

AS POTENCIALIDADES DE UMA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE COMBINAÇÃO SIMPLES NA VISÃO DE PROFESSORES

*Jean Lázaro da Encarnação Coutinho
Instituto Federal da Bahia
jeancoutinho@ifba.edu.br*

*Jonei Cerqueira Barbosa
Universidade Federal da Bahia
jonei.cerqueira@ufba.br*

Resumo:

Neste trabalho, buscamos analisar as potencialidades de um modelo teórico de uma Matemática para o Ensino de combinação simples na visão de professores. Para tanto, foi proposto um estudo coletivo com professores com experiência no ensino de Análise Combinatória, no intuito de cumprir tal objetivo. Os resultados sugerem potencialidades para o ensino do conceito de combinação simples a partir do conhecimento do modelo.

Palavras-chave: Ensino; Combinação Simples; Professores.

1. Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais orientam a discussão da Análise Combinatória nos currículos escolares (BRASIL, 1997). Apesar dessa proposta, o que vemos com mais frequência e de maneira explícita é a restrição do tema ao produto cartesiano (PESSOA; BORBA, 2009). Considerando a importância do ensino de Análise Combinatória no desenvolvimento matemático do aluno (PESSOA; BORBA, 2010; LOPES; REZENDE, 2010), alguns pesquisadores, como Borba, Pessoa e Rocha (2013), atentam para relevância do seu ensino desde os anos iniciais.

O não tratamento da Análise Combinatória nos anos iniciais pode estar na formação matemática do professor que atua nesse nível de ensino. Sabo (2007) indica que alguns professores afirmam não possuir os conceitos deste ramo matemático solidificados, o que dificulta a abordagem do tema ou a sua redução à aplicação de fórmulas. A partir dessa análise, consideramos que um dos fatores que devem gerar problemas no ensino de Análise Combinatória ao longo do currículo da educação básica é a formação docente.

Tomando como base as dificuldades de alguns professores ao tratar problemas combinatórios em que a ordenação dos elementos não geram novas possibilidades (BORBA; PESSOA; ROCHA, 2013), focamos, neste estudo, o conceito de *combinação simples*.

Nesse sentido, o presente estudo analisa as potencialidades de um modelo teórico de uma Matemática para o Ensino de *combinação simples* (COUTINHO; BARBOSA, 2016) na visão de professores. Na próxima seção explanaremos sobre tal modelo.

2. Uma Matemática para o Ensino de combinação simples

A expressão Matemática para o Ensino vem sendo utilizada para referir-se a uma Matemática específica do professor utilizada em sua prática de ensino (DAVIS; RENERT, 2014; COUTINHO; BARBOSA, 2016). Por ser específica, possui características próprias que são explicitadas em toda ação com fins de ensino como textos dos livros didáticos, orientações curriculares, literatura científica, no curso com professores e nas diversas salas de aula onde ocorre o ensino de Matemática.

Entendemos que essa Matemática pode ser capturada e modelada teoricamente. Concebemos Matemática para o Ensino como “[...] um modelo teórico que apresenta a variabilidade de formas com que esse conceito pode ser comunicado” (COUTINHO; BARBOSA, 2016, p. 22). Tratamos a ideia de comunicar como a mobilização do conceito por meios ou agentes – professores e alunos – envolvidos na ação de ensinar.

Coutinho e Barbosa (2016), a partir da captura das diversas formas com as quais o conceito de *combinação simples* foi comunicado em artigos avaliados pelo sistema WebQualis do portal da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) com classificações de A1, A2, B1 e B2 nas áreas de Educação e Ensino, identificaram uma variabilidade de nove formas de comunicar tal conceito através de:

- a) Definição formal – apresentação formal das relações e propriedades envolvidas no conceito;
- b) Fórmula – contagem das possibilidades de um dado agrupamento sem a necessidade de enumerá-los;
- c) Diagrama de árvores – visualização completa da estrutura do problema;
- d) Tabela – apresentação de todas as possibilidades do agrupamento;

