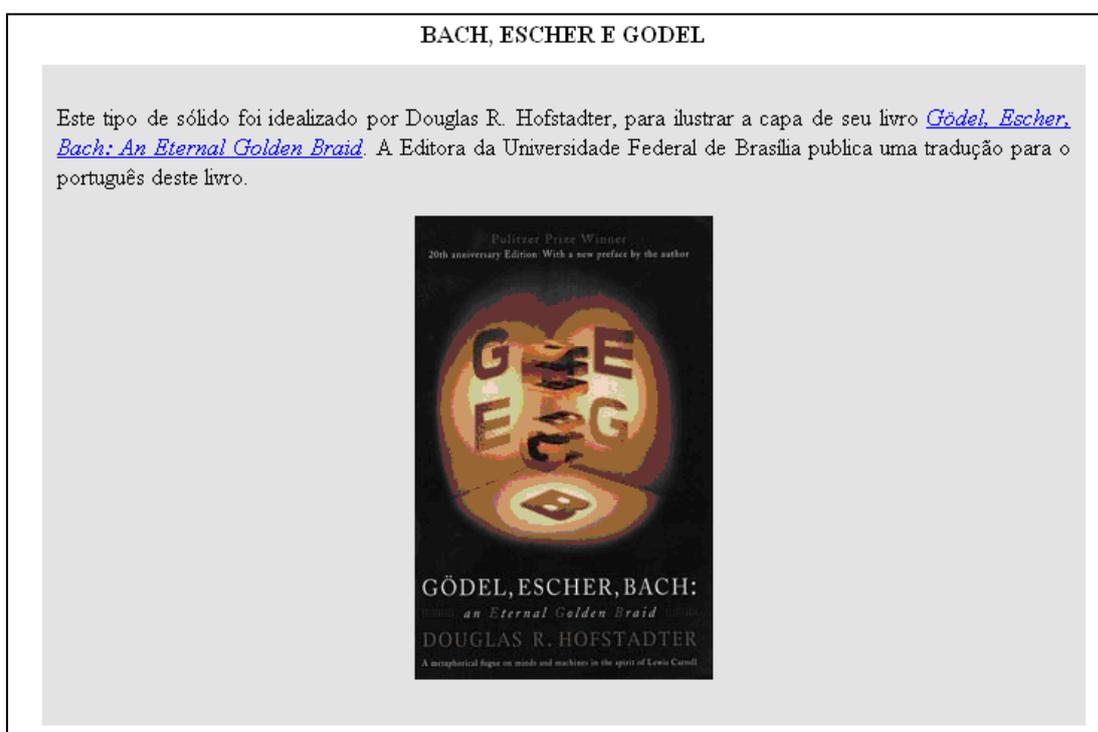


Figura 5 – A idealização do Jogo *Trip-lets*.

O software *Trip-lets* visa a exercitar a visualização tridimensional em caráter interdisciplinar com a Língua Portuguesa e com a Língua Inglesa. No ambiente desse aplicativo, o usuário pode manipular e movimentar o modelo de um sólido especial aparentemente formado por pequenos cubos. Essa movimentação possibilita a identificação da formação de três letras do alfabeto com as quais deve ser composta uma palavra ou uma sigla no idioma desejado, português ou inglês. Na Figura 6, encontra-se um exemplo da modelação de uma letra no jogo.

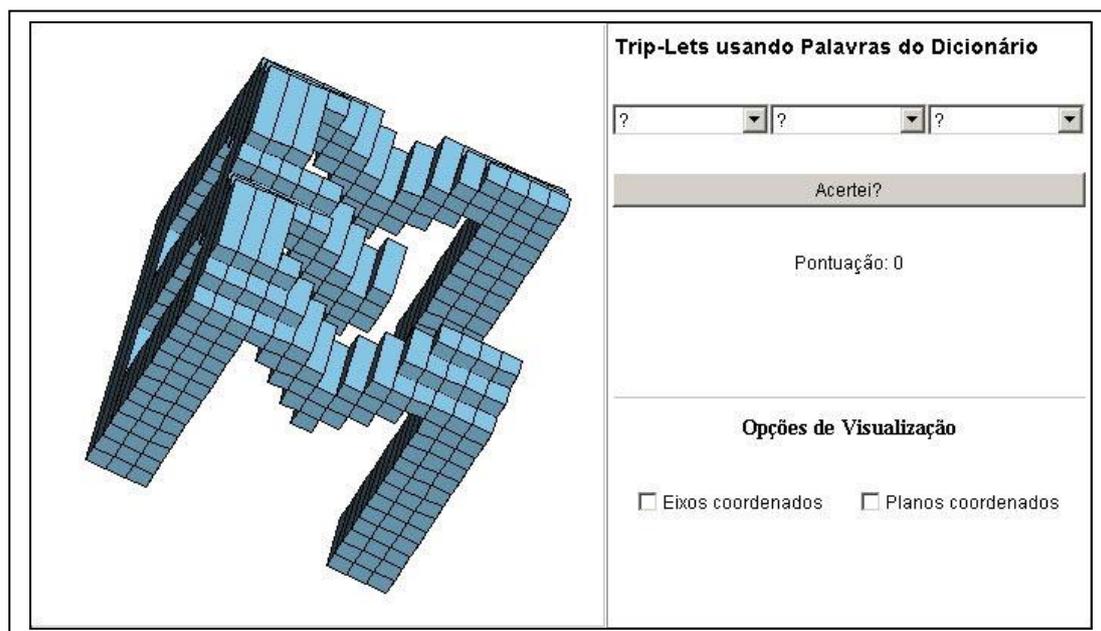


Figura 6 – Exemplo de situação para a modelação das letras M e B no Trip-lets.

O jogo apresenta um sistema de pontuação, o qual foi propositalmente criado, de forma a inibir uma abordagem do tipo *tentativa e erro* e levar o usuário a ir criando gradativamente estratégias para resolver os desafios, na medida em que eles aparecem. Com isso, o autor do jogo espera evitar que, no início da interação com o software, o usuário manipule os controles da atividade para estudar a situação proposta, como se fosse um mero experimento.

Para auxiliar e desenvolver a visualização geométrica do aluno, o jogo permite que os eixos e os planos coordenados possam ser exibidos, como, por exemplo, apresentados na Figura 7. Dessa forma, os objetivos do *Trip-lets* são levar o usuário a perceber tais eixos e planos como instrumentos de orientação no espaço, bem como a investigar questões envolvendo permutações e ainda a observar simetrias e projeções ortogonais.

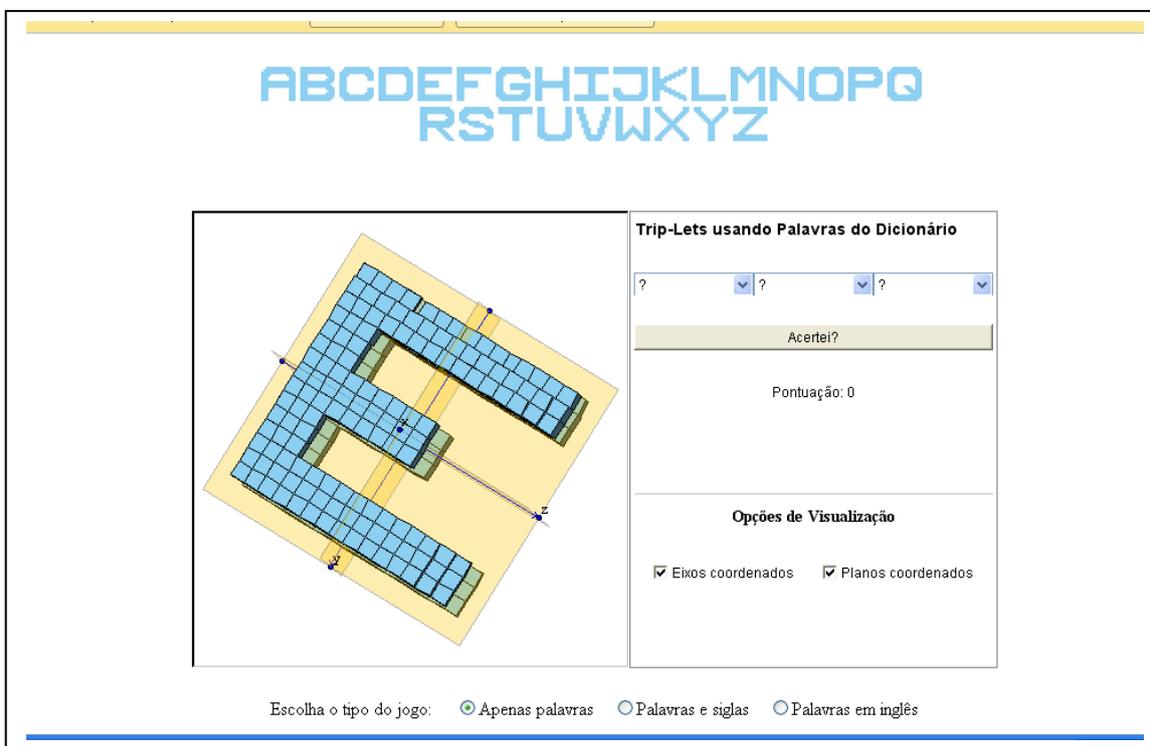


Figura 7 – O alfabeto, a letra E, eixos e planos coordenados no Trip-lets.

O jogo *Trip-lets* é acompanhado por um rol de observações complementares instigantes e, ainda, de orientações na forma de um guia para o professor. Entre as observações estão uma menção ao *alphanbot*, um robô virtual que pode assumir a forma de qualquer letra do nosso alfabeto e a um *relógio solar digital*, isto é, um relógio que exibe as horas em números usando apenas sombras e a luz do sol. Tudo isso se apresenta inter-relacionado com as letras obtidas no jogo e com um teorema da teoria dos fractais, o qual trata da escolha de uma coleção de figuras planas e da existência de um objeto cujas projeções incluem as da coleção escolhida.

No Guia do Professor do *Trip-lets* são apresentadas sugestões de como e quando as atividades com o software podem ser aplicadas em sala de aula, sugerindo a sua adequação na apresentação do conceito de perpendicularidade entre retas e planos, e do conceito de projeção ortogonal. Cabe ressaltar que o software busca oferecer um ambiente didático a partir do qual o professor poderá vir a descobrir conhecimentos prévios, esquemas e estratégias mentais, intuições, bem como equívocos dos seus estudantes.

