

OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ARCO SENO E ARCO COSSENO

*Mauro José da Rocha
PUC MINAS
profmaurorocha@yahoo.com.br*

*João Bosco Laudaes
PUC MINAS
tukabh@terra.com.br*

1. Resumo

Este artigo apresenta parte de Pesquisa de um Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática sobre o ensino e aprendizagem das funções trigonométricas seno, cosseno, e suas inversas, arco seno e arco cosseno. Foi criado um Objeto de Aprendizagem – OA estruturado com uma sequência de atividades com questões de trigonometria e de aplicações em circuitos elétricos e o triângulo de potências. Esta investigação está inserida no Projeto de Pesquisa “Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de Nível Médio”, Edital 13/2012, financiado pela FAPEMIG. O referencial metodológico privilegiou o estudo de Sequência Didática para organização das atividades de um OA com o uso da informática. O OA foi aplicado em estudantes do curso técnico de Eletrônica e analisada a aplicação por categorias de erros. Os resultados mostraram a eficácia do mesmo para estudo das funções seno e cosseno e suas inversas considerando o nível de acertos.

Palavras-chave: Objetos de Aprendizagem. Funções seno e cosseno. Funções inversas arco seno e arco cosseno. Sequência didática.

2. Introdução

O objetivo do nosso estudo a respeito das funções trigonométricas seno e cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno, quanto ao seu ensino e aprendizagem, foi compreender e propor uma alternativa de estudo, acerca da dificuldade apresentada pela maioria dos estudantes durante a introdução desse conteúdo nos ensinos Médio e Técnico, devido ao excesso de cálculos e a ausência de significado dessas funções, sobretudo as inversas, arco seno e arco cosseno, confirmado em Pinheiro (2008) e Vazquez (2010). No levantamento bibliográfico não foi encontrado estudo das funções inversas trigonométricas, bem como aplicações das mesmas na área de formação técnica.

Temos percebido, contudo, a enorme necessidade que os estudantes apresentam em

visualizar e entender, na sua linguagem, as resoluções de questões que envolvem funções trigonométricas. Eles não se satisfazem com explicações puramente teóricas e excessivas de cálculos.

A nossa questão de pesquisa foi a seguinte:

Em que medida recursos informatizados adequados, na forma de um OA auxilia o estudante na melhoria de sua aprendizagem em relação às funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno, no ensino médio e nos cursos técnicos da área de eletroeletrônica?

Segundo Vazquez (2010), é necessário refletir sobre a prática pedagógica em sala de aula a respeito do ensino de trigonometria. Os estudantes apresentam muita dificuldade de aprender esse conteúdo devido à exigência da simples memorização e manipulação de fórmulas

Nessa pesquisa, apresentamos como contribuição à comunidade acadêmica uma forma alternativa (dinâmica e atrativa) no ensino e aprendizagem das funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno, aplicadas aos cursos da área de eletroeletrônica. Para tanto, foi dado ênfase na visualização e manipulação com várias animações para a resolução de problemas práticos propostos usando o OA desenvolvido.

Cresce muito, atualmente, o número de atividades desenvolvidas por educadores matemáticos, que visam buscar o aperfeiçoamento da prática educativa com a introdução da Tecnologia da Informação e Comunicação-TIC na educação. Nessa abordagem há vários estudiosos investigando a tecnologia na prática educativa, dentre eles Oliveira (2012, p. 9):

[...] a denominação Tecnologia Educacional (TE) não despontou no Brasil com conceituação única. Os educadores depararam com diferentes conceitos, desde a sua chegada, caracterizada pela compreensão diferenciada do papel dos instrumentais tecnológicos no processo educativo.

A orientação é que se utilize a Informática como aliada da educação, no sentido de trabalhar o plano de curso com tecnologia disponível. Ou seja, colocar a tecnologia na sala de aula como ferramenta auxiliar ao ensino e aprendizagem dos conteúdos.

De acordo com Kenski (2007), se a tecnologia for utilizada com criatividade, ela pode alterar a rotina existente dentro de sala de aula, aumentando assim o interesse e a colaboração entre os alunos, tornando os estudantes cidadãos participativos e interativos.

