

## CHARLES SANDERS PEIRCE: UM BREVE ESTUDO SOBRE ARITMÉTICA

*Alexandre Souza de Oliveira<sup>1</sup>*

*Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP – Brasil  
professor.oliveira@yahoo.com.br*

*Fumikazu Saito<sup>2</sup>*

*Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP – Brasil  
fsaito@puccsp.br*

### Resumo:

Charles Sanders Peirce é um dos filósofos norte-americanos mais importantes e influentes. O presente texto tem como objeto de investigação entender a concepção de Peirce sobre o processo de ensino e aprendizagem de aritmética. Nesse sentido, nosso enfoque se dará primeiramente numa perspectiva filosófica afim de ilustrar a importância dos escritos matemáticos de Peirce e em segundo, no processo do raciocínio matemático de Peirce aplicado aos estudos de aritmética na obra *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* editada por Carolyn Eisele em 1976.

**Palavras-chave:** História da Matemática; Educação Matemática; Aritmética.

### 1. Introdução

Este trabalho<sup>3</sup> insere-se numa área de pesquisa que vem construindo sua trajetória acolhendo contribuições teóricas e metodológicas pautadas em atuais tendências historiográficas (ALFONSOGOLDFARB, 2008; SAITO, 2012; 2013a). Para tanto, temos como pretensão exercitar um diálogo com a História da Matemática e a Educação Matemática, seguindo as orientações de Dias e Saito (2009) em dois aspectos: (1) o contexto do desenvolvimento dos conceitos matemáticos; e (2) o movimento do pensamento na formação destes mesmos conceitos (DIAS e SAITO, 2009).

Temos a intenção de ilustrar essa importância a partir de duas distintas - mas complementares - perspectivas. Nós acreditamos - e esta é a primeira perspectiva - que o

---

<sup>1</sup> Doutorando pelo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática pela PUC-SP e orientado pelo Prof<sup>or</sup> Dr. Fumikazu Saito.

<sup>2</sup> Doutor e Mestre em História da Ciência pelo Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. É professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP e do Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência da PUC/SP e pesquisador junto ao Centro Simão Mathias de Estudos em História da Ciência (CESIMA-PUC/SP). Editor do periódico eletrônico &quot; História da Ciência e Ensino: Construindo Interfaces&quot;

<sup>3</sup> Projeto de Pesquisa de Doutorado alinhado as iniciativas do grupo de estudos e pesquisa em “História e Epistemologia na Educação Matemática” (HEEMA/PUCSP). <Http://heema.org/>

pragmatismo é uma doutrina filosófica que pode ser implementado como uma base teórica para uma investigação relacionada com o ensino e a aprendizagem da matemática. A segunda perspectiva indica a importância de obras de matemática de Charles Sanders Peirce<sup>4</sup> como fonte para entender a concepção de Peirce sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, uma questão relacionada com a história da matemática. A fim de apoiar a nossa segunda perspectiva, apresentamos neste trabalho um primeiro estudo sobre a aritmética no volume I de *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce*<sup>5</sup> editado por Carolyn Eisele<sup>6</sup>.

## 2. Metodologia

A metodologia aplicada neste estudo se alinha nas iniciativas do grupo de estudos e pesquisa em “História e Epistemologia na Educação Matemática” (HEEMa/PUCSP) e na perspectiva do diálogo entre a História da Matemática e a História da Ciências numa interface com a Educação Matemática no qual contempla três esferas de análise, sendo elas: historiográfica, epistemológica e contextual (Alfonso-Goldfarb; Waisse; Ferraz, 2013). Por historiografia<sup>7</sup> entende-se “escrito da história”, onde estarão sendo consultados estudos sobre

<sup>4</sup> A partir de agora ao citarmos Peirce estaremos nos referindo Charles Sanders Peirce. Segundo Gillispie (2007), Peirce nasceu em Cambridge, Estados Unidos da América em 10/09/1839 e faleceu em Milford, Estados Unidos em 19/04/1914. Filho de Benjamin Peirce (1809-1880) de Sarah Hunt (Mills) Peirce (1808-1887). Estudou em Havard (1855-1859) e graduou-se pela Universidade de Havard em física e matemática. Em 1862 fez o mestrado em Havard e em 1863 bacharelado em química. Peirce foi membro da American Academy of Arts and Sciences, da National Academy of Sciences, da American Association for the Advancement of Science, da American Metrological Society, da London Mathematical Society, New York Mathematical Society. Contribuiu para: American Journal of Science, Nature, American Journal of Mathematics, American Journal of Psychology, and Science, Memoirs of the American Academy and of the National Academy e Proceedings of the International Geodetic Association. (BRENT, 1998, p.01-26)