Finalizando, pelo aqui apresentado, acreditamos termos material suficiente para iniciar uma reflexão sobre a criatividade frente ao questionamento aqui levantado e, principalmente, em como podemos levar os nossos alunos a entrelaçar diferentes áreas do conhecimento no ambiente da matemática escolar e em como auxiliá-los a ser mais criativos, tanto na sua vida cotidiana como na sala de aula.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. M. L. S. (2007) O papel da escola na estimulação do talento criativo. In: FLEITH, D. S.; ALENCAR, E. M. L. S. (org) *Desenvolvimento de talentos e altas habilidades: orientações para pais e professores*. Porto Alegre: Artmed.
- BRASIL. (1998) Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília: MEC/SEF.
- HOFSTADTER, D. R. (1979) *Gödel, Escher e Bach: An eternal golden braid*. New York: Basic Books.
- _____, (2001) *Gödel, Escher e Bach: Um entrelaçamento de gênios brilhantes*. Brasília: Editora UnB.
- KALEFF, A. M. M. R. (2010) O museu interativo de matemática como uma ferramenta para a democratização da matemática com vistas à educação inclusiva. *Educação Matemática em Revista - Rio Grande do Sul*. SBEM – RS. v.1. Edição 2010 (artigo aceito para publicação).
- _____, (2008) *Tópicos em ensino de geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Rio de Janeiro: UFF/CEDERJ/UAB.
- _____, (2007) Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática. *Bolema-UNESP*. Rio Claro - SP n. 28, novembro de 2007. p. 69-94.
- _____, (2003) *Vendo e entendendo Poliedros*. 2 ed. Niterói: EdUFF.

LORENZATO, S. (org). (2010) *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 3 ed. Coleção Formação de Professores. Campinas - SP: Autores Associados.

MAY, R. (1975) *A coragem de criar*. 10 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

MOURA, M. O. (1994) A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. *Educação Matemática em Revista: Séries iniciais*. SBEM. Ano II, n. 3 – 2º semestre 94. p. 17-28.

NÓVOA, A (1997) Diz-me como ensinas, dir-te-ei quem tu és e vice-versa. In: FAZENDA, I. C. A (org). *A pesquisa em Educação e as transformações do conhecimento*. 2 ed. Campinas-SP: Papirus. p. 29-41.

CRIATIVIDADE, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E LABORATÓRIOS DE ENSINO

Ana Maria M. R. Kaleff - anakaleff@vm.uff.br

Universidade Federal Fluminense - UFF

Departamento de Geometria/Laboratório de Ensino de Geometria

RESUMO

A partir da obra de Douglas R. Hofstadter intitulada *Gödel, Escher e Bach* apresentamos uma reflexão por meio do entrelaçamento de considerações sobre a criatividade no ambiente escolar, o ensino da matemática, a aprendizagem significativa e, ainda, a coragem de criar, como vista pelo psicólogo Rollo May. Para tanto, focalizamos o que entendemos ser a atuação do professor educador matemático por meio de ações que podem ser realizadas em sala de aula e em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais para a escola básica desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF, com o principal objetivo de desenvolver a visualização geométrica do aluno. O primeiro é um experimento educacional interdisciplinar sobre polígonos equivalentes e está relacionado à obra do artista gráfico holandês Maurits Escher. Esse experimento envolve recursos manipulativos concretos e jogos virtuais interativos, cujos materiais podem também ser adaptados para a educação inclusiva do aluno deficiente visual. O outro recurso foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original. É um software educacional interativo que visa a auxiliar o ensino de permutações, a observar simetrias e projeções ortogonais no espaço.

Palavras-chave: Aprendizagem Criativa; Experimentos Educacionais; Práticas Criativas.

APRESENTAÇÃO

Desde 1979, o livro intitulado *Gödel, Escher e Bach* (Hofstadter, 1979) faz sucesso principalmente entre matemáticos e educadores matemáticos, devido à abordagem instigante e criativa na maneira de relacionar três áreas de conhecimento: matemática, artes gráficas e música. Ao ligar a linguagem simbólica da Matemática à dos desenhos e seus traçados àquela das notas musicais, Douglas R. Hofstadter abriu um caminho inovador instigante para a divulgação da existência de conexões e inter-

relações entre conhecimentos aparentemente separados e hermeticamente fechados em si mesmos.

A criatividade desse escritor e desenhista, cuja obra só foi traduzida no Brasil com duas décadas de atraso, vem mostrar como características individuais, de alguém com domínio de diferentes áreas de conhecimento, permitem fazer um “entrelaçamento de gênios brilhantes”, como tão bem coloca o título em português desse livro (Hofstadter, 2001).

Frente a essas considerações, e como professores, podemos nos fazer um amplo questionamento, no qual inicialmente cabem as seguintes perguntas:

- No ambiente escolar das aulas de Matemática, como levar os alunos a entrelaçar áreas diferentes de conhecimento?
- Como podemos ajudar nossos alunos a serem mais criativos na vida e em relação à Matemática?

Refletir sobre tais questões é o que pretendemos a seguir. Para tanto, tecemos considerações sobre a criatividade e o ambiente escolar. Apresentamos uma análise sobre como entendemos o que seja a atuação do professor educador matemático frente às ações que podem ser realizadas em sala de aula ou em um laboratório de ensino visando à aprendizagem significativa e criativa dos conceitos e relações matemáticas. Terminamos apresentando exemplos de dois recursos educacionais desenvolvidos em projetos do Instituto de Matemática e Estatística da UFF. O primeiro é um experimento educacional e está diretamente relacionado a uma litografia de Escher; o outro foi idealizado a partir do desenho de Hofstadter para a capa do seu livro original.

CRIATIVIDADE E O AMBIENTE ESCOLAR

Desde as três últimas décadas, vivemos grandes mudanças sociais devido ao desenvolvimento científico e tecnológico. Como decorrência, surgiu um grande desafio para a Escola, o qual se torna cada vez maior: em nossa sociedade apresenta-se um enorme desequilíbrio entre as oportunidades proporcionadas pela Escola e a imensa variedade de condições que, fora dela, permitem ao indivíduo o acesso às mais recentes descobertas científicas. Os meios eletrônicos, a internet, as redes sociais etc., permitem com que termos específicos, tais como nanotecnologia, genoma, aquecimento global, camada pré-sal – só para citar alguns exemplos – já façam parte do cotidiano de jovens adolescentes. Frente a esse aparato de acesso a novas informações, aos educadores se apresenta o desafio de motivar e levar o aluno a usufruir de cada informação recém

descoberta. Ou seja, cabe à Escola indicar os meios de transformar as informações em um novo conhecimento, incorporando-as aos antigos saberes escolares, ampliando a gama de ferramentas cognitivas a favor do desenvolvimento integral do sujeito como indivíduo.

Como incrementar o aparato mental, incentivar as características subjetivas do aluno e a sua criatividade é uma tarefa cada vez mais desafiadora aos professores, pois a sua formação profissional e acadêmica está muito longe de dar conta dessa grande empreitada.

Uma das principais características individuais é a criatividade. O psicanalista Rollo May parte do pressuposto de que o ato de criar consiste no sujeito conseguir integrar imaginação, sentimento e ação. No entanto, considera que para a efetiva realização de um ato de criatividade é preciso a "coragem de criar", ou seja, é necessária uma grande dose de coragem e de luta contra a apatia e a inércia. Esse estudioso da mente, há mais de 30 anos, também já apontava para a forte relação entre a formação do professor e a criatividade exigida pela profissão docente, chamando a atenção para a sua relação com a coragem humana, considerando que esses profissionais têm a necessidade de apresentar uma coragem criativa, a qual é proporcional ao grau de mudança exigido pela Escola na criação de uma nova sociedade. É essa coragem criativa que leva à:

descoberta de novas formas, novos símbolos, novos padrões segundo os quais uma nova sociedade pode ser construída. Nos nossos dias, a tecnologia e a engenharia, a diplomacia, o comércio, e, sem dúvida o magistério, todas essas profissões, e dezenas de outras, passam por mudanças radicais e precisam de indivíduos que valorizem e dirijam essas mudanças. A necessidade de coragem criativa é proporcional ao grau de mudança (MAY, 1975, p. 19).

Nessa perspectiva, é necessário se desbloquear os medos que paralisam a criatividade e, portanto o nascimento de algo novo. A sociedade e o ambiente escolar devem proporcionar segurança ao *fazer criador*; gerar confiabilidade ao ato de fazer, de manipular matérias e formas, ou de dar asas à imaginação. É necessário que a Escola permita o surgimento de livres associações de idéias, novas conexões e inter-relações não imaginadas. Assim, o ato de criar, deve ser incentivado tanto a evocar um desbloqueio da inibição de uma nova produção, como também ser um sinal da libertação afetiva e emocional do indivíduo.

A sociedade atual, no entanto, nos ensina, desde tenra idade, a refrear a nossa curiosidade, a evitar situações de perda ou de fracasso, a evitar circunstâncias sociais ambíguas e pouco claras, a controlar nossos sentimentos e emoções. Muito cedo somos

levados a criticar os nossos impulsos e idéias. Somos regidos por uma censura precoce que geralmente nos engessa e não nos permite explorar novas ideias, repressando tudo aquilo que poderia ser considerado ridículo ou motivo de crítica. Por outro lado, há muito tempo, a nossa sociedade nos leva a acreditar que o talento, inspiração e criatividade são resultado de fatores pertinentes a poucos indivíduos privilegiados, ou considerados excêntricos. Infelizmente, no sistema escolar, ainda somos levados a crer que sobre esses fatores temos pouco domínio, pois, como vários educadores colocam:

A criatividade é também bloqueada por ser considerada um fenômeno raro e extraordinário, segregado em domínios especializados, como artes e invenções, o que limita as possibilidades de uma atuação criativa no ensino de muitas matérias. (ALENCAR, 2007, p.156)

Todos os dias, como professores, somos confrontados com alunos que se encontram colocados frente a barreiras emocionais, as quais dificultam o aproveitamento escolar e as novas aprendizagens. Entre tais barreiras salientam-se a apatia, a insegurança, o medo de parecer ridículo, o medo do fracasso e os sentimentos de inferioridade. Esses fatores inibem o surgimento de novas possibilidades para a apreensão do conhecimento, pois a apatia se reflete na descrença e no desinteresse por realizar mudanças no decorrer de uma ação, ou ainda na falta de tentativas de aproveitar as próprias idéias.

