

## FUNÇÃO QUADRÁTICA SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: ANÁLISE DE UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA.

*Andreza Santana da Silva  
Universidade de Pernambuco - UPE  
andrezass19@hotmail.com*

**Resumo:** Considerando que o conhecimento matemático necessita e apóia-se em representações, Duval defende por meio da Teoria dos Registros de Representações Semióticas que a aquisição efetiva de um objeto matemático só acontece a partir da coordenação dos diversos registros desse mesmo objeto, ou seja, através da atividade de conversão. Apoiado nessa afirmação, este estudo apresenta a análise dos exercícios de um livro didático de matemática do 1º ano do Ensino Médio aludindo o conteúdo de Função Quadrática sob a luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, para tal, foi utilizado o método qualitativo na forma de estudo de casos. Assim, ao final da análise constatou-se que o livro didático enfatiza os problemas fechados ao invés dos abertos e em relação às atividades cognitivas abordadas por Duval, prioriza o tratamento, especificadamente o algébrico, se comparado às conversões, podendo assim gerar prejuízos na aprendizagem do discente.

**Palavras-chave:** Registros de Representação Semiótica; Livro Didático; Função Quadrática.

### 1. Introdução

É evidente que o conhecimento matemático está em toda parte na sociedade atual e é utilizado em diversas situações. Um conteúdo que tem variadas aplicações e que se encontra no ramo algébrico da matemática são as Funções. Por meio deste objeto matemático é possível intensificar conhecimentos conectados a própria matemática, além de explicar certos fenômenos tanto do cotidiano como de outras áreas do conhecimento.

Segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio o estudo das funções:

Permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121)

Embora sendo um conteúdo aplicado e necessário em diversas situações, documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais têm mostrado que os alunos terminam o Ensino Médio sem a apropriação adequada deste objeto matemático, o que é preocupante,

haja vista que o domínio desse conteúdo pode ajudar a resolver problemas que aparecem com frequência no cotidiano (BRANDL, 2011).

Pautado nisso e no caráter abstrato da matemática, que pode ser uma das causas da dificuldade na apreensão dos objetos matemáticos de acordo com Sanchez (2004), é que a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval vem servir de subsídio para auxiliar na compreensão das características específicas da Matemática, tais como a necessidade de uso das representações semióticas e a variedade de registros usados nessa área do conhecimento.

Diante disso e considerando que o livro didático é um recurso quase que unanimemente utilizado para a organização das práticas pedagógicas, este trabalho tem como enfoque a análise de um livro didático do 1º ano do Ensino Médio –aprovado pelo PNLD - 2015 e adotado por duas escolas públicas estaduais do município de Surubim - PE – que busca investigar nos exercícios e problemas propostos a abordagem dos registros de representação semiótica tais como as atividades de tratamento e conversão dos diferentes registros em relação à Função Quadrática, assim como os procedimentos pontuais e globais no registro gráfico. Para isso os métodos utilizados caracterizam-se numa abordagem qualitativa a serem analisados a partir de um estudo de casos das atividades propostas no livro.

## 2. Registros de Representação Semiótica e Função Quadrática

Diferentemente dos objetos de estudo das outras áreas do conhecimento, os objetos de estudos da matemática não são visíveis nem observáveis, ou seja, são de natureza abstrata e necessitam assim de representações semióticas para sua apreensão.

De acordo com Duval (2003), para que aconteça a apreensão dos conceitos matemáticos se faz necessária uma coordenação de vários registros de representações de um mesmo objeto matemático. Cabe salientar que as representações semióticas não servem apenas para a comunicação mais também são essenciais às atividades cognitivas do pensamento.

É importante destacar que para Duval (2004) não se pode separar os diferentes registros de representação semiótica da função cognitiva de pensamento. Para ele, o que leva a compreender determinado conceito são as várias representações de um mesmo objeto ligado

à função cognitiva do pensamento, sendo assim caracteriza a “*semiose* como a apreensão ou produção de uma representação semiótica e *noésis* como a apreensão conceitual de um objeto” (DUVAL, 2004, p.14).

Entre os registros de representações semióticas, Duval (2003) classifica-os mediante suas diferenças como multifuncionais (tratamentos não algoritmizáveis) e monofuncionais (tratamentos algoritmizáveis), onde ambos possuem representações discursivas e não-discursivas. Os registros monofuncionais enquadram-se nos sistemas de escritas algébricas, numéricas, simbólicas e de cálculo como também aos gráficos cartesianos. E é nele que os registros do conteúdo de funções encontram-se alojado.

