

ANÁLISE DE TENDÊNCIAS DE PESQUISAS EM PERIÓDICOS DA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO CAMPO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Fernanda Andrea Fernandes Silva

Resumo:

Esse estudo se configura numa revisão bibliográfica dos números racionais em cinco periódicos nacionais e um internacional. Temos o objetivo de analisar os aspectos teóricos e metodológicos dessas pesquisas para obtermos as tendências entre elas no que se refere ao ensino e a aprendizagem do campo conceitual dos números racionais. O levantamento das pesquisas revelou a tendência em abordar operações com frações, equivalência, ordem e comparação de frações e os significados e as relações entre eles que levam à compreensão do conceito de número racional.

Palavras-chave: racionais; conceito; periódicos; tendências

1. Introdução

Os números racionais, para serem efetivamente compreendidos, devem ser vistos, de acordo com Romanatto (1999), como uma “teia de relações” que emerge ou incide sobre eles, pois, conforme o contexto, podem apresentar significados diferentes para uma mesma representação. Por outro lado, as diversas representações do mesmo número racional não favorecem que ele seja visto como um único objeto matemático. As diversas representações e diferentes significados são apontadas por Behr et al (1983), Catto (2000), Merlini (2005), entre outros pesquisadores, como aspectos que dificultam o ensino e a aprendizagem dos números racionais.

Sendo assim, essa pesquisa apresenta, analisa e discute uma revisão bibliográfica dos números racionais nos periódicos nacionais, BOLEMA, REVEMAT, Educação Matemática Pesquisa e, Zetetiké; além do periódico internacional, Educational Studies in Mathematics, todos disponíveis online, no período compreendido entre 2006 e 2015. Temos como finalidade a análise dos aspectos teóricos e metodológicos desses estudos com o intuito de obter as tendências entre essas pesquisas no que se refere ao ensino e a aprendizagem do campo conceitual dos números racionais.

O Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, surgiu em 1985, vinculado ao programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Atualmente conta com conceito A1 na avaliação qualis CAPES. Publica três edições ao ano e, eventualmente, edições temáticas, com pesquisadores convidados, de acordo com a demanda da comunidade. É constituído de trabalhos que podem ser resultados de pesquisas empíricas, ensaios, resenhas de textos, artigos convidados e resumos de teses e de dissertações defendidas na área de educação matemática.

A revista eletrônica de educação matemática – REVEMAT está vinculada ao Programa de Pós graduação em Educação Científica e Tecnológica – PPGECT, da Universidade Federal de Santa Catarina. Teve seu primeiro número publicado em 2006, com periodicidade anual até 2009 e semestral a partir de 2010. Esse periódico está classificado com conceito B1 no sistema de avaliação Qualis CAPES, na área de ensino, e publica pesquisas com temas relacionados à epistemologia, formação de professores e ao ensino e aprendizagem da matemática, com destaque nos estudos semióticos na aprendizagem de conceitos.

A revista Educação Matemática Pesquisa, vinculada ao Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, teve seu primeiro número publicado em 1999; possui periodicidade quadrimestral e eventualmente, publica edições temáticas. Atualmente, conta com conceito B1 na avaliação Qualis CAPES. A revista prioriza artigos relacionados às linhas do Programa, matemática na estrutura curricular e formação de professores; história, epistemologia e didática da matemática; tecnologias da informação e, didática da matemática.

O periódico de Educação Matemática Zetetiké, cuja primeira edição foi publicada em 1993, é vinculado a Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Unicamp. A revista possui periodicidade semestral, com eventuais números temáticos. Divulga artigos realizados por educadores matemáticos ligados a instituições brasileiras ou estrangeiras e está classificada com conceito B1, na avaliação Qualis CAPES.

O periódico Educational Studies in Mathematics, publica artigos com temas didáticos, metodológicos e pedagógicos no âmbito da educação matemática. É a revista mais antiga, das pesquisadas nesse artigo, tendo publicado seu volume 1 em março de 1969; possui conceito A1, na área de ensino, na avaliação Qualis CAPES.

