

TRIÂNGULOS - IMPLEMENTAÇÃO DE UMA TAREFA INVESTIGATIVA/EXPLORATÓRIA

Giovanna Mascarenhas Carneiro

Colégio Estadual do Stiep Carlos Marighella

giovanna_carneiro@hotmail.com

Geisa da Costa Cury

Universidade Federal da Bahia

geisa-cury@hotmail.com

Leila Muniz Santos

Faculdade Ruy Barbosa / Faculdade Área 1

lsantos3@frb.edu.br

RESUMO

O presente relato tem por objetivo apresentar algumas reflexões sobre a elaboração e implementação de uma tarefa exploratória envolvendo geometria. A implementação da tarefa ocorreu numa turma de 7º ano do Ensino Fundamental em um colégio estadual de Salvador/BA. O intuito da tarefa é apoiar-se na relação $Si = 180^\circ$ para verificar que a soma dos ângulos externos de um triângulo é 360° , e que a medida do ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes a este. Utilizando para tanto, um kit de triângulos manipuláveis. Esta tarefa foi elaborada pelo grupo Observatório da Educação Matemática (projeto de pesquisa e desenvolvimento, vinculado a UFBA e a UEFS, que tem como propósito desenvolver e disponibilizar na *web* materiais curriculares educativos). O processo de elaboração e implementação desta tarefa ocorreu em sete etapas: estudo do tema, elaboração da tarefa, análise da tarefa pelos membros do grupo, implementação do projeto piloto, refinamento da tarefa pelo grupo, implementação da tarefa numa turma de estudantes do Ensino Fundamental e análise da implementação da tarefa. Uma das conclusões que pudemos observar é que a utilização do material manipulável foi um facilitador no processo de aprendizagem dos estudantes. Os mesmos participaram ativamente da aula, tendo a oportunidade de manipular os triângulos, levantar e refutar conjecturas sobre as relações dos ângulos de um triângulo.

Palavras-chave: Ensino de Geometria, Tarefa Matemática, Triângulos, Material Manipulável.

1. INTRODUÇÃO

No presente relato, apresentaremos algumas reflexões sobre o processo de elaboração e implementação de uma tarefa sobre o estudo de ângulos de triângulos em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental em um colégio estadual de Salvador/BA. A experiência faz parte das ações desenvolvidas no Projeto Observatório da Educação Matemática – Bahia¹. Este é um projeto de pesquisa e desenvolvimento, no âmbito do Programa Observatório da Educação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). O grupo do projeto é composto por estudantes da graduação e pós-graduação, pesquisadores e professores que ensinam matemática na educação básica e na universidade. O principal objetivo do OEM-BA é desenvolver materiais curriculares educativos sobre tópicos de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, como também investigar as repercussões destes materiais no saber-fazer de professores que tomam contato com eles.

Assim, o grupo OEM-BA produz materiais curriculares educativos que são constituídos por: tarefas de cunho investigativo e/ou exploratório, narrativas das aulas produzidas pelos professores, vídeos de aulas, registros dos estudantes, que visam apoiar outros professores a desenvolverem estas tarefas em suas aulas. Compreendemos que material curricular educativo é aquele que visa promover tanto a aprendizagem do aluno quanto a do professor (REMILLARD, 2005). Sendo assim, podemos esperar que tanto a elaboração quanto a utilização de materiais curriculares são práticas que podem proporcionar aprendizagem dos estudantes, assim como dos professores do ensino básico.

Para desenvolver as ações propostas no OEM-BA, o grupo foi dividido em subgrupos, de forma que cada um tivesse um professor da educação básica, um graduando e um estudante da pós-graduação. Cada subgrupo desenvolve material curricular educativo abordando determinado conteúdo curricular matemático e que posteriormente é disponibilizado em um ambiente virtual².

Para a elaboração da tarefa, tivemos como referência a ideia de Stein e Smith, 2009, quando discutem tarefa como um segmento da aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia particular, esta pode envolver vários problemas relacionados ou um único problema mais complexo (STEIN; SMITH, 2009). Sendo assim uma tarefa é tudo aquilo que é pedido aos alunos para fazer.