Duval (1993) ainda estabelece três atividades cognitivas ligadas a semiose, na finalidade de validar um sistema semiótico como registro de representação, são elas: Formação de uma representação identificável, Tratamento de uma representação e Conversão de uma representação.

A formação de uma representação identificável é a atividade que permite representar determinado conhecimento por meio do signo, respeitando determinadas regras, que são próprias do sistema semiótico (DUVAL, 2004).

O tratamento de uma representação é para (DUVAL, 2009, p.57) “uma transformação de representação interna a um registro”, ou seja, é a transformação de uma representação em outra conservando o próprio registro de partida.

Pode-se observar o tratamento, ao resolver uma equação algébrica:

$$2x + 5 = 13 \rightarrow x = 4$$

Já a conversão é uma transformação externa em relação ao registro de representação (DUVAL, 2009), ou seja, é a transformação das representações que consiste na troca dos registros de partida e de chegada, conservando o objeto. Como por exemplo, passar do registro na língua materna para o registro na escrita algébrica, assim como da escrita algébrica para o registro gráfico.

As conversões envolvem dois fenômenos: variações de congruência e não-congruência. Segundo Silva (2008) se a passagem de uma representação para outra acontecer

de maneira espontânea, ou seja, quase imediata, ela é dita congruente. Porém se isso não acontecer, a representação é dita não congruente.

Ainda de acordo com Duval (2003, p.22) “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto”. Assim, percebe-se que por meio de um só registro não é possível compreender o conteúdo matemático em sua totalidade. Apenas mediante os vários registros de representações, onde um complementa o outro, é que acontece a apreensão do objeto em estudo.

Quando se faz referência as conversões que exigem a manipulação dos registros gráficos e algébricos, Silva (2008, p.59) aborda que se devem levar em consideração as variáveis visuais do gráfico (inclinação, intersecção com os eixos) e os valores escalares da equação (coeficientes negativos ou positivos, concavidade da parábola).

Em relação ao estudo do objeto matemático função e a Teoria das Representações Semióticas existem um aspecto muito importante sobre a articulação entre as características pertencentes aos registros gráfico e algébrico, que está atrelada aos procedimentos de tratamento gráfico: o de pontuar, o de extensão do traçado do gráfico e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais.

O procedimento de pontuar corresponde à representação de um ponto com base em um par ordenado e a identificação do par ordenado a partir do ponto; o procedimento de extensão do traçado do gráfico corresponde à união dos pontos por traços, delineando o gráfico; e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais corresponde à associação das variáveis visuais da representação gráfica com as variáveis escalares da representação algébrica, permitindo a percepção de que a modificação da escrita implica a mudança da representação gráfica. (MAGGIO e SANTIAGO, 2009, p.4)

Diante das três atividades que podem ser observadas em relação ao registro gráfico, a interpretação global das propriedades figurais se destaca como importante, haja vista que possibilita ao discente a apreensão de várias características da função por meio da observação do esboço do gráfico. Além disso, através da interpretação global das propriedades figurais não é necessário representar um gráfico ponto a ponto definido previamente com a construção de uma tabela com escolhas de variáveis. Entretanto com a interpretação do registro algébrico pode-se chegar ao seu esboço rapidamente (BRANDL, 2011).

Dessa forma, é papel do docente promover na sua prática a coordenação e manipulação dos diversos registros de representação na função quadrática, já que até

documentos oficiais como as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio determinam pontos que implicitamente pressupõem a Teoria das Representações Semióticas de Duval:

Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas.

Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra, por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações.

Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas, por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo. (BRASIL, 2002, p.114)

### 3. Aspectos metodológicos e Análise do Livro Didático do Ensino Médio

Atualmente, os métodos quantitativos, qualitativos e mistos são as estratégias adotadas quanto à abordagem da pesquisa. Gil (2007, p. 133) demarca que “a análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação”.

Sendo esta pesquisa de cunho qualitativo, o estudo e análise da investigação dar-se-á através do estudo de casos, caracterizado por Gil (1999, p.73) como um “estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já considerados”.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, as ações metodológicas do docente são baseadas no livro didático (BRASIL, 1998). Diante disso, essa pesquisa preocupa-se em analisar os exercícios propostos, aludindo o conteúdo de Função Quadrática, em um livro didático<sup>1</sup> do 1º ano do Ensino Médio aprovado pelo PNLD – 2015 e adotado por duas escolas públicas estaduais de Referência em Ensino Médio do Município de Surubim - PE, vislumbrando as possíveis influências da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval nas atividades analisadas.

