

TEOREMA DE PICK: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM PARA O ENSINO MÉDIO

Mônica Souto da Silva Dias

Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia Fluminense
msoutodias@iff.edu.br

Isabella Pereira

Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia Fluminense
pereiraisb@gmail.com

Silvana Leal da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia Fluminense
silva.sleal@gmail.com

Suellen Terra Fagundes dos Santos Fernandes

Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia Fluminense
suellenterrafagundes@gmail.com

Resumo:

O Teorema de Pick trata de uma expressão matemática para calcular a área de figuras planas inseridas numa malha quadrangular. Tal teorema não é abordado pela matemática escolar, entretanto, além de ser de fácil compreensão e aplicação, constitui uma oportunidade para trabalhar aplicações da Matemática em Geografia, explorando a interdisciplinaridade. Este minicurso tem por objetivo estudar o Teorema de Pick de uma perspectiva lúdica e investigativa. As atividades propostas possibilitam ao aluno a dedução do Teorema de Pick por meio de experimentações e observação de regularidades. As atividades serão desenvolvidas utilizando o geoplano e estão voltadas para o Ensino Médio. Este minicurso foi elaborado e experimentado no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia Fluminense.

Palavras-chave: Teorema de Pick; Geoplano; Resolução de Problemas.

1. Introdução

De acordo com Souza (2013), o Teorema de Pick permite calcular áreas de polígonos simples, contidos em uma malha reticulada, por meio da contagem dos nós, ou seja, por meio da contagem dos pontos de intersecção das retas da malha. Junior e Micena (2014), afirmam que o Teorema de Pick não é apenas útil para calcular áreas de polígonos simples, mas também é eficaz para estimar valores aproximados de π e estimar áreas de regiões geográficas, podendo ser estudado no ensino de Matemática da Educação Básica por meio de software como Geogebra e malhas reticuladas, sendo possível trabalhar conceitos de perímetros, semelhança de figuras, entre outros conceitos básicos de geometria.

Segundo Cousin (2013), o Teorema de Pick é pouco estudado no ensino regular da Educação Básica, porém, sua aplicação no estudo de áreas associado ao estudo de mapas, pode tornar a aprendizagem de Matemática e de Geografia mais significativos. O Teorema de Pick foi publicado pelo matemático tcheco Georg Alexander Pick em 1899. A divulgação do mesmo foi realizada por H. Steinhaus em seu livro “Mathematical Snapshots”, após a sua publicação num periódico tcheco (LIMA, 2012).

2. Requisitos e objetivos

Para resolver as atividades propostas é necessário que o aluno saiba desenhar polígonos numa malha quadrangular e contar. Também é indispensável identificar a quantidade de triângulos fundamentais, cuja definição será estudada ao longo do minicurso.

Os objetivos do minicurso são: i) definir o triângulo fundamental; ii) relacionar a área de um triângulo fundamental com a unidade de área; iii) deduzir a fórmula denominada Teorema de Pick; iv) observar que o Teorema de Pick só se aplica à polígonos simples; v) aplicar a fórmula deduzida para o cálculo de grandes áreas; vi) discutir sobre as possibilidades da abordagem do Teorema de Pick no ensino de Matemática de Educação Básica; vii) apresentar os resultados obtidos nas experimentações da presente proposta didática.

3. Metodologia de Ensino

A metodologia de ensino subjacente ao trabalho na sala de aula é a Resolução de Problemas (POLYA, 1995). Considera-se, nesta proposta, que problema é “uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata” (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 22-23). Deste modo, a questão proposta na atividade, que é determinar a expressão matemática da área de uma figura ancorada nos pontos de uma malha quadrangular em função do número de pontos da borda, de triângulos fundamentais e de pontos internos, pode ser classificada como um problema. Sabe-se ao que quer chegar, mas não sabe-se como, não há um caminho determinado ou uma fórmula a ser aplicada para encontrar a solução.

As orientações de Polya (1995) para a condução do trabalho na sala de aula serão adotadas em sua totalidade. As ministrantes do minicurso estimularão os participantes com perguntas coletivas e individuais, buscando atender às dúvidas e sugerir caminhos, sem,

entretanto, entregar a solução. Segue o planejamento da oficina tendo em vista as quatro fases da metodologia Resolução de Problemas sugerida por Polya (2005):

Quadro 1: Relação entre as fases da metodologia Resolução de Problemas e a proposta da oficina

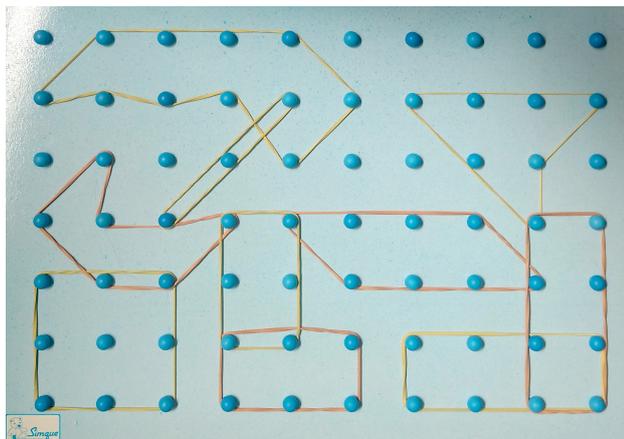
Fase	Proposta
Compreensão do problema	Apresentação inicial do problema, no qual define-se triângulo fundamental, pontos internos e da borda.
Estabelecimento de um plano	Estabelecimento da relação entre a área de um triângulo fundamental e a unidade de área, e entre a área de figuras e a quantidade de triângulos fundamentais.
Execução do Plano	Estabelecimento da relação entre a área de uma figura, o número de triângulos fundamentais, os pontos da borda e os pontos internos.
Retrospecto	Resolução de exercícios para testar a validade da relação encontrada e a verificação de que tal relação não se aplica à polígonos não simples.