Quantos alunos, mesmo nas séries iniciais da escola fundamental, se apresentam apáticos e dizem: “*não consigo*”, “*não adianta tentar*” ou “*não vale o esforço, porque eu sei que não vou saber*”?

Mesmo em idade precoce, a censura individual leva a uma postura crítica que estabelece barreiras rígidas à expressão de novas idéias e pontos de vista. Por outro lado, o tão famoso e atual *bullying* no ambiente escolar, nos aponta para o domínio do medo do sujeito ser alvo de chacotas e deboche – medo de não só ser ridicularizado, mas de ser agredido fisicamente, medo da violência – esse é um outro fator que também leva o aluno a não levar adiante as suas idéias, até mesmo antes de expressá-las.

Além de todas essas barreiras de natureza emocional, que constituem forças inibidoras a um pensamento mais flexível e inovador, é ainda muito comum o desconhecimento, mesmo por parte de adultos, de suas próprias habilidades e potencialidades. Tudo leva a crer que, aulas tradicionais pouco contribuem para que o aprendiz, ainda que adulto, se dê conta de sua própria capacidade e de seu potencial de ação e, principalmente, de sua criatividade. Ou seja, aquelas aulas centradas na figura e

na atuação do professor, na apresentação de conteúdos estabelecidos por um rígido programa escolar no qual as necessidades sociais, psicológicas e cognitivas do indivíduo são pouco consideradas, pouco contribuem para o desenvolvimento do aprendiz como um todo.

Frente a este quadro, envolto nessa ampla gama de conflitos que inibem a coragem de criar, acreditamos que tanto as ações do educador matemático quanto aquelas realizadas em procedimentos de sala de aula ou em um laboratório de ensino possam vir a fazer uma grande diferença no ambiente escolar.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ATUAÇÃO DO PROFESSOR

O desenvolvimento científico e tecnológico traz para a escola outro grande desafio, ou seja, o de despertar no aluno a compreensão dos novos conhecimentos como processos transformadores que ampliam seus saberes e os formam como seres humanos e cidadãos. As novas ferramentas educacionais, principalmente aquelas advindas da informática, devem poder motivar o aluno a usufruir os saberes escolares e a reconhecer o seu valor como manancial de conhecimento e como práticas sociais. Dessa forma, como profissionais professores, cabe a nós o enfrentamento desse outro grande desafio em busca da cidadania. Essa questão nos atinge diretamente, pois aponta em outra direção, a de que não devemos transmitir ao aluno a falsa impressão de que somos autoridades absolutas e portadoras de verdades inalteráveis, cujas conclusões são definitivas e sempre corretas. No entanto, essa postura é muitas vezes aquela encontrada tanto nos cursos de licenciatura como nos livros didáticos, a principal ferramenta de trabalho da maioria dos docentes.

Quantos de nós, professores, temos consciência de que, ao discutir e interpretar teorias científicas - como professores de matemática, ciências e física -, podemos ajudar o aprendiz a perceber a necessidade de manter o equilíbrio entre aceitar o conhecimento vigente e manter uma mente aberta, no sentido de estar atento e receptivo a possíveis mudanças advindas de novas teorias?

Em busca do alargamento do horizonte científico do aluno e de desenvolver suas competências ante as novas situações sociais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em todos os níveis de ensino, dão à *resolução de problemas* uma dupla função: como eixo integrador das diversas áreas de conhecimento e como uma atividade fundamental para o ensino de conhecimentos científicos, incluindo os matemáticos. Nesse quadro, a aquisição de conceitos, técnicas, competências, processos e habilidades

para o século XXI surge naturalmente a partir de atividades ligadas à resolução de uma situação-problema instigante e significativa para o aluno. No entanto, para a Escola poder oferecer essa aquisição ao estudante, precisa redesenhar o processo de ensino e aprendizagem.

Tudo indica que o esquema clássico de um professor em frente à classe, apresentando a resolução de um problema a um conjunto de jovens apáticos, sentados e alinhados em fileiras de carteiras, deva ser mudado para pequenos grupos de aprendizes trabalhando em grupo, em ambientes mais informais – porém, cercados de todo respeito mútuo -, na busca da solução do problema no âmbito de um projeto instigante e contextualizador. Nesse esquema, a tecnologia poderá ajudar, porém se não mudarmos as diretrizes da vivência na sala de aula, certamente as ferramentas e os meios tecnológicos só virão a ratificar velhos hábitos didáticos, sem apoiar uma visão mais adequada ao aprendizado criativo requerido nesse século.

Por outro lado, para enfrentar tudo isso, nas últimas décadas, surgiram novos procedimentos relacionados ao ensino da Matemática. A Escola tem sido palco de grandes transformações devido à atuação de um novo tipo de educador: o *educador matemático*. Esse profissional concebe a Matemática como *um meio e não como um fim em si mesmo*, pois é através dela que ele educa o indivíduo e o cidadão.

O educador matemático educa *pela* Matemática e não *para* a Matemática – tem por objetivo a formação do aluno como *ser humano criativo* e não só como *ser matemático*, por isso, questiona qual matemática e que ensino são mais adequados e relevantes para uma profícua formação individual mais criativa, integrada às individualidades do sujeito, e voltada para a cidadania. Podemos considerar que, para o educador matemático, o objetivo principal da escola básica não é a formação do futuro especialista e profissional pesquisador de Matemática, ainda que muitos alunos possam vir a se interessar para serem matemáticos profissionais.

Cabe mencionar que, na nossa prática em cursos de formação continuada, tem sido observado que muitos docentes em exercício e que procuram a atualização dos conhecimentos matemáticos/educacionais, criticam a sua formação, alegando despreparo para se considerarem educadores matemáticos. Afirmam estar acostumados a reproduzir técnicas que não os capacitam para o estabelecimento de recursos educacionais criativos, autônomos e em sintonia com as necessidades escolares atuais.

A maioria dos profissionais declara que grande parte das disciplinas específicas da sua formação inicial tratou os conteúdos compartimentados em áreas de

conhecimento isolados - algumas até desconsideradas -, de maneira formal, em sequências demonstrativas. Tudo isso os levou – e, muitas vezes, ainda os leva - a reproduzir as informações por meio da memorização, não as transformado em conhecimento próprio, autônomo, criativo e interdisciplinar. Também declaram não se sentir à vontade frente a estratégias didáticas não demonstrativas, ainda que as admitam como importantes para a resolução de problemas.

Pelo exposto, tudo indica que temos formado o professor de uma maneira, para que trabalhe de outra.

Sob a perspectiva de reverter essa situação na formação e atuação do professor, educadores matemáticos sugerem várias práticas que permitem ao docente tanto conhecer os conteúdos e procedimentos matemáticos, como também relacioná-los de uma maneira mais criativa ao ensino e à aprendizagem. Tais práticas pretendem que o professor seja um agente de transmissão dos conteúdos disciplinares, como também um mediador e incentivador do desenvolvimento da aprendizagem por meio de um ensino mais adequado ao aluno e à realidade vigente. Como consequência imediata, esse tipo de formação permite com que o professor não seja mais estigmatizado como profissional e não aconteçam insultos e preconceitos, como os proferidos pelo escritor Bernard Shaw:

de que ainda hoje se ouvem ecos: **quem sabe faz; quem não sabe ensina**. Pretendia-se relacionar a entrada no professorado com um falhanço nas áreas disciplinares de base. Para o ensino iam apenas os medíocres. (NÓVOA, 1997, p.35, grifo nosso).

Buscando tanto uma melhor formação matemática como pedagógica do futuro professor e dos professores em exercício, é que, para muitos educadores matemáticos, vivências especiais realizadas em sala de aula ou em laboratórios de ensino são importantes. Ou seja, é importante o trabalho com materiais concretos e virtuais que permitem a modelação de conteúdos e de relações matemáticas, tendo como consequência uma aprendizagem significativa e criativa. Aprendizagem que dê segurança ao sujeito quanto ao seu próprio conhecimento no enfrentamento de suas necessidades para a vida (cotidiana e científica) e o torne mais autônomo e respeitador frente ao saber dos seus pares. É do que tratamos a seguir.

LABORATÓRIOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

As vivências em laboratórios de ensino têm sido bem aceitas principalmente por aqueles profissionais que trabalham em escolas com poucos recursos didáticos, mas que buscam inovar a sua sala de aula, por meio de desafios, brincadeiras, jogos e materiais manipuláveis, ainda que sejam construídos com sucata. Muitas vezes, é por meio de um material pouco sofisticado e não-eletrônico que podemos obter um ambiente didático rico para auxiliar a criança – sobretudo a portadora de necessidades especiais –, a desenvolver o pensamento em direção à autonomia como ser humano criativo e cidadão. Na UFF, grande parte da vivência dessas experiências se dá no Laboratório de Ensino de Geometria - LEG (www.uff.br/LEG).

Pelo observado ao longo dos últimos 15 anos no LEG, bem como pelos muitos relatos de educadores matemáticos, tais como os organizados por Lorenzato (2010) ou os apresentados por Kaleff (2007 e 2003), tem sido de grande valia a estratégia de se conscientizar o profissional sobre o papel das ações laboratoriais na formação do educando criativo e sobre como essas podem ser realizadas, ainda que o ambiente físico no qual aconteçam essas ações não seja propriamente o de uma sala preparada como um laboratório.

Como já relatado por Kaleff (2008), a expressão Laboratório de Ensino ou Laboratório de Matemática (LEM) pode ser entendida com dois sentidos, o de referência a um local físico ou a um processo escolar. A primeira consideração refere-se a uma sala estruturada para a realização de experimentos educacionais concretos, envolvendo atividades matemáticas. A segunda, considerando o LEM como processo escolar, caracteriza um procedimento didático o qual transcorre de maneira bem diferente daqueles comumente realizados no ambiente de uma sala de aula tradicional. Em tal procedimento, os alunos e o professor têm mais liberdade de ação para a escolha dos materiais e métodos didáticos a serem utilizados, trabalham em grupos de forma colaborativa e mais respeitosa com vistas à resolução criativa de uma situação-problema, ou da descoberta de conceitos e relações matemáticas. Nos procedimentos laboratoriais, portanto, os alunos investigam, descobrem e constroem conhecimentos por meio da interação entre os colegas, o professor e o material, suplantando, muitas vezes dificuldades individuais e interpessoais que impedem o desabrochar da coragem para criar.

