

FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

*Aparecida Ferreira Lopes
PMVV e PMV
cidalopeses@gmail.com*

Resumo: Este trabalho trata de uma revisão bibliográfica sobre o tema formação de professores e o processo de ensino e aprendizagem de frações e uma investigação com professoras dos anos iniciais sobre o tema. Faz parte de um mestrado desenvolvido no Instituto Federal do ES por meio de pesquisa qualitativa que busca conhecer como uma proposta de formação influencia na (re) construção de conhecimentos sobre frações e em práticas de professores dos anos iniciais. Neste trabalho investigamos pesquisas relacionadas ao tema, apresentadas em congressos, dissertações e teses. Ainda analisamos respostas de um questionário formulado sobre o tema frações. Verificamos dados de formação inicial e o tempo de prática das professoras respondentes, ideias envolvendo frações e dificuldades relatadas ao ensinar frações. Percebemos que para todas, a fração é tratada com a concepção de parte-todo. Esses indícios nos indicam a necessidade de formação sobre o tema e tópicos que precisam ser destacados.

Palavras-chave: Formação de professores; Frações; Anos iniciais.

1. Introdução

Este trabalho apresenta uma revisão bibliográfica sobre o tema formação de professores e o processo de ensino e aprendizagem de frações e uma investigação com professores dos anos iniciais sobre este tema. Faz parte de um projeto de mestrado desenvolvido num Instituto Federal por meio de uma pesquisa qualitativa. No trabalho mais amplo, que se encontra em andamento, buscamos compreender como uma proposta de formação influencia na (re) construção de conhecimentos sobre frações e em práticas dos professores dos anos iniciais.

Acreditamos que as frações são conteúdos considerados difíceis na matemática, tanto para quem ensina como para quem aprende e alguns fatores colaboram para isso. O ensino de frações se dá por volta do quinto ou sexto ano (no ensino fundamental de nove anos), período em que as crianças passam a ter uma disciplina exclusiva de matemática, ao sair da unidocência. O professor tem que cumprir prazos determinados e um conteúdo extenso para o ensino de matemática, dentro desses as frações. Ainda percebemos que métodos de memorização, repetição de um algoritmo e de “técnicas” de resolução,

encontram um obstáculo em um dos conteúdos que exige um maior grau de abstração. Essa peculiaridade no estudo das frações, em relação à abstração e à compreensão reveste-se de uma dimensão psicológica.

[...] Desse aspecto pedagógico, de um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica (SILVA, 1997, p.295).

Ao se tratar deste assunto, nos questionamos: será que o professor conhece essa ação do pensamento e esse grau de abstração para o processo de ensino e aprendizagem de frações? Essa pergunta implica na formação docente, tanto inicial como continuada. A partir de nossa atuação com formação continuada numa Secretaria Municipal de Educação e na participação no Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – Pnaic – é que selecionamos como foco de ação a investigação na formação de professores que ensinam matemática para os anos iniciais e o conteúdo de frações.

Para compreender essa temática realizamos uma revisão bibliográfica e um questionário com nove professores dos anos iniciais com alguns questionamentos sobre frações, seu processo de ensino e aprendizagem e sobre a formação e práticas relacionada ao assunto. Desta maneira, organizamos o presente texto apontando inicialmente pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações. Em seguida apresentamos resultados de nossa investigação sobre formação de professores e frações e terminamos destacando resultados dos questionários com as professoras. Terminamos o trabalho com algumas considerações finais sobre esse primeiro momento de pesquisa.

2. Processo de ensino e aprendizagem em frações

Defendemos que o assunto frações, por se tratar de um conteúdo que contribui com o desenvolvimento intelectual do aluno deve ser levado para a sala de aula de modo que estes possam construir esse conceito em diferentes atividades. Porém, pesquisas mostram que os alunos sentem dificuldades em construir o conceito de frações (SANTOS, 1993). Essa dificuldade também está relacionada aos docentes por que de acordo com (SILVA, 2010), alguns professores afirmam que é difícil ensinar e explicar

frações, e defendem que os conceitos funcionam de certa forma e alegam que há carência de trabalhos que tratam de conjuntos discretos.

