

TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO PLANO: ATIVIDADES PARA O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pedro Henrique da Silva
Universidade Federal de Ouro Preto
pedrohsufop@yahoo.com.br

Marger da Conceição Ventura Viana
Universidade Federal de Ouro Preto
margerv@terra.com.br

RESUMO

As atividades deste minicurso integram uma pesquisa de natureza qualitativa tendo sido uma turma do 8º Ano do Ensino Fundamental a constituição da amostra. Tais atividades envolvem transformações geométricas objetivando contribuir para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Geometria Euclidiana Plana relacionados com a congruência de figuras planas, tendo como fundamentação teórica o Paradigma Histórico Cultural de Vygotsky.

1. Introdução e Objetivo

O ensino de Geometria no Brasil, segundo Bilac (2008), pode-se dividir em três períodos: Entre os anos de 1955-1965, em que se destaca a “aprendizagem da nomenclatura de linhas e figuras, o cálculo de perímetros, áreas e volumes” (BILAC, 2008 p.14). Entre os anos de 1966 - 1975, quando o ensino foi influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna, ocasionando uma diminuição no estudo da geometria tratando pontos, retas e planos em termos de conjuntos. Entre os anos de 1976-1998, surge interesse pelo resgate da geometria, dando origem ao desenvolvimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Este resgate, focando-se na Geometria das Transformações, pode ser verificado em alguns recortes dos últimos PCN de 1998. Que tem como alguns dos objetivos:

produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais (BRASIL, 1998, p. 82).

Em relação à seleção de conteúdo, os PCN destacam a importância das transformações geométricas, a fim de desenvolver habilidades de percepção espacial e indução de forma experimental à descoberta, além disso, é fundamental que os estudos sejam realizados “a

partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p.48).

Associando o estudo da Geometria à arte, desenvolvem-se habilidades de percepção e de visualização dos conceitos geométricos, sendo possível utilizar diferentes contextualizações, principalmente, a arte para abordar o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Além disso, segundo os PCN, o estudo das Transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) “é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência” (BRASIL, 1998, p.124).

Embora esse conteúdo seja sugerido nos PCN (BRASIL, 1998), segundo Bilac (2007), não tem sido abordado nas escolas e poucas vezes tratado nas Licenciaturas em Matemática.

Com isso, o tema a ser desenvolvido neste minicurso tem como foco o estudo da Geometria das Transformações, ou melhor, as transformações geométricas, que não chegou a ser totalmente incluído nas escolas, embora faça parte dos PCN (BRASIL, 1998).

Por essas razões, julga-se importante que, na condução do processo de ensino aprendizagem da geometria, sejam utilizadas as transformações geométricas.

Assim sendo, o objetivo deste minicurso é proporcionar aos cursistas um meio auxiliar para a condução do processo de ensino aprendizagem de transformações geométricas. Espera-se que isto ajude a desvendar possíveis contribuições deste enfoque ao processo de ensino aprendizagem de tópicos da Geometria Euclidiana Plana para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, entre eles a congruência geométrica.

2. Aspectos Teóricos

A Geometria das Transformações teve seus primeiros passos no período do renascimento. Segundo Mabushi (2000), os arquitetos se interessaram pela representação plana de figuras espaciais a partir do ponto de vista constituído pelo próprio olho. Desenvolveram o estudo da projeção central, ainda chamada de projeção cônica, e, em particular, a noção de ponto de fuga.

De fato, no século XV surgiram alguns elementos de perspectivas. A relação entre a arte e a Matemática também era forte na obra de Leonardo da Vinci (1452-1519), e a mesma

combinação de interesses artísticos e matemáticos se encontra em Albrecht Durer (1471-1528), na Alemanha. As noções renascentistas sobre perspectiva matemática seriam expandidas mais tarde para um ramo da geometria. A preocupação dos pintores e artistas em representar objetos do espaço fez surgir a ideia de projeções centrais e paralelas e, conseqüentemente, aparecerem as noções de geometria projetiva e de descritiva, importante na gênese do conceito de transformações.

Um personagem importante na história da Geometria das Transformações foi o matemático alemão Felix Klein (1849-1925), que impressionado com as possibilidades unificadoras do conceito de grupo, dedicou-se a desenvolver, aplicar e popularizar tal conhecimento. Numa aula inaugural em 1872, quando se tornou professor na Universidade de Erlangen, mostrou como o conceito de grupo podia ser aplicado para caracterizar as diferentes geometrias elaboradas até o século XIX. Isto foi mostrado na conferência que ficou conhecida como Programa de Erlanger.