Pelo apresentado e como se verá a seguir, os procedimentos de um LEM podem acontecer no espaço físico de uma sala de aula comum e não necessariamente preparada como um local munido de prateleiras, armários e balcões típicos de um laboratório,

desde que o sistema escolar forneça o ambiente propício e os recursos didáticos necessários aos alunos.

No entanto, um LEM pode ainda ter outras características. Esse é o caso do LEG, que também é um pólo divulgador de pesquisas em Educação Matemática, principalmente daquelas que acontecem na UFF, além de alocar uma pequena biblioteca de Educação Matemática e todo o acervo didático de um museu interativo para o ensino, a divulgação e democratização da Matemática (KALEFF, 2011).

Desde a década de 1960, muitos educadores matemáticos têm estudado o papel dos recursos e materiais concretos, também chamados de materiais didáticos para a aprendizagem. Porém, no ambiente escolar, ainda se apresentam alguns mitos e até mesmo preconceitos contra a utilização de tais recursos. Um grande número de professores alega que os materiais concretos são muito caros e, portanto, pouco acessíveis com seus recursos advindos do salário como docente. Outros afirmam ter pouco conhecimento de como trabalhá-los em sala de aula.

Nos últimos anos, no ambiente educacional, surgiram ainda outras polêmicas, pois alguns profissionais alegam não ser mais necessário utilizar recursos concretos manipuláveis, pois os virtuais - advindos da informática, na forma de programas computacionais educativos interativos - seriam suficientes para levar o aluno à aprendizagem matemática, principalmente, quando se tratam de conteúdos geométricos e de sua visualização.

Em geral, os maiores mitos e polêmicas relacionam-se com a manipulação de materiais concretos quando se visa a atingir conhecimentos matemáticos mais avançados. Nesses casos, muitos professores e matemáticos, pouco ligados à pesquisa sobre a aprendizagem, alegam que os recursos concretos dificultam a abstração e o ensino da Matemática mais avançada. As vivências didáticas do LEG se contrapõem a esse mito e permitem constatar a importância dos recursos didáticos concretos no caminho para a abstração, o qual não prescinde do *fazer concreto*. No entanto, cabe lembrar que muitos pesquisadores em Educação Matemática têm mostrado que a eficácia dos materiais concretos/virtuais não depende somente da forma como o docente os utiliza. O sucesso da aprendizagem por meio desses recursos depende do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a se atingir, do tipo de aprendizagem, da filosofia e até da política da escola, como pode ser constatado pelo relato de alguns dos autores na compilação organizada por Lorenzato (2010). Dessa forma, a utilização de um

material didático está ligada a uma ampla rede de fatores, na qual o papel do professor é fundamental.

Por outro lado, o papel do docente é determinante para o sucesso da aprendizagem significativa e criativa, a começar por ter uma grande responsabilidade na escolha de bons materiais manipuláveis, de ter domínio dos procedimentos e maneiras de trabalhá-los com os alunos e, ainda, ter conhecimento do embasamento teórico requerido para o desenvolvimento dos conceitos. Além disso, o profissional precisa ter conhecimento de que os recursos didáticos manipuláveis não são escolhidos ao acaso, mas que os bons materiais devem ter características bem determinadas, as quais são resumidas a seguir. Portanto, o material didático deve:

- modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível;
- ser atraente e motivador, com vistas a cumprir o seu papel de mediador lúdico no desenvolvimento de habilidades e de conceitos matemáticos;
- ser apropriado para ser utilizado em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático;
- proporcionar ajuda a fundamentar e a facilitar um caminho para a abstração;
- proporcionar, na medida do possível, manipulação individual.

Cumpra enfatizar que o material didático manipulável ideal para os países em desenvolvimento, como no caso do Brasil e da nossa escola, é aquele de baixo custo e de fácil obtenção, o que permite que seja construído pelo professor com poucos recursos monetários e, muitas vezes, até mesmo pelos próprios alunos.

Para que o material didático seja uma ferramenta eficaz na sala de aula, é também relevante que o professor tenha consciência da importância das suas funções para o desenvolvimento das habilidades e dos conceitos matemáticos. Ou seja, que o docente, ao recorrer ao uso de um material concreto ou virtual como, por exemplo, a jogos do tipo quebra-cabeça - mesmo quando apresentados com interações na tela do computador - saiba que eles têm uma função didática fundamental frente às habilidades que estão envolvidas no processo mental do aluno e de como essas habilidades estão interligadas com o surgimento de obstáculos cognitivos na construção dos conceitos e relações matemáticas.

Na prática do LEG, temos observado, por exemplo, que muitos materiais concretos/virtuais são aceitos para serem usados pelo professor devido aos seus componentes lúdicos. Isso se dá principalmente, no caso de jogos. O docente parece não

levar em conta o potencial do material como formador do conhecimento em sua sala de aula, bem como auxiliar na transposição dos obstáculos cognitivos para a construção de um conceito, do seu significado e de sua abstração. Talvez isso se deva ao fato de o professor em exercício desconhecer que tais obstáculos são conjuntos de pensamentos que impedem ou dificultam o estabelecimento de relações entre as representações mentais do aluno no processo de compreensão, ou de construção de um conceito ou de uma relação matemática. No caso da Geometria, muitos desses obstáculos estão relacionados à habilidade da visualização, a qual é fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico (KALEFF, 2007)

Pelo apresentado, nem sempre os materiais didáticos são utilizados pelo aluno de uma maneira plena na busca de descobertas e de uma aprendizagem significativa criativa. Cumpre enfatizar, que as descobertas realizadas pelo aprendiz com os materiais concretos/virtuais são parte importante do processo de aprendizagem para o entendimento do significado de um conceito, mas elas não se constituem em todo o processo mental envolvido. Portanto, o docente precisa ter consciência de que o processo mediante o qual se produz a aprendizagem significativa criativa requer uma intensa atuação por parte do aluno, que necessita estabelecer uma rede de relações mentais entre as informações referentes a novos conteúdos e aquelas já disponíveis em sua estrutura mental. Ou seja, para construir novos conceitos e relações o aluno precisa ser ousado, ser levado a julgar e decidir entre atributos relevantes, a descobri-los e mesclá-los aos antigos, reconsiderar estes frente aos novos e ampliá-los ou diferenciá-los em função de informações emergentes. Assim sendo, esse processo de construção e criação de novos conceitos é muito importante, sendo um procedimento mental e de natureza interna ao indivíduo, o qual não deve ser identificado com ações lúdicas de simples observação, manipulação ou exploração de situações e objetos concretos/virtuais.

Resumidamente, a experiência do LEG aponta para o fato de que, na sala de aula e nos procedimentos de um laboratório, não se deve utilizar um determinado material didático apenas pelas características intrínsecas ao próprio material e pela sua ludicidade. Devemos utilizar os materiais concretos/virtuais com a preocupação voltada para a suplantação dos obstáculos cognitivos apresentados pelos alunos na construção de um conceito ou de uma relação matemática. Como docentes precisamos saber relacionar os materiais com as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas e com a formação criativa do significado matemático. Quando utilizados sem esses

cuidados, os materiais concretos não cumprem o seu objetivo didático e o aluno, ainda que goste da aula de Matemática, não constrói o significado e não desenvolve a criatividade matemática. O uso do material se restringirá a sua manipulação lúdica. Um jogo ficará restrito a si mesmo, sem um objetivo educacional mais amplo.

No que se segue, apresentamos dois exemplos de recursos didáticos criativos que podem ser utilizados nas aulas de um laboratório. O primeiro foi desenvolvido no LEG ao longo de diversos projetos de extensão da UFF e do projeto *Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem da Matemática do Ensino Médio* (CDME). Este projeto, pertencente ao Projeto *Condigital* do MEC/MCT (2007-2010), contou com subsídio da Secretaria de Educação a Distância (SEED/MEC) e nele também foi criado o segundo recurso aqui apresentado.

EXPERIMENTOS EDUCACIONAIS E SOFTWARES INTERATIVOS: PRÁTICAS CRIATIVAS PARA UM LEM

A interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento tem sido objeto de grande enfoque nos PCN, principalmente em relação às Artes. Nessa direção, tem sido dada ênfase ao papel do jogo no que tange à criatividade e à transposição de barreiras negativas que levam o aluno a erros e obstáculos cognitivos, bem como ao surgimento de atitudes positivas na busca de estratégias para o enfrentamento de situações-problema. Segundo os PCN, para as séries mais avançadas do ensino fundamental,

os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitar a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 19).

Por outro lado, observamos que, na escola, é muito natural que os jogos de encaixe de peças, como os do tipo quebra-cabeça, sejam cada vez mais utilizados, pois geralmente o aluno demonstra grande interesse pelo aspecto visual do material, pela diversidade das suas formas e também pelos desafios propostos.

O uso pedagógico de um jogo, como já mencionado, no entanto, deve ir além do prazer de jogar, pois, o jogo para o aluno: *“pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, como também pode estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas”* (MOURA, 1994, p.

21). Assim sendo, a criatividade é muito estimulada por um quebra-cabeça, na medida em que as formas vão sendo criadas pelo encaixe das peças, bem como a habilidade da visualização vai sendo desenvolvida, pois o aluno é obrigado a criar estratégias que beneficiam o desenvolvimento da percepção espacial.

Nessa direção, no LEG, elaboramos uma coleção de experimentos educacionais para o aluno, os quais aliam jogos e materiais concretos a digitais, bem como oferecem recursos que enfatizam práticas pedagógicas inovadoras para o ensino da Matemática. Um conjunto desses experimentos foi avaliado e aceito pelo *Banco Internacional de Objetos Educacionais* e estão publicados no *Portal do Professor do MEC* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/recursos.html>) Todos os experimentos e softwares interativos produzidos ao longo do projeto CDME encontram-se à disposição do público e podem ser encontrados na íntegra na página desse projeto (<http://www.uff.br/cdme/#experimentos>).

A aplicação e a avaliação dos experimentos educacionais foram intensamente realizadas por professores e alunos do ensino básico, em oficinas de curta duração. Além disso, visando à educação inclusiva, adaptações desses experimentos para deficientes visuais têm sido realizadas com parte desses materiais, as quais já foram testadas com alunos e professores do Instituto Benjamin Constant e estão sendo no Colégio Pedro II, ambos no Rio de Janeiro.