De acordo com pesquisas realizadas por Silva (1997), Campos (1999), Bezerra (2001) e Nunes (2003) existem dificuldades em relação ao conceito de fração, tanto do ponto de vista do seu ensino como em relação a sua aprendizagem. “O conteúdo de frações têm sido um dos mais difíceis do ensino fundamental. Avaliações e pesquisas atestam baixo rendimento dos alunos no assunto” (BERTONI, 2009, p.16).

A observação é feita também em relação à forma de abordagem em fração. O que vem sendo observado em relação ao ensino é uma exagerada ênfase em procedimentos e algoritmos e uma tendência forte para introduzir o conceito de fração, apenas a partir da relação parte-todo. Campos et al. (1995 apud NUNES, 1996, p. 191) afirmam que:

Um método de ensino simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla- ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas sem entender o significado desse novo tipo de número.

Behr (1983) acredita que o conceito de fração é uma das mais complexas e importantes ideias matemáticas e que o ensino e aprendizagem envolvem três aspectos: *Prático* - que evidencia a extensão dos números naturais; O *psicológico*- O estudo de frações surge como uma oportunidade de alavancar e expandir estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual; e, o último refere-se à *perspectiva da Matemática*, já que os primeiros estudos de frações que darão fundamentos às ideias matemáticas mais complexas, como exemplo as operações algébricas elementares a serem desenvolvidas ao longo do ensino de matemática.

Muitas são as dificuldades encontradas por alunos na compreensão do conceito de números racionais, conforme o que está explicitado nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1998) de 5^a a 8^a série:

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial, os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.10).

3. Formação docente e frações nos anos iniciais

Investigando sobre o tema percebemos que a produção acadêmica apresentada nos principais eventos promovidos pela SBEM – a saber, o Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática - SIPEM e o Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM tem demonstrado que ainda há certa distância em relação às principais questões que tratam do tema formação docente. Essa análise confirma que há “uma grande predominância de questões que de certa forma tangenciam a formação docente, mas não compõe [sic] pesquisas propriamente ditas sobre formação de professores” (NACARATO; PAIVA, 2008, p. 12).

Cyrino (2014) fala de professores que estão ensinando matemática mas que não tiveram oportunidades de aprender, discutir e refletir sobre conceitos. Ela afirma que

[...] professores que não tiveram acesso a informações a respeito de elementos, conceitos, temas matemáticos, nem oportunidade ou estímulo a discussões e a reflexões cuja preocupação fosse às implicações dessas idéias no ensino e na aprendizagem da Matemática (CYRINO, 2014, p. 62).

Para essa autora, a fragilidade no conhecimento tornam esses profissionais inseguros ao trabalharem alguns temas como frações, números racionais e razões ou mesmo o raciocínio proporcional (CYRINO, 2014).

Quanto à formação de professores foram consultadas teses e dissertações. E foram selecionadas àquelas que o tema era formação de professores de Matemática e, por fim, Formação Continuada para professores dos anos iniciais que ensinam matemática. Destas análises verificamos que poucas tratavam da formação de professores dos anos iniciais e sobre a formação desses professores voltada ao ensino da matemática.

Foram consultados os Anais do SIPEM, relativos aos Grupos de Trabalho: Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – GT 01 e Formação de Professores que ensinam Matemática – GT 07. As produções analisadas foram as dos últimos três encontros – IV SIPEM (2009), V SIPEM (2012) e VI SIPEM (2015).

No GT1 de 2009 foram apresentados 15 trabalhos sobre Educação Matemática nos anos iniciais e destes, três traziam o tema frações e falaremos um pouco de cada um deles.