Segundo o estudo de Viana (2004), decorreu das ideias do matemático Felix Klein no início do século XX, a atualização do currículo da Matemática, pois ele sentia necessidades de reforma do ensino de Matemática, o que de fato ocorreu após as duas guerras, na década 50 do mesmo século. Da ideia de atualização passou-se à de modernização.

Segundo Matos (2006),

Designa-se por *Matemática Moderna* uma reforma curricular que ocorre um pouco por todo o mundo entre a segunda metade dos anos 50 e a primeira metade dos anos 70 do século passado. Trata-se de um movimento procurando renovar fundamentalmente o ensino da Matemática. Um seu traço marcante é a preocupação com uma renovação dos conteúdos, adotando grandes eixos organizadores do currículo, que vai ser centrado em grandes estruturas que na época se pensava estarem na base de toda a matemática conhecida (MATOS, 2006, s/p).

Viana (2004) afirma que no Brasil ocorreram influências nos conteúdos, com valorização de sentenças matemáticas na resolução de problemas e da Álgebra em detrimento da Geometria. Muitos professores, não dominando os novos conteúdos, repetiam o que continham os livros-textos. Não abordaram a Geometria de Transformações e abandonaram a euclidiana.

A transformação geométrica no plano é uma aplicação bijetora do conjunto de pontos do plano sobre si mesmo. As principais transformações no plano euclidiano são as translações, reflexões (axial e central), rotações e homotetias. A imagem de uma figura por

uma transformação geométrica é o conjunto de pontos que são imagens de pontos de figuras pela transformação.

Segundo Bastos (2007) no ensino básico e secundário (atual Ensino Médio) existe uma discussão sobre o ensino e aprendizagem das transformações geométricas. De uma maneira geral, essa discussão envolve as isometrias, as translações, as rotações, as reflexões e todas as suas composições. No entanto, quando se aborda o conceito de semelhança no ensino básico, raramente se trabalha o tema encaixado no das transformações geométricas do plano ou do espaço. Normalmente, limita-se a ensinar figuras semelhantes, em especial triângulos (lados proporcionais e ângulos congruentes) e utilizar isto em exercícios e problemas (BASTOS, 2007).

3. Metodologia

Durante o minicurso serão discutidas as vantagens de se introduzir o estudo da congruência e da semelhança de figuras planas (em particular dos triângulos) a partir das transformações geométricas, alguns aspectos teóricos desse tema, bem como as idéias fundamentais sobre as transformações geométricas.

A seguir, serão apresentadas algumas sugestões de atividades sobre as translações e reflexões, usando recursos manipulativos, dobraduras, desenhos, aplicações na natureza, na Arquitetura, nas Artes, etc. Também serão usadas projeções usando o datashow e o software GeoGebra (caso haja disponibilidade da Internet). Para que haja uma interação efetiva dos participantes, sugerimos que sejam abertas até 20 vagas.

Para exemplificar, apresentamos duas atividades relacionadas com as *translações*.

Atividade 1: Traçar a imagem de uma figura plana por uma translação.

- a) Usando figuras (triângulos, bandeirinhas, letras, etc.) e flechas (vetores de translação) recortadas em cartolina sobre uma folha de papel, conforme mostra a figura 1. Exemplo:

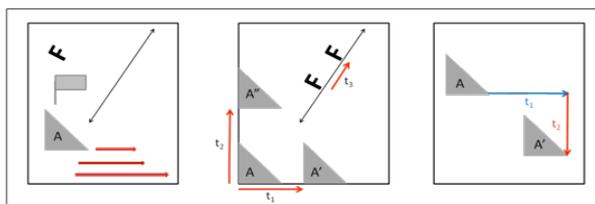


Figura 1: Deslizamento de figuras sobre uma folha de papel

Os alunos desenham as imagens das figuras planas considerando as translações indicadas t_1 , t_2 , t_3 , etc. São usadas as bordas da folha de papel, ou retas traçadas na folha. Também poderão desenhar a imagem de uma figura considerando uma translação seguida de outra (composição de translações).

- b) Usando carimbos de figuras. Reunidos em grupos, um aluno apresenta para os colegas uma folha de papel com uma figura feita com um carimbo e um vetor de translação. Os colegas devem indicar a imagem da figura usando o carimbo.
- c) Usando papel transparente para decalcar as figuras e os vetores de translação.

