

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Ana Paula de A. S. Magalhães
CCET- UEG
nplasm21@yahoo.com.br

Luciana Parente Rocha
CEPAE/ UFG
lpr.luciana@gmail.com

Zaira da Cunha Melo Varizo
IME- UFG
varizozaira@gmail.com

Resumo:

Neste minicurso explora-se a investigação matemática como estratégia de ensino para o desenvolvimento do pensamento matemático criativo. Esta estratégia consiste na apresentação de uma situação matemática que exija do aluno habilidades de fazer observação, experimentação, raciocínios analógico e indutivo plausíveis. Acredita-se contribuir para que o aluno perceba a matemática como ciência e, assim, desenvolva sua formação científica. Teve-se por objetivo oferecer aos professores de matemática do ensino básico os fundamentos para compreenderem esta estratégia de ensino. Objetiva-se ainda propor sugestões de atividades investigativas e como estas podem ser exploradas em sala de aula da educação básica. Espera-se auxiliar na atuação do professor bem como na melhoria do ensino de matemática, com vistas a incentivar nos alunos o gosto pela investigação, capacidade criativa e reflexiva na construção do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Ensino da Matemática; Educação Básica.

1. Introdução

Acreditamos que já não seja pertinente um ensino canônico da matemática, o que a torna sem sentido na escola básica. Entretanto, não é admissível que deixemos de oferecer aos nossos alunos uma percepção do fazer matemática. Em outras palavras, que eles tenham uma experiência do que seja essa ciência. Agir dessa forma seria negar a própria essência da matemática, bem como o seu papel no desenvolvimento do conhecimento científico. Entendemos que aprender matemática é, sobretudo, realizá-la, isto é, ir além da aprendizagem de conceitos, procedimentos e de suas aplicações. Obviamente, isto não significa conceber o ensino dessa disciplina como uma característica de ciência pura, carregada de formalismos, tampouco aprimorá-la apenas no nível instrumental, como propulsora do desenvolvimento de outras ciências.

Desse modo, concebemos um ensino que leve os alunos a desenvolverem os passos do trabalho científico: a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico que favoreça a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do fortalecimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios, tal como recomendam os PCN (1997). Nessa perspectiva, uma proposta metodológica voltada para a investigação matemática se faz pertinente. A utilização de atividades investigativas complementa o rol de habilidades dos alunos num momento em que tem prevalecido a tendência de uma concepção instrumental da matemática, qual seja, um conhecimento fortemente relacionado às necessidades da vida cotidiana em contraposição ao ensino formal.

Ressaltamos aqui a importância de o aluno perceber a matemática como ciência, a formação científica com base em um trabalho investigativo, bem como o fato de esse tipo de atividade praticamente não ser explorado nas aulas de matemática. Desse modo, neste minicurso buscamos oferecer aos professores de matemática do ensino básico fundamentos para compreenderem a estratégia investigativa e algumas orientações metodológicas para aplicação de atividades investigativas na sala de aula.

2. Princípios e desenvolvimento do processo de investigação matemática

A proposta pedagógica de se aprimorar o espírito matemático em nossos jovens, por meio da investigação matemática, fundamenta-se no fato de que, se quisermos que eles compreendam a matemática como ciência, faz-se necessária a vivência de situações de aprendizagem nas quais a estrutura do pensamento matemático esteja presente.

A Investigação Matemática apresenta-se como uma metodologia que

tem por objetivo oferecer oportunidade para os alunos vivenciarem uma experiência semelhante ao do investigador matemático e, assim, motivá-los a estudarem matemática, por meio do desafio de descobrir relações matemáticas apresentadas em situações matemáticas específicas. Desta forma, levar o aluno a ter uma visão do que é fazer matemática, bem como sentir prazer no fazer matemática (Varizo, 2007, s/p).