Canova e Campos (2009) fizeram uma pesquisa que teve como objetivo identificar e analisar crenças, concepções e competências de professores dos anos iniciais em situações que abordam o conceito de fração, no que se refere aos cinco significados de frações. Foram identificadas e analisadas crenças, concepções e competências desses professores ao lidar com o conceito de fração. Após analisarem os resultados viram que as crenças dos professores não são influenciadas pela sua prática docente, o que não acontece com as concepções. Quanto à competência, constataram que não houve um desempenho igual para cada um dos significados de fração: parte-todo, quociente, medida, operador multiplicativo e número e seus invariantes. Segundo os autores essa pesquisa tem como fundamentação teórica, estudos que investigam questões didáticas sobre o objeto uma temática: representação fracionária do número racional.

Um trabalho sobre a Educação Matemática nos anos iniciais, que trata de ideias que professoras dos anos iniciais têm sobre números racionais foi o de Camejo, Maranhão e Miranda (2009). Em suas buscas procuram diagnosticar esse conhecimento, especificamente os ligados ao pensamento proporcional entre os professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

Silva, Pietropaolo e Campos (2009) analisaram em sua pesquisa a relação entre a reflexão sobre a prática e os domínios dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental a respeito da representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados. Para isso, analisaram uma formação continuada de um grupo de professoras deste nível de ensino de uma cidade da grande São Paulo. Os autores apontam que o conhecimento profissional docente influencia diretamente o processo de formação continuada do professor. Destacaram também a importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Concluíram que é necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

No GT 7 de Formação de professores que ensinam matemática – foram encontrados 31 trabalhos deste grupo. No entanto, voltados para professores que ensinam matemática nos anos iniciais apenas quatro e, sobre o ensino de frações, nenhum. No VI SIPEM o GT1 vem com outro título: Matemática na Educação Infantil e nos Anos

iniciais do Ensino Fundamental. Foram 15 trabalhos apresentados e nenhum deles discutia o tema frações ou números racionais. Vinte e nove foram os trabalhos apresentados no GT7 e desses apenas um discutia o tema frações e raciocínio proporcional.

Os autores objetivaram apresentar as aprendizagens de professores de matemática que aconteceram em formação continuada na “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática” (CoP-PAEM), no Estudo do Raciocínio Proporcional. Eles analisaram as ações sobre problemas que envolviam proporção/proporcionalidade nas perspectivas da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) e das ideias de Lamon (2012) a respeito do Raciocínio Proporcional. O desenvolvimento dessas ações nessa comunidade oportunizou a (re) significação do conhecimento matemático dos professores participantes, a respeito do Raciocínio Proporcional relacionadas ao raciocínio relativo, às relações de covariância e invariância, aos processos de unitização e de raciocínio progressivo e regressivo. De acordo com os autores o processo de formação continuada desses professores, apresenta como uma oportunidade de aprendizagens por meio de interações sociais baseadas no respeito, na confiança e no compromisso dos participantes.

Além dos trabalhos em eventos investigamos algumas dissertações e teses e apresentamos algumas delas a seguir.

Santos (2005) em sua dissertação apresenta um estudo que teve por objetivo compreender o estado – concepções em que se encontra o conceito de fração, para professores que atuam no Ensino Fundamental. O problema proposto a investigar foi identificar se “é possível reconhecer as concepções dos professores que atuam no 1º e 2º ciclos (polivalentes) e nos 3º ciclos (especialistas) do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de frações? Se sim, quais? Se não, por quê? O que foi observado é que tanto os professores polivalentes quanto os especialistas, mostram uma tendência em valorizar a fração com o significado operador multiplicativo na elaboração dos problemas. Já em relação à resolução dos problemas, nos três grupos, os aspectos procedimentais são valorizados - aplicação de um conjunto de técnicas e regras (algoritmo). O autor conclui que não há diferença de concepções nos três grupos, em qualquer uma das fases, seja de elaboração ou de resolução de problemas de fração. E

afirma que é provável que essas concepções carreguem fortes influências daquelas construídas na educação básica.