Portanto uma varredura nesses periódicos nos proporcionará levantarmos, no período analisado, as tendências das pesquisas que têm como tema o campo conceitual dos números racionais.

2. Metodologia

Os critérios observados para a escolha dos periódicos foram que pertencessem à área de educação matemática, tivessem sido classificados na última avaliação Qualis periódicos CAPES entre A1 e B1 e pudessem ser acessados online. A busca dos artigos nesses periódicos foi realizada analisando os sumários de todas as edições relativas ao período compreendido entre 2006 e 2015, no sentido de encontrar títulos que remetessem ao tema, números racionais e, em caso de dúvidas, recorríamos às palavras-chave e ao resumo do trabalho. Ao todo foram encontradas 43 pesquisas relativas aos números racionais nos 5 periódicos analisados.

Desses estudos, 33 tratavam de pesquisas brasileiras encontradas nos periódicos nacionais e 10 pesquisas internacionais, dentre elas, 5 dos Estados Unidos, 1 da França, 1 da Austrália, 1 da República Tcheca, 1 da Bélgica e 1 da Turquia foram encontradas no periódico *Educational Studies in Mathematics*.

A análise bibliográfica foi sistematizada em tabelas, nas quais a primeira coluna fornece um contador relativo às referências; a segunda indica o periódico; a terceira e quarta, respectivamente a identificação do ano e volume do periódico; a quinta o título da pesquisa; a sexta os autores; a sétima a instituição à qual pertencem; a oitava as palavras chave; a nona a fundamentação teórica; a décima a área de concentração da pesquisa; a décima primeira o foco de análise; a décima segunda a metodologia; a décima terceira os principais resultados e a décima quarta as referências bibliográficas.

2.1 Categorias para análise de tendências

A análise das tabelas evidenciou seis categorias de análise, formação de conceitos, formação de professores, currículo, formação de professores e de conceitos, história da matemática, tecnologia e revisão de literatura.

A categoria formação de conceitos concentra todas as pesquisas que tiveram como finalidade analisar ou investigar os conceitos, propriedades, relações, ou as operações envolvendo o campo dos números racionais. Essa categoria inclui as subcategorias, *resolução*

de problemas que foca em estudos com finalidades diagnósticas; *intervenção*, em que estão as pesquisas cujo objetivo é trabalhar o conhecimento em sala de aula visando a aprendizagem nesse campo numérico; e, *pesquisas teóricas*, que concentram os trabalhos cujo objetivo é desenvolver análises teóricas referentes aos conceitos que envolvem os números racionais, ou ainda aquelas que visam analisar como esses conceitos estão sendo abordados em avaliações externas e livros didáticos.

Na categoria formação de professores concentram-se todas as pesquisas cujo objeto de pesquisa é o professor, e o estudo se desenvolve com a finalidade de analisar e investigar as concepções e os conceitos que esses profissionais em formação inicial, continuada ou apenas atuando no ensino de matemática, detém sobre os números racionais, ou ainda, o processo de ensino que eles desenvolvem nesse campo numérico. A categoria formação de professores e formação de conceitos inclui os artigos que têm como objeto de pesquisa o professor e os conceitos relativos aos números racionais, nos quais são investigados tanto o processo relativo ao ensino quanto as dificuldades de aprendizagem nesse campo conceitual.

As pesquisas que visam investigar como estão sendo abordados os conceitos pertencentes ao campo dos números racionais nas propostas curriculares educacionais, compõem a categoria currículo. Enquanto que os trabalhos que buscam situar historicamente a construção e desenvolvimento desse campo numérico formam a categoria história da matemática. Na categoria tecnologia estão reunidos os estudos que tem como objeto de análise as potencialidades de recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem dos números racionais. Ao passo que a categoria revisão bibliográfica é composta de artigos cujo objetivo é analisar a produção na área.

