

IDENTIFICAÇÃO DAS DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM RELAÇÃO À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD

Maria Teresa Eglér Mantoan
Professora do Departamento de Ensino e Práticas Culturais da
Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
tmantoan@gmail.com

José Eduardo de Oliveira Evangelista Lanuti
Doutorando do Programa de Pós-Graduação em
Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
eduardolanuti@hotmail.com

Resumo: O artigo apresenta os encaminhamentos de uma pesquisa de Doutorado em andamento. Seu objetivo geral consiste em analisar como a formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode contribuir para a construção de práticas inclusivas no ensino de Matemática. O estudo se inscreve no campo da pesquisa qualitativa e tem como universo uma experiência formativa com 35 professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino numa cidade localizada no interior do estado de São Paulo. A coleta de dados se baseia nas filmagens das aulas dos participantes, diálogos com os mesmos nos encontros formativos na escola e diário de bordo do pesquisador. Os resultados parciais da pesquisa têm revelado que a partir da resolução de problemas os estudantes passam a se interessar mais pelos conteúdos matemáticos e que através dos campos conceituais de Vergnaud, as professoras conseguiram identificar com mais facilidade as dificuldades dos estudantes em relação às operações matemáticas e com isso passaram a propor situações problemas significativas, favorecendo a participação e aprendizagem de todos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Resolução de Problema; Campos conceituais; Inclusão Escolar

1. Introdução

Os conhecimentos matemáticos construídos ao longo dos tempos foram sendo aprimorados em função das necessidades da vida diária. Entretanto, as formas de sistematizar os conhecimentos matemáticos foram se constituindo de maneira formal, com um vocabulário próprio e esta área do conhecimento foi se tornando distante da

realidade das pessoas. Por esta razão, a Matemática foi considerada, historicamente, uma disciplina para poucos e até a atualidade, muitos são aqueles que afirmam não gostar de Matemática ou se consideram incapazes de compreender seus conteúdos.

Segundo Ferreira (1998, p.20)

Ao perceberem a Matemática como algo difícil e não se acreditando capaz de aprendê-la, os estudantes, muitas vezes, desenvolvem crenças aversivas em relação à situação de aprendizagem, o que dificulta a compreensão do conteúdo e termina por reforçar sua postura inicial, gerando um círculo vicioso.

Nesse sentido, é preciso pensar acerca da maneira com que a Matemática vem sendo apresentada aos estudantes e como o professor propõe situações que possibilitam a relação entre conteúdos disciplinares e situações cotidianas.

De acordo com Santaló (2001) o grande desafio atual no que diz respeito ao ensino de Matemática é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Para tal, é necessário que os conteúdos estudados na escola tenham relação com o mundo vivenciado pelos estudantes, conforme afirmam Pais (2006) e Lorenzato (2006).

Uma maneira encontrada por Lanuti (2015) para favorecer a aproximação entre conteúdos matemáticos e atividades diárias de seus alunos foi o ensino baseado na resolução de problemas. Para o autor “a resolução de problemas foi utilizada para que fosse possível uma contextualização das informações e para permitir a todos aprender de forma significativa, já que no ensino de Matemática é importante valorizar a conexão entre a formação de conceitos, teoria e resolução de problemas” (p.37-38).

Lester (1983) apud Echeverría e Pozo (1998) define como problema uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução. Em contrapartida, os exercícios são atividades de treinamento, que exige apenas a aplicação de um procedimento sem a necessidade de pensar em possíveis estratégias para resolvê-lo.

Ensinar a partir da resolução de problemas, segundo Charnay (2001) e Pais (2006) possibilita ao estudante a construção de conhecimento por meio de sua ação e

reflexão sobre a mesma, além de exigir a utilização dos saberes prévios para construir novos conceitos, diante de situações que para ele fazem sentido.

Cabe ao professor, a partir do levantamento dos saberes dos estudantes, dos interesses dos mesmos e dos recursos disponíveis na escola, planejar situações que favoreçam a ação, reflexão, a contextualização das informações para que os conteúdos matemáticos possam ser ensinados de uma maneira que favoreça a construção de uma aprendizagem significativa. Assim, a Matemática deixa de ser tão abstrata e distante da realidade.

Além disso, os problemas permitem que cada um aprenda através de sua ação, observações, interesses e possibilidades, pois favorecem o desenvolvimento da criatividade, já que diferentes estratégias podem ser utilizadas para resolver a mesma questão.

De acordo com Mantoan (2003), esse é o ensino baseado nos pressupostos da inclusão, pois todos, sem distinções, têm a oportunidade de desenvolver estratégias próprias para resolver determinado problema e as diferenças são valorizadas. E essa é uma das funções da escola contemporânea: ensinar a todos!

