

## TANGRAM, ESPELHOS E SIMETRIAS

*Dora Soraia Kindel*  
*UFRRJ*

[soraiakindel@yahoo.com.br](mailto:soraiakindel@yahoo.com.br)

*Rosana de Oliveira*  
*DEM/UERJ*

[rosanaol40@yahoo.com.br](mailto:rosanaol40@yahoo.com.br)

*Soraya Barcellos Izar*  
*CAP-UERJ/CP-II*

[soizar@gmail.com](mailto:soizar@gmail.com)

### **Resumo:**

Neste minicurso, pretendemos discutir o uso do Tangram voltado para tarefas diferenciadas que busquem o aprofundamento dos conceitos matemáticos no Ensino Fundamental, em particular a simetria. As tarefas propostas nesse minicurso serão em breve publicadas no Material Didático que é produto do Projeto “A Formação de Professores que ensinam Matemática na Educação Básica: outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis” aprovado pela FAPERJ em 2014. Esse projeto prevê a editoração de três livros, sendo um deles sobre o uso do Tangram em articulação com a formação docente e com ensino de Matemática na Educação Básica. O objetivo deste minicurso é discutir como o uso do Tangram pode contribuir para a edificação de um espaço escolar e de formação produtivo, orientado pelos signos da cooperação e da solidariedade, aproximando o discurso acadêmico da ludicidade e dinamismo que advém das práticas cotidianas.

**Palavras-chave:** Tangram, Simetria, Materiais Manipuláveis, Formação de Professores.

### **1. Introdução**

As dificuldades enfrentadas pelos alunos do Ensino Fundamental com a aprendizagem da Matemática são notórias. No campo da formação docente para o trabalho com a Educação Matemática também existem dificuldades e questionamentos diversos. Este cenário de problemas vem sendo objeto de incontáveis pesquisas e ações por parte de profissionais da formação docente e da Educação Matemática, não produzindo, infelizmente, os resultados esperados pelas ações pedagógicas no Ensino Fundamental e pela Formação Docente.

Nesse sentido o Projeto “A Formação de Professores que ensinam Matemática na Educação Básica: outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis”, aprovado pela FAPERJ em 2014<sup>1</sup>, prevê a editoração de três livros para uso na formação docente, sendo um deles sobre o uso do Tangram em articulação com a formação docente e com ensino de Matemática na Educação Básica.

Existe uma gama de publicações que apresentam propostas de atividades para a sala de aula sobre materiais manipuláveis, porém, em grande parte, há uma exaustiva repetição nessas propostas e faltam em muitos deles uma discussão mais específica pertinente à formação docente. Na maioria das vezes são difundidos como a solução para a aprendizagem de matemática e causam uma falsa ilusão que o uso do material garante a proposta um clima de ludicidade.

Embora usualmente o Tangram seja conhecido como material concreto, optamos por denominá-lo como material manipulável. Com isso queremos fortalecer a importância da interação do aluno com o material e também incluir a manipulação virtual, já que é possível encontrar aplicativos<sup>2</sup> com atividades relacionadas ao tema, disponíveis na *web*. Nesse ponto, cabe mais uma reflexão na formação docente sobre a necessidade de descrever os limites entre a manipulação do material físico e do material virtual, avaliando os conhecimentos que são construídos em cada uma dessas versões.

Essa publicação visa apresentar: as tarefas, seus objetivos, a organização da sala de aula e contribuir com observações e intervenções sobre os problemas que podem surgir em sala de aula quando os alunos são postos em atividade.

Na publicação, o tópico **objetivos** descreve as ações realizadas pelos aprendizes no processo da intervenção sobre o material que são observáveis pelo professor. Esses objetivos podem ser construídos com base no debate coletivo.

No tópico **organização da tarefa** apresentaremos os materiais necessários, quando for o caso como confeccioná-los e a justificativa para sua utilização. Em um segundo momento os procedimentos que devem nortear a ação do professor para realização da tarefa.

---

<sup>1</sup>Edital FAPERJ N° 28/2014 - Programa de Apoio à produção de material didático para atividades de ensino e/ou pesquisa 2014.

<sup>2</sup>Um exemplo de aplicativo com Tangram pode ser visualizado no endereço disponível em: [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.jin.games.tangram&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.jin.games.tangram&hl=pt_BR). Acesso em: abr.2016.

Em **observação e intervenção do professor** apresentaremos sugestões com cunho pedagógico que podem ser observadas pelo professor enquanto seus alunos executam as tarefas e também as possibilidades de intervenções que podem ser realizadas pelo professor, em particular criando perguntas de exploração. As duas ações: a observação e a intervenção são sobre o fazer do aprendiz, que se complementam e que exige do professor atenção com a construção e significados produzidos pelo outro.