<sup>5</sup> Esta edição publicada em 1976 é até agora uma fonte obrigatória para a compreensão do pensamento de Peirce sobre a matemática e as suas preocupações sobre o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Vale a pena ressaltar que os estudos de Peirce sobre a aritmética estão compreendidos entre os anos de 1888 e aproximadamente 1913, no qual contempla boa parte desta obra. (NEM 1, p. XXX-XXXI). De acordo com nosso ponto de vista, as obras sobre a aritmética de Peirce estão entre os mais interessantes escritos matemáticos devido ao fato que elas mostram a aproximação do homem de ciência com as preocupações educacionais básicas. No entanto, esses escritos têm uma história caótica de idas e vindas de um editor para outro, de um colaborador para o outro, devido as questões financeiras e falta de tempo, uma versão final completa de aritmética de Peirce nunca foi publicada, porém a mais versão mais completa é a *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* editada por Carolyn Eisele em 1976. (BRENT, 1998, p. 01-26)

<sup>6</sup> Segundo o Project Newsletter Vol. 3, Nº. 2, Dec. 2000, Carolyn Eisele estudou no Hunter College High School de e, em seguida, Hunter College, graduando-se Phi Beta Kappa em 1923. Eisele fez mestrado em matemática e educação da Universidade de Columbia em 1925. Continuou seus estudos de pós-graduação na University of Chicago e na University of Southern California. Eisele. Pesquisadora em escritos de Peirce, Carolyn Eisele trouxe novas perspectivas históricas na lógica da ciência e da matemática publicando em 1976 editando a obra *The New Elements of Mathematics* de Charles S. Peirce.

<sup>7</sup> A historiografia estuda épocas e estados variados fazendo compreender os métodos, as formas e os objetos de estudo. Ver ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (Org.). *Escrevendo a história da ciência:*

o mesmo tema que aqui será desenvolvido, no que insere críticas de ordem histográficas. A esfera epistemológica refere-se a um conjunto de conhecimentos de uma determinada época, ou seja, “buscar alguns tópicos na história da matemática com vistas a compreender o processo e o movimento que conduz a construção do conhecimento matemático” (SAITO, 2013b). Por contextual entende-se a análise de relações sociais e culturais que podem ser detectadas no próprio documento a ser analisado<sup>8</sup>. Com olhos críticos essas três esferas irão ser articuladas conjuntamente, mobilizando instrumentos específicos de análise quando requeridos.

### 3. Manuscritos de Peirce: contexto e história

De acordo com Eisele (1979), para colocar os manuscritos de Peirce em perspectiva histórica adequada, devemos ter em mente que o ensino de matemática no seu tempo dependia fortemente de aprendizagem por memorização e prática estendida, com pouca ênfase na compreensão intuitiva das inter-relações dos conceitos e regras ou a relação da matemática as suas instâncias e aplicações.

De acordo com Brent (1998), muitos dos trabalhos de Peirce foram publicados somente setenta anos após sua morte, porém até hoje poucas de suas publicações foram realmente estudadas pela comunidade científica. Entre os projetos importantes relacionados ao trabalho de Peirce, podemos citar *Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Harvard University Press*<sup>9</sup>; os manuscritos ordenados cronologicamente desenvolvido pelo Projeto Edição Peirce - *The chronological edition, Indiana University Press*<sup>10</sup> e a apresentação de trabalhos matemáticos de Peirce editados em 1976 por Eisele (*The New Elements of Mathematics by*

---

*tendências, propostas e discussões historiográficas*. São Paulo: EDUC; Livraria Editora da Física; Fapesp, 2004. (p.115-143).

<sup>8</sup> Este estudo não somente terá como princípio a observação pontual, mas também as variantes regionais e circunstanciais que os envolveram e particularizam dentro do contexto mais geral no qual pertenciam.

<sup>9</sup> *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, vols. 1–6, publicado entre 1931-1935 por Charles Hartshorne e Paul Weiss. Os vols. 7–8 foi publicado em 1958 por Arthur W. Burks, ed., Harvard University Press, Cambridge, MA. O vol. I, denominado *Principles of Philosophy* publicado em 1931, o vol. II, *Elements of Logic* em 1932, vol. III, *Exact Logic (Published Papers)* em 1933, vol. IV, *The Simplest Mathematics*, 1933, vol. V, *Pragmatism and Pragmaticism*, 1934, vol. VI, *Scientific Metaphysics*, 1935, vol. VII, *Science and Philosophy*, 1958, vol. VIII, *Reviews, Correspondence, and Bibliography*, 1958. (BRENT, 1998, p. 9-12)

Disponível em: < [https://en.wikipedia.org/wiki/Charles\\_Sanders\\_Peirce](https://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Sanders_Peirce)>. Acesso em: 03 de janeiro de 2016.