Se a escola contemporânea tem como dever ensinar a todos, indistintamente, “o ensino tradicional de Matemática, pautado apenas em exercícios de repetição e memorização, ainda muito presente nas escolas, deve ser repensado” (LANUTI, 2015, p. 34). Exercícios que supervalorizam a memorização, repetição, não favorecem a participação daqueles que possuem maiores dificuldades em relação à aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Nessa direção, é possível afirmar que a resolução de problemas parece ser o caminho para que cada um consiga aprender de acordo com suas possibilidades, e o professor, nesse sentido, deve acompanhar os estudantes para identificar possíveis dificuldades no processo de construção de conhecimentos e desenvolvimento das estratégias de resolução.

Uma possível estratégia de ensino para identificar as dificuldades dos estudantes no que concerne à resolução de problemas é utilizar os campos conceituais de Vergnaud, apresentados a seguir.

2 Campos conceituais de Vergnaud e a resolução de problemas matemáticos

Para facilitar a participação e a aprendizagem de todos os estudantes nas aulas de Matemática, é necessário valorizar sua ação, observação e reflexão. Ao ser desafiado a encontrar uma solução para um problema, que para ele tem sentido, o estudante passa a ser o protagonista do processo de aprender.

O professor, nesse sentido, deve lançar um olhar investigativo para a forma que os estudantes resolvem os problemas propostos, de modo que sejam realizadas intervenções precisas em relação às dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Uma maneira de identificar as dificuldades dos estudantes em relação à interpretação e resolução dos problemas é trabalhar a partir da “*teoria dos campos conceituais de Vergnaud*”.

A teoria dos campos conceituais aborda o desenvolvimento sobre a duração, em longo prazo, dos conhecimentos e das competências matemáticas, que devem ser desenvolvidas em situações organizadas pelos professores e estudantes. A reflexão, nesse sentido, é fundamental para que o trabalho docente e o processo de aprendizagem sejam avaliados e de modo que o saber científico (teoria) e saber prático sejam articulados.

Para Vergnaud (1982) o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do aprendiz, vai acontecendo ao longo de um extenso período de tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem. É justamente a partir da compreensão de como o estudante tem construído o conhecimento e tem pensado para resolver uma situação que é possível ensiná-lo.

Vergnaud, de acordo com Moreira (2002), define como campo conceitual um conjunto de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, entrelaçados durante o processo de aquisição. Por isso, o centro dessa teoria está na “conceitualização” (Vergnaud, 1990), ou seja, no processamento de informações para construção de conceitos.

Para o autor, não se pode entender separadamente o desenvolvimento cognitivo e a construção de um conceito, já que os conceitos são construídos a partir de uma variedade enorme de situações envolvidas.

Nesse sentido, é possível inferir que para que o estudante construa determinado conceito matemático, ele precisa vivenciar diversas situações, se basear em saberes já construídos e relacioná-los, para resolver um problema em determinada situação. Ao

relacionar informações e diversos conceitos, construirá sistemas organizados, ou seja, campos conceituais.

O campo conceitual aditivo envolve as operações de adição e subtração e o campo multiplicativo envolve a multiplicação e a divisão. Acredita-se que os estudantes aprendam sobre as operações a partir de situações que podem usá-las para resolver determinado problema e a partir da compreensão de seus significados, relacionando uma às outras.

Magina (2005) afirma que quando Vergnaud propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, ele está afirmando que numa situação problema qualquer, nunca um conceito aparece isolado. Por isso trabalhar com problemas favorece a utilização de conhecimentos prévios, da relação de uma operação matemática com outra e possibilita a aprendizagem de todos, mediante suas capacidades.

No quadro 1 são apresentadas as categorizações do campo conceitual aditivo e multiplicativo, com exemplos de problemas de cada tipo.

Quadro 1: Exemplos de problemas dos campos conceituais aditivo e multiplicativo por

Campo	Categorização	Exemplo
Aditivo	Composição	Ana tem 10 balas. João tem 20. Quantas balas eles têm juntos?
	Transformação positiva	Ana tinha 10 balas e ganhou 20 de João. Com quantas balas ficou?
	Transformação negativa	Ana tinha 10 balas e perdeu 2. Quantas balas Ana tem agora?
	Comparação	Ana tem 10 balas e João tem 20. Quem tem mais balas? Quantas a mais?
Multiplicativo	Proporcionalidade	Para cada bala que Ana ganhou de sua mãe, João ganhou 2. Se Ana ganhou 10 balas, quantas balas João ganhou?
	Multiplicação comparativa	Ana tem 10 balas. João tem o dobro. Quantas balas João tem a mais?
	Combinatória	Tenho 10 blusas, 2 sapatos e 3 calças. De quantas maneiras diferentes posso me vestir?
	Configuração retangular	Na sala de Ana, há 4 fileiras, cada uma com 3 carteiras. Quantas carteiras há no total?

categoria

Fonte: Elaborado pelos autores

Ao trabalharem com as quatro operações aritméticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), o professor deve estar atento às dificuldades dos estudantes

para identificar possibilidades de intervir de forma precisa, escolhendo uma situação problema que possibilite a superação das dificuldades da turma.