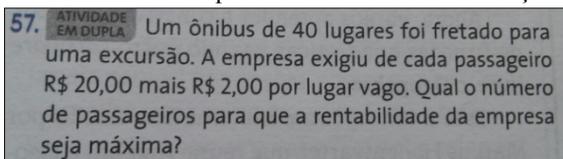
<sup>1</sup> DANTE, L. R. Matemática: contexto & aplicações. Volume 1, livro do aluno. 2ª Ed. São Paulo: Ática, 2013.

Embora o autor do livro analisado não preconize explicitamente as ideias de Duval em relação à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ele organizou os conceitos de Função Quadrática interligando os seus registros de representações, ou seja, ele alude a língua materna, a linguagem algébrica e a linguagem gráfica, mostrando a especificidade de cada registro.

O capítulo do livro que se refere ao conteúdo de Função Quadrática tem um total de 103 questões, dentre essas 6 são questões do ENEM e 13 são de Vestibulares de Norte ao Sul do Brasil. Para a análise dessas questões foram usados os seguintes critérios: 1- A classificação das atividades em problemas abertos ou fechados; 2- Articulações em situações cotidianas, conexões entre os campos da própria matemática, assim como conexões com outras áreas do conhecimento; 3- Os tratamentos explorados; 4- As conversões enfatizadas; 5- As relações no registro gráfico: pontuação, extensão de traçado do gráfico e procedimento de interpretação global.

No que tange o primeiro critério para a análise, as atividades classificadas como problemas abertos são aquelas que estão contextualizadas de forma que evidenciem o conceito de função quadrática ou que ainda estejam atrelados a ele, ou seja, são as situações problemas. E os problemas fechados são atividades que não tem contexto, apenas exige um cálculo em que já está subtendido o que se pede.

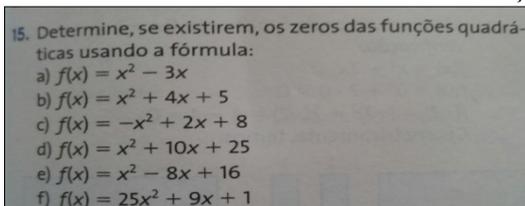
**Figura 1** – Problema aberto que aborda o conceito de função quadrática



57. **ATIVIDADE EM DUPLA** Um ônibus de 40 lugares foi fretado para uma excursão. A empresa exigiu de cada passageiro R\$ 20,00 mais R\$ 2,00 por lugar vago. Qual o número de passageiros para que a rentabilidade da empresa seja máxima?

Fonte: (DANTE, 2013, p.125)

**Figura 2** – Problema fechado envolvendo o conceito de função quadrática



15. Determine, se existirem, os zeros das funções quadráticas usando a fórmula:

- a)  $f(x) = x^2 - 3x$
- b)  $f(x) = x^2 + 4x + 5$
- c)  $f(x) = -x^2 + 2x + 8$
- d)  $f(x) = x^2 + 10x + 25$
- e)  $f(x) = x^2 - 8x + 16$
- f)  $f(x) = 25x^2 + 9x + 1$

Fonte: (DANTE, 2013, p.109)

A Tabela 1 expõe a distribuição percentual do total de exercícios relacionados à Função Quadrática, em problemas abertos e fechados.

**Tabela 1** – Classificação em problemas abertos e fechados no livro didático.

Problemas Abertos (situações-problema)	Problemas Fechados
32%	68%

Fonte: Silva (2016)

Disso, percebe-se que os problemas fechados são mais denotados no livro e chega a ser superior ao dobro dos problemas abertos, isso implica que o livro não exige tanta compreensão e interpretação do discente.

No segundo critério, averiguou-se se o total de atividades referentes à função quadrática evidenciava situações do cotidiano, conexões com outros campos da própria matemática, além das conexões com outras áreas do conhecimento, como mostra a tabela 2.