3. Resultados e discussão

A análise dos artigos evidenciou que das 43 pesquisas encontradas no período analisado que tinham como tema os números racionais, 44% foram publicadas no BOLEMA, 19% na REVEMAT, 5% dos artigos na revista Educação Matemática Pesquisa, 9% na Zetetiké e 23% dos estudos na Educational Studies in Mathematics, conforme o gráfico 1.0. A quantidade elevada de artigos publicados no BOLEMA, em relação aos demais periódicos justifica-se pela edição temática sobre os números racionais publicada no ano de 2008.

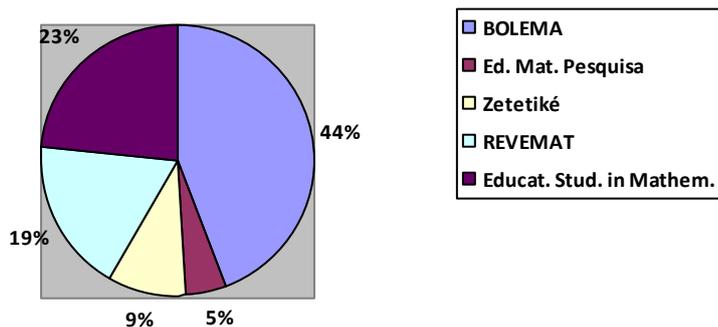


Gráfico 1.0- Quantidade de artigos sobre números racionais por periódicos no período compreendido entre 2006 e 2015.

Do total de artigos catalogados, pudemos verificar, de acordo com a categorização dos estudos, que 25 artigos foram classificados em formação de conceitos; 8, em formação de professores; 2, em formação de professores e de conceitos; 4, em currículo; 1, em história da matemática; 1, em tecnologia e 2, em revisão de literatura, conforme o gráfico 1.1.



Gráfico 1.1. Percentuais referentes as categorias de análises

Constatamos com esses resultados que ainda é grande o número de pesquisas que se destinam a análise dos conceitos dos números racionais e de suas relações, a exemplo de pesquisas da década de 80 e 90, como Behr et al (1983), Kieren (1976, 1980, 1988), Nesher (1985), Ohlsson (1988), Romanatto (1999). No gráfico 1.2, podemos verificar a quantidade de artigos produzidos por ano, de acordo com as categorias de análise.

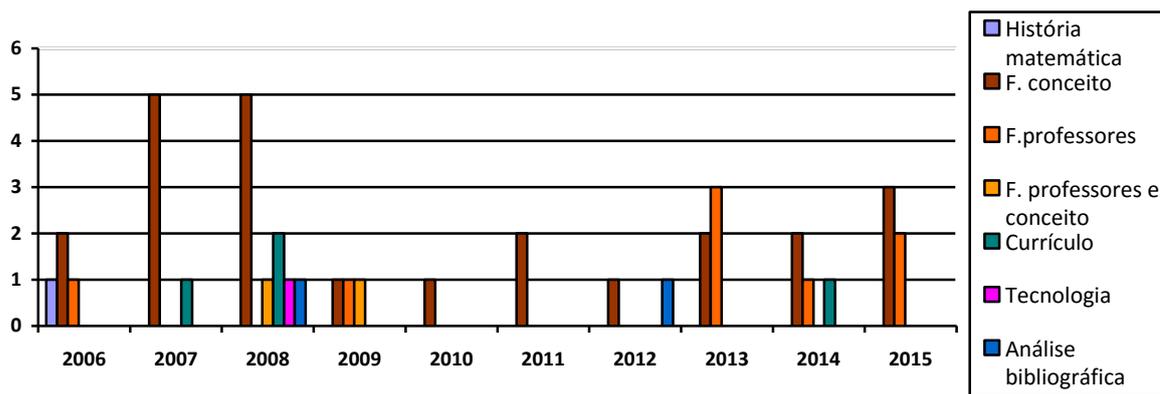


Gráfico 1.2. Levantamento de artigos produzidos por categorias de análise no período compreendido entre 2006 e 2015

A análise do gráfico 1.2 revela que a categoria formação de conceitos foi a única que se manteve presente em todos os anos do período investigado. Isso nos permite afirmar que além de ser aquela em que se enquadraram mais pesquisas, também é a que melhor se distribuiu no período. O ano de 2008, além de ser aquele em que foram publicadas mais pesquisas na área dos números racionais, por ser esse o ano em que o BOLEMA lançou uma edição temática sobre esse campo numérico, é o que demonstra uma maior variedade de áreas (formação de conceitos, formação de professores e de conceitos, currículo, tecnologia e análise bibliográfica) envolvidas nesses estudos.