¹Por vezes, utilizaremos OEM-BA para nos referir ao Observatório da Educação Matemática – Bahia.

² Site: <http://www.educacaomatematica.ufba.br/>

A seguir apresentamos as etapas do processo de elaboração e implementação de uma tarefa cujo objetivo era apoiar-se nas relações $Si = 180^\circ$ para verificar que a soma dos ângulos externos de um triângulo é igual a 360° e que a medida do ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes a ele. Utilizando para tanto, um kit de triângulos manipuláveis.

2. DESENVOLVIMENTO

O processo de elaboração, implementação e análise da implementação desta tarefa ocorreu em sete etapas: estudo do tema, elaboração da tarefa, análise da tarefa pelo grupo de pesquisa OEM-BA, testagem do projeto piloto em quatro estudantes da 7º ano do Ensino Fundamental (não envolvidos na pesquisa), refinamento da tarefa com o grupo OEM-BA, implementação da tarefa na turma de estudantes da 7º ano do Ensino Fundamental (participantes da pesquisa) e análise da implementação da tarefa.

2.1 ELABORAÇÃO

Para elaboração da tarefa tomamos como referência o descritor da prova Brasil³ – D3: *Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos*. Na primeira etapa, fez-se uma revisão de literatura a fim de verificar o que as pesquisas indicam a respeito do tema.

De acordo a orientações do Ministério da Educação e Cultura - MEC (BRASIL, 2008) para a Prova Brasil, o descritor 3 refere-se ao bloco Espaço e Forma: deve verificar a habilidade de o estudante explorar as classificações dos triângulos segundo seus ângulos e segundo seus lados, bem como definições e propriedades das retas especiais que definem a altura, a bissetriz, a mediatriz e a mediana. Além disso, a relação angular de Tales, de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° deve ser conhecida, mas devem ser evitadas manipulações excessivamente algébricas.

Mas as pesquisas continuam apontando para o fato de que a geometria ainda está bastante ausente nas salas de aula. Não é difícil encontrarmos, em algumas pesquisas, declarações

³ O descritor é uma associação entre conteúdos curriculares que traduzem certas competências e habilidades (BRASIL, 2008, p. 18).

alegando que o ensino da Geometria é descartado em função do ensino da Álgebra. Proença e Pirola (2011), por exemplo, argumentam que as questões que envolvem geometria não são abordadas em sala de aula ou são de maneira insatisfatória e isso tem consequência direta nos resultados de provas de avaliação educacional.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998) recomendam que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental sejam explorados conteúdos de geometria. Estes evidenciam que as ideias geométricas são fundamentais na representação e na resolução de problemas e que ela é parte essencial do trabalho desenvolvido na Educação Básica.

Em relação ao estudo de triângulos, os trabalhos de Peres (2004) e Bongiovanni (2007) apontam a necessidade de ampliação dos conhecimentos dos estudantes em relação aos conceitos, propriedades e características dos triângulos. Peres (2004), em seu estudo, percebeu que a maioria dos estudantes apenas classificam os triângulos quanto aos seus lados.

Diante dos resultados observados na realização do estudo sobre o tema, optamos por desenvolver uma tarefa de cunho exploratório, abordando propriedades angulares nos triângulos. Compreendemos que uma tarefa investigativa consiste de tarefas não diretivas, que podem permitir investigação de padrões e regularidades, além de poder permitir várias formas de responder a mesma pergunta (PONTE, 2005). Desta forma, no segundo momento, optamos pela construção de uma tarefa que não utilizasse medidas, para que assim os estudantes pudessem generalizar as propriedades discutidas na tarefa. Para auxiliar a investigação por parte dos estudantes, criamos um kit de triângulos, conforme a figura 1:

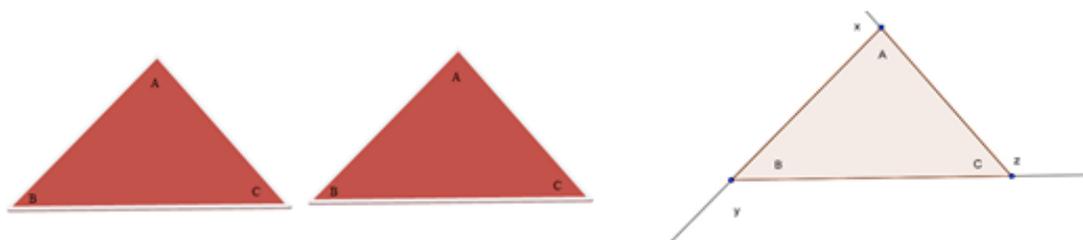


Figura 1: Kit de Triângulos Manipuláveis
Fonte: Elaborada pelas Autoras

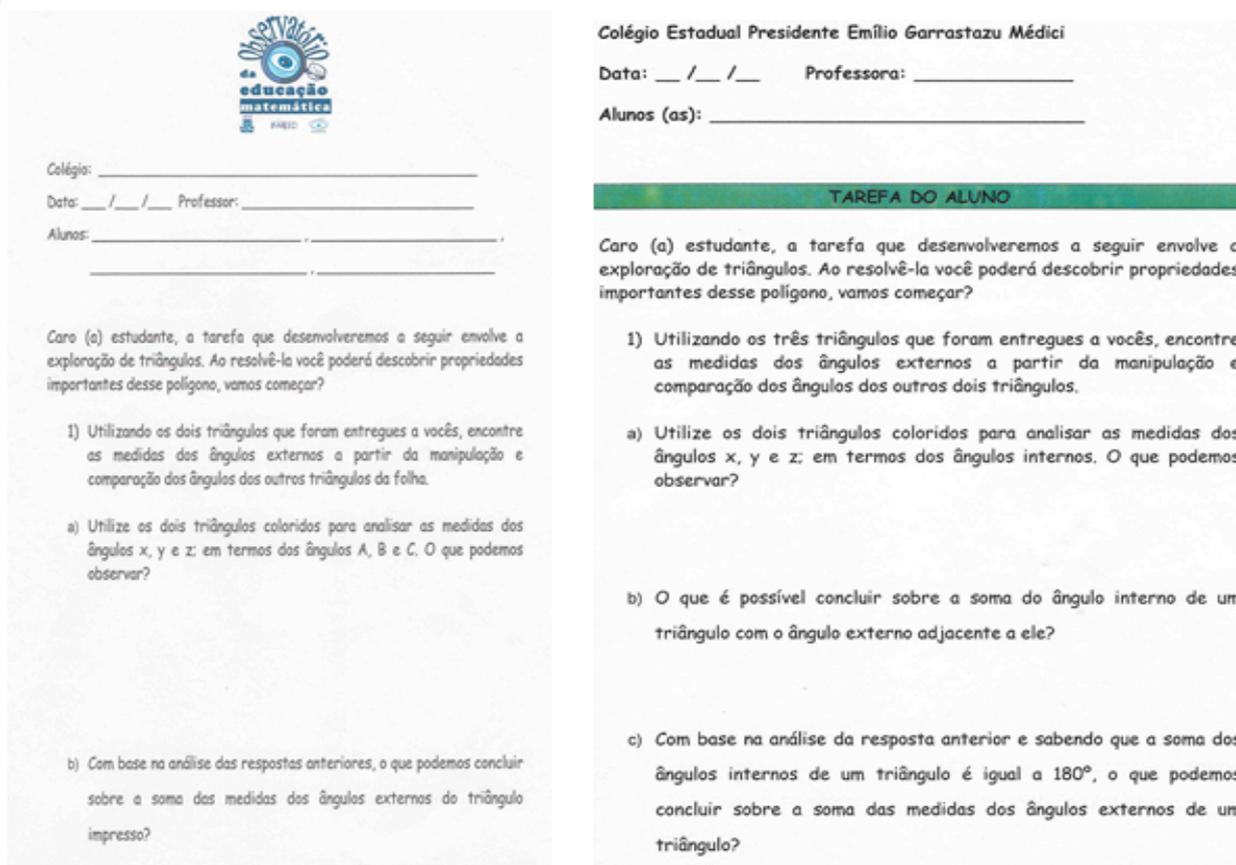
Na terceira etapa, o subgrupo apresentou a tarefa aos demais participantes do OEM-BA para que estes pudessem colaborar na elaboração da mesma. Em seguida, partimos para a quarta etapa, na qual fizemos um experimento (testagem do projeto piloto) aplicando a tarefa