Ressaltamos que durante a revisão bibliográfica feita para essa Pesquisa, verificamos que há uma enorme carência de trabalhos voltados para as funções trigonométricas inversas

arco seno e arco cosseno, sobretudo aplicadas ao ensino técnico na área de eletroeletrônica.

Propomos a criação de um OA para facilitar este conteúdo. Trabalhamos, nessa pesquisa, a concepção de OA segundo Wiley (2000), que define objetos de aprendizagem como sendo qualquer recurso digital que possa ser utilizado para o suporte ao ensino.

Esse estudo se justifica pelas dificuldades na compreensão do tema, ocasionadas pela sua abstração e falta de aplicações na sala de aula, fato esse que foi reforçado pelos resultados apresentados no da investigação de Pinheiro (2008).

Neste trabalho, exploramos a trigonometria de forma mais direta e visual, utilizando o *software* GeoGebra, evitando o excesso de cálculos. Através de animações feitas nele, o estudante pode perceber facilmente a mudança de comportamento dos gráficos das funções trigonométricas seno (senóide) e cosseno (cossenóide), ao alterar os seus parâmetros. Sem uma ferramenta computacional, o trabalho com esse conteúdo tende a ficar bastante limitado no campo algébrico. Utilizamos também como recurso computacional o *ExeLearning*, que é um editor de código aberto.

Segundo Laudaes *et al* (1988), a trigonometria tem grande aplicação nas ciências exatas e em particular no campo da eletricidade, eletrônica, cálculo de estruturas e topografia.

Boylestad (2004), diz que a forma de onda senoidal é particularmente importante, pois facilita imensamente a análise Matemática dos circuitos elétricos.

Zabala (1998), quanto a sequência didática, pontua a importância das relações interpessoais entre professor e aluno, aluno e aluno, no processo de ensino e aprendizagem. Essas relações colaboram para uma troca de experiências, de forma que todos envolvidos nesse processo são beneficiados e a comunidade escolar cresce em termos educacionais. Segundo Moran (2013, p. 53), é fundamental o trabalho com diferentes linguagens: "a educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações".

No processo de ensino e aprendizagem, é papel do professor estimular a criatividade do aluno através de opções didáticas variadas, explorando os recursos disponíveis.

Segundo Cunha (2014, p.34),

cabe ao professor estimular a criatividade e prever diferentes caminhos para a aprendizagem de conceitos e resultados importantes da Matemática. O grande desafio é organizar situações didáticas que possam contribuir na transformação do saber cotidiano para o saber escolar.

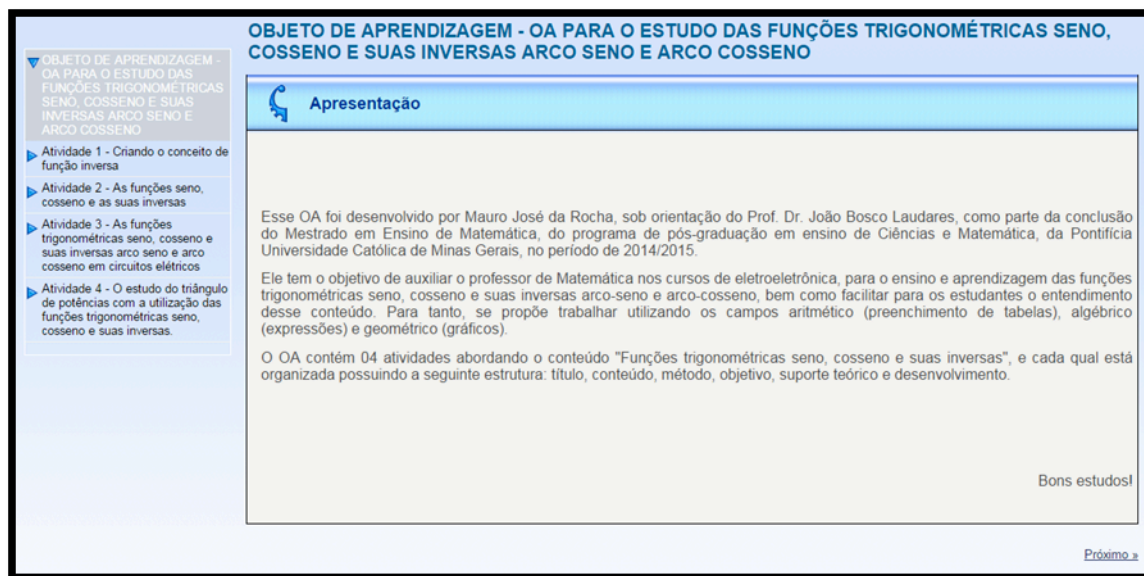
A proposta da elaboração de um OA surgiu, entre outros motivos, da necessidade de atender as demandas do Projeto de Pesquisa “Objetos de Aprendizagem para o ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de nível médio”, aprovado pelo Edital Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG 13/2012, que apoia pesquisas relacionadas à Educação Básica, especialmente à educação profissional.

