



# O INSTRUMENTO SETOR TRIGONAL NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ÂNGULOS E TRIÂNGULOS

Marisa da Silva Dias Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus Bauru marisadias@fc.unesp.br

Michele de Souza Moraes Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus Bauru michele slopes2006@hotmail.com

Edvaldo Alves de Moraes Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus Bauru edy matematica@hotmail.com

## Resumo:

Este minicurso tem por objetivo desenvolver uma das atividades resultantes de reflexões e discussões promovidas pelo grupo HEEMa (grupo de estudo e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática) que, desde 2008, vem se dedicando a construir interfaces entre história, ensino e aprendizagem da matemática, explorando as potencialidades didáticas de antigos instrumentos matemáticos. A atividade aqui proposta aborda conhecimentos matemáticos historicamente constituídos que são mobilizados na utilização do Setor Trigonal, um instrumento cuja origem remonta ao século XVI.

Palavras-chave: Setor Trigonal; instrumentos matemáticos; atividade matemática; história da matemática

## 1. Introdução

A presente proposta irá apresentar algumas potencialidades didáticas por meio do uso do instrumento matemático denominado *setor trigonal*, utilizado por praticantes de matemática do século XVI. O instrumento foi descrito por John Chatfield em seu tratado intitulado *The Trigonall Sector*, publicado em 1650. O *setor trigonal* faz parte das reflexões e discussões realizadas pelo grupo de estudo e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa). O grupo realiza estudos voltados para a construção de interfaces entre história da matemática, ensino e aprendizagem de matemática.

Pretende-se proporcionar aos participantes do minicurso que conheçam o instrumento *setor trigonal* e que tenham acesso a parte do tratado que já passou por um *tratamento didático* (DIAS; SAITO, 2013).









As pesquisas e estudos referentes ao setor trigonal (DIAS, SAITO, 2014; SAITO, DIAS, 2013, SAITO, 2014) mostraram a possibilidade de compreensão de conceitos matemáticos que são ensinados nas duas etapas da educação básica: Ensino fundamental II e Ensino Médio. Desse modo, o presente minicurso irá propor, além das atividades, discussões sobre o assunto. Saito (2014, p. 28) ressalta que:

> As potencialidades didáticas e/ou pedagógicas na reconstrução de instrumentos antigos podem ser exploradas por meio de uma proposta que busque revelar não só os conhecimentos matemáticos incorporados nesses instrumentos, mas também a complexa rede de conhecimentos que "esteve" e "está" presente no processo de sua construção e uso.

Apesar da reconstrução do instrumento agregar conhecimentos matemáticos, cabe ressaltar que nesta proposta, a construção do setor trigonal não será o foco do minicurso pelo curto tempo disponível, mas sim a realização de atividades matemáticas desenvolvidas com o seu uso. O processo de elaboração do instrumento vivenciado por componentes do grupo HEEMa será discutido com os participantes, a fim de mostrar o conhecimento matemático necessário, como também quem possuía esse conhecimento na época de sua criação e uso.

#### 2. Instrumentos matemáticos

O significado da palavra instrumento comumente está relacionado a tudo aquilo que serve para auxiliar ou realizar um tipo de tarefa ou serviço, ou seja, executar um trabalho, ou ainda fazer uma medição ou observação. Quando pensamos em instrumentos matemáticos antigos, podemos ter a imagem de objetos envelhecidos e sem uso, entretanto, é possível extrair dos mesmos significados implícitos de certa época ou cultura.

Segundo Saito e Dias (2011, p. 56):

Os instrumentos matemáticos são mais do que simples artefatos. Eles incorporam conhecimentos que revelam a articulação entre o saber e o fazer e, desse modo, sintetizam a produção de conhecimento de uma época. Conhecimento este que pode receber diferentes interpretações e, consequentemente, significados.

A compreensão dos conhecimentos matemáticos presentes na construção e uso do instrumento pode nos revelar aspectos de uma determinada época ou cultura. Desse modo, as



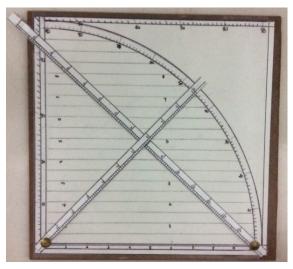
atividades desenvolvidas com o instrumento não são a única contribuição que os mesmos podem nos agregar. "Os instrumentos teriam, assim, importante papel no desenvolvimento de novos conhecimentos na medida em que exerceriam diferentes funções na articulação entre a teoria e a prática". (GALISON, 1998 apud SAITO, 2013, p. 4).

Convém ressaltarmos que os artesãos, além da necessidade de conhecimento sobre diversos tipos de materiais ainda precisavam ter uma compreensão sobre conceitos matemáticos para que a fabricação de instrumentos atingisse os objetivos designados a ele. Por isso, os "instrumentos devem ser estudados não só em relação aos que eles são (em sua materialidade), mas também em relação a como eles foram utilizados, fabricados e disseminados" (SAITO, 2013, p. 4).