em um grupo de quatro estudantes. Na realização deste, estavam presentes na sala de aula os quatro estudantes não envolvidos na pesquisa, a professora (primeira autora) e as demais participantes do subgrupo (coautoras) que ficaram incumbidas de filmar o teste e registrar observações a respeito do desenvolvimento da tarefa. Este foi um momento de testar a viabilidade da tarefa, observando o tempo de resolução da mesma, se a linguagem das questões estava clara, se a série/ano estava adequada com o nível de conhecimentos exigidos, se havia necessidade de revisar os conteúdos que eram pré-requisitos, e outras observações.

Analisando a implementação do projeto piloto, pudemos observar que a tarefa estava ‘muito aberta’ com desafio elevado para os estudantes. Segundo Ponte, 2005:

Entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está [...] no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planejamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação.

Com pretendíamos desenvolver uma tarefa de cunho exploratório, alteramos a estrutura da tarefa. A mesma era composta de uma questão com dois itens a e b, era necessário um ‘salto’ do item a para o item b, os estudantes não conseguiam desenvolver estratégias para determinar a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo. Então sentimos a necessidade de inserir um item intermediário. Conforme figura 2:



Colégio: _____
Data: ___/___/___ Professor: _____
Alunos: _____

Caro (a) estudante, a tarefa que desenvolveremos a seguir envolve a exploração de triângulos. Ao resolvê-la você poderá descobrir propriedades importantes desse polígono, vamos começar?

1) Utilizando os dois triângulos que foram entregues a vocês, encontre as medidas dos ângulos externos a partir da manipulação e comparação dos ângulos dos outros triângulos da folha.

a) Utilize os dois triângulos coloridos para analisar as medidas dos ângulos x , y e z ; em termos dos ângulos A , B e C . O que podemos observar?

b) Com base na análise das respostas anteriores, o que podemos concluir sobre a soma das medidas dos ângulos externos do triângulo impresso?

Colégio Estadual Presidente Emilio Garrastazu Médici
Data: ___/___/___ Professora: _____
Alunos (as): _____

TAREFA DO ALUNO

Caro (a) estudante, a tarefa que desenvolveremos a seguir envolve a exploração de triângulos. Ao resolvê-la você poderá descobrir propriedades importantes desse polígono, vamos começar?

1) Utilizando os três triângulos que foram entregues a vocês, encontre as medidas dos ângulos externos a partir da manipulação e comparação dos ângulos dos outros dois triângulos.

a) Utilize os dois triângulos coloridos para analisar as medidas dos ângulos x , y e z ; em termos dos ângulos internos. O que podemos observar?

b) O que é possível concluir sobre a soma do ângulo interno de um triângulo com o ângulo externo adjacente a ele?

c) Com base na análise da resposta anterior e sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , o que podemos concluir sobre a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo?

Figura 2: Tarefas
Fonte: Elaboradas pelo OEM-BA

Assim, na quinta etapa, ajustamos a tarefa conforme as considerações observadas.

2.2 IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DA IMPLEMENTAÇÃO DA TAREFA

Com a tarefa ajustada, partimos para sua implementação numa turma do 7º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual do Stiep Carlos Marighella, localizada no município de Salvador, na Bahia, em dezembro de 2013. Esta turma era composta de 32 estudantes devidamente matriculados, porém, no dia da realização da tarefa estavam presentes 24 estudantes. Assim, como na realização do projeto piloto, também estavam presentes na sala as demais participantes do subgrupo, que ficaram responsáveis pela filmagem da aula e também registravam observações a respeito da implementação da tarefa.