3. Objeto de aprendizagem - OA

A seguir, colocamos uma breve descrição do OA, resultado da pesquisa desenvolvida, bem como descrições da sua estrutura.

A figura 1 apresenta a tela inicial do OA, contendo o título, a apresentação e o *menu* com as quatro atividades.

Figura 1 – Tela inicial do OA



Fonte: OA para o estudo das funções trigonométricas Seno, Cosseno e suas inversas Arco Seno e Arco Cosseno.

São propostas, neste OA, 4 (quatro) atividades e todas foram estruturadas com: título, objetivo, suporte teórico, metodologia utilizada e desenvolvimento. Elas são compostas de 24 (vinte e quatro) itens objetivos, cada um com 4 (quatro) opções de respostas, sendo apenas uma delas a correta. Para tanto, se propõe trabalhar utilizando os campos aritmético (tabelas), algébrico (equações) e geométrico (gráficos). Priorizamos a utilização de animações gráficas presentes nas atividades do OA com os objetivos de dinamizá-las e torná-las mais interativas e atrativas.

A primeira atividade tem o objetivo de preparar o estudante para a compreensão do conceito de função inversa e a segunda aborda as funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno, aplicadas ao Ensino Médio Regular. As duas últimas atividades são direcionadas aos Cursos Técnicos da Área de Eletroeletrônica e aplicam as funções acima mencionadas no estudo dos Circuitos Elétricos e nos Triângulos de Potências.

O OA foi aplicado, no mês de junho de 2015, para um grupo de 21 (vinte e um) estudantes do segundo ano do curso de Eletrônica, do Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET MG), campus I (Belo Horizonte).

A seguir, apresentamos a segunda e a terceira atividade do OA, bem como os seus conteúdos, objetivos e metodologias e um item de cada uma dessas atividades.

3.1 Segunda atividade do OA: As funções Seno, Cosseno e suas inversas

Conteúdo

Estudo das funções seno, cosseno e suas inversas, através de representações e restrições para possibilitar a inversão das funções seno e cosseno, que não são bijetoras.

Objetivo

Levar o estudante a construir o conceito de funções seno, cosseno e suas inversas pelos métodos algébrico (cálculo) e geométrico (tabela e gráfico). A atividade está construída com hierarquia de dificuldades, de forma que ao se superar uma questão anterior, esperamos que o estudante esteja preparado para executar a etapa imediatamente posterior.

Método

Sequência didática envolvendo situações problema a serem resolvidas a partir de análise de gráficos, utilizando o *software GeoGebra*.

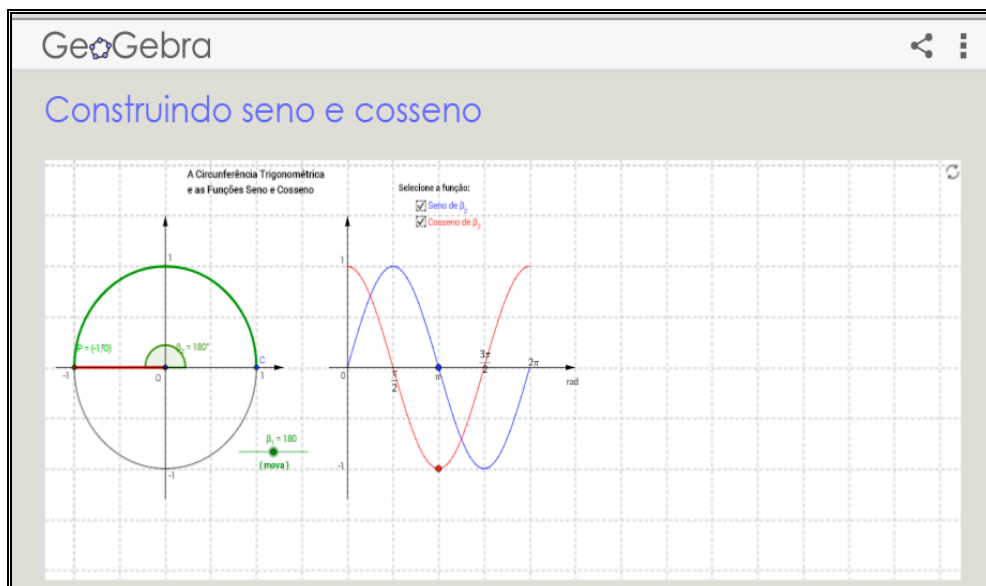
3.1.1. Primeiro item da segunda atividade