Sendo assim, os instrumentos matemáticos dão-nos a possibilidade de relacionar os conhecimentos matemáticos, com a atividade humana, na sua historicidade. No minicurso, o setor trigonal será apresentado "não como resultado, mas como processo, articulando ações que promovam um diálogo com a reprodução e transmissão de conhecimento no século XVI". (SAITO; DIAS, 2011, p. 7).

### 3. Setor trigonal

O instrumento setor trigonal foi descrito por John Chatfield em seu tratado intitulado The Trigonall Sector, publicado em 1650, a figura a seguir mostra uma representação do instrumento construído por componentes do grupo HEEMa.



Fonte: Fotografia tirada pelos autores.





Figura 1 - Ilustração do instrumento setor trigonal

Castilho e Beo (2013, p. 4069) fazem uma descrição do instrumento a partir da tradução do tratado:

[...] consiste em uma placa quadrada de metal ou de madeira, onde em suas extremidades serão fixadas lâminas ou filetes e dois marcadores nos extremos de um dos lados. As inscrições sobre o instrumento são: três escalas de linhas divididas em 100 partes iguais (nos dois marcadores e sobre a lâmina inferior), uma tangente reversa que contém 45 graus sobre a lâmina do lado esquerdo e mais 45 graus sobre a lâmina da parte superior, o quadrante de um círculo no interior do corpo da placa com centro no marcador do lado esquerdo e semidiâmetro até o centro do marcador direito e na sua superfície são traçadas linhas paralelas entre si, numeradas de 1 a 10, distantes entre si com a mesma medida usada nas escalas de linhas divididas em 100 partes iguais.

Na tradução do documento analisado é possível notar a descrição do instrumento, nota-se que as informações presentes são para um público que não só possua conhecimentos matemáticos, mas também prática de ofício (SAITO, 2012). Durante a reconstrução do instrumento, realizada por integrantes do grupo HEEMa, observou-se a necessidade de conhecimentos matemáticos, principalmente construções geométricas ligadas ao desenho geométrico, como divisão de segmentos em partes iguais, bissetriz, perpendicular, paralelas, circunferência com uso de compasso e régua não graduada.

É possível, por meio do Setor, relacionar conceitos matemáticos com o propósito didático, por meio de contextualização da matemática no processo histórico e cultural. Ou seja, para que o estudante tenha conhecimento dos usos da matemática em determinado período histórico e como os homens se relacionavam com essa prática social, permitindo, assim, que o estudante se veja como sujeito histórico.

No documento, além do autor expor como fabricar o instrumento, também há alguns usos, como: encontrar a quantidade de qualquer ângulo, representar qualquer triângulo retângulo alinhado sendo dois de seus ângulos conhecidos, representar qualquer triângulo retângulo, obtuso, e acutângulo, entre outras.

### 4. Atividade proposta



Como já foi apontado anteriormente, a construção do instrumento agrega conhecimentos matemáticos de uma determina época ou cultura, mas devido ao pouco tempo de duração do minicurso não será possível trabalharmos a construção do setor trigonal. O grupo HEEMa durante os estudos e pesquisas realizou a reprodução do instrumento de maneira detalhada atentando-se para os conceitos matemáticos que estavam sendo utilizados. Assim, o processo de construção e as discussões matemáticas serão tratados no minicurso.

Tanto na construção quanto na aplicação do instrumento, devemos considerar a história da matemática como área que auxilia o entendimento dos processos pelos quais o setor trigonal foi desenvolvido e disseminado. Segundo Saito (2013, p. 5),

[...] os praticantes de matemática, em geral, tinham uma orientação mais empirista, no sentido de que as técnicas matemáticas por eles desenvolvidas eram aplicadas ao mundo real. Muitos deles se denominavam "professores" de matemática, no sentido daquele que professava a arte matemática. A maioria deles, entretanto, não possuía formação universitária e estava associada a uma corporação de oficio, ou trabalhava em uma oficina que fabricava instrumentos.

É interessante observar que os responsáveis pela elaboração do instrumento não tinham uma formação matemática de nível acadêmico. Entretanto, para desempenhar tal ofício era preciso ter um mínimo de conhecimento sobre construções geométricas. Por isso, a interface entre história da matemática e ensino se torna um estudo promissor, tanto para pesquisa como para práticas didáticas, a fim de compreendermos a matemática articulada a sua historicidade e a prática humana no processo de produção de conhecimento.

Como os participantes do minicurso terão acesso a trechos do documento original traduzido pelo grupo HEEMa sobre o setor trigonal, isso permitirá uma análise reflexiva sobre a linguagem utilizada, tanto a natural quanto a matemática. Após essa primeira reflexão, alguns usos contidos no documento, relacionados a ângulos e a triângulos, serão propostos para os participantes executarem: encontrar a quantidade de qualquer ângulo, representar qualquer triângulo retângulo alinhado sendo dois de seus ângulos conhecidos, representar qualquer triângulo retângulo, obtusângulo e acutângulo.