Como o foco da investigação não é resolver um problema, a dinâmica dessa atividade consiste na apresentação de uma situação matemática, no levantamento de questões, conjecturas, testes e validação. As atividades dos alunos consistem, essencialmente, em

conjuntos de situações “para reflexão”. Estas são organizadas de forma cuidadosa para que eles possam trabalhar produtivamente sem ser necessário dizer-lhes como e o quê devem fazer. Nas atividades realizadas no processo de investigação, podemos fazer várias descobertas não pré-determinadas. Como afirmam Segurado e Ponte (1998, p. 6), “A atividade investigativa é essencialmente caracterizada por começar com objetivos pouco precisos, que vão sendo progressivamente estruturados”.

Como referido, essa atividade consiste em apresentar uma situação matemática que exija do aluno, inicialmente, habilidades de fazer observação e depois experimentação, indução, analogia e raciocínio plausível. Nesse primeiro momento surge o *insighth*, designado por Poincaré e Gauss (*apud* Hadamard, 2009) como “iluminação súbita”. Este é um processo inconsciente que dá origem a um segundo momento, quando lançamos mão da lógica e da demonstração para organizar e validar o conhecimento produzido.

Assim ocorrendo, a atividade investigativa em sala de aula constitui-se da observação de uma situação; a partir daí começam a surgir conjecturas que vão sendo testadas. Por meio desses testes, elas poderão ser refutadas e estabelecer novas conjecturas ou, então, quando confirmadas pelos testes, vão sendo melhor definidas. Se validadas através da demonstração, podem adquirir o *status* de uma propriedade estabelecida pelo método matemático. O quadro 1, a seguir, permite uma visualização da dinâmica desse tipo de atividade:

Quadro 1: Processos cognitivos das fases de uma investigação matemática

Estudo e análise da situação matemática	- Observação da situação - Organização, relação e interpretação dos dados de uma situação matemática.
Formulação de conjecturas	- Elaboração de hipóteses
Realização de testes	- Discussão - Argumentação matemática - Refutação - Estabelecimento da hipótese válida
Validação da conjectura	- Demonstração

Em suma, investigar matematicamente envolve a participação do aluno num processo ativo, em que seu esforço é imprescindível na construção do conhecimento. Nessa dinâmica,

ele não recebe o conhecimento pronto, ou seja, vai sendo o autor do processo. Assim, sente-se recompensado, pois percebe sua capacidade de produzir conhecimento.

3. Orientações para o professor desenvolver o trabalho investigativo em sala de aula

As atividades de investigação matemática devem estar presentes na prática do professor em momentos que ele considerar adequados, por exemplo, uma vez por semana ou quinzenalmente. Faz-se indispensável que tais atividades estejam inseridas no currículo e que o professor possa articulá-las com outras que, necessariamente, terão que existir na sala de aula (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2005).

Os autores citados salientam que a preocupação do professor no processo investigativo consiste, basicamente, em duas vertentes. Na vertente matemática, estimula o aluno a pensar matematicamente e, na didática, desafia, apoia, orientando-o na busca de informações, promovendo a reflexão e a verificação da validade das hipóteses.

Propomos desenvolver a metodologia em dois momentos: no primeiro, um trabalho individualizado e, na sequência, um trabalho em grupo. Indicamos, primeiramente, uma atividade individual por acreditar que este seja um momento de reflexão individual, em que o aluno irá pensar sobre a atividade dialogando com seus próprios saberes. Em seguida, dá-se o trabalho colaborativo em grupo; aqueles que têm mais facilidade auxiliam os colegas com mais dificuldades. Os alunos discutirão o que pensaram e como pensaram sobre as estratégias que desenvolveram. Eles debaterão como executar suas ações e as dúvidas que tiveram. Ademais, buscarão comparar as soluções, num processo de argumentação e comunicação matemática.

O tempo é um fator essencial para os alunos pensarem, lembrando que o matemático pensa durante o tempo que achar conveniente. Muitas vezes até deixa de lado o problema por algum tempo, que pode ser horas ou até mesmo dias. Como vimos, o *insight* aparece de repente. Mesmo que o professor estabeleça um tempo de espera, é bom que não o diga aos alunos. Eles precisam ficar à vontade para pensar, caso contrário, poderão sentir-se estressados. O bloqueio da criatividade, possivelmente, prejudicará a experiência de vivenciar uma atividade de descoberta matemática.