Texto explicativo referente a animação (Construindo Seno e Cosseno)

A animação (construindo seno e cosseno), tem o objetivo de explicitar o valor do seno e do cosseno de um determinado arco (ângulo), através do círculo trigonométrico e dos gráficos

dessas funções. Ao arrastar o botão "mova", o ângulo β será alterado no círculo trigonométrico.

Figura 2 – Animação (Construindo Seno e Cosseno)



Fonte: Elaborado pelo autor (software GeoGebra)

Primeiro item

Considere a animação (Construindo Seno e Cosseno), e arraste o botão "mova" até formar um ângulo, cujo valor do seno seja igual ao do cosseno. Observe esse valor e assinale a seguir o menor ângulo positivo em que o valor do seno seja igual ao do cosseno. **Obs.:** Caso tenha dificuldade em arrastar o botão até os ângulos ficarem iguais, pode-se utilizar as setas do teclado para a direita ou para a esquerda.

- A) 30°
- B) 45°
- C) 60°
- D) 90°

Obs.: A resposta correta desse item é B.

3.2. Terceira atividade: As funções trigonométricas Seno, Cosseno e suas inversas, Arco Seno e Arco Cosseno em Circuitos Elétricos

Conteúdo

Estudo das funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas arco seno e arco cosseno, aplicadas à análise de circuitos elétricos.

Objetivo

Contextualizar o uso das funções seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno em problemas reais relacionados à área de eletroeletrônica. A atividade está construída com hierarquia de dificuldades, de modo a facilitar a construção de conceitos com o uso de ferramentas matemáticas na análise de circuitos.

Método

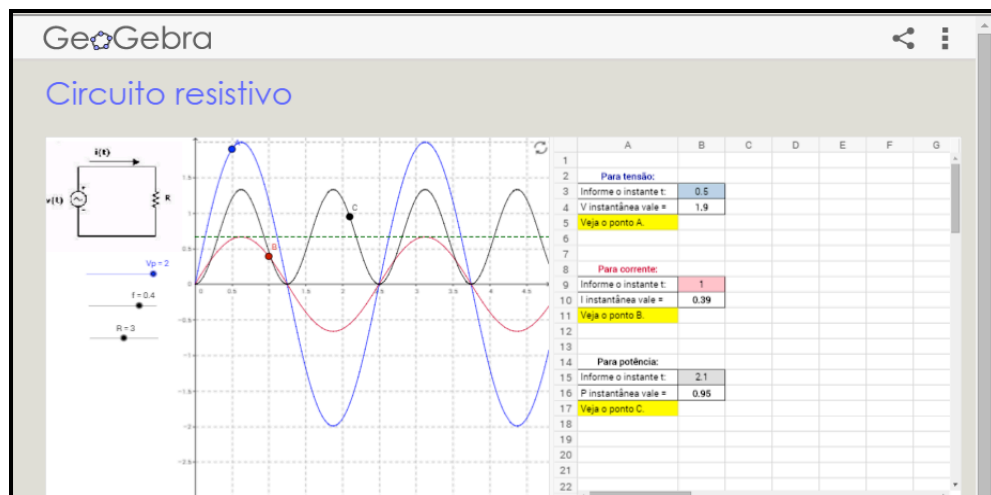
Sequência didática envolvendo situações problemas a serem resolvidas a partir de análise de circuitos e gráficos, bem como aplicação, utilizando o *software GeoGebra* e outras ferramentas.