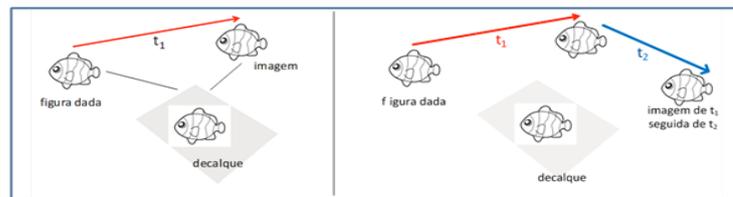


Figura 2: Traçado de imagem usando decalque.

Após copiar a figura, o aluno esfumaça o seu verso com lápis e, em seguida, traça a sua imagem considerando o vetor de translação t_1 , conforme mostra a figura 2. Também poderá traçar a imagem da figura considerando uma translação seguida de outra.

- d) Usando geoponto (folha de papel com pontos) e indicando o vetor de translação.

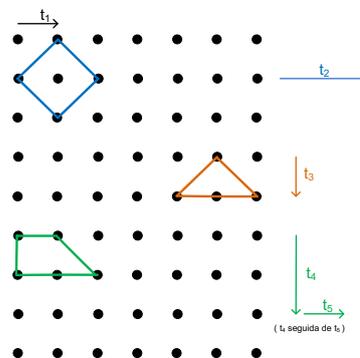


Figura 3: Traçado de imagem usando geoponto

e) Usando o plano cartesiano.

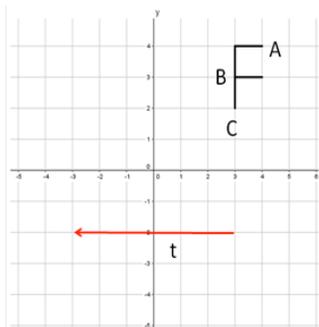


Figura 4: Traçado de imagem usando decalque

Inicialmente, os alunos traçam a imagem da figura pela translação t . Os pontos da imagem correspondentes a A , B e C são nomeados com A' , B' e C' , respectivamente. Em seguida poderão encontrar o valor de x ou de y em pares como:

$$A(4, 4) \qquad A'(-2, y)$$

Em todas as situações anteriores o aluno é estimulado a descobrir, reconhecer e utilizar: direção, sentido e comprimento de uma translação; paralelismo e igualdade dos segmentos que unem cada ponto da figura à sua imagem, identificação das translações pelas coordenadas do vetor. Também são propostas aos alunos que: encontrem a figura inicial, sendo conhecidos sua imagem e o vetor da translação; encontrem o vetor da translação, sendo dadas uma figura e sua imagem. Além disso, são também exploradas as propriedades das translações:

- todos os pontos efetuam deslocamentos iguais;
- a translação conserva os comprimentos;
- a translação conserva os ângulos;
- a translação conserva a forma da figura.

Daí é examinada a congruência das figuras.

Atividade 2: Explorar as translações nas artes.

- Construir faixas decorativas usando as translações e identificar translações em faixas decorativas.

Exemplo: Construir uma faixa gerada por uma ou mais figuras (motivos) e uma ou mais translações.



Figura 5: Faixa decorativa gerada por motivos e translação

Qual foi o motivo que gerou a faixa? Qual foi a translação considerada?

b) Identificar translações nas artes.

Identifique motivos e translações em cada composição.

4. Referências Bibliográficas

BASTOS R. *Transformações geométricas*. Grupo de trabalho de geometria da APM. Set/ Out 2007.

BILAC, C. U. *Possibilidades da aprendizagem de transformações geométricas com o uso do Cabri-Géomètre*. 2008.191f. Mestrado Profissional em Ensino Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

BRASIL, MEC – Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental: Matemática*. Brasília, 1998.

MABUCHI, S. T. *Transformações Geométricas - A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores*. PUC – São Paulo, 2000 Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_setsuko_mabuchi.pdf>. Acesso em 20/08/2014.

MATOS, J. *A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor*. Revista Iberoamericana de Educação Matemática, p. 91-110, 2006.

VIANA, M. C. V. O Movimento de Matemática Moderna e suas implicações no ensino de 1º e 2º graus no Brasil. *Escritos Sobre Educação*, Ibirité-MG, v.3, n.1, p. 27-40, 2004.