A autora Silva (1997) em sua pesquisa de doutorado investigou saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série, com um grupo de professores de Matemática sobre números fracionários e aprendizagem de alunos da 5ª série, da autonomia e dificuldades em possíveis mudanças dessas concepções em uma formação continuada. Segundo a autora a falta de pesquisas sobre números fracionários com professores dos ciclos finais do ensino fundamental que permita o acesso de professores a resultados de pesquisa. O trabalho responde as seguintes questões: Que organização didática os professores constroem para o ensino de números fracionários para a quinta série do ensino fundamental durante a formação? É possível encaminhar professores de matemática a reflexões que possibilitem mudanças nas concepções que têm de seus alunos, proporcionando-lhes um novo lugar na instituição escolar? É possível em uma formação continuada, promover ações que permitam aos professores alguma mudança em sua prática de ensino de números fracionários para uma 5ª série?

Silva (1997) diz que a passagem do discreto para o contínuo é o momento que se dá a grande dificuldade ao se trabalhar com o assunto frações, por estar diante de “números quebrados” nas situações problemas e entender que a origem do conceito de frações se deu na relação parte/ todo no contínuo.

4. Professoras dos anos iniciais e frações: iniciando um debate

Dando início a esta investigação foi proposto um questionário inicial a 9 (nove) professoras do ensino fundamental. Quatro (4) professoras são da rede municipal de Vila Velha e as outras cinco (5) da rede municipal de Vitória. A produção dos dados iniciais aconteceu com a colaboração das professoras respondendo um questionário de modo individual. O questionário constava de dados pessoais e dados profissionais. As professoras que responderam ao questionário tinham entre 36 e 51 anos, oito eram formadas em pedagogia e uma em Letras. Quanto ao tempo de trabalho na educação temos duas com menos de 10 anos, três entre 10 e 20 anos e quatro acima de 20 anos. Observamos que das 9 professoras, cinco delas começaram e continuam sua prática educacional nos anos iniciais. Organizamos as informações dos questionários em tabelas para compreendermos nossas análises. Utilizamos as iniciais dos nomes das professoras para não identificá-las.

Quadro 1- Resposta das professoras sobre o que são frações

NOMES FICTÍCIOS	PARA VOCÊ, O QUE SÃO FRAÇÕES?
Adália	São escritas em formas de números e em formas de desenhos.
Amarílis	São partes de um todo
Azaléia	Parte de um todo
Begônia	Dividir o inteiro em partes iguais.
Gardênia	Divisão de uma parte; divisão de um todo
Margarida	Parte de um todo
Hortência	É uma quantidade de uma coisa inteira dividida em partes iguais.
Orquídea	É a divisão de um todo
Violeta	Parte de um todo

Este item reforça o que escreveu o autor Campos et al. (1995 apud NUNES, 1996, p. 191), citado nesse trabalho, a respeito da prática no ensino de frações quando fala da forte tendência para fazer a introdução em frações em relação parte-todo. De fato, das 9 professoras 4 apontaram que frações são parte-todo, outras 4 dizem que a partir da divisão de um inteiro em partes iguais, mesma ideia de parte de um todo. Apenas uma fica na questão da escrita e nos desenhos, sem explicar ao certo o que são frações.

Essa ideia de fração como parte-todo está bem forte nas professoras, numa outra questão inserimos os seguintes itens: *Parte de um todo; número; divisão; operador multiplicativo; razão entre duas partes. Conjuntos discretos; conjunto contínuo.* Questionamos quais estariam relacionados com o tema frações e todas as professoras indicaram como a primeira ideia a de parte-todo, algumas apontaram a divisão como ideia de frações, confirmando o que as pesquisas apontam. Sete dessas professoras afirmaram desconhecer conceitos de *conjuntos discretos e contínuo* e de *operador multiplicativo*. Essas respostas nos dão indícios para a organização da formação em curso que vamos oferecer no segundo semestre de 2016.