<sup>10</sup> *Volume 1 (1857-1866)*, eds. Edward C. Moore, Max H. Fisch, et al. 1982. *Vol.2 (1867-1871)*, eds. Edward C. Moore, et al. 1984. *Volume 3 (1872-1878)*, eds. Christian JW Kloesel, et al. 1986. *Volume 4 (1879-1884)*, eds. Christian JW Kloesel, et al. 1989. *Volume 5 (1884-1886)*, eds. Christian JW Kloesel, et al. 1993. *Volume 6 (1886-1890)*, eds. Nathan Houser et al. 2000. *Volume 8 (1890-1892)*, eds. Nathan Houser, André De Tienne, et al. 2010. O vol. 7, está em constante trabalho para publicação e irá conter uma seleção de papers de Peirce *Century*, assim como o vol. 9 (1892-1893) e o vol. 11 de Peirce "How to Reason" também conhecido como o "Grand Logic". Disponível em: <<http://www.iupui.edu/~peirce/publications.html>>. Acesso em: 02 de janeiro de 2016.

*Charles S. Peirce, Humanities Press*). Nos quatro volumes publicados, podemos encontrar as aritméticas de Peirce, álgebra e geometria e algumas de suas observações sobre a filosofia da matemática, sendo que o volume 1 aborda o conteúdo específico sobre aritmética (composto por 260 páginas), fonte obrigatória para compreender o pensamento de Peirce sobre a aritmética e suas preocupações sobre o processo de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático.

#### 4. Peirce: a filosofia da educação e o estudo da matemática

De acordo com Eisele (1979), as pesquisas de Peirce levou-o a considerar que o procedimento matemático fosse constituído em quatro partes, sendo elas: (1) a criação de um modelo que incorpore a condição da premissa; (2) a modificação mental do diagrama para obter informação auxiliar; (3) experimentação mental sobre o diagrama para produzir uma nova relação entre partes não mencionada na construção; e (4) repetição do experimento, pois segundo ele, a preocupação do matemático é chegar à conclusão e seu interesse no processo ocorre simplesmente como um meio para se chegar a conclusões semelhantes.

De acordo com Eisele (1979), Peirce afirma que o estudo da matemática poderia desenvolver os poderes da mente relativos à imaginação, à abstração e à generalização. “Peirce também buscou escrever sobre os sistemas de metodologia lógica na história da lógica e das ciências por meio de um livro (não terminado) sobre história da ciência, conforme um contrato assinado em 1898.” (EISELE, 1979, p.178),

Dado nosso propósito, estaremos dando ênfase aos aspectos relacionados a concepção da filosofia matemática de Peirce aplicada aos estudos da aritmética. Peirce começa por afirmar, " A fim de entender o que é número, é necessário primeiro a nos familiarizar com a natureza do negócio da matemática em que é empregado número " (CP 3.553)<sup>11</sup>. Notamos uma vez que a concepção filosófica da matemática deve basear-se na natureza da atividade raciocínio dos matemáticos, e não sobre a natureza dos objetos matemáticos como foi alternativamente concebido pela maioria dos filósofos do século XIX e início do século XX.

<sup>11</sup> Seguindo uma prática padrão referente as obras de Pierce e com o intuito de fazer referências claras e facilitar a leitura de nossa primeira análise, usamos a notação em letras maiúsculas as edições utilizadas. CP: *The Collected Papers of Charles S. Peirce* (PEIRCE, 1994) seguido por números de volume e de parágrafo. Usaremos MS para os manuscritos datados segundo o *Annotated catalogue of the papers of Charles S. Peirce* seguido por números de volume e página (ROBIN, 1967); NEM: *New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* (PEIRCE, 1976) seguido por números de volume e página.

Foco filosófico de Peirce é sobre a prática; devemos examinar cuidadosamente a natureza do raciocínio matemático em si.

É importante ressaltar que, para Peirce, a forma que organizamos o nosso meio de pensar (o esquema mental) está relacionado diretamente por meio de modelos físicos, gráficos, figuras ou equações, mas os diagramas são os sinais que o “olho da mente” torna possível o raciocínio matemático, incorporando as relações que mantêm a hipótese sob investigação.