## 2. Os materiais manipuláveis e o Ensino de Matemática

O Tangram se insere em um grupo de materiais que tiveram uma grande difusão na década de 1980, quando as ideias do Construtivismo começaram a ser difundidas no Brasil. Desde então eles vêm sendo usados por professores dos anos iniciais, e como materiais nos cursos de formação inicial e continuada de professores, com maior ênfase nos cursos de Licenciatura em Pedagogia e com menor ênfase nos Cursos de Licenciatura em Matemática. Na esteira desta penetração é que este minicurso se insere, ao mesmo tempo em que pretende dar operacionalidade à ideia de “atividades familiares e não-usuais”, noção central ao trabalho a ser desenvolvido e elencada nos nossos objetivos.

De acordo com Silva (2003), as tarefas podem ser formuladas de modo a serem familiares e não usuais.

Familiar, no sentido de permitir que as pessoas falem a partir daquele texto e, não-usual, no sentido de que a pessoa tenha que desprender um certo esforço cognitivo na direção de resolvê-lo. O fato de a tarefa ser não-usual tem como objetivo nos permitir – enquanto professores ou pesquisadores - observar até onde a pessoa pode ir falando. (SILVA, 2003, p.54-55).

Nessa perspectiva, as tarefas previstas neste minicurso podem ser consideradas familiares, mas não usuais aos participantes, e apresentam provocações sem roteiro, ou seja, sem uma orientação para que os participantes desenvolvam um “passo a passo” encadeado para, ao final, chegarem a uma conclusão pré-estabelecida. Cabe lembrar que a nossa proposta foi pensada considerando a matemática como um discurso, ou seja, para nós, aprender matemática é participar desse discurso (SFARD, 2008). Nossa proposta baseou-se, então, na ideia de que as atividades fossem elaboradas de modo a permitir o

engajamento e a interação discursiva dos participantes e proporcionassem experiências sobre Transformações no Plano.

Cabe ainda ressaltar que Leont'ev (1978), por meio da Teoria das Atividades, permite-nos interpretar que a atividade humana envolve pontos que vão além do estímulo à resposta. O autor defende que a atividade humana e a atividade do pensamento respondem a um motivo, a uma necessidade que junto com o objetivo coincidem com a finalidade. Em outras palavras, a atividade humana é constituída por um conjunto de ações e operações subordinadas a propósitos conscientes e é nessa perspectiva que pretendemos desenvolver o trabalho proposto neste projeto.

Essa distinção entre tarefas e atividades, proposta por Leontev (1978), psicólogo russo e aluno de Lev Vygotsky e achamos adequado também utilizar nesse minicurso. O autor nos leva a compreender a tarefa como um texto e a atividade como a produção de conhecimento para esse texto, a partir da interação com o mesmo. Nas tarefas elaboradas para o desenvolvimento deste minicurso, buscamos produzir textos que favorecessem aos participantes a produção de seus conhecimentos sobre Transformações no Plano a partir da interação com esse texto e com os outros participantes.

Nesse sentido, de aprofundamento teórico dessa diferenciação, as pesquisas em Task Design (DARLINGTON, 2013) possibilitam-nos olhar para as tarefas e as atividades no contexto da Educação Matemática. Especificamente na Educação Matemática, “tarefas geram atividades que proporcionam oportunidade de encontrar conceitos, ideias e estratégias matemáticas, e também para desenvolver o pensamento matemático e modos de investigação” (DARLINGTON, 2013, p. 4, tradução nossa<sup>3</sup>). Sob essa ótica, para o desenrolar desse minicurso, desenvolvemos uma sequência de tarefas que levam em conta o repertório de experiências anteriores do sujeito. Acreditamos que o pensamento não se dá de forma linear, por isso, não

---

<sup>3</sup>Texto original: “Tasks generate activity which affords opportunity to encounter mathematical concepts, ideas, strategies, and also to use and develop mathematical thinking and modes of enquiry”. Ou seja, não estamos só em busca de material inovador e de usos inovadores deste material, visamos, também, à tessitura de um modo de trabalhar e de pensar o ensino da matemática para além do tecnicismo e da causalidade linear que caracterizam as propostas e práticas hegemônicas no campo, e de refletir sobre essas possibilidades na perspectiva de respeito e atenção à complexidade do cotidiano escolar e suas especificidades (ALVES; GARCIA, 2002; OLIVEIRA, 2003 e 2004).