Um dos experimentos interdisciplinares mais interessantes criados no LEG e que incentiva a criatividade do aluno é denominado *Jogos artísticos geométricos concretos e virtuais* (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31784> e http://www.uff.br/cdme/jogos_artisticos_geometricos/index.html). Esses jogos estão ligados à obra do ilustrador holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972) e com eles buscamos introduzir o educando na beleza e na arte de um artista extremamente criativo. Buscamos ainda familiarizar esse aluno com uma obra, cuja transformação dos traços é fundamentada em fatos geométricos que vão se tornando significativos através do entendimento do que sejam figuras congruentes e, portanto, geometricamente idênticas. Resumidamente, pode-se dizer que o aluno é levado a observar polígonos equivalentes, cujas formas geométricas são inusitadas, instigantes e muito diferentes.

Esse experimento, cujas atividades são recomendadas para alunos do Ensino de Jovens e Adultos (EJA), do Ensino Fundamental e àqueles das séries do Ensino Médio, envolve três jogos artísticos: o *Mosaico dos Lagartos* e os jogos *do Lagarto* e do

Lagarto Geométrico. As peças do primeiro possuem a forma de lagartos enquanto que as dos demais, de polígonos convexos e não-convexos. No *Mosaico dos Lagartos* as peças podem ser conectadas em infinitas configurações planas, cujos limites são, apenas, a criatividade e a imaginação do aluno. Na Figura 1, encontra-se um exemplo de mosaico construído com as peças do jogo eletrônico.

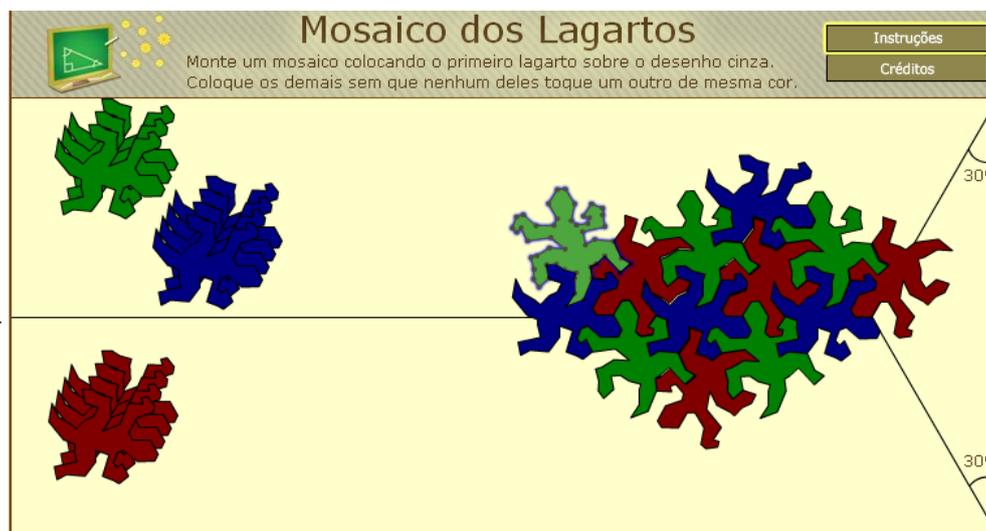


Figura 1 – *Mosaico dos Lagartos*.

Os jogos *do Lagarto* e *do Lagarto Geométrico* são formados por sete peças poligonais advindas de cortes sobre a figura do lagarto do mosaico, as quais, conforme são trabalhadas e justapostas, permitem obter tanto um hexágono regular quanto uma figura maior com a mesma forma do lagarto original, a qual é também a de um polígono muito irregular, como pode ser visto nas Figuras 2 e 3.

Cabe ainda lembrar que outras características desses jogos também contemplam às orientações dos PCN, ao incentivarem a criatividade e a visualização do aluno frente a conteúdos geométricos por meio da interdisciplinaridade e de situações de resolução de problema. Nesse experimento educacional, um desafio relaciona os dois quebra-cabeças ao questionarmos o aluno em como construir uma caixa para armazenar as sete peças do *Jogo do Lagarto*, portanto, adequando-o à resolução de um problema do cotidiano. Além disso, nas versões eletrônicas desses jogos, colocamos um termômetro o qual serve como ferramenta incentivadora da criatividade do jogador, pois ele permite com que o usuário perceba os seus erros e acertos, a adequação dos movimentos e dos encaixes das peças, por meio da indicação de *quente e frio*.



Figura 2 – *Jogo do Lagarto*

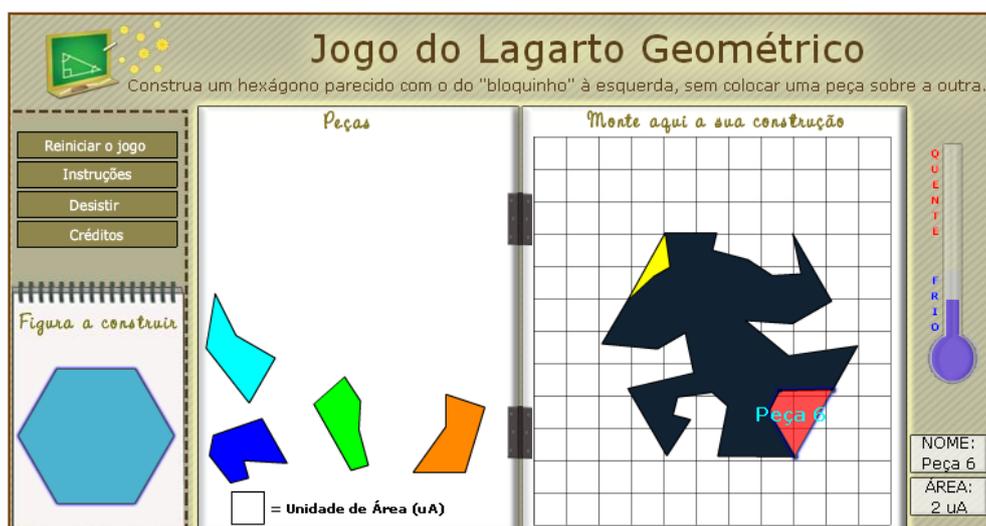


Figura 3 – *Jogo do Lagarto Geométrico*

É importante salientar que o mosaico e os jogos dos lagartos são baseados em uma litografia criada por Escher em 1943 e denominada *Reptiles* (Répteis) encontrada em (<http://www.mcescher.com/Gallery/back-bmp/LW327.jpg>). Essa obra é muito interessante e complexa, e nem sempre é de fácil entendimento. O artista começou esta gravura em 1939, a partir de um esboço de um esquema simples do lagarto, muito parecido com o do *Mosaico*. A ideia criativa e original dessa gravura é justapor cópias de tal esquema, repetindo-as para preencher uma superfície plana. A justaposição dos esquemas segue movimentos que podem ser descritos por argumentos matemáticos: pelo movimento da rotação do desenho do lagarto em um ângulo de 120° em torno de um ponto do plano e pela justaposição de tais desenhos compondo situações de

translação e simetria axial. Na Figura 1, podem ser vistos, no plano do tabuleiro com peças do *Mosaico dos Lagartos*, a formação de ângulos e de um possível eixo de simetria.

No Guia do Professor, que acompanha os jogos e as atividades, sugerimos ao professor que incentive os seus alunos à criação de outros jogos concretos/virtuais, utilizando materiais como lâminas emborrachadas ou recursos da geometria dinâmica como o programa livre *C.a.R - Régua e Compasso* (que pode ser encontrado em <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/car.overview.html>). Bem como, a buscar em artistas brasileiros temas para os jogos. O exemplo mais emblemático seria o uso de algumas das pinturas de *bandeirinhas* devidas à criatividade do artista Alfredo Volpi.

Também salientamos no Guia para o Professor, que o mosaico e os dois jogos com lagartos podem servir à educação inclusiva, na medida em que o aluno com deficiência visual pode ser beneficiado com as tarefas desses jogos nas suas versões concretas, cujas peças sejam construídas com material emborrachado (tipo EVA, com 1cm de espessura) com texturas diversas que representem as diferentes cores. Por sua vez, o mosaico virtual pode ser modelado por meio de um tabuleiro plano confeccionado com uma prancha de papelão tipo Paraná, recoberto com plástico adesivo transparente e com detalhes em papel tipo lixa, acetato e fio de linha. Na Figura 4, encontra-se um exemplo desse tabuleiro e das peças adaptadas com formas de lagarto.



Figura 4 – Tabuleiro plano e Mosaico dos Lagartos em material concreto

Por sua vez, um outro recurso didático foi desenvolvido na UFF e também está relacionado ao artista Escher. No âmbito do projeto CDME, o professor Humberto Bortolossi criou um *software* na forma de um jogo virtual interativo denominado *Trip-lets*. Esse está postado no *Portal do Professor* em

(<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=31056>) e também nas páginas do projeto CDME. Uma versão em português encontra-se em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.htm> e outra, em inglês, em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-en.html>.

Esse jogo *Trip-lets* foi idealizado com base na figura desenhada por Hofstadter e denominada “A ‘GEB’ and an ‘EGB’ trip-let suspended in space”, a qual também ornamenta a capa da edição inglesa original do seu livro (HOFSTADTER, 1979, p. 01). Na Figura 5, pode ser visto um extrato da capa da edição comemorativa aos vinte anos dessa primeira edição, com a menção do autor Bortolossi sobre a idealização do jogo. Encontra-se exibida em <http://www.uff.br/cdme/triplets/triplets-html/triplets-br.html>.