Perguntamos se as professoras ensinavam frações e todas responderam que sim, pedimos uma justificativa que pode ser vista no quadro 2 a seguir

Quadro 2 – Justificativa das professoras de por que ensinam frações

NOMES FICTÍCIOS	PORQUE VOCÊ ENSINA OU NÃO ENSINA FRAÇÕES?
Adália	Para que os alunos aprendam que a frações é parte de um todo e que esse todo pode ser

	quebrado em partes iguais.
Amarílis	Ensino é um conteúdo que está diretamente ligado a vida dos alunos.
Azaléia	É importante para o aluno e para o professor.
Begônia	Porque esse conteúdo faz parte da vivência dos alunos.
Gardênia	Ensino frações no final do ano letivo após ensinar as operações e todos os tipos de divisões.
Margarida	Para que o aluno aprenda a cortar o inteiro em partes.
Hortência	Porque é importante demonstrar o que é fração.
Orquídea	Porque faz parte do currículo e da realidade cotidiana.
Violeta	No último ano não deu tempo. Pretendo ensinar esse ano.

Notamos nas respostas que três professoras acreditam que esse conteúdo faz parte da vida dos alunos, duas reforçam a ideia da importância de ver que fração é parte de um todo e algumas colocam respostas que não ajudam a compreender muita coisa, falando apenas que é importante e que está no currículo.

Quanto ao que as professoras utilizam em relação ao ensino de frações elas apontaram que:

Quadro 3 – Respostas das professoras sobre como ensinam frações

NOMES FICTÍCIOS	<i>Parte de um todo; número; divisão; operador multiplicativo; razão entre duas partes. Conjuntos discretos; conjunto contínuo. Dos itens citados, quais àqueles que você acredita estão relacionados com frações?</i>
Adália	Parte de um todo, número e divisão.
Amarílis	Parte de um todo; número; divisão; operador multiplicativo; razão entre duas partes.
Azaléia	Parte de um todo; número; divisão; operador multiplicativo; razão entre duas partes.
Begônia	Parte de um todo e divisão.
Gardênia	Parte de um todo; número; divisão; operador multiplicativo; razão entre duas partes. Conjuntos discretos e conjuntos contínuos.
Hortência	Parte de um todo.
Margarida	Parte de um todo.
Orquídea	Parte de um todo, número e divisão.
Violeta	Parte de um todo e divisão.

Ao analisar as respostas a esta pergunta verificamos que oito (8) professoras apontam que utilizam materiais concretos ou básicos dos alunos. Dessas oito, três professoras pontuam que utilizam situações reais ou concretas do cotidiano. Uma (1) falou que a escola não possui materiais.

Percebemos que as perguntas expostas e as respostas dadas nos possibilitaram verificar que o conceito de frações não está bem definido entre elas, e ainda assim todas elas ensinam frações, algumas relatam que ensinam porque o currículo direciona para

essa prática e que elas ensinam, na sua maioria ,abordando a parte-todo e quanto a maneira como ensinam, disseram que de forma prática mas sem citar exemplo. Silva, Pietropaolo e Campos (2009) ao indagar o conhecimento desses sujeitos e tema frações, falam da importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Falam sobre a importância de constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo.

5. Considerações finais

Santos, conforme citado, fez um estudo para compreender concepções sobre o conceito de fração, e nós fizemos essa pergunta às professoras pesquisadas. No entanto Santos pesquisou não apenas com professores dos anos iniciais, mas, também especialistas do 1º ciclo do ensino fundamental 2. E assim como Santos percebemos que as concepções desses nossos professores pesquisados podem ser àquela adquirida na educação básica. Isso, pois afirma que não há diferença de concepções entre os grupos, em qualquer uma das fases, seja de elaboração ou de resolução de problemas de fração. E afirma que é provável que essas concepções carreguem fortes influências daquelas construídas na educação básica.