Agora iremos realizar uma análise de tendências da fundamentação teórica, metodologia, conceitos trabalhados e público alvo das pesquisas categorizadas como formação de conceitos.

3.1 Análise de tendências dos artigos categorizados como formação de conceitos

Nessa categoria foram encontrados 25 artigos, o equivalente a 58% do total das pesquisas catalogadas. A tendência em trabalhar com formação de conceitos no campo dos racionais reflete os resultados de pesquisas como Merlini (2005); Moutinho (2005); Rodrigues (2005), Santos (2005) e Damico (2007) que apontam os diferentes significados para os números racionais; como também, os trabalhos de Catto (2000), Maranhão e Iglioni (2003) que investigam os diversos registros de representação semiótica desses números como fatores que influenciam para a complexidade do conceito de números racionais e as dificuldades de ensino e aprendizagem nessa área. Dos 25 artigos, 11 referem-se a resolução de problemas, 8 estudos tratam de intervenção em sala de aula e 6 de pesquisas teóricas.

As pesquisas relacionadas a resolução de problemas (MACIEL E CÂMARA, (2007); SILVA E ALMOULOU, (2008); ONUCHIC E ALLEVATO (2008); CAMPOS E RODRIGUES (2007); SILVA (2007); BRIZUELA (2006); EMPSON; JUNK; TURNER (2006); CHARALAMBOS E PITTA- PANTAZI (2007); CLARKE; ROCHEROUCHE (2007); HOOFF; VERSCHAFFEL; DOOREN(2015); PEKKAN (2015)), tinham o objetivo, de maneira geral, de identificar, descrever ou analisar dificuldades, erros, notações espontâneas e modelos explicativos dos alunos, como também propor atividades que favoreçam a compreensão de conceitos relacionados ao campo dos números racionais.

Os conceitos trabalhados nesses artigos foram os significados dos números racionais, a ideia de unidade, os invariantes ordem e equivalência de frações e as operações com frações. Os sujeitos dessas pesquisas foram, em sua maioria, alunos do ensino fundamental, mas também estudantes do ensino médio e do ensino superior. Os estudos que trabalhavam os diferentes significados dos números racionais tinham como referência teórica os estudos de Behr et al (1983, 1984, 1991, 1992, 2004); Kieren (1976, 1980, 1992, 1995) e Vergnaud (1983, 1991, 1996,). As pesquisas que tinham a finalidade de identificar os modelos explicativos e as notações espontâneas dos alunos utilizaram como referencial metodológico a entrevista clínica de Piaget.

Entre os estudos que tomaram como referência as respostas dos alunos, Brizuela (2006) verificou que ideias espontâneas e representações não-formais de crianças de 5 e 6 anos fornecem um caminho para se ter imagens mais completas a respeito de suas ideias sobre frações (BRIZUELA, 2006). Enquanto que Maciel e Câmara (2007) afirmaram que os tipos de erros, cometidos pelos sujeitos, ao resolverem problemas envolvendo as ideias de frações pouco se alteraram com o desenvolvimento da escolaridade, entretanto em algumas séries que trabalhavam números proporcionais (3º Ciclo), os alunos rendiam melhor nas questões de frações como quociente ou parte-todo; e no final do Ensino Médio, em que se trabalha, no ensino de química e física de forma mais acentuada, o emprego das frações centesimais, as questões de frações como operadores obtiveram os melhores resultados. Empson, Junk e Tuner (2006) observaram que ao resolverem problemas de partilha equitativa, crianças do 1º, 3º, 4º e 5º anos revelaram duas importantes estratégias: coordenação de partes e quantidades, e, de razão e quantidades. Charalambos e Pitta- Pantazi (2007) verificaram que crianças do 5º e 6º anos têm mais sucesso em tarefas envolvendo parte-todo que aquelas com o significado medida e dominar as diferentes interpretações de frações contribui para a proficiência nas operações com frações e equivalência. Campos e Rodrigues (2007) apontaram que a ideia de unidade,