Na sequência, a fim de promover um diálogo entre o conhecimento matemático dos praticantes, por meio do documento, e o conhecimento matemático presente nos currículos da





Educação Básica, foi elaborada a seguinte sequência de situações a serem realizadas e discutidas no minicurso:

- 1. Represente um triângulo retângulo com ângulo de medida 45°. Como as medidas da tangente e da secante de 45° são encontradas por meio do instrumento, segundo as orientações do autor? Justifique ou explique com argumentos matemáticos se esse procedimento gera ou não uma medida para tangente e para secante de qualquer ângulo menor de 45°.
- 2. Represente um triângulo retângulo com ângulo de medida 65° conforme orientado pelo autor para ângulo maior que 45°. Como se encontram as medidas da tangente e da secante desse ângulo por meio do instrumento, segundo as orientações do autor? Com a matemática que você conhece, justifique (demonstração ou explicação) se esse procedimento gera ou não uma medida para a tangente e para secante de quaisquer ângulos menores que 90°.
- 3. A partir das indicações dadas no tratado, represente um triângulo isósceles com lados congruentes de medida 10 (unidades de comprimento). Escreva, a partir das indicações do autor como encontrar a área do triângulo que você representou. De que forma você poderia generalizar este processo para quaisquer triângulos isósceles com dois lados medindo 10 unidades de comprimento.
- 4. Discuta potencialidades didáticas para o ensino de matemática com o uso desse documento.

Com isso, sendo o evento um espaço de encontro entre pesquisadores, professores e estudantes da área de Educação Matemática, propomos um momento de discussões sobre o conhecimento *do setor trigonal* para aprendizagem de conhecimento matemático.

### 5. Considerações Finais

Relatamos aqui uma breve contextualização de um instrumento do século XVI denominado *setor trigonal* (CHATFIELD, 1650) e propomos situações a serem realizadas e discutias com os cursistas. Consideramos que levar aos estudantes do Ensino Fundamental e Médio atividades com instrumentos, adequadamente planejadas, pode responder muitas



inquietações dos estudantes que, ainda hoje, estão presentes nas salas de aula, como: por que ou para que preciso aprender isso? quando se referem aos conceitos matemáticos.

Esse tipo de questionamento indica que o estudante não se vê como sujeito histórico, herdeiro da produção humana, somente usuário. Por isso, nossa proposta não se limita ao uso do instrumento, mas levar para sala de aula a história. Não a história de personagens ou tópicos de curiosidades, mas a que se relaciona com os conhecimentos matemáticos que os estudantes aprendem na escola.

Durante o minicurso, buscaremos discutir essas questões também com pesquisadores a fim de agregarmos conhecimentos e práticas de pesquisa na área de Educação Matemática. Espera-se com a atividade que os sujeitos vivenciem e discutam a relação de objetos matemáticos com uma prática humana historicamente situada.

#### 6. Referências

CASTILHO, Ana Rebeca Miranda; BEO, Nara Di. Um estudo preliminar de dois instrumentos matemáticos radio latino (1586) e setor trigonal (1650). *Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática* – *CIBEM*. Montevideo, Uruguay, 16 a 20 de setembro de 2013. p. 4066-4073. Disponível em: < http://heema.org/wp-content/uploads/2013/09/CIBEM-534.pdf>. Acesso em 20 de. março de 2016.

CHATSFEILD, John. The trigonal sector: The description and use thereof: Being an instrumento f all Rightlined Triangles with great faculty and delight (...). London: Robert Leybourn, 1650.

DIAS, Marisa da Silva; SAITO, Fumikazu. Algumas potencialidades didáticas do "setor trigonal" na interface entre história e ensino de matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 16, n. 4, p. 1227-1253, 2014.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. *Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.* p. 1-63. Coleção História da Matemática para Professores. Coleção publicada por ocasião do IX Seminário Nacional de História da Matemática, organizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática e realizado pela Universidade Federal de Sergipe, Aracajú, 2011.

SAITO, Fumikazu. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos "matemáticos" do século XVII. In M. R B. da Silva & T. A. S. Haddad (eds.), 2012, São Paulo. *Anais do 13° Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia*. São Paulo: FFLCH USP, 2012. p. 1099-1110.







SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência e Educação*, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013. Disponível em: <a href="http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v19n1/07.pdf">http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v19n1/07.pdf</a>>. Acesso em 20 de março de 2016.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI. *Revista Tecnologia e Sociedade*, v. 18, p. 101-112, 2013. Disponível em: <a href="http://www.researchgate.net/publication/260871462\_Instrumentos\_e\_o\_saber-fazer matemtico">http://www.researchgate.net/publication/260871462\_Instrumentos\_e\_o\_saber-fazer matemtico no sculo XVI>. Acesso em 20 de março de 2016.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)*, Natal (RN), ano 9, n. 16, maio-ago., p. 25-47, 2014.