**Tabela 2** – Situações cotidianas, internas e externas a matemática no livro didático.

Situações cotidianas	Conexões entre os campos da matemática	Conexões entre outras áreas do conhecimento
20%	11%	7%

Fonte: Silva (2016)

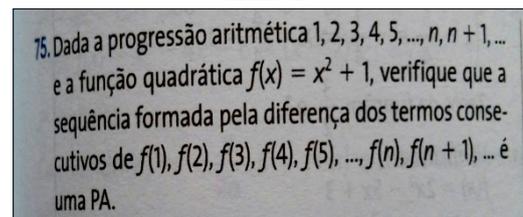
No que correspondem às conexões entre os campos da própria matemática as atividades no livro articulam o conteúdo de função quadrática a geometria e a progressão aritmética, já na conexão com outras áreas liga o conteúdo de funções quadráticas as disciplinas de física, biologia e química, com questões contextualizadas, sendo algumas delas retiradas do ENEM e de outros vestibulares das diversas regiões do Brasil.

**Figura 3** – Função quadrática articulada à física.



Fonte: (DANTE, 2013, p. 134)

**Figura 4** – Função quadrática e progressão aritmética



Fonte: (DANTE, 2013, p. 135)

Quanto ao desenvolvimento e habilidades das situações cotidianas elas são bastante expressivas e significantes.

**Figura 5** – Situação cotidiana referente a função quadrática

21. Os 180 alunos de uma escola estão dispostos de forma retangular, em filas, de tal modo que o número de alunos de cada fila supera em 8 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?

Fonte: (DANTE, 2013, p. 109)

No terceiro critério a investigação deu-se a partir das transformações de tratamento evidenciadas em todas as atividades do capítulo de Função Quadrática no livro didático.

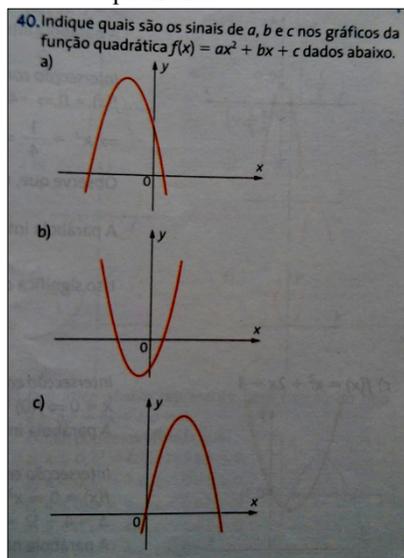
**Tabela 3** – Tratamento envolvendo função quadrática no livro

Tratamento algébrico	Tratamento gráfico
59%	6%

Fonte: Silva (2016)

Nesse caso, pode-se observar que o tratamento algébrico da função quadrática é demasiadamente maior que o tratamento gráfico. Vale salientar que o tratamento gráfico encontrados nas questões evidencia tanto a pontuação, a extensão de traçado do gráfico assim como o procedimento de interpretação global. Mesmo sendo poucas, as atividades englobam os conceitos de ponto mínimo e máximo da parábola, os vértices, a concavidade e os pontos de intersecção da parábola com os eixos.

**Figura 6** – Tratamento gráfico da função quadrática



Fonte: (DANTE, 2013, p. 119)

**Figura 7** – Tratamento algébrico na função quadrática

8. Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $f(x) = 4x^2 - 4x + 3$ .  
Determine  $x$ , se houver, para que se tenha:

a)  $f(x) = 2$

b)  $f(x) = 3$

c)  $f(x) = -1$

Fonte: (DANTE, 2013, p.106)

Em relação ao tratamento algébrico, as questões evidenciam a manipulação do conceito algébrico por meio de seus variantes, como na figura 7, onde se pede que encontre os valores de  $x$  para cada  $f(x)$  determinado a partir da lei de formação da função.

No quarto critério se investigou as conversões enfatizadas nas 103 questões analisadas do livro, diante dos seus registros de partida e de chegada. A tabela 4 mostra a distribuição percentual em cada categoria.

**Tabela 4** – Conversões abordando função quadrática no livro didático

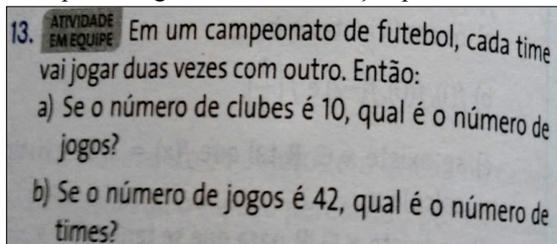
Algébrico → gráfico	Gráfico → algébrico	Língua Natural → algébrico	Língua natural → gráfico
8%	1%	15%	2%

Fonte: Silva (2016)

As conversões no sentido do registro de língua natural ao algébrico são mais enfatizadas do que as outras, isso se deve a quantidade de situações problemas que o livro aborda.