A partir das dificuldades encontradas por um grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para identificar as dificuldades dos estudantes em relação à resolução de problemas matemáticos, e da necessidade de rever o ensino de Matemática para que todos possam aprender por meio de situações contextualizadas e significativas, surgiu a pergunta que deu origem a pesquisa de Doutorado¹: *de que forma uma proposta de formação continuada poderia contribuir para a mudança na prática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam Matemática para favorecer a participação e aprendizagem de todos?*

O delineamento metodológico para coleta e análise de dados e o universo da pesquisa são descritos a seguir.

3 Contextualização e caracterização metodológica da pesquisa

No início do ano letivo de 2015, passamos a orientar o trabalho de um grupo de 35 professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na rede municipal de ensino. Durante os encontros formativos realizados com as professoras polivalentes, temos identificado as dificuldades desse grupo em relação ao ensino de Matemática, sobretudo no que diz respeito à identificação das dificuldades dos estudantes no que tange à resolução de problemas.

O universo da pesquisa são os encontros formativos, que ocorrem em uma periodicidade semanal, na escola municipal localizada em uma cidade do oeste do estado de São Paulo. As 35 professoras polivalentes, participantes da pesquisa, atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental em 3 escolas públicas da região. Os encontros ocorrem na escola sede da prefeitura municipal.

Nos encontros formativos as professoras são agrupadas de acordo com a série para qual lecionam, pois essa forma de organização permite um olhar mais específico

¹ Pesquisa vinculada ao Laboratório de Estudos e Pesquisa em Ensino e Diferença (LEPED) e inserida na linha de pesquisa “Formação de Professores e Trabalho Docente” do Programa de Pós-Graduação (Doutorado em Educação) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

tanto para as necessidades do grupo de professoras quanto para seus alunos. Os grupos são assim constituídos: 10 professoras do 1º ano, 16 professoras dos 2º e 3º anos e 9 professoras dos 4º e 5º anos.

O estudo se inscreve no campo da pesquisa qualitativa e pesquisa caracteriza-se como pesquisa-ação, de acordo com os aspectos desse tipo de investigação apresentados por Elliot (1998). São esses aspectos: aclarar e diagnosticar uma situação prática ou um problema prático que se quer melhorar ou resolver, formular estratégias de ação, desenvolver essas estratégias e avaliar sua eficácia, ampliar a compreensão da nova situação e proceder aos mesmos passos para a nova situação prática.

A coleta de dados se baseia nas filmagens das aulas dos participantes, diálogos com os mesmos realizados nos encontros formativos na escola e diário de bordo do pesquisador em que o mote para as discussões reside na tematização da prática no sentido de ampliação das estratégias de ensino construídas e desenvolvidas pelo grupo.

A partir dos conteúdos que devem ser contemplados nas aulas, de acordo com o currículo prescrito adotado pela escola², os professores são convidados a relatar suas dúvidas em relação aos conteúdos específicos e às dificuldades dos estudantes em relação à Matemática. Os resultados parciais da pesquisa em desenvolvimento são apresentados a seguir.

4 Resultados

Os resultados obtidos, até o momento, com a formação do grupo de professoras, revelam que para que todos participem ativamente das aulas de Matemática tem sido necessário basear o ensino na resolução de problemas.

As professoras têm constatado que os conteúdos matemáticos podem ser trabalhados de forma contextualizada a partir de situações problemas e isso faz com que os estudantes relacionem com mais facilidade a Matemática às atividades de seu dia a dia, conforme apontam Pais (2006) e Lorenzato (2006). A partir das discussões no grupo, as professoras têm verificado que a partir das orientações pedagógicas do currículo prescrito utilizado na escola, o próprio material já direciona a ação das professoras para um ensino baseado na resolução de problemas.

² O currículo prescrito utilizado no Ensino Fundamental é o EMAI (Educação Matemática nos Anos Iniciais), da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo/SP.