importante para a conceptualização dos números racionais, não tem sido incorporada por muitos estudantes, mesmo para alunos de escolaridade mais elevada, como é o caso de alunos do ensino superior e que as práticas pedagógicas parecem não serem suficientes para a apropriação dessas ideias. Silva (2007) investigando modelos explicativos elaborados por adolescentes e adultos a propósito de problemas que envolvem frações evidenciou apenas uma pequena parcela dos entrevistados capaz de elaborar uma explicação completa para um problema que envolve cálculo com frações. Os demais apresentam explicações parciais ou incorretas, baseadas na percepção e na incompreensão da relação parte/todo. Pekan (2015) ao investigar como as representações gráficas, círculos, retângulos e reta numérica se relacionam com o conhecimento fracionário dos alunos e vice-versa, os estudantes mostraram desempenho semelhante nos itens envolvendo círculo e retângulo em que se exigia a utilização do significado fracionário parte-todo, mas foi significativamente menor nos itens com representação gráfica da reta numérica entre os tipos de problemas. Enquanto que Hoof, Verschaff e Dooren (2015) ao analisarem a relação entre as propriedades dos números naturais: tamanho, densidade e operações, com o conceito de números racionais apresentados pelos alunos ao longo do ensino fundamental e médio, os resultados demonstram uma polarização das propriedades do número natural igualmente forte em tarefas com números decimais ou frações. Além disso, a tendência em aplicar as propriedades de número natural foi mais fraca em atividades envolvendo tamanho dos números racionais, um pouco mais forte em atividades envolvendo operações, e a mais forte nas atividades envolvendo densidade dos números racionais.

As pesquisas as quais tiveram como referência a proposição de atividades e metodologias revelaram que atividades envolvendo operações com frações a partir de representações de figuras planas e da concepção parte-todo podem auxiliar na compreensão dos alunos quanto às regras operatórias dos números fracionários (SILVA E ALMOULOU, 2008); que a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação pode levar à construção significativa dos diferentes significados de fração e da proporcionalidade (ONUCHIC E ALLEVATO, 2008).

As pesquisas que se constituíram como intervenções em sala de aula se concentraram no ensino fundamental e tiveram como objetivo propor novos procedimentos de ensino para trabalhar os conceitos, equivalência, comparação e ordenação de números fracionários; potenciação de frações e frações na reta numérica. Balogh e Paik (2012), e Vaz e Pinho (2011) tomam como referência a música para o ensino de frações, enquanto Souza e Oliveira (2010) articula a matemática, a leitura e a escrita, utilizando o livro “Doce frações”. Da Ponte e Quaresma (2014) utiliza a abordagem exploratória para trabalhar ordenação e comparação de números racionais. Sanatanna Palis e Neves (2013) trabalham o conceito de fração na reta

numérica visando minimizar as dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra. Enquanto que a pesquisa de Adjiage e Pluvinage (2007) desenvolveu uma intervenção em sala de aula envolvendo o ensino e aprendizagem dos números racionais e de proporcionalidade, baseado num quadro que emergiu da análise dos autores da complexidade dos problemas de razão, envolvendo orientações precisas e um ambiente computacional. Damázio (2011) desenvolveu uma sequência de ensino-aprendizagem envolvendo os princípios e às noções lógico-matemáticas do conceito de potenciação que foram geradas historicamente. Os resultados obtidos nas pesquisas evidenciam o sucesso dos métodos aplicados para significar e facilitar as relações necessárias para a compreensão nesse campo numérico.