A fase da introdução da tarefa deve ser feita utilizando-se uma variedade de linguagens, a fim de que todos os alunos entendam o que foi proposto. Nessa etapa, o professor não diz o “que é para fazer”, comenta a informação estritamente necessária, sem qualquer ambiguidade. Ao apresentar a situação matemática para os educandos, é preciso estimular o envolvimento deles no trabalho, motivando-os para a tarefa a ser executada.

Após essa introdução, iniciam-se o estudo e análise da situação matemática, formulação de conjecturas e realização de testes, respectivamente. Quando os alunos forem formular suas próprias questões com base na situação que lhes for apresentada, a intervenção do professor é imprescindível para orientar o trabalho. Dessa forma, incentivá-los e evitar que desistam da atividade por se acharem incapazes é fundamental. No momento de fazer conjecturas, cabe ao docente estimular os alunos a registrarem os processos de seu pensamento. Tais registros ajudam na organização do pensamento, o que facilita a observação dos fatos, levando-os às conclusões mais facilmente.

Quanto à validação das conjecturas, ou seja, às provas e demonstrações, destacamos que nossa proposta é a de considerar as demonstrações na perspectiva da Matemática Escolar, conforme Moreira e David (2005), já que o contexto de aplicação dessa metodologia é a sala de aula. Para esses autores, a Matemática Escolar refere-se ao desenvolvimento de uma prática pedagógica que visa à compreensão das proposições estabelecidas.

A fase final do trabalho destina-se à discussão das conjecturas a que os alunos chegaram e suas respectivas validações. Nessa fase, eles relatam suas conclusões e apresentam as devidas justificativas. Esse é um momento de muita interação e debate em que os alunos devem ser estimulados a se comunicarem matematicamente, expondo e defendendo suas ideias, além de refletirem sobre suas ações. No momento do debate, o educando tem a possibilidade de perceber seus erros. O erro na abordagem investigativa indica que houve alguma contradição nas suas proposições, indicando a falsidade dos resultados.

4. Avaliação das atividades investigativas

Ante esta proposta, consideramos a avaliação de uma forma mais abrangente; não focamos apenas na questão cognitiva e, sim, nas demais dimensões do aprendiz, avaliando a aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes, o que julgamos de suma importância

num trabalho investigativo. Nosso propósito é o de que o aluno tenha familiaridade com o processo de fazer matemática, isto é, que ele desenvolva as fases de uma investigação matemática.

Nesse contexto, o processo avaliativo deve analisar o progresso do aluno ao desenvolver uma investigação matemática. O método de avaliação mais apropriado para esse fim é a avaliação formativa, cuja característica é aprimorar, regular e orientar a aprendizagem do aluno. Isto deverá ocorrer ao longo do processo de ensino-aprendizagem, por meio do diálogo entre professor e aluno e entre os alunos. A função do professor nesse tipo de avaliação consiste em identificar as dificuldades que surgem durante o processo, de modo que ele, o professor, possa buscar recursos para orientar o aluno a sanar suas dificuldades, bem como aperfeiçoar sua própria prática pedagógica.

Compartilhamos a necessidade de o aluno refletir sobre o seu trabalho, como também destacar seus erros e, principalmente, procurar identificar a(s) causa(s) dele(s) fazendo as correções ou, então, dizendo por que não conseguiu encontrar a solução. As anotações feitas pelo próprio aluno devem ser revisadas pelo professor que, por sua vez, o orienta no sentido de encontrar a solução, oralmente ou por escrito, de modo a identificar suas dificuldades. Assim ocorrendo, esperamos que o aluno corrija suas ações por meio da reflexão, do aprimoramento da capacidade de autorregulação da sua aprendizagem.

Como mencionado, para cada atividade investigativa, sugerimos o uso de um relatório como instrumento de verificação da aprendizagem do aluno. Nesse relatório, ele poderá descrever a experiência investigativa vivenciada, assim como o caminho percorrido por seu raciocínio, desde a fase inicial de observação até a comprovação da sua conjectura. O aluno terá a oportunidade de refletir sobre cada passo dado, como faz qualquer investigador. Essa descrição deve abarcar todas as ações desenvolvidas, quais sejam: as questões levantadas; as conjecturas feitas, tanto as comprovadas quanto as descartadas; os argumentos empregados; tabelas e/ou gráficos; e, se for o caso, as dúvidas que teve durante o processo.