Fonte: elaboração própria.

4. Desenvolvimento

A oficina será iniciada com a exposição do referencial teórico do trabalho – Resolução de Problemas , e sobre o Teorema de Pick. Após, será apresentado o recurso didático geoplano. Neste minicurso será trabalhada a versão física do geoplano, que é um tabuleiro de madeira com uma malha quadriculada impressa, com os pontos de encontro evidenciados por uma pequena esfera, de modo que se possam marcar polígonos com uso de elásticos (Figura 1).

Figura 1: Geoplano



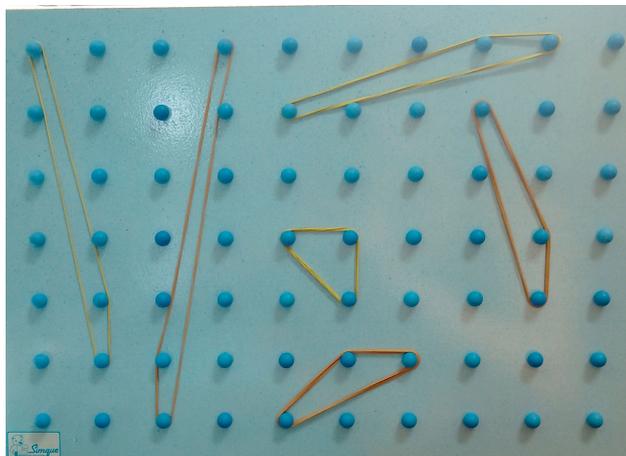
Fonte: Elaboração própria

Primeiramente, os participantes serão agrupados em trios. Logo após, será entregue o material didático impresso (que será projetada na tela para melhor acompanhamento dos participantes) e um geoplano por trio. Além disso, o quadro será utilizado durante toda a aula, de modo que todas as questões terão suas soluções registradas.

Na primeira atividade, será pedido que os participantes representem algumas figuras no geoplano com o objetivo de reconhecerem as potencialidades de tal recurso didático. Logo após, será exposto pelas autoras o que são pontos internos de uma figura no geoplano e será pedido que os participantes os reconheçam nas figuras elaboradas. Na próxima atividade, será destacada a importância da diferenciação de pontos internos e pontos da borda de uma figura.

Em seguida, o objeto triângulos fundamentais (Figura 2) será definido (LIMA, 2012).

Figura 2: Triângulos Fundamentais



Fonte: Elaboração própria

A próxima atividade tem o objetivo de verificar se os participantes aprenderam a reconhecer e quantificar os triângulos fundamentais que compõem o polígono, visto que esse reconhecimento é indispensável para a demonstração do Teorema de Pick.

As próximas atividades terão o objetivo de relacionar a área das figuras apresentadas com a quantidade de triângulos fundamentais e, em seguida, também com o número de pontos na borda. À medida que as atividades forem propostas, será concedido tempo para os participantes pensarem sobre as soluções. Após, as autoras desenvolverão no quadro as resoluções das mesmas, usando a exposição dialogada.

As construções e questionamentos solicitados nas atividades, tais como a construção de figuras, que, ao serem analisadas, possibilitaram a percepção da relação entre os pontos na borda destas e a quantidade de triângulos fundamentais que as compõem, bem como com a área da figura possibilitarão a construção da expressão matemática do Teorema de Pick. A restrição deste será discutida por meio de uma questão proposta aos participantes, na qual é solicitado o cálculo da área de um polígono não simples. Ao calcular a área utilizando o teorema, será encontrado um resultado equivocado, o que desencadeará a reflexão sobre as condições de validade do teorema.

Logo após esse processo, será pedido que os participantes solucionem a última atividade proposta, sem o uso do geoplano, com o objetivo de mostrar que o Teorema de Pick pode ser uma solução prática e útil no cálculo de áreas de difícil acesso – manchas de petróleo no mar, queimadas em florestas, destroços de enchentes, etc.

A oficina será encerrada com a apresentação dos resultados obtidos com as experimentações já realizadas com um grupo de professores, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática e com alunos do Ensino Médio, abrindo espaço para troca de ideias e reflexões.

5. Considerações Finais

As atividades desenvolvidas durante a oficina e a apresentação dos resultados das experimentações serão o instrumento disparador da discussão sobre a possibilidade da abordagem do teorema de Pick na Educação Básica. As autoras pensam que a realização da oficina constitui um momento ímpar de troca de experiências sobre o tema abordado, possibilitando um crescimento em ambas as partes: os participantes e as ministrantes da oficina.

Serão discutidas também a possibilidade de trabalhar temas matemáticos a partir da expressão do teorema de Pick, tais como a verificação de que todo polígono simples de n lados pode ser decomposto em $n - 2$ triângulos adjacentes por meio de $n - 3$ diagonais e a consequente fórmula da soma dos ângulos internos; a relação entre a geometria de figuras numa rede e a teoria dos números primos e a fórmula de Euler para poliedros planos.

6. Referências

- COUSIN, A. O. A. *Da Teoria Para A Prática: Um Trabalho Interdisciplinar Envolvendo Matemática E Geografia*. XIX Eremats. Santa Maria, 2013.
- JUNIOR, F. S. S., Micena, F. P. *Sugestões para Aplicação do Teorema de Pick na Educação Básica*. 2014.
- LIMA, Elon Lages. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. 6. ed. Rio de Janeiro: Sbm, 2012.
- POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- SOUZA, F. O. *O Teorema de Pick: Uma Nova Abordagem Sobre Áreas de Figuras Planas Para o Ensino Básico*. Vitória, ES. Universidade Federal Do Espírito Santo, 2013.