### 5. A aritmética: uma primeira análise

Passamos agora a oferecer uma primeira análise sobre o estudo da aritmética proposta por Peirce no vol. 1 de *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* (NEM 1) editado por Carolyn Eisele em 1976 no qual direciona este trabalho.

Em NEM 1, percebemos que Peirce tinha em mente uma "aritmética primária" que consiste na aritmética elementar, tal como consta em MS 189 (Lydia Peirce's Primary Arithmetic) e um manual de ensino destinado aos professores, intitulado: *With Suggestions to Teachers* (MS 181 e 182)<sup>12</sup> no qual Peirce afirma que devemos ficar atentos como as crianças aprendem aritmética, sendo que: “[...]. Muitas pessoas conhecem os números, porém ainda não pode imaginá-los sem tais acompanhamentos fantásticos de formas e cores, que são consideravelmente dificultadas, no entanto há esforços para operá-los com rapidez.” (NEM 1, p.43).

No manuscrito MS 177 (The Practice of Vulgar Arithmetic) para estudantes e MS 178 (de CS Peirce *Vulgar Arithmetic: its main features*) para professores, uma aritmética prática tal como consta em MS 167 e MS 168 "Advanced Arithmetic", onde em MS 186 Peirce pretendia abranger a teoria dos números, tal como consta, por exemplo, em cartas familiares sobre a arte de raciocinar (NEM 1 p.132). É importante ressaltar que em MS 182, Peirce declara que os “professores de matemática não tem ideia clara do que números são; embora tenham sido usá-los por toda a vida.” No entanto, ainda segundo Peirce a primeira coisa a ser feita é “transmitir ao aluno uma clara definição de número e ensiná-lo a pensar com imagens esquemáticas simples, úteis e flexíveis; associando-os com números arábicos.” (Robin & Eisele, 1982, p.191)

<sup>12</sup> Este manual está contido em *The New Elements of Mathematics de Charles S. Peirce* editado por Carolyn Eisele em 1976.

Em MS 181 e 182 Peirce utiliza diagramas ilustrativos de objetos em desenhos de índios, cães (4 dedos do pé) galinhas (3 dedos do pé), vacas (2 dedos do pé), ovos, maçãs, peras e pontos. (NEM 1, p.46-48). Questões de "quantos?" são aplicadas na MS 189 a imagens de espirais, cúspides, e elementos bifurcados, e neles se percebe a tentativa de Peirce em fornecer um primeiro contato os sinais de topologia. (NEM 1, p.3; EISELE, 1979,p.193)

Percebemos que em MS 178 Peirce inclui objetos físicos como realizações esquemáticas de princípios matemáticos. Como destaques, podemos citar a seção de multiplicação de Peirce em “Vulgar Arithmetic” no qual Peirce em 1895 "apresenta uma roda mecânica tão apegado à página que gira como as rodas de calendário em manuscritos medievais (NEM 1, p.88). Sua finalidade, Peirce diz, é "para estimular os alunos a pensar sobre a tabuada " '(EISELE 1979, p 194; ver MS 178, p.9-10, e NEM 1, p.88). Em MS 179 Peirce acrescenta que um outro dispositivo físico para a mesma finalidade, desta vez na forma de uma cruz, incluído em 1893 intitulado como “Primary Arithmetic upon the Psychological Method” e se destina a ser usada como um brinquedo para o aluno (MS 179, p. 33, e NEM 1, p. 77). Em suma, a imaginação pode ser encorajada pelo uso de objetos físicos que servem como formas de realização de princípios geométricos ou aritméticas e que desafiam o aluno a descobri-los. (ROBIN & EISELE, 1982, p.181)

Em *Familiar Letters About The Art of Reasoning* (MS 186, p.132) Peirce considerou os números ordinais psicologicamente mais fácil de ensinar do que os cardeais. Para combinar conceitos e aplicações, ele usou baralhos de cartas numeradas em sequência. Neste experimento uma professora colocou algumas dessas cartas viradas para baixo. A pergunta: "Quantas cartas estão viradas para cima?", em seguida trouxe a resposta: "Nenhuma". Depois, as cartas foram reveladas, uma por uma e a pergunta foi repetida, pedindo para as crianças contarem em voz alta. As cartas também foram dispostas em vários padrões, com perguntas para estimular a manipulação de números e familiaridade com seu caráter sistemático. (NEM 1, p.141).