De modo específico, o objetivo referido consiste em avaliar o progresso do aluno durante o processo investigativo. Aconselhamos guardar as avaliações dos relatórios durante o período em que foram realizadas as atividades investigativas e somente avaliar o progresso ao término da aplicação dessa metodologia de ensino. A avaliação dos relatórios deve ser escrita

de modo a ressaltar os objetivos alcançados pelo aprendiz com as observações sobre suas habilidades no desenvolvimento da tarefa.

Dada a disponibilidade de tempo do professor para uma leitura analítica de cada relatório e considerando-se a quantidade de alunos, a diversidade e a quantidade de tarefas para serem avaliadas, recomendamos uma técnica de avaliação designada de *escore* analítico. Esta consiste em atribuir um símbolo, por exemplo, A, B, C, que represente o nível alcançado para cada uma das habilidades pretendidas pelo professor durante a investigação. Esclarecemos que os níveis em questão significam, respectivamente: não apresenta a habilidade, apresenta em parte a habilidade, apresenta a habilidade.

Para avaliar o progresso do aluno, é recomendável a utilização do portfólio, que se constitui de uma coleção de trabalhos: em nosso caso, as fichas de *escores* analíticos do aluno e os respectivos relatórios. O professor, para emitir sua avaliação final, deve expressar, de forma descritiva, o comportamento que o aluno alcançou a partir dos critérios estabelecidos. Para isso, ele precisa escolher uma ficha de *escores* analíticos do início do meio e do final da aplicação das atividades investigativas, fazendo uma comparação.

5. Considerações Finais

Como assinalamos, a investigação é uma estratégia de ensino valiosa para a aprendizagem da matemática, especialmente porque oportuniza ao aluno maior familiaridade com essa disciplina como ciência, vivenciando assim um processo investigativo na matemática. O que torna essa estratégia importante é o fato de ela apresentar, de modo explícito, o processo investigativo, além de contribuir para o desenvolvimento da criatividade. Entretanto, essa não é a única forma de o aluno desenvolver o pensamento matemático. Existem outras estratégias que também podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático do educando.

Entendemos que o pensar matemático é comum a todos os domínios do conhecimento, uma vez que faz parte do pensamento humano, não sendo, portanto, exclusividade do matemático, mas uma particularidade desse pensamento. Se for apropriado pelo aluno, ele poderá aplicá-lo na aprendizagem de outras ciências ou em situações de pesquisa variadas. No entanto, é preciso que o professor supere o mito de que o pensar matemático seja algo

restrito a um determinado grupo de pessoas. Além disso, essa estratégia desenvolverá nos alunos habilidades fundamentais para que se efetue a aprendizagem dessa disciplina.

As atividades de investigação matemática exigirão mudanças na prática de ensino do professor, além de uma sensibilidade pedagógica fina, um novo olhar mais dinâmico e desafiante sobre o conteúdo da matemática, um conhecimento matemático abrangente que lhe permita perceber regularidades e analogias nesse conhecimento.

Pelo exposto, esperamos que as ideias aqui apresentadas possam auxiliar na atuação do professor em sala de aula e contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática. Por conseguinte, é fundamental incentivar nos alunos o gosto pela investigação, a capacidade criativa e reflexiva na construção do conhecimento matemático.

6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

HADAMARD, J.. *Psicologia da invenção na matemática*. Tradução de Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2009.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. A. *Formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PONTE, J. P.; BROCADO, J. ; OLIVEIRA, Hélia. *Investigação Matemática na sala de aula*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

SEGURADO, Irene e PONTE, João Pedro. Concepções sobre a Matemática e trabalho investigativo. *Revista Quadrante*, v.7, n.2, Lisboa: Associação de Professores de Matemática de Portugal, 1998. p. 05- 40

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. *Investigação Matemática: Uma metodologia para a aprendizagem da matemática*. Conferência realizada no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada a Educação. Universidade Federal de Goiás. Digitalizada, em 8.12.2007.