3.2.1. Primeiro item da terceira atividade

Texto explicativo referente à animação (Circuito Resistivo)

A animação (Circuito Resistivo) tem o objetivo de, através das funções seno e cosseno, analisar os valores instantâneos das grandezas elétricas: tensão, corrente e potência. Na planilha lateral é possível informar o instante desejado e verificar o valor das grandezas na tabela e nos pontos A, B e C. Por fim, o estudante ainda pode arrastar os botões V_p (tensão de pico), f (frequência) e R (resistência) para verificar a influência desses itens no comportamento do circuito.

Figura 3 – Animação (Circuito Resistivo)



Fonte: Elaborado pelo autor (*software GeoGebra*)

Primeiro item

Na animação (Circuito Resistivo), ao variar a frequência f através do botão de rolagem, para um mesmo instante de tempo t , percebemos que há uma alteração na forma de onda senoidal do circuito. Assinale a seguir a alternativa que descreva essa alteração.

- A) O valor de pico da tensão diminui.
- B) O valor de pico da tensão aumenta.
- C) O período da senoidal que representa o pico de tensão aumenta ao diminuir o valor da frequência.
- D) O período da senoidal que representa o pico de tensão diminui ao diminuir o valor da frequência.

Obs.: A resposta correta desse item é C

4. Análise da Aplicação

O tratamento dos dados coletados na aplicação das atividades foi feito a partir da análise de erros como metodologia de investigação e avaliação.

Em Cury (2013), o trabalho investigativo sobre as respostas, em um primeiro momento, pode levar em conta a tarefa inicial de correção, entretanto é necessário ter um objetivo na pesquisa e o levantamento de questões que possam ser investigadas.

Foi utilizada nesta Pesquisa a abordagem qualitativa com a observação dos participantes.

As quatro atividades foram corrigidas e tabuladas relacionando o número de tentativas necessárias para se chegar à resposta correta em cada item. Sendo assim, foi feito um tratamento estatístico das respostas encontradas e, posteriormente, uma análise dos resultados obtidos.

No Relatório de Respostas, utilizado pelo estudante, encontra-se uma categorização das possíveis dificuldades cometidas pelo mesmo, que provavelmente os levou ao erro em determinado item. Os tipos de categorias são descritas a seguir:

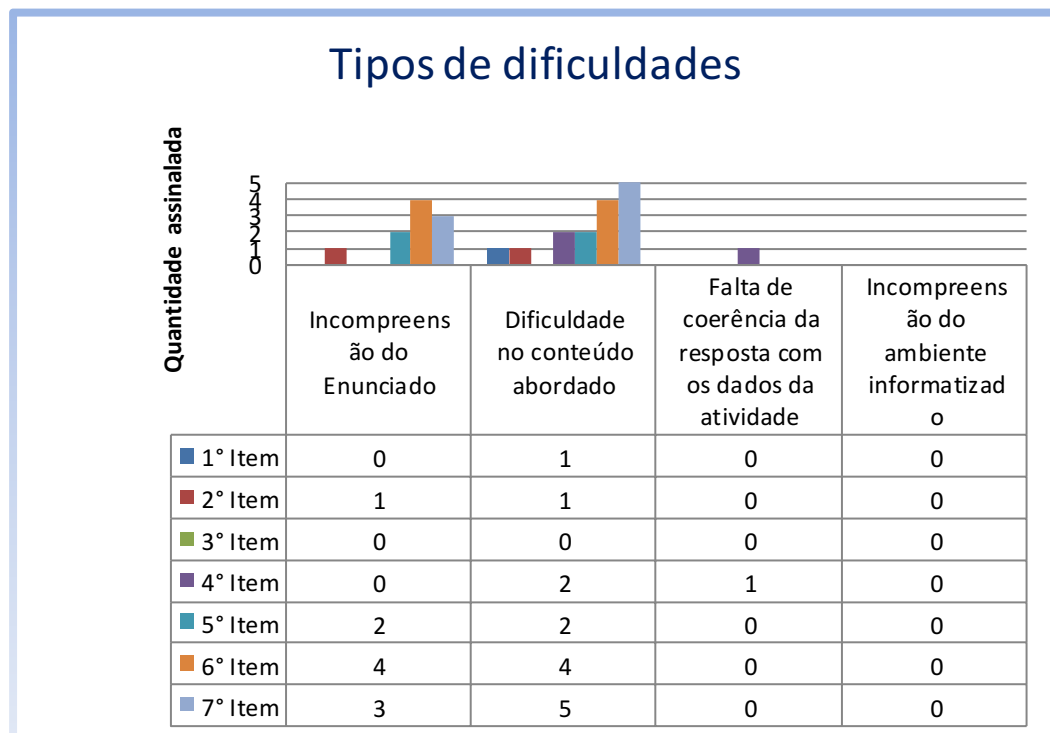
- a) *Incompreensão do enunciado*: relacionada à dificuldade de interpretação do enunciado e/ou dos dados disponíveis no item;
- b) *Dificuldade no conteúdo*: relacionada à defasagem do conteúdo assimilado, possíveis erros na manipulação algébrica ou falta de compreensão dos dados fornecidos no item.
- c) *Falta de coerência da resposta com os dados da atividade*: relacionada à inconsistência entre a resposta e os dados;