As reflexões acerca da prática desenvolvida pelo grupo têm favorecido uma discussão mais precisa em relação às reais necessidades dos estudantes no que diz respeito às dificuldades na resolução de problemas.

Para a professora M.J. (4º ano) “*Meus alunos têm dificuldade em alguns problemas de mais e de menos, mas eu ainda não consigo entender bem ao certo onde está a dificuldade deles...*”. “*Já os meus não sabem dividir e nem multiplicar. Eu falo, falo, explico, volto e eles continuam com as mesmas dúvidas*”, afirma a professora L. (5º ano). A dificuldade das professoras em identificar as reais necessidades dos estudantes trouxe à tona a necessidade de refletir sobre a maneira que eles aprendem para que fossem realizadas intervenções pontuais de acordo com as necessidades da turma. Com isso as professoras puderam selecionar problemas que contemplassem as diferentes ideias dos campos conceituais que os estudantes apresentavam dificuldades.

O quadro 2 sintetiza as principais dificuldades dos estudantes dos quartos e quintos anos da escola em que pesquisa vem sendo desenvolvida em relação à resolução de problemas dos campos aditivo e multiplicativo.

Quadro 2: Dificuldades dos estudantes³ dos 4º e 5º anos em relação à resolução de problemas matemáticos

Dificuldade	Ano	Turma	Categorização das dificuldades com base nos campos conceituais de Vergnaud
Campo Aditivo	4º	A	Transformação negativa/Comparação
		B	Transformação positiva/negativa e Comparação
		C	Composição e comparação
	5º	A	Comparação
		B	Comparação
		C	Comparação
		D	Comparação
Campo Multiplicativo ⁴	5º	A	Multiplicação comparativa
		B	Multiplicação comparativa
		C	Multiplicação comparativa e Combinatória
		D	Proporcionalidade/ Combinatória e Multiplicação Comparativa

Fonte: Elaborado pelos autores

³ É válido ressaltar que os dados foram coletados a partir do relato das professoras em relação às dificuldades das turmas com base nas atividades desenvolvidas em sala de aula e nas avaliações das turmas. Não foram discriminados valores numéricos de estudantes/dificuldades, pois a análise das dificuldades dos estudantes pautou-se em quantidade de turma/dificuldades, de forma mais generalizada.

⁴ Os estudantes do 4º ano ainda não haviam estudado sobre o campo multiplicativo.

A análise do quadro permite a verificação de que em todas as turmas do 4º ano os estudantes apresentam, de modo geral, dificuldades na resolução dos problemas que apresentam a ideia de “Comparação”, do campo aditivo.

Segundo a professora M.J. (4º ano) *“o que complica é quando no problema aparece ‘a mais’, por que as crianças muitas vezes não entendem que para saber quanto um tem a mais que o outro a operação usada ou o desenho que seja deve ser pensado em tirar. É a ideia oposta... para saber quanto ‘a mais’ tem que fazer menos”*. A constatação da professora vai ao encontro do que Bertini e Passos (2007) afirmam em relação à dificuldade que a criança tem em realizar problemas que envolvem subtração.

Um exemplo de dificuldade apresentada pelas professoras dos quartos anos foi em relação ao problema: “Joana tem 20 figurinhas a mais que Rodrigo, que possui 10. Quantas figurinhas Joana tem? Quantas figurinhas os dois têm juntos?”

Durante as discussões no grupo, a professora E.S. (4º ano) afirmou que *“o problema foi resolvido em duas etapas. Na primeira os estudantes calcularam quantas figurinhas Joana tem e depois somaram as duas quantidades*. Em relação às dificuldades encontradas pelos alunos, a professora afirmou que *“a dificuldade de praticamente todos os estudantes esteve na primeira parte, para compreender o que significava o ‘a mais’, mas que na segunda parte, não houve dificuldade para ‘juntar’ os valores encontrados”*.

É possível perceber que a dificuldade da turma esteve na parte do problema que envolve a comparação e não a composição, presente na segunda parte da resolução do problema. O quadro 2 evidencia a constatação das professoras.

Esse tipo de dificuldade também apareceu em todas as turmas do quinto ano. A professora A.C (5º ano) compartilhou como grupo suas observações em relação às dificuldades dos estudantes.

“Ao trabalhar com problemas enfatizei bem as diferentes ideias contidas em cada um deles, pois assim os estudantes foram percebendo que há vários tipos de problema que envolvem adição e multiplicação mas com diversos significados. Isso tem me ajudado a verificar, por exemplo, que embora já estejamos trabalhando com o campo multiplicativo, muitos deles ainda apresentam dificuldades no campo aditivo, em

relação à comparação e por isso vou trabalhar as quatro operações juntas. A dificuldade de comparar também aparece na socialização da turma ao mostrarem como resolvem os problemas do campo multiplicativo que envolvem a multiplicação de comparar. Talvez isso esteja relacionado ao vocabulário matemático, pois para comparar usamos 'dobro', 'triplo'... Por isso tenho trabalhado com diversos problemas em que contemplem as categorias que eles apresentam mais dificuldades, para que eles percebam, o que cada problema pede e como podem resolvê-los.