A tarefa contida nesse material tinha por objetivo apoiar-se nas relações $Si = 180^\circ$ – a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° – para verificar que a

soma dos ângulos

externos de um triângulo é igual a 360° , bem como a medida do ângulo externo de um triângulo é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Para realização da tarefa, a turma foi organizada em seis grupos de quatro estudantes. Como ponto de partida, a professora iniciou a aula com uma conversa participada com os estudantes a respeito da presença dos triângulos na nossa vida cotidiana. Nesse momento, os estudantes reagiram de forma bastante entusiasmada e deram exemplos diversificados de elementos do cotidiano que têm o formato triangular. Essa conversa inicial, a priori, foi produtiva na medida em que notamos que a turma esboçou um interesse inicial quanto a realização da tarefa. Na sequência da aula, a professora evidenciou para aos estudantes que o nosso objetivo com essa tarefa seria descobrir propriedades importantes dos triângulos.

A referida tarefa foi elaborada numa perspectiva que prioriza a exploração matemática pelos estudantes, por isso, a professora teve a preocupação em distribuir o kit de triângulos manipuláveis e solicitou a turma um voluntário para fazer a leitura da tarefa e posteriormente respondessem as questões contidas na mesma.

Os estudantes realizaram discussões entre si a respeito da tarefa, bem como das estratégias que seriam mobilizadas para resolver as questões propostas. Nesse momento, os estudantes discutiram a tarefa, sem intervenção da professora. Eles começaram a manipular os triângulos coloridos de modo a formar um paralelogramo (ver figura 3). Sem relacioná-los ao triângulo impresso.



Figura 3: Construção de um paralelogramo pelos estudantes

 Fonte: Fonte de Pesquisa

Além dessa construção supracitada, percebemos outros indícios, na fala e nas ações dos estudantes, que denotavam dúvidas a respeito dos enunciados de cada questão. Assim, a

professora

decidiu que, nesse momento, seria necessária sua mediação para a realização dessa tarefa. Para tanto, fez uma analogia a um quebra-cabeça para que os estudantes pudessem vislumbrar a possibilidade da sobreposição dos ângulos internos no ângulo externo não adjacente a ele, ou seja, eles poderiam unir os ângulos dos triângulos coloridos a fim de formar os ângulos externos, como pode ser visto na figura 4.

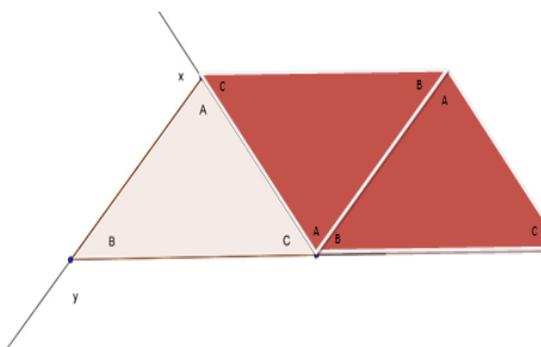


Figura 4: Formação do Ângulo Externo
Fonte: Elaborada pelas Autoras

Outro fato que merece ser destacado, é que durante a resolução do item a: *[Utilize os dois triângulos coloridos para analisar as medidas dos ângulos x , y e z em termos dos ângulos internos. O que podemos observar?]*, alguns estudantes expressaram que o ângulo externo era um ângulo interno e outro ângulo interno (exemplo: $Z = A e B$), ou seja, não usavam o termo adição. Nesse momento, percebemos que os estudantes compreendiam o que foi solicitado no item a, mas não estavam conseguindo expressar-se utilizando linguagem matemática. Para apoiá-los nessa situação, a professora fez perguntas provocadoras que os induziam a relacionar o conectivo ‘e’ à operação aritmética da adição, como transcrito no diálogo a seguir:

Professora: *Z você disse que é o quê ?*

Estudante 1: *A vírgula B*

Professora: *O que é vírgula?*

Estudante 2: *A e B*

Professora: *O que é ‘e’? O que a vírgula e o ‘e’ representam, aí para vocês?*

Estudante 3: *A e B*

Professora: *O que é ‘e’, aí nesse caso? Em matemática, o que seria esse ‘e’? Alguma operação?*

Estudante 2: *A + B, soma.*

Durante a resolução da tarefa, nos chamou a atenção também o fato dos estudantes apresentarem certa dificuldade em fazer generalizações algébricas sem a utilização de instrumentos de medição, como transferidor, compasso, *etc.* Por exemplo, durante as discussões sobre o item a e b os estudantes já reconheciam que a soma das medidas dos

ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , entretanto, ao questioná-los sobre a medida de cada ângulo interno, eles afirmavam que cada ângulo media 60° .

Do ponto de vista matemático, há um equívoco nessa afirmação, pois nem todo triângulo é equilátero. Nesse sentido, a professora fez algumas provocações e mostrando figuras que representavam triângulos com medidas de ângulos, que sem a utilização do transferidor, seria possível inferir que se tratava de ângulos diferentes. Acreditamos que essa estratégia levou os estudantes a refletirem mais sobre tal questão.

No item c da tarefa, esperava-se que os estudantes fizessem a soma de cada ângulo externo com o interno adjacente a ele ($X + A + Z + C + Y + B$). Essa soma teria como resultado 540° . Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , poderíamos substituir $A + B + C$ por 180° e então teremos $X + Y + Z + 180^\circ = 540^\circ$. Esse momento caracterizou-se como um dos mais críticos da tarefa, pois nem todos os estudantes vislumbraram a possibilidade da substituição de $A + B + C$ por 180° . Sendo assim, a professora utilizou mais uma vez a releitura das questões e algumas provocações para que a turma percebesse tal possibilidade, conforme diálogo abaixo:

Professora: *Releia a questão! O que é A, o que é B, o que é C?*

Estudante: *São ângulos!*

Professora: *Que tipo de ângulo?*

Estudantes: *Interno.*

Professora: *Então, o que você sabe a respeito deles?*

Estudante: *Que a soma deles é 180° .*

Professora: *Como podemos utilizar essa informação para resolver a questão.*

Estudante: *Hum.... Não sei!*

Professora: *O que você escreveu aí?*

Estudante: $X + A + Z + C + Y + B = 540^\circ$

Estudante: *Ah! Então eu tenho que tirar 180° , por que aí, sobra só os de fora.*

Professora: *Certo, então qual é a soma dos ângulos externos de um triângulo?*

Estudante: $540^\circ - 180^\circ$, que dá 360° .

A etapa da sistematização foi realizada com uma explanação do que havia sido discutido na tarefa, com a participação dos estudantes. Neste momento, eles participaram ativamente, sistematizando, generalizando as ideias propostas na tarefa. Além disso, foi possível notar, a partir das respostas dadas pelos estudantes, que os dois objetivos delineados pela tarefa: verificar que a soma dos ângulos externos de um triângulo é igual a 360° e que a

medida do

ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes a ele; foram alcançados pela maioria da turma.

Na última etapa, que começa após a implementação da tarefa, é desenvolvida a narrativa a qual a professora relata como observou sua aula. Além disso, analisamos toda implementação da tarefa utilizando a filmagem da aula e a solução da tarefa feita pelos estudantes. Com a filmagem, destacamos momentos da aula que foram mais relevantes e separamos em pequenos vídeos, os quais; descrevemos, analisamos e sugerimos alguma ação que possa ser feita de forma diferente. O mesmo acontece com o registro da tarefa dos estudantes. Estes compõem o Material Curricular Educativo que são disponibilizados no site.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os resultados obtidos na implementação da tarefa feita pelos estudantes concluímos que trabalhar com tarefas exploratórias enriqueceu os processos de ensino e aprendizagem. E também, que a utilização do kit manipulável foi um facilitador no processo de aprendizagem dos estudantes.