d) *Incompreensão do ambiente informatizado*: relacionada à dificuldade no manuseio dos recursos disponíveis no OA.

Obs.: O estudante poderia cometer mais de um tipo de erro na resolução de cada item.

A seguir, o gráfico 1 apresenta o resultado da tabulação das frequências relativas aos tipos de dificuldades por item, da Atividade 2.

Gráfico 1 – Tipos de dificuldades dos estudantes



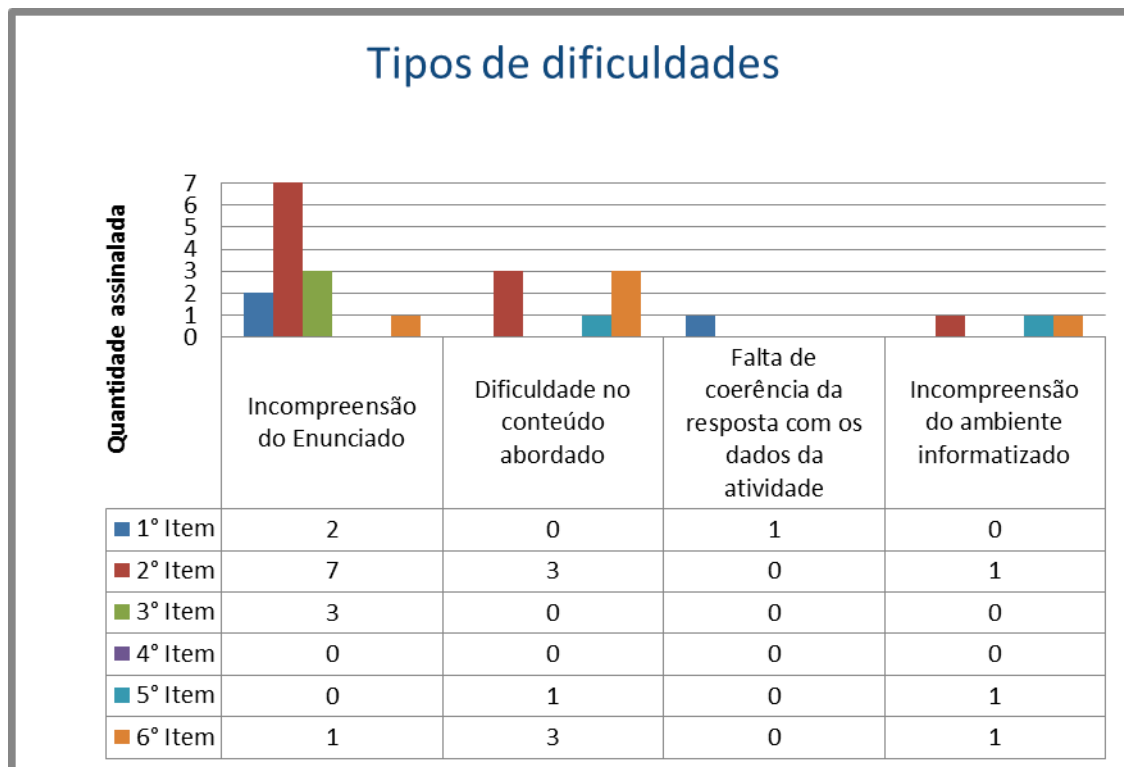
Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com o gráfico 1, podemos ter a seguinte análise:

O OA apresenta-se eficaz, pois pela tabela 2. 15 (quinze) estudantes acertaram este item até a segunda tentativa. Quatro estudantes assinalaram ter dificuldade no conteúdo abordado, fato esse que compromete o entendimento do enunciado, mas não se refere à compreensão do OA.