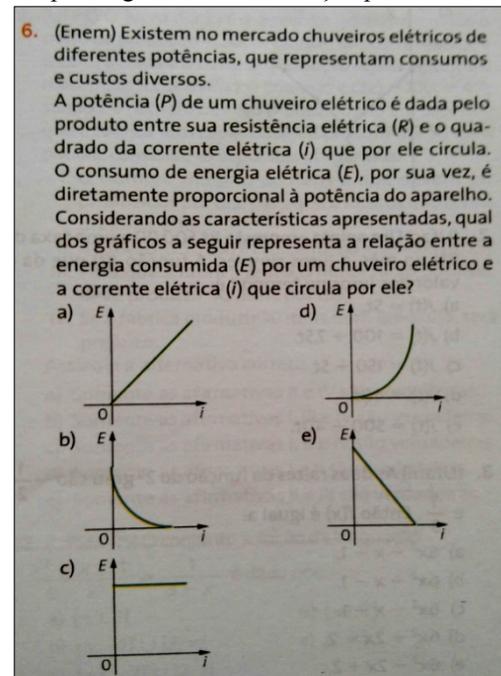
Quanto à conversão norteadada no sentido algébrico → gráfico, as questões tratam-se da passagem da expressão algébrica para a gráfica por meio da atribuição de valores em que se encontram a sua imagem. No âmbito gráfico → algébrico a única questão que se adéqua a esse tipo de conversão foca na visualização dos pontos de forma que, na generalização, se construa a lei de formação da função. E no registro de sentido língua natural → gráfica a abordagem se dá na construção do gráfico apenas pela compreensão do problema.

**Figura 8** – Conversão do registro língua natural para o algébrico numa situação problema



Fonte: (DANTE, 2013, p. 106)

**Figura 9** - Conversão do registro língua natural para a gráfica numa situação problema



Fonte: (DANTE, 2013, p.141)

O quinto e último critério investiga os procedimentos abordados no registro gráfico da função quadrática, os procedimentos pontuais e globais. As questões que envolvem o registro

gráfico abordam desde os procedimentos de pontuação, de extensão do traçado do gráfico assim como o de interpretação global das propriedades figurais. Sendo este último o mais enfatizado no livro e também o mais importante na aprendizagem dos diferentes variantes da representação gráfica em relação à representação algébrica, e pode ser exemplificado claramente por meio da figura 6.

#### 4. Considerações Finais

A análise do livro didático de matemática do 1º ano do Ensino Médio permitiu constatar que mesmo o número de situações-problemas sendo significativa, a maioria das questões são problemas fechados, ou seja, problemas que não oportunizam o desenvolvimento do raciocínio matemático, nem se preocupam com a contextualização.

Ainda, diante da análise, foi observado que o número de tratamento é quase o triplo se comparado ao número de conversões, isto pode implicar a não aquisição dos conceitos matemáticos em sua completude, visto que apenas por meio da coordenação de diferentes registros de representação de um mesmo objeto pode-se compreender o objeto como todo.

Além disso, a partir das transformações abordadas no livro, a maioria foram o tratamento algébrico e a conversão no sentido língua natural→algébrico, sendo essa última evidenciada nas questões de situações-problemas.

Assim, a partir dos casos evidenciados no livro didático, que se reflete no ensino de matemática, a coordenação dos distintos registros de representações da função quadrática não é trabalhada como deveria. Fato este que pode gerar déficits na aprendizagem do conteúdo de função quadrática.

#### 5. Referências

BRANDL, E. **Funções polinomiais de 1º e 2º graus em dois livros didáticos de matemática sob a perspectiva das representações semióticas**. 81 p. Monografia (Especialização) – Ensino de Ciências, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, 2011.

BRASIL. Ministério de Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos**

**Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC/Semtec, 2002.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações.** 2ª Ed. São Paulo: Ática, 2013.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento,** 1993. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

\_\_\_\_\_. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. Contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 5. ed – São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MAGGIO, D. P.; SOARES, M. A. S. **Registros de representação semiótica e função afim: Análise de livros didáticos de matemática do Ensino Médio.** In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. X., 2009, Ijuí/RS.

SILVA, K. A. P. **Modelagem matemática e semiótica: Algumas relações.** 100 p.

Dissertação (Mestrado) – Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2008.