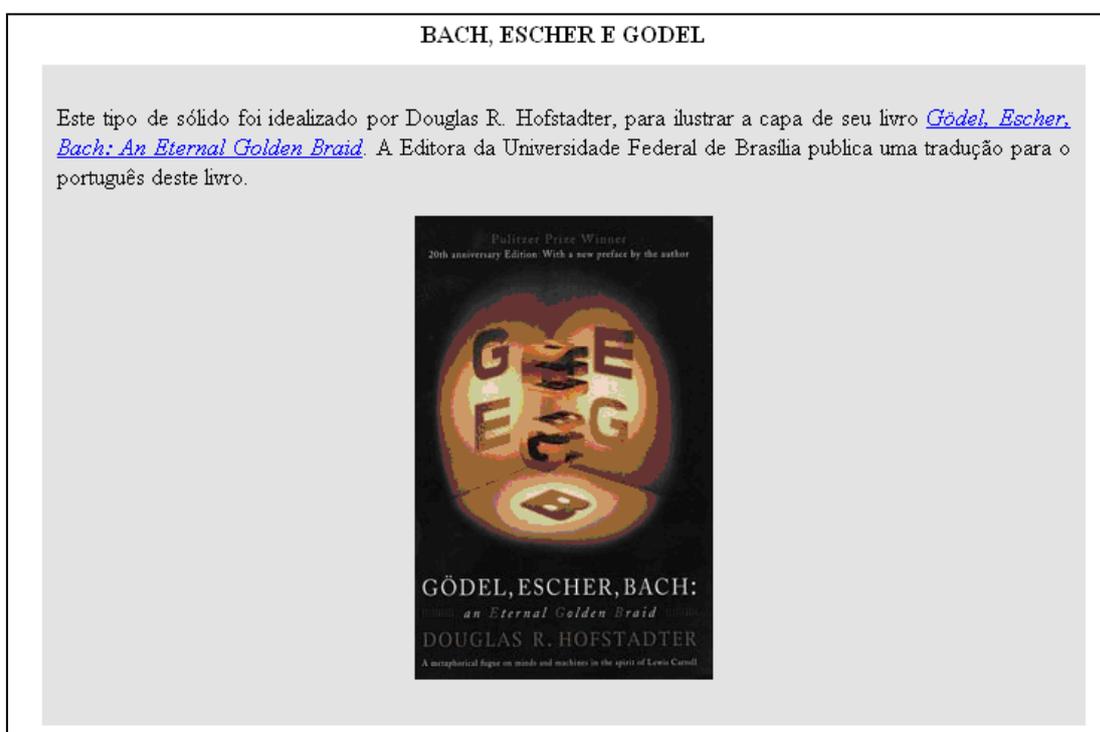


Figura 5 – A idealização do Jogo *Trip-lets*.

O software *Trip-lets* visa a exercitar a visualização tridimensional em caráter interdisciplinar com a Língua Portuguesa e com a Língua Inglesa. No ambiente desse aplicativo, o usuário pode manipular e movimentar o modelo de um sólido especial aparentemente formado por pequenos cubos. Essa movimentação possibilita a identificação da formação de três letras do alfabeto com as quais deve ser composta uma palavra ou uma sigla no idioma desejado, português ou inglês. Na Figura 6, encontra-se um exemplo da modelação de uma letra no jogo.

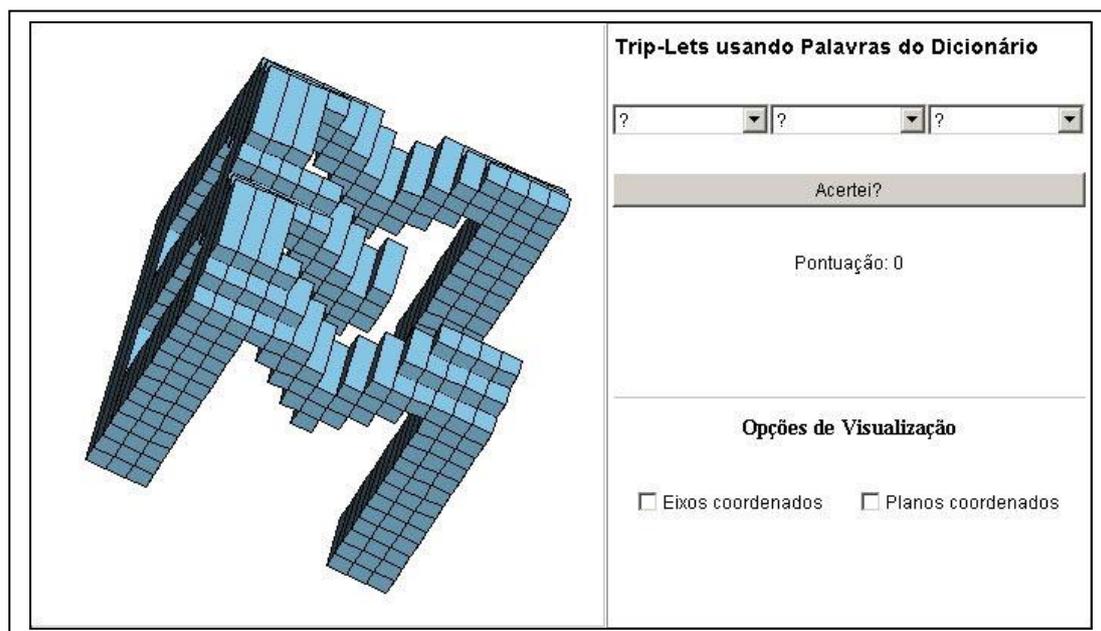


Figura 6 – Exemplo de situação para a modelação das letras M e B no Trip-lets.

O jogo apresenta um sistema de pontuação, o qual foi propositalmente criado, de forma a inibir uma abordagem do tipo *tentativa e erro* e levar o usuário a ir criando gradativamente estratégias para resolver os desafios, na medida em que eles aparecem. Com isso, o autor do jogo espera evitar que, no início da interação com o software, o usuário manipule os controles da atividade para estudar a situação proposta, como se fosse um mero experimento.

Para auxiliar e desenvolver a visualização geométrica do aluno, o jogo permite que os eixos e os planos coordenados possam ser exibidos, como, por exemplo, apresentados na Figura 7. Dessa forma, os objetivos do *Trip-lets* são levar o usuário a perceber tais eixos e planos como instrumentos de orientação no espaço, bem como a investigar questões envolvendo permutações e ainda a observar simetrias e projeções ortogonais.

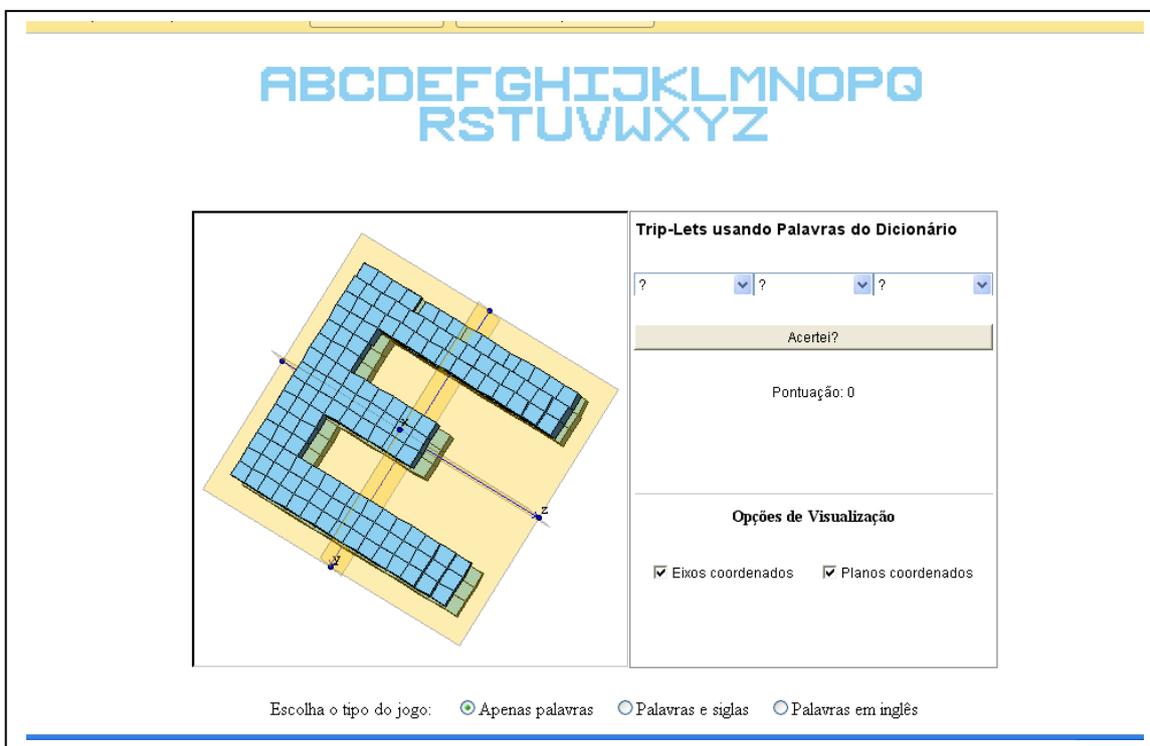


Figura 7 – O alfabeto, a letra E, eixos e planos coordenados no Trip-lets.

O jogo *Trip-lets* é acompanhado por um rol de observações complementares instigantes e, ainda, de orientações na forma de um guia para o professor. Entre as observações estão uma menção ao *alphanbot*, um robô virtual que pode assumir a forma de qualquer letra do nosso alfabeto e a um *relógio solar digital*, isto é, um relógio que exibe as horas em números usando apenas sombras e a luz do sol. Tudo isso se apresenta inter-relacionado com as letras obtidas no jogo e com um teorema da teoria dos fractais, o qual trata da escolha de uma coleção de figuras planas e da existência de um objeto cujas projeções incluem as da coleção escolhida.

No Guia do Professor do *Trip-lets* são apresentadas sugestões de como e quando as atividades com o software podem ser aplicadas em sala de aula, sugerindo a sua adequação na apresentação do conceito de perpendicularidade entre retas e planos, e do conceito de projeção ortogonal. Cabe ressaltar que o software busca oferecer um ambiente didático a partir do qual o professor poderá vir a descobrir conhecimentos prévios, esquemas e estratégias mentais, intuições, bem como equívocos dos seus estudantes.

Finalizando, pelo aqui apresentado, acreditamos termos material suficiente para iniciar uma reflexão sobre a criatividade frente ao questionamento aqui levantado e, principalmente, em como podemos levar os nossos alunos a entrelaçar diferentes áreas do conhecimento no ambiente da matemática escolar e em como auxiliá-los a ser mais criativos, tanto na sua vida cotidiana como na sala de aula.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. M. L. S. (2007) O papel da escola na estimulação do talento criativo. In: FLEITH, D. S.; ALENCAR, E. M. L. S. (org) *Desenvolvimento de talentos e altas habilidades: orientações para pais e professores*. Porto Alegre: Artmed.
- BRASIL. (1998) Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília: MEC/SEF.
- HOFSTADTER, D. R. (1979) *Gödel, Escher e Bach: An eternal golden braid*. New York: Basic Books.
- _____, (2001) *Gödel, Escher e Bach: Um entrelaçamento de gênios brilhantes*. Brasília: Editora UnB.
- KALEFF, A. M. M. R. (2010) O museu interativo de matemática como uma ferramenta para a democratização da matemática com vistas à educação inclusiva. *Educação Matemática em Revista - Rio Grande do Sul*. SBEM – RS. v.1. Edição 2010 (artigo aceito para publicação).
- _____, (2008) *Tópicos em ensino de geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Rio de Janeiro: UFF/CEDERJ/UAB.
- _____, (2007) Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática. *Bolema-UNESP*. Rio Claro - SP n. 28, novembro de 2007. p. 69-94.
- _____, (2003) *Vendo e entendendo Poliedros*. 2 ed. Niterói: EdUFF.