A partir da reflexão da professora é possível perceber que a partir dos campos conceituais de Vergnaud tem sido possível perceber exatamente em quais situações os estudantes tem apresentado dificuldades e que a dificuldade em relação à comparação também aparece em todas as salas do quinto ano, tanto no campo multiplicativo como aditivo. Isso possibilita à professora realizar intervenções que vão ao encontro das necessidades dos seus alunos.

Esses dados foram analisados também pelas professoras do segundo ano, pois é neste ano que os estudantes começam a estudar sobre os significados de cada operação e suas variações em cada problema.

Uma das professoras do segundo ano afirmou que *“basear o trabalho na resolução de problemas tem facilitado a participação de todos, até do que mais têm dificuldades, por que dá para perceber as diferentes estratégias que eles resolvem. Tenho percebido, por exemplo, que realmente quando aparece a ideia de comparar nos probleminhas eles confundem e não conseguem resolver. Cada um busca resolver do jeito que pode, com desenhos, 'risquinhos' ou números... tenho trabalhado bem isso desde agora para que lá na frente essas dúvidas sejam menores. (Professora A.T, 2º ano)*

5 Conclusões

Os estudantes, em contato com diversas situações problemas, têm vivenciado experiências que exigem a compreensão do significado das operações matemáticas e passam a construir conceitos matemáticos a partir problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e

não isolados. Ou seja, aprendem a partir de campos de conhecimento, ou como Vergnaud (Moreira, 2002) define como campos conceituais.

As professoras, ao basearem o ensino em problemas e lançarem um olhar investigativo para sua prática, a partir dos campos conceituais de Vergnaud, têm identificado com precisão as dificuldades dos estudantes e, a partir disso, têm pensado em estratégias para que todos superem suas dificuldades em relação à resolução de problemas, como o estudo do vocabulário matemático, não ensinar uma operação isolada das demais e socializar as diferentes estratégias desenvolvidas pelos estudantes.

A formação continuada realizada com esse grupo de professoras, por ter um formato de organização colaborativo, tem possibilitado a identificação das dificuldades dos alunos nos diferentes anos e isso contribui para o desenvolvimento de uma prática colaborativa, em que todos podem se ajudar para superação das dificuldades de estudantes e professores por meio da reflexão.

Basear o ensino de Matemática em problemas contextualizados que têm sentido para os estudantes, tem favorecido a participação e aprendizagem de todos, conforme defende Mantoan (2003), ou seja, o mesmo ensino é proposto para todos e cada um tem a oportunidade de aprender a partir dos seus campos de conhecimento, dos seus saberes prévios, de suas estratégias e possibilidades individuais.

Agradecimentos

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento da pesquisa.

Referências

- BERTINI, L. de F; PASSOS, C. L. B. Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais. Anais da 16ª COLE, Campinas, 2007.
- CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (orgs); trad. Juan Acuña Llorens. 2 ed – Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p. 36-47.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, Juan I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: A solução de problemas. POZO, Juan I.(org.) et. al.; trad. Beatriz Affonso Neves – Porto Alegre: Artmed, 1998. (p. 13-42)

ELLIOT, J. Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (Orgs.). Cartografias do trabalho docente. Campinas: Mercado da Letras, 1998, p. 137-152.

FERREIRA, A. C. O desafio de ensinar – aprender Matemática no noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte. 1998. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LANUTI, J. E. O. E. Educação Matemática e Inclusão Escolar: a construção de estratégias para uma aprendizagem significativa. 2015. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2015.

LORENZATO, S. Educação Infantil e percepção matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção Formação de Professores).

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais, Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001

MANTOAN, M. T. É. INCLUSÃO ESCOLAR: O que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003. — (Coleção: cotidiano escolar)

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa Nesta Área. Investigações em Ensino de Ciências, v.7, n.1. Publicação Eletrônica. 2002, p. 7-29. Disponível em:
<http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso 12 fev. 2016.

PAIS, L. C. Ensinar e Aprender Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. In: Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (orgs); trad. Juan Acuña Llorens. 2 ed – Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p. 11- 25

VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction. A cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.. pp. 39-59.

VERGNAUD, G. (1990). La Théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(23): 133-170.