A seguir, o gráfico 2 apresenta o resultado da tabulação das frequências relativas aos tipos de dificuldades por item, da Atividade 3.

Gráfico 2 – Tipos de dificuldades dos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com o gráfico 2, percebemos que apesar de haverem 3 (três) marcações na coluna de incompreensão do ambiente informatizado, apenas 2 (dois) estudantes, correspondente a 9,5%, assinalaram esse tipo de dificuldade; um deles assinalou no 2° e 5° itens e o outro marcou no 6° item.

5. Considerações Finais

Os registros feitos pelos estudantes durante a execução das atividades e os resultados obtidos pelos estudantes demonstraram que é possível identificar a importância das TIC's durante a aplicação do OA criado.

Elaboramos as atividades desse OA na forma de sequências didáticas, segundo as orientações de Zabala (1998). Desse modo, o estudante teve a oportunidade de aplicar os conceitos de funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, adquiridos através das sequências de atividades desse OA, nos circuitos elétricos e no triângulo de potências, que são objetos de estudo do seu curso técnico.

A partir dos resultados e registros feitos pelos estudantes, podemos concluir que o objetivo de propor uma sequência de atividades com foco na visualização gráfica e de diagramas foi alcançado satisfatoriamente.

Concluimos que o objetivo de desenvolver um OA para o ensino e aprendizagem das funções seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno aplicado aos temas foi contemplado dentro dos limites dessa pesquisa.

Embora o OA apresentado neste artigo obtivesse resultados muito satisfatórios, consideramos que o mesmo ainda poderá receber contribuições, no intuito de aperfeiçoá-lo e torná-lo ainda mais eficaz, para apoio ao ensino e aprendizagem das funções trigonométricas inversas em cursos médio e técnico da área profissional.

Este OA e outros, que estão sendo gerados pelo Projeto de Pesquisa citado, estarão num Repositório de OA's da Educação profissional de domínio público de consultas e para utilização nas aulas de Matemática, tanto no ensino médio, especialmente as primeiras atividades com conteúdo exclusivos de trigonometria, quanto nos cursos de formação profissional, com as últimas atividades em aplicações técnicas.

6. Referências

BOYLESTAD, Robert. L. **Introdução à análise de circuitos**. São Paulo: Pearson, 2004.

CUNHA, Luiz Gonzaga Alves da. **Estudo do comportamento de funções, utilizando objeto de aprendizagem em ambientes educacionais informatizados**, 2014. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte.

CURY, H. N. (2013). **Análise de erros: uma possibilidade de trabalho em cursos de formação inicial de professores**. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba. *Anais...* Curitiba: ENEM-PR, p. 1-15, CD-ROM.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas – São Paulo: Papirus, 2007.

LAUDARES, João Bosco; OLIVEIRA, Adilson Lopes de; MACHADO, Antônio de Souza; ISE, Katumi. FERREIRA; Silvimar Fábio. **Matemática para escolas técnicas industriais e centros de educação tecnológica (Trigonometria)**. Curitiba: CEFET, 1988.

MORAN, José Manuel. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas**. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21º Campinas (SP): Papirus, 2013, p.141-171.

OLIVEIRA, Ramon de. **Informática Educativa: Dos planos e discursos à sala de aula**. 2012 17ª. Campinas : Papirus, 2012.

PINHEIRO, Evandro. **O ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico**, 2008. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas. Belo Horizonte – MG.

RODRIGUES, Adriana. **Produção coletiva de objetos de Aprendizagem: o diálogo na universidade e na escola**. 2006. 120f. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia.

VAZQUEZ, Cristiane Maria Roque. Trigonometria no Ensino Médio: Construção de alguns conceitos. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/schedConf/presentations>

WILEY, David A. **Connecting learning objects to instructional design theory: a definition a metaphor, and a taxonomy**. 2000. **The instructional use of learning objects**. Bloomington: Association for Educational Communications and Technology, 2000.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.