LORENZATO, S. (org). (2010) *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 3 ed. Coleção Formação de Professores. Campinas - SP: Autores Associados.

MAY, R. (1975) *A coragem de criar*. 10 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

MOURA, M. O. (1994) A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. *Educação Matemática em Revista: Séries iniciais*. SBEM. Ano II, n. 3 – 2º semestre 94. p. 17-28.

NÓVOA, A (1997) Diz-me como ensinas, dir-te-ei quem tu és e vice-versa. In: FAZENDA, I. C. A (org). *A pesquisa em Educação e as transformações do conhecimento*. 2 ed. Campinas-SP: Papirus. p. 29-41.



Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Distrito Federal
23 a 25 de setembro de 2011

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CRIATIVIDADE

**APRESENTANDO O MUSEU INTERATIVO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE GEOMETRIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL FLUMINENSE**

Ana Maria M. R. Kaleff - anakaleff@vm.uff.br

Departamento de Geometria/Laboratório de Ensino de Geometria/UFF

Anne Michelle Dysman Gomes - midysg@gmail.com

Departamento de Análise/Laboratório de Ensino de Geometria /UFF

Eduardo Barbosa Pinheiro - eduardobpinheiro@uol.com.br

NTEM/UAB/UFF

Bárbara Gomes Votto - bgvotto@yahoo.com.br

SMERJ; Bolsista Extensão/Laboratório de Ensino de Geometria/UFF

Fernanda Malinosky C. da Rosa - malinosky20@hotmail.com

SEERJ; Núcleo de Educação Assistida por Meios Interativos/UFF

Ohanna da Silva Mourão - ohanna@vm.uff.br

Monitora/ Departamento de Geometria/Laboratório de Ensino de Geometria/UFF

Pablo Vinícius Ferreira Telles - pablotelles21@gmail.com

Bolsista Extensão/Laboratório de Ensino de Geometria/UFF

Rosângela Figueira Dornas - rfdornas@yahoo.com.br

SEERJ; UAB/UFF

Viviane Lopes Rodrigues - vivilrodrigues2@gmail.com

Bolsista/Laboratório de Ensino de Geometria/UFF

RESUMO

Nesse relato apresentam-se as características das mostras de um tipo especial de museu itinerante: *o Museu Interativo de Educação Matemática* do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG), da Universidade Federal Fluminense (UFF), localizada em Niterói-RJ. Essas mostras itinerantes, embora não sejam de exposição permanente no Instituto de Matemática e Estatística da UFF, são destinadas ao público em geral e muito importantes para a escola, por terem como objetivo a democratização e a popularização da Matemática. Descreve-se o rol de recursos e atividades a serem expostos na mostra durante o V EBREM, em setembro de 2011. Neste rol, incluem-se diversos recursos que estão sendo desenvolvidos em um projeto de extensão especial da UFF, denominado *Vendo com as Mãos*, em parceria com o Instituto Benjamin Constant e com o Colégio Pedro II, ambos no Rio de Janeiro. Esse projeto visa à educação inclusiva para o ensino

de deficientes visuais, na medida em que na universidade se desenvolve o aparato didático, enquanto que, na instituição de ensino fundamental e médio, ele é testado com alunos deficientes por licenciandos da UFF, sob a supervisão de um professor especialista da instituição.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Materiais concretos e virtuais. Deficientes Visuais.

INTRODUÇÃO

No Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal Fluminense (UFF), localizado na cidade de Niterói-RJ, são realizadas exposições do Museu Interativo de Educação Matemática do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG). Essas exposições, que devido à falta de espaço físico no IME não ficam permanentemente abertas à disposição do público, são montadas por ocasião de grandes eventos, geralmente em salas de aula ou nos corredores da instituição. Anualmente o Museu funciona durante a Semana de Extensão da UFF, na Semana de Ciência e Tecnologia e, a cada dois anos, na Semana da Matemática do IME. Normalmente, por ocasião de congressos e seminários, pequenas mostras do Museu também são levadas a outros campi da UFF, como o de Santo Antonio de Pádua e o de Volta Redonda, e a outras universidades, fora da região metropolitana do Rio de Janeiro.

A realização de cada mostra do Museu integra os diversos projetos de monitoria e extensão desenvolvidos no LEG, dos quais participam professores de vários departamentos do IME, bem como licenciandos e professores de Matemática, que atuam em escolas de ensino fundamental e médio. Por meio de mala direta e cartazes de divulgação, professores, estudantes de escolas da comunidade e o público em geral são convidados a participarem das exposições.

Um dos objetivos dessas exposições é a democratização dos conhecimentos desenvolvidos na universidade, por meio da apresentação de recursos e métodos didáticos adequados ao desenvolvimento de habilidades matemáticas, principalmente a da visualização geométrica, direcionados a alunos da escola básica, licenciandos e docentes em formação continuada.

No presente momento, os esforços do LEG estão voltados para a criação de um acervo didático especial itinerante para o Museu Interativo, um núcleo destinado a deficientes visuais e denominado *Vendo com as Mãos*. Para esse núcleo especial, os recursos didáticos do atual acervo estão sendo adaptados por meio da utilização de materiais apropriados à portabilidade, à percepção tátil e a texturas. As atividades com

tais recursos também estão sendo adaptadas para serem apresentadas em braille e algumas já o foram ao programa computacional DOSVOX (ver em www.intervox.nce.ufrj.br/dosvox). Esse é um recurso de utilização livre e gratuita, que traduz informação gráfica para sonora, por meio do uso de síntese de voz para reprodução de textos. Segundo José Antônio Borges, um dos criadores desse programa, o sistema foi desenvolvido no Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ, com o objetivo de:

auxiliar os deficientes visuais a usar o computador, executando tarefas como edição de textos (com impressão comum ou braille) leitura/audição de textos anteriormente transcritos, utilização de ferramentas de produtividade faladas (calculadora, agenda, etc.), além de diversos jogos. O sistema fala através de um sintetizador de som de baixo custo, que é acoplado a um microcomputador tipo IBM-PC (BORGES, 2004).

Com vistas ao desenvolvimento de softwares e recursos virtuais com aplicação ao ensino à distância, nos últimos anos, produzimos um conjunto de experimentos educacionais envolvendo vários recursos didáticos do Museu, em um projeto patrocinado pelo MEC/MC&T. Tais experimentos foram aprovados pelo Comitê do Banco Internacional de Objetos Educacionais junto à Secretaria do Ensino a Distância (SEED/MEC) e podem ser encontrados na página da UFF (ver em www.uff.br/cdme) e também estão alocados no *Portal do Professor do MEC* (ver em <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/>).

Cabe ainda ressaltar que, visando à democratização do conhecimento criado no âmbito dos projetos do LEG e levando em conta o poder aquisitivo da maioria dos professores da escola básica, os artefatos concretos manipulativos são criados a partir de sucata ou de materiais de baixo custo comumente encontrados no mercado.

As atividades didáticas relacionadas aos artefatos apresentados nas mostras do Museu satisfazem os princípios educacionais postulados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da geometria para as séries do Ensino Fundamental e do Médio (BRASIL, 1996, 1998 e 2003) e foram estabelecidas segundo o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico (VAN HIELE, 1986).

No que se segue, relatam-se as características gerais da mostra do Museu Interativo a ser apresentada durante o V EBREM em Brasília.

A MOSTRA DO MUSEU INTERATIVO NO V EBREM

Como em todas as mostras do Museu Interativo, os artefatos manipulativos são dispostos em pequenas mesas que formam “ilhas” de manipulação à disposição do público. O termo *Interativo* convida o visitante do museu a conhecer o acervo não como simples expectador e observador dos recursos expostos, mas sim como sujeito ativo na construção do conhecimento, a qual se dá através da manipulação dos artefatos. Assim, o visitante é instigado a participar ativamente da exposição. Para tanto, é solicitado a sentir e pegar os objetos, brincar e experimentar e, portanto, manuseá-los! O visitante do Museu é incentivado a mexer nos artefatos à disposição e a interagir com eles. O incentivo ao manuseio se dá por meio de pequenos cartazes artesanais e de baixo custo. Estes se apresentam na forma de *banners* descritores dos artefatos e de pequenos pôsteres relativos ao histórico do conteúdo matemático tratado nas atividades a serem realizadas pelo visitante. Uma *Ficha Técnica para o Professor* e *Cadernos de Atividades* também são disponibilizados. A ficha apresenta ao docente os objetivos das tarefas e os pré-requisitos para sua realização, enquanto que os cadernos são pequenos volumes contendo coletâneas de tarefas a serem realizadas. Esses recursos gráficos buscam passar informações sintéticas e objetivas ao visitante do museu, orientando-lhe sobre os materiais e as atividades propostas.

Durante o V EBREM em Brasília serão apresentadas cerca de 40 “ilhas” de manipulação com atividades envolvendo diferentes conteúdos matemáticos e diversos níveis de escolaridade, as quais privilegiam o desenvolvimento da habilidade da visualização.

Serão apresentadas atividades que incluem *ilusões de ótica* e uma ampla coleção de quebra-cabeças planos especiais. Esses jogos envolvem diversos tipos de situações geométricas e artísticas, algumas delas baseadas em uma das gravuras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972). Além disso, estarão dispostos artefatos didáticos do tipo mosaico de encaixe, pranchas dinâmicas para a representação de polígonos equivalentes, aparelhos especiais de medição de comprimento e de área.

O conceito de área poderá ser trabalhado pelo visitante, por meio de uma ampla coleção de geoplanos de redes isométrica, quadriculada, pentagonal e hexagonal. Também serão apresentados recursos que emulam o pouco conhecido Teorema de Pick para o cálculo de áreas de polígonos.



Figura 1: *Geoplano e o Teorema de Pick no Museu Interativo*. Acervo do LEG.