Os trabalhos classificados como pesquisas teóricas (GUERRA, VAZ (2008); LIÃO (2008); BERTONI (2008); SILVA, LINS, CÂMARA DOS SANTOS (2013, 2014); ROSA, HOBOLD, BERNARDO, CORRÊA, INÁCIO (2013)) tiveram como objeto de estudo as operações com frações; os signos e os seus significados no conjunto dos números naturais e racionais; os significados e as representações dos números racionais. Como resultados, essas pesquisas demonstram que o princípio da contagem e a manipulação de áreas planas exibem estreita relação operatória entre frações e os números inteiros e resultam em significar as técnicas algorítmicas utilizadas nas operações com frações (GUERRA; VAZ, 2008); que são necessários recursos metodológicos que disponibilizem um tempo maior para o desenvolvimento conceitual de frações e suas inter-relações com os processos operatórios (LIÃO, 2008); que a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud contempla a noção de esquema, inferências e antecipações dos alunos frente a atividades que envolvam frações (BERTONI, 2008); que ao analisar o livro didático verificou-se que o mesmo contempla apenas as significações aritméticas do conceito de fração; a reta numérica não é contemplada; quase não possibilita a identificação da grandeza considerada; a unidade de medida é parte do todo; há forte relação às situações do dia-a-dia; e, a maioria das frações apresentadas é menor que uma unidade (ROSA et al, 2013); que no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM alguns significados dos números racionais são priorizados em detrimento de outros (SILVA, LINS, CÂMARA DOS SANTOS, 2013, 2014).

Considerações finais

Após a análise das tendências, podemos afirmar que a produção nos periódicos investigados evidenciou a ideia de os números racionais ser considerado um “megaconceito” e, portanto, complexo e de difícil compreensão. O estudo revelou as diferentes frentes em que

esse campo numérico é analisado, com acentuado número de pesquisas publicadas categorizadas como formação de conceitos.

Na área de formação de conceitos, o levantamento das pesquisas revelou a tendência em abordar operações com frações, equivalência, ordem e comparação de frações e os significados e as relações entre eles que levam à compreensão do conceito de número racional. Em relação à compreensão conceitual, encontramos importância no significado medida na reta numérica, ora tendo o aluno como objeto de pesquisa, ora o professor e suas práticas, ora os recursos metodológicos e tecnológicos, ora as propostas curriculares escolares.

Notamos uma escassez de pesquisas que abordassem as relações entre as diversas representações dos números racionais como aspecto que influencia sua aprendizagem, apesar de estudos nessa área (Catto (2000); Maranhão, Iglioni (2003)) indicarem as dificuldades causadas pela mudança de representação no campo dos racionais.

Referências

ADJIAGE, R; PLUVINAGE, F. **An experiment in teaching ratio and proportion**. In: Educational Studies Mathematics. V. 65, p. 149-175. 2007.

ALMOULOU, S.A.; SILVA, M.J.F. **As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo**. *Bolema*, V. 21, p. 55-78, 2008.

BEHR, M. J.; LESH, R.; POST, T. R. ; SILVER, E. A. **Rational number concepts**. In: LESH, R. & LANDAU, M. (Eds). Acquisition of mathematics concepts and processes. New York : Academic Press : Nova York, 1983, p. 91-126.

BERTONI, N.E. **A construção do conhecimento sobre número fracionário**. *Bolema*, V. 21, p. 209-237, 2008.

BRIZUELA, B. **Young children's notations for fractions**. In: Educational Studies Mathematics, V. 62, p. 281-305. 2006

CAMPOS, T.M.M.; RODRIGUES, W.R. **A ideia de unidade na construção do conceito do número racional**. *Revemat*, v. 2.4, p. 68-93, 2007.

CATTO, G. G. **Registros de representação e o número racional** – Uma abordagem nos livros didáticos. São Paulo, 2000. 152p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2000.

CHARALAMBOS, C.Y.; PITTA-PANTAZI, D. **Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions.** In: Educational Studies Mathematics, V. 64, p. 293-316. 2007.

CLARKE, D.M.; ROCHE, A. **Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction.** In: Educational Studies Mathematics, V. 72, p. 127-138. 2009.