A utilizamos o modelo passo a passo encontrado, por exemplo, na Engenharia Didática da década de 1980.  
Figura original ou dada

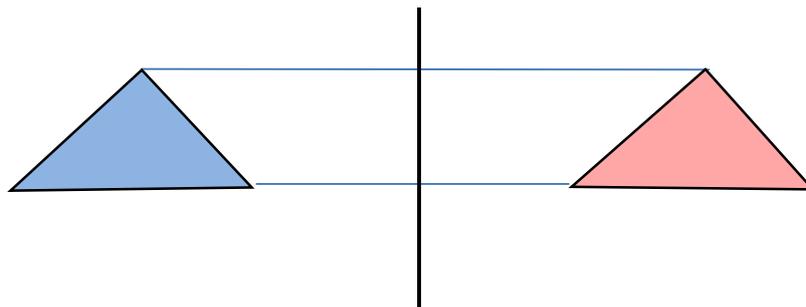
Figura transformada por Simetria Axial ou Reflexão

### 3. Simetria Axial ou Reflexão com o Tangram

#### Figura 1 – Simetria Axial do triângulo ABC

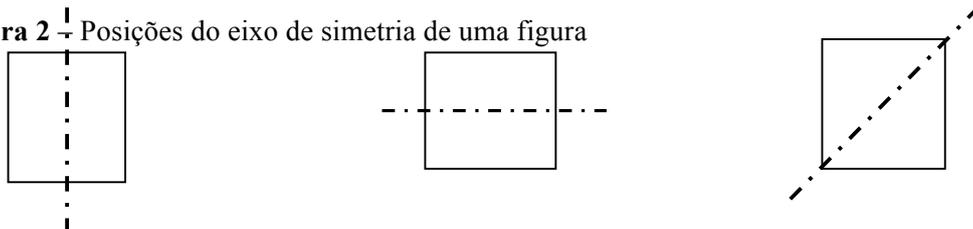
As isometrias constituem uma das áreas com maior variedade de aplicações, seja no interior das teorias matemáticas ou em aplicações em outras áreas. A palavra isometria tem sua origem no grego que significa igual medida. Desta forma, as isometrias são transformações no plano que conservam as medidas de comprimento, ângulos e superfícies das figuras no plano. Por transformações no plano entende-se uma aplicação bijetiva do plano em si mesma. A simetria junto com a translação e a rotação compõe o conjunto das isometrias. Do ponto de vista didático o ensino de diferentes tipos de isometrias se baseia na ideia de movimento.

Nossa intenção é apresentar aos cursistas algumas reflexões sobre um dos tipos de isometria: a simetria axial ou reflexão. Na simetria axial, as distâncias de qualquer ponto da figura simétrica ao eixo de simetria devem ser as mesmas existentes entre os pontos correspondentes na figura original em relação ao mesmo eixo de simetria. Dessa forma, a figura transformada preservará as mesmas medidas dos lados, dos ângulos existentes e manterá a mesma forma da figura original, conforme ilustra a Figura 1.



A posição do eixo de simetria no plano, porém, pode mudar e ficar situado sobre a figura original. Neste caso, diz-se que a figura possui eixo de simetria, como podemos observar na Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Posições do eixo de simetria de uma figura



Para PASTOR e RODRIGUEZ (1996, p.27), fisicamente, a simetria não é um movimento no plano, embora normalmente seja considerado como tal, visto que produz uma mudança na posição do objeto. Ou seja, a simetria em relação ao eixo inverte a posição do ângulo como podemos observar ao compararmos a posição dos ângulos CBA e o seu simétrico  $C'B'A'$  (Figura 1).

Oliveira, Kindel (2015); Oliveira, Izar, Kindel (2014, 2007); Oliveira et al (2008) são alguns autores que estudam o tema.

Vamos explorar nas tarefas propostas desse minicurso a primeira possibilidade onde o foco serão as figuras geométricas que compõem o Tangram: triângulos, quadrado e paralelogramos e as figuras geométricas oriundas de suas composições. Utilizaremos o espelho como um recurso didático que contribui para a visualização de figuras simétricas.

A abordagem das tarefas foi sistematizada considerando a mudança da posição do eixo de simetria mantendo a mesma figura geométrica e a mudança da posição do eixo de simetria e modificando as figuras geométricas.

No planejamento das tarefas, explorando a simetria com as peças do Tangram consideramos a possibilidade de usar um único jogo de sete peças do Tangram ou usar dois jogos de sete peças do Tangram.