Ao final da aula, os estudantes deram um *feedback* positivo sobre a tarefa. Segundo eles, a tarefa além de ser interessante, proporcionou novas descobertas sobre triângulos. Para professora (primeira autora) a implementação foi um desafio em sua prática pedagógica, por se tratar de uma atividade de exploração aplicada em uma turma que estava habituada a desenvolver atividades mais direcionadas a realização de exercícios.

Segundo a professora, desenvolver a tarefa em um ambiente de caráter exploratório, permitiu a interação entre professor e estudante, e também entre os estudantes. Possibilitou a professora compreender os procedimentos matemáticos, as diferentes formas de representações dos estudantes, estratégias utilizadas que, muitas não são descritas por eles. Neste ambiente os estudantes são estimulados a argumentar, a utilizar diferentes representações matemáticas, e assim contribuindo para o desenvolvimento do pensamento cada vez mais independente e crítico dos estudantes.

Ressaltamos também a importância do vínculo criado entre os pesquisadores, os graduandos e os professores da educação básica. A participação neste grupo colaborativo – OEM-BA propicia um ambiente de diálogo e interação, onde discutimos, analisamos, refletimos e investigamos questões educacionais, buscando compreender, transformar; inspirando, assim, constantes melhorias no ensino e na aprendizagem da educação básica.

No

desenvolvimento de atividades colaborativas, acontece uma troca de experiências, de conhecimentos, e, de fato, uma colaboração entre os três grupos em função dos estudos, das discussões, das contribuições compartilhadas. Os professores da escola básica trazem um saber de experiência prática relativo ao ensino nas escolas, conhecem as condições e as possibilidades do trabalho docente. Os pesquisadores e/ou professores universitários, por sua vez, contribuem com um saber de experiência teórica e metodológica que permite analisar, interpretar e compreender as práticas escolares vigentes. E os graduandos, futuros professores, participam suas competências e habilidades no uso das tecnologias de informação e comunicação (FIORENTINI, 2012).

A partir da nossa participação, acreditamos que o nosso trabalho colaborativo estabelece uma ponte entre escola e universidade, oferecendo assim, possibilidades na construção de novas práticas de ensino, no desenvolvimento de matérias curriculares, convidando todos os participantes a serem corresponsáveis na construção da Educação.

4. REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, Vincenzo. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**. Santa Catarina – UFSC, v.5, p. 94-106, 2007. Disponível em: <http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/documentos/documento_132.pdf>. Acessado em: 29 de fevereiro de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Secretaria de Educação e Cultura. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: Ministério da Educação – MEC, SEB, Inep, 2008.

FIORENTINI, Dario. Investigar e Aprender em Comunidades Colaborativas de Docentes da Escola e da Universidade. In: **XVI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino – UNICAMP** – Campinas, 2012.

Observatório da Educação Matemática – Bahia. Ambiente Virtual. **Observatório da Educação Matemática**. Disponível em: <<http://www.educacaomatematica.ufba.br/>>. Acessado em: 29 de fevereiro de 2016.

PERES, G. J. O Triângulo e Suas Propriedades um Estudo de Caso Com Alunos do Ensino Médio. In: **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática** – UFP – Pernambuco, 2004. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/09/CC97996068615.pdf>>. Acessado em: 29 de fevereiro de 2016.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. In: **O professor e o Desenvolvimento Curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. O Conhecimento de Polígonos e Poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos. In: **Ciência e Educação**. São Paulo, v. 17, 2011. p. 199-217.

STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Tarefas Matemáticas como Quadro para Reflexão: da investigação à prática. In: **Educação e Matemática**, n. 105, 2009. p. 22-28.

REMILLARD, J. T. Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. In: **Review of Educational Research**, v. 75, n. 2, 2005. p. 211-246.