DAMAZIO, A. **O processo de elaboração do conceito de potenciação de números fracionários: uma abordagem histórico-cultural.** *Bolema*, v. 24, p. 219-243, 2011.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental.** São Paulo, 2007. 313p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

EMPSON, S.B.; JUNK, D.; DOMINGUEZ, H.; TURNER, E. **Fractions as the coordination of multiplicatively related quantities: a cross-sectional study of children's thinking.** In: Educational Studies Mathematics, V.63, P.1-28. 2006

GUERRA, R.B.; SILVA, S.H.F. **As operações com frações e o princípio da contagem.** *Bolema*, V. 21, p. 41-54, 2008.

HOOF J.V. ; VERSCHAFFEL, L.; DOOREN, W. V. **Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education.** In: Educational Studies Mathematics, V.90, p.39-56, 2015

LIÃO, T. **Os símbolos matemáticos enquanto signos e seus diferentes significados.** *Revemat*, v. 3.5, p. 55-61, 2008.

MACIEL, A.; CÂMARA, M. **Analisando o rendimento de alunos das séries finais do ensino fundamental e do ensino médio em atividades envolvendo frações e ideias associadas.** *Bolema*. V. 20, n. 28, p. 163-177, 2007.

MARANHÃO, M.C.S.A; IGLIORI, S.B.C. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, S.D.A.(org.). **Aprendizagem em matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. cap.4, p.57-70

MERLINI, V.L. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico com alunos de 5^a e 6^a séries do Ensino Fundamental. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

ONUCHIC, L.L.R.; ALLEVATO, N.S.G. **As diferentes "Personalidades" do número racional trabalhadas através da resolução de Problemas.** *Bolema*, V.21, p. 79-102, 2008.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M. **Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória.** *Bolema*, v. 28, p. 1464-1484, 2014.

ROMANATTO, M.C. **Número racional: uma teia de relações.** In: *Zetetiké – CEPEN – FE/UNICAMP*. V.7 - n° 12. P. 37-49. jul/dez de 1999.

ROSA, J.E. *et al.* **Relações entre as proposições para o ensino do conceito de fração com base no ensino tradicional e na Teoria Histórico- Cultural.** *Revemat*, v. 08, p. 227-245, 2013.

SANTANNA, N.F.P.; PALIS, G.L.R.; NEVES, M.A.C. **Transpondo obstáculos: da Aritmética para a Álgebra.** In: *Zetetiké – CEPEN – FE/UNICAMP*. V. 21, p. 169-195, 2013.

SILVA, F.A.F.; SANTIAGO, M.L.; SANTOS, M.C. **Análise de itens da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM que envolvem o conceito de números racionais à luz dos seus significados e representações.** *Revemat*, v. 08, p. 190-208, 2013.

SILVA, F.A.F.; SANTIAGO, M.M.L.; SANTOS, M.C. **Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.** *Bolema*, v. 28, p. 1485-1504, 2014.

SILVA, J. A. **Modelos explicativos elaborados por adolescentes e adultos para o cálculo com frações: da percepção ao pensamento operatório.** *Educação Matemática Pesquisa*, v. 9, p. 293-318, 2007.

SOUZA, A.P.G.; OLIVEIRA, R.M.M. **Leitura, escrita e matemática: a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos da 4ª série do ensino fundamental.** *Zetetiké*, v. 18, p. 173-210, 2010.

SUSAN, J.C.; BALOGH, E; SIKER, J.R.;PAIK,J. **Academic music: music instruction to engage third-grade students in learning basic fraction concepts.** In: *Educational Studies Mathematics*, V.81, p.251-278. 2012

TUNÇ-PEKKAN, Z. **An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations.** In: *Educational Studies Mathematics*, V.89, p.419-441. 2015

VAZ, L.J.R.; PINHO, M.O. **Música e matemática – um minicurso interdisciplinar.** In: *Zetetiké – CEPEN – FE/UNICAMP*. V. 19, p. 179-194, 2011.