#### 4. Objetivos do Minicurso

- Desenvolver atividades relacionadas ao uso do Tangram, para atuação dos professores da Educação Básica (incluindo as modalidades de jovens e adultos e de educação especial), de modo a aliar o uso de materiais manipuláveis a um repertório de *atividades familiares e não usuais*.

- Desenvolver reflexões com os professores que ensinam matemática sobre sua formação e a respeito de diferentes modos de potencializar a aprendizagem da Matemática por meio de uma proposta de uso do Tangram explorando o conceito de simetria.
- Contribuir com a articulação entre a formação docente para o trabalho com a Educação Matemática e o trabalho efetivamente desenvolvido nas escolas por meio de discussões e atividades que contribuam para a aprendizagem na Educação Básica.
- Contribuir para a edificação de um espaço escolar e de formação produtivo, orientado pelos signos da cooperação e da solidariedade, aproximando o discurso acadêmico da ludicidade e dinamismo que advém das práticas cotidianas.

## 5. Metodologia

O trabalho priorizará os conteúdos, utilizando o Tangram, espelhe fichas de trabalho que poderão ser usados com seus futuros alunos.

O documento curricular que ainda hoje tem orientado a maioria das políticas públicas curriculares são os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997). Em particular, as tarefas propostas nesse minicurso se inserem na articulação entre os blocos de conteúdo: espaço e forma e grandezas e medidas. Além disso, defende alguns caminhos metodológicos que denomina de “modos de fazer Matemática em sala de aula”: uso da história da Matemática, de jogos, da resolução de problemas e das tecnologias da informação.

Os conceitos e conteúdos escolhidos para realização deste minicurso articulam os dois blocos de conteúdo de conteúdo citados anteriormente: simetrias, relação parte e todo e composição e decomposição de figuras geométricas.

O minicurso se organizará da seguinte forma: a) Organização dos cursistas em grupo para realização das atividades propostas de forma interativa. b) Apresentação das fichas de trabalho relacionadas ao uso do Tangram para trabalhar os conteúdos previstos, em que serão exploradas investigações sobre que peças do Tangram compõem a figura dada e a figura simétrica resultante, além dos tipos de rotações ou reflexões. c)

Discussão sobre o ensino e aprendizagem do Tangramsegundo o referencial teórico relacionando as suas experiências como licenciandos ou professores em serviço.

## 6. Referências

ALVES, Nilda. GARCIA, Regina Leite. **A invenção da escola a cada dia**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

BRASIL. MEC. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 1o e 2o Ciclos**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

DARLINGTON, E. **Task Design in Mathematics Education**. ICMI Study 22, Announcement and call for papers. Disponível em <[http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI\\_studies/Ongoing\\_studies/ICMI\\_Study\\_22\\_announcement\\_and\\_call\\_for\\_papers\\_long\\_version\\_Extended\\_Deadline.pdf](http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI_studies/Ongoing_studies/ICMI_Study_22_announcement_and_call_for_papers_long_version_Extended_Deadline.pdf)>. Acesso em 13 de abr. de 2016.

LEONTEV, A. N. **Actividad, consciência y personalidad**. Buenos Aires: CienciasdelHombre, 1978.

OLIVEIRA, R.; IZAR, S.B.; KINDEL, D.S. **Tangram: possibilidades de utilização nas aulas de matemática e desenho geométrico**. Anais do I Seminário de Pesquisas e Práticas Pedagógicas Linguagem Visual e Educação Básica. Rio de Janeiro: CAP/UERJ, 2007.

OLIVEIRA, R.; IZAR, S. B.; KINDEL, D. S. **Tangram: ampliando as possibilidades de exploração**. Anais do VI EEMAT. Niterói, 2014. Disponível em: <<http://www.sbemrj.com.br/p/anais.html>>. Acesso em: abr. 2016.

OLIVEIRA, R. et al **O Jogo Computacional Tangram: um objeto de aprendizagem sobre Geometria**. Anais do IV Colóquio sobre História e Tecnologia no Ensino da Matemática. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008.

OLIVEIRA, R.; KINDEL, D. S. **A Formação de professores que ensinam matemática na Educação Básica: outro olhar sobre a exploração de materiais manipuláveis**. Anais do VII EMEM, MG - São João Del Rei, 2015.

PASTOR, A. J.; RODRÍGUEZ, Á. G. **El grupo de las isometrías del plano**. Madrid: Editorial Síntese, 1996.

SFARD, A. **Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SILVA, A. M. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. 2003.243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, Brasil: UNESP, 2003.