Para as atividades destinadas ao núcleo *Vendo com as Mãos*, foram criados diversos tabuleiros planos de encaixe, com recursos em baixo relevo, tanto para a realização de quebra-cabeças que permitem descobrir a generalização da relação algébrica do Teorema de Pitágoras, como para os jogos artísticos citados anteriormente. Será apresentado também um tabuleiro plano destinado a um mosaico com figuras de lagarto que emulam a litogravura *Répteis*, de 1943, de Escher (KALEFF et AL, 2011c).

Para o ensino de frações serão apresentados diversos jogos de encaixe encontrados comumente no mercado, os quais foram adaptados para os deficientes visuais, bem como atividades adaptadas com o *geoplano de rede quadriculada*. Ainda, poderão ser manipuladas uma trena analógica de duas rodas e uma trena flexível as quais foram modificadas para medir distâncias por meio do som e do tato, e se destinam ao uso em conjunto com um aparelho denominado *Ticômetro* (confeccionado com partes de sucata de bicicleta ou com material de plástico usado em conexões hidráulicas).



Figura 2a: *Ticômetro*
Acervo do LEG.



Figura 2b: *Trena Adaptada*

Para levar o aluno a observar regularidades e congruências de polígonos equivalentes serão apresentadas *pranchas modeladoras de paralelogramos e triângulos*. Esses aparelhos permitem medir áreas de figuras com formas geométricas diferentes que surgem com a manipulação do artefato, mas que mantêm invariantes certos

parâmetros, por exemplo, em uma das pranchas, a medida da altura e da base de um paralelogramo. Assim, o visitante pode observar em tal prancha que, ainda que se modifique a forma de um paralelogramo, sua área não se altera se forem mantidas constantes as medidas de base e altura do mesmo. Os artefatos destinados aos portadores de deficiência visual foram adaptados a partir dos idealizados para videntes, trocando-se uma chapa plana de papelão por outra de plástico, utilizada em pisos em áreas úmidas. Os demais materiais que compõem a prancha foram conservados (KALEFF et AL, 2011d).

Sempre buscando o desenvolvimento da habilidade da visualização, poderão ser manipulados aparelhos de desenho do tipo *pantógrafo* e espelhos (cilíndricos e planos). De maneira muito lúdica, enquanto os espelhos cilíndricos propiciam a vivência de situações relacionadas ao conceito de *anamorfose*, os planos proporcionam experiências envolvendo o conceito de *simetria axial* (KALEFF, 1999).

Com vistas ao entendimento de conceitos tridimensionais, serão apresentados modelos de poliedros articulados e de esqueletos de poliedros regulares entre outros, os quais auxiliam no ensino de volume de sólidos equivalentes. Os artefatos e atividades apresentados foram desenvolvidos segundo Kaleff (KALEFF, 2003, 2008 e 2010).



Figura 3: *Esqueletos de Poliedros e Móviles*. Acervo do LEG

Serão disponibilizados à manipulação geradores manuais de modelos de sólidos de revolução (KALEFF, SÁ, TOLEDO, 2002); modelos artesanais de superfícies regradas e de poliedros de Platão (KALEFF & VIEIRA, 1999) e, ainda, móveis

representando situações envolvendo poliedros duais e interessantes jogos de *luz e sombra*.

A utilização dos efeitos de luz e sombra é baseada na obra do artista alemão Albrecht Dürer (1471-1538), principalmente em uma xilogravura desenhada em 1525 e chamada de *Der Zeichner der Laute* (O Desenhista da Viola). A técnica utilizada é a do uso de sombra projetada sobre tela, a qual serviu de inspiração para a criação de aparelhos do tipo móveis e do uso de foco de luz sobre esqueletos moduladores das arestas dos poliedros, como recursos didáticos para obtenção de suas sombras e para visualização e compreensão as suas representações planas. Essas projeções por meio das sombras permitem que os poliedros sejam representados em aparente perspectiva (KALEFF et AL, 2011a).



Figura 5: *Obras de Dürer no Museu Interativo. Acervo do LEG*

O visitante também será levado a observar o surgimento de curvas cônicas por meio da projeção de feixes de luz sobre modelos de cones criados com fios de linha. Esses modelos podem ser reproduzidos em ambiente virtual como apresentado em (KALEFF et AL, 2011b).

Uma ilha composta por artefatos desenvolvidos com inspiração na geometria fractal exibirá objetos que permitem ao visitante vivenciar, pela manipulação de materiais concretos, propriedades algébricas e aritméticas relacionadas a potências, progressões geométricas e logaritmos. Estes artefatos, além de propiciarem através de observação e manuseio o estabelecimento e a compreensão de relações algébricas de caráter quantitativo, promovem também o desenvolvimento da percepção dos visitantes quanto a características qualitativas relacionadas a tais conteúdos, como por exemplo, as peculiaridades do crescimento exponencial. O uso de materiais concretos que possibilitam a visualização de propriedades algébricas e aritméticas constitui uma

estratégia eficaz para a atribuição de significado a fórmulas e propriedades que frequentemente são memorizadas de forma mecânica em aulas de matemática.

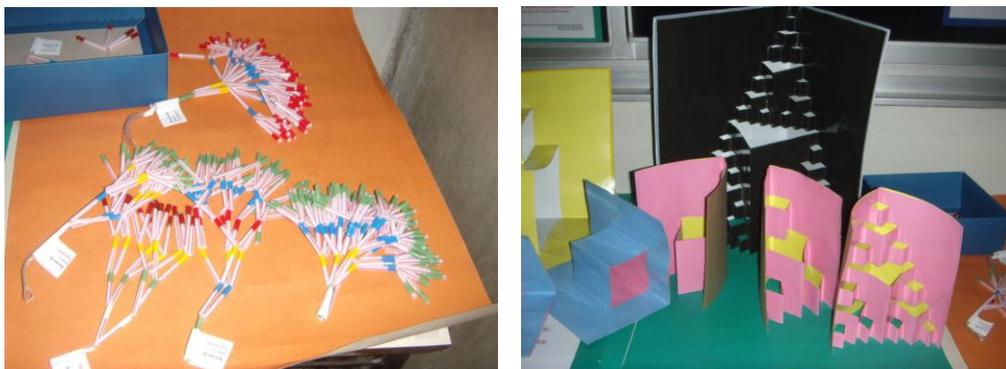


Figura 6: *Geometria Fractal no Museu Interativo*. Acervo do LEG

Em um núcleo destinado à etnomatemática, o qual se encontrará junto aos materiais destinados aos portadores de deficiência visual serão expostos quatro tipos de ábacos: o chinês, o japonês (também denominado de *soroban*), o romano e o árabe. As tarefas oferecidas ao visitante são baseadas no trabalho de Nilza Bertoni e apresentam dados importantes sobre os ábacos, tais como o seu desenvolvimento histórico e geográfico, época e maneiras de utilização, e possibilitam ainda realizar situações que permitem a construção de relações numéricas envolvendo sistemas de numeração (BERTONI, 2005).

À GUISA DE CONCLUSÃO

Espera-se que a mostra do Museu Interativo no V EBREM possa trazer um incentivo a todos aqueles que acreditam na possível democratização e difusão nas escolas dos recursos desenvolvidos nas universidades. A experiência do LEG, com a criação de um acervo para a realização desse tipo de mostra interativa itinerante, aponta que este tipo de ação institucional é um agente efetivo para promoção do diálogo entre a pesquisa acadêmica e a prática educativa inclusiva. De fato, o intercâmbio de vivências e práticas, entre docentes e licenciandos, com alunos e professores da comunidade, tem sido fundamental para a concretização da socialização das realizações do laboratório, propiciando efetiva democratização dos conhecimentos desenvolvidos no âmbito acadêmico da UFF.

REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. (2005) *Número fracionário: primórdios esclarecedores*. Bauru-SP: Sociedade Brasileira de História da Matemática - SBHMAT, v. 1.

BORGES, A. J. (2004) DOSVOX - Um Novo Acesso dos Cegos à Cultura e ao Trabalho. Instituto Benjamin Constant. Rio de Janeiro. Em <http://www.ibr.gov.br/index.php?itemid=100#more>. Acesso em 15 de mar 2011.

BRASIL (1996) Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*. Brasília: MEC/SEF.

_____, (1998) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries)*. Brasília: MEC/SEF,

_____, (2003) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. v. 02. Brasília.

KALEFF, A. M. M. R. (2008) *Tópicos em Ensino de Geometria: A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria*. Rio de Janeiro: UFF/UAB/CEDERJ. 223p.

_____. (2010) *Do Fazer Concreto ao Desenho em Geometria: Ações e Atividades Desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense*. In: LORENZATO, S. (Org): *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 3ª ed. pp. 113-134.

_____. (2003) *Vendo e Entendendo Poliedros*. 2ª ed. Niterói: EdUFF.

_____. (1999) Construindo o Conceito de Simetria em Relação a uma Reta: do Jardim de Infância ao 3º Grau. *Boletim - GEPEM*, 35. pp. 42-56.

KALEFF, A. M. M. R e VIEIRA, L. (1999) *Tesouros da Geometria. Razão Áurea, Outros Polígonos e Poliedros de Platão*. In: *Ciência Hoje na Escola*, v.8 - *Matemática: Por quê e Para Quê*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira Para Progresso da Ciência. pp. 47-55.

KALEFF, A. M. M. R; SÁ, L; TOLEDO, M. (2002) Criando, Vendo e Entendendo Sólidos de Revolução. *Boletim - GEPEM*, 40. pp. 37-52.

KALEFF, A. M. M. R; GARCIA S.; REI, D. (2005) *Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas*. 3ª ed. ampl. Niterói: EdUFF.

KALEFF, A. M. M. R. et AL. (2011a) *Visualizando e modelando poliedros de mesmo volume: brincando com luzes e sombras*. Em

<http://www.uff.br/cdme/experimentoseducacionais>. Acesso em 30/04/2011.

_____. (2011b). *Cônicas como curvas luminosas*. Em

<http://www.uff.br/cdme/experimentoseducacionais>. Acesso em 30/04/11.

_____. (2011c). *Jogos artísticos geométricos concretos virtuais*. Em

<http://www.uff.br/cdme/experimentoseducacionais>. Acesso em 30/04/2011.

_____. (2011d). *Modelando Polígonos Equivalentes*. Em

<http://www.uff.br/cdme/experimentoseducacionais>. Acesso em 30/04/2011.

VAN HIELE, P.M. (1986) *Structure and Insight: a Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.