## 8. Considerações finais

Tendo ilustrado processo do raciocínio matemático de Peirce (embora de uma maneira ainda que breve, expomos mais nossa principal tese peirceana de sua filosofia e aplicação aos estudos sobre aritmética. De acordo com *With Suggestions to Teachers* (MS 181 e 182), Peirce tinha como principal objetivo da educação matemática deve ser a promoção de habilidades

dos estudantes para prosseguir na investigação matemática, incentivando-os e capacitando-os a imaginar situações hipotéticas para representá-las esquematicamente. (EISELE, 1979, p.192).

Em relação a nossa questão central, dois princípios adicionais podem ser anotados, de acordo com Peirce. Em primeiro lugar, observa-se que a educação matemática pode treinar os poderes da imaginação, raciocínio exato, e generalização antes de enfatizar demonstração. Em segundo lugar, podemos enfatizar que os alunos devem ser encorajados a ver a íntima conexão entre a teoria e a prática.

Fechamos este estudo sugerindo uma pergunta sobre a filosofia de Peirce relacionada a matemática: Como promover uma investigação matemática? Com base no que expomos aqui, algumas sugestões iniciais podem ser: (1) experimentação imaginativa com vários sistemas de representação esquemática, incluindo objetos físicos (ver, por exemplo, os escritos de Peirce em NEM 1); (2) identificar e cultivar vários métodos heurísticos para fazer hipóteses experimentais e resolver problemas matemáticos, tais como analogia, indução, generalização e particularização ; e (3) manter em mente que o lugar da matemática como a ciência mais geral na classificação de Peirce das ciências implica que a formação em raciocínio matemático é aplicável a todos os ramos da ciência e das artes.

Acreditamos que cada uma das sugestões peircianas mencionadas neste estudo mereça um maior estudo, no entanto, esperamos ter fornecido uma exposição cientificamente clara e detalhada (mesmo que sucinta) sobre o primeiro estudo relacionado ao estudo de aritmética em *The New Elements of Mathematics de Charles S. Peirce* editado por Carolyn Eisele em 1976 e que possa servir como base para uma futura discussão, crítica e, na melhor das hipóteses, a implementação prática de suas ideias.

## 9. Referências

- ALFONSO-GOLDFARB, A. M. Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência. *Revista Circumscribere*, 2008.
- ALFONSO-GOLDFARB, Ana M.; WAISSE, Silvia; FERRAZ, Márcia H. M. From shelves to cyberspace: organization of knowledge and the complex identity of history of science. *Isis*, Chicago, v. 104, n. 3, 2013 (no prelo).
- BACHA, M. L. & SAITO, F. “Peirce e Cantor: Um estudo preliminar sobre Continuidade e Infinitesimais”. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 14 (28, 2014): 1-23. [ISSN: 1519-955X].

BRENT, Joseph, Charles Sanders Peirce, A Life, sd, Indiana University Press, 1998, Bloomington.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4, 2009, Brasília.

EISELE, C. (1964). Peirce's Philosophy of Mathematical Education. In Edward C. Moore and Richard Robin, eds., Studies in the Philosophy of Charles Sanders Peirce, Second Series, 51-75. Amherst: University of Massachusetts. Press. [Eisele 1979, 177-200].

GILLISPIE, Charles C. Dicionário de biografias científicas. Tradução Carlos Almeida Pereira. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007. 3v.: il.

PEIRCE, C. S. (1976). The New Elements of Mathematics. 4 v. Edited by C. Eisele. The Hague: Mouton Publishers.

\_\_\_ (1960-66). The Collected Papers of Charles Sanders Peirce. 8 v. (1-6 edited by C. Harthstone and P. Weiss; v. 7/8 edited by A. W. Burks). Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.

SAITO, F. “História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas (resenha crítica). Revista brasileira de história da matemática, 13 (26,2013a): 85-94.

\_\_\_ “‘Continuidade’ e ‘descontinuidade’: o processo da construção do conhecimento científico na História da Ciência”. Educação e Contemporaneidade. Revista da FAEEBA, 22 (39, jan, - junho, 2013b): 183-194.

\_\_\_ “História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores”. In: Actas VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática. Montevideo, FISEM/SEMUR, 2013c, pp. 3979-3987.

\_\_\_ “History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework”. Educação Matemática Pesquisa, 14 (3, 2012): 363-385.

SAITO, F & M. da S. Dias. “Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI”. Ciência & Educação, 19 (1, 2013d): 89-111.

The Peirce Project Newsletter, Indiana University-Purdue University Indianapolis - Vol. 3, Nº. 2, Dec. 2000.

Disponível em: <<http://www.iupui.edu/~peirce/publications.html>>. Acesso em: 02 de janeiro de 2016.