Canova e Campos, quanto à competência, constataram que não houve, em sua pesquisa, um desempenho equitativo entre os cinco significados da fração e seus invariantes e isso observamos nessa fase inicial corroborando com o que esses autores disseram. De acordo com as nossas análises as abordagens que são feitas e exemplificadas, associam apenas a concepção parte-todo e elas não reconhecem a fração com seus invariantes.

Identificamos e analisamos crenças, concepções e competências das 9 professoras das séries iniciais através de respostas dadas em questionário. Assim como Silva, Pietropaolo e Campos ao indagarmos o conhecimento desses sujeitos sobre frações, também sugerimos a importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada.

Agradecimentos

Agradeço a minha orientadora a professora Dra. Sandra Fraga, pela paciência e carinho ao ensinar, sem críticas sobre o lugar em que o orientando está. Ao contrário, sem arrastá-lo, ela o pega pela mão conduzindo-o até onde ele precisa chegar e ver, para a partir dali começar a caminhar com segurança.

Agradecemos às professoras Adália, Amarílis, Azaléia, Begônia, Gardênia, Hortência, Margarida, Orquídea e Violeta que roubando tempo de seus recreios, intervalos entre um turno e outro sempre encontraram maneiras de responder a este questionário contribuindo assim com a pesquisa. Algumas tímidas em responder, pois escrevendo a verdade, segundo elas, estariam revelando suas fraquezas.

Muito obrigada a todos os sujeitos contribuintes para realização desse trabalho.

Referências

BEHR, M. J. et al. Rational number, ratio, and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, 1983, p. 296-333.

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Educação e Linguagem Matemática IV: Frações e Números Fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BEZERRA, Francisco José Brabo. Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2001. Anais do VIII ENEM - Comunicação Científica GT 2 - Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental- <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/1CC04772553886.pdf> Acesso em: 13 de abril 2016

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Fundamental. Orientações didáticas para terceiro e quarto ciclos. In: **Parâmetros Curriculares Nacionais** (5a a 8a séries). Brasília: MEC/SEF, 1998. p.10.

CAMEJO, A.; MARANHÃO, C.; MIRANDA, M. R. Ideias de Professoras dos Anos Iniciais Sobre Números Racionais – PUC-SP / Mackenzie / Escola Vera Cruz– Petrópolis-RJ **Anais do IV SIPEM**. 2009 Disponível em http://www.sbembrasil.org.br/files/Iv_sipem/PDFs/GT01/ Acesso em: 03 de março. 2016.

CAMPOS, T. et al **Lógica das equivalências**: relatório de pesquisa. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1995.

CANOVA, R. F.; CAMPO, T. M. M. Competência, concepção e crenças de professores polivalentes a respeito de fração. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM, 4. Anais... Taguatinga, DF, 2009.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, L. M. P. de. Aprendizagens a Respeito do Raciocínio Proporcional em uma Comunidade de Prática de Professores Matemática.

Anais do VI SIPEM. Pirenópolis, Nov. 2015. Disponível em:
<http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html>. Acesso em: 06 fev. 2016

_____. Formação de professores em Comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional- discussões a respeito do ensino e da aprendizagem, p.62 Londrina: UEL, 2014

LAMON, S. J. Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008

NUNES, T. et al. **Introdução à Educação Matemática:** os números e as Operações numéricas. São Paulo: Proem, 2001.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental.** 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005, 196 f.

SANTOS, V. M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos.** Rio de Janeiro: Projeto Fundação/UFRJ, 1993.

SILVA, M. J. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997

SILVA, A. d. F. G.; PIETROPAOLO, R. C.; CAMPOS, T. M. M. Conhecimento Profissional Docente de Professores das Séries Iniciais em Um Processo de Formação Continuada, Tendo Como Objeto de Discussão o Processo de Ensino e Aprendizagem das Frações. **Anais do IV SIPEM.** 2009 Disponível em
http://www.sbembrasil.org.br/files/Iv_sipem/PDFs/GT01/ Acesso em: 03 de março. 2016.

WENGER, E. Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.