- e) Desenho - representação das possibilidades que satisfazem as características do agrupamento;
- f) Listagem – enumeração das possibilidades que satisfazem as características do agrupamento;
- g) Ordenação irrelevante – comunicar que a ordem de escolha dos elementos que compõem um agrupamento não gera novas possibilidades.
- h) Comparação com arranjo – contraste entre as duas técnicas de contagem;
- i) Objetos concretos ou virtuais – manipulação de objetos com intuito de montar um agrupamento que satisfaça as características de um determinado problema.

A partir dessas formas, Coutinho e Barbosa (2016) propuseram uma Matemática para o Ensino do conceito de *combinação simples* a partir de uma revisão sistemática de literatura (Quadro 1).

Quadro 1 – Matemática para o Ensino de combinação simples

Se combinação simples é concebida no panorama...	Breve descrição:	A estratégia é...	O resultado é interpretado como...
Formalista	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir da definição matemática formal.	Compreender os invariantes (relações e propriedades) que compõem o conceito.	Uma quantidade de agrupamentos que satisfazem as características pré-estabelecidas.
Instrumental	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir do uso de fórmulas e é caracterizado pelo foco em procedimentos mecânicos de cálculos.	Substituir cada incógnita da expressão $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ pela respectiva quantidade atribuída no problema em questão.	O valor obtido após procedimento do cálculo.
Ilustrativo	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir de diversas representações ilustrativas e é caracterizado pelo	Representar por meio de diagrama de árvores, desenhos, listagens, tabelas ou objetos concretos/virtuais, todos – ou em parte -	A quantidade de agrupamentos que foram visualizados pela estratégia escolhida.

	foco em procedimentos visuais.	os elementos que serão contados.	
Comparativo	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir do contraste com o conceito de arranjo simples.	Contar os subconjuntos indistintamente em relação à sua ordem e depois excluir todos os subconjuntos excedentes em que os elementos que os compõem se repetem.	A quantidade de subconjuntos restantes após as exclusões.

Fonte: Coutinho e Barbosa (2016, p. 21)

Concluíram que tal modelo sugere possibilidades diversas para a comunicação do conceito na tarefa de ensinar do professor. A partir desse modelo, inspirados metodologicamente no Estudo do Conceito (DAVIS; RENERT, 2009, 2014), propusemos um estudo com professores com alguns objetivos. Primeiro, levá-los a construção de um modelo a partir de suas experiências profissionais. Como segundo passo, comparar com o modelo obtido no estudo de Coutinho e Barbosa (2016) e, posteriormente, analisarem as potencialidades de conhecer tais modelos. Neste trabalho, teremos como foco o último objetivo.

3. Uma discussão com professores

Inspirados metodologicamente no Estudo do Conceito (DAVIS; RENERT, 2009, 2014), focalizamos um grupo de seis professores (Quadro 2), com experiência no ensino de Análise Combinatória, trabalhando coletivamente. Nesse ambiente analisamos qualitativamente os entendimentos das potencialidades que os mesmos compartilhavam referentes ao modelo teórico Matemática para o Ensino de *combinação simples*.

Quadro 2 - Perfil dos professores participantes

IDENTIFICAÇÃO	TEMPO DE DOCÊNCIA ¹	NÍVEL DE ATUAÇÃO EM QUE TRABALHA OU TRABALHOU COM AC
Professor Alberto	32 anos	Fundamental
Professor Bianco	15 anos	Médio
Professora Carla	12 anos	Médio e Superior

¹ Na época.

Professor Diogo	13 anos	Fundamental, Médio e Superior
Professora Elba	15 anos	Fundamental, Médio e Superior
Professor Fausto	06 meses	Médio

Fonte: Elaborado pelos autores

O Estudo do Conceito proposto por Davis e Renert (2009, 2014) compreende um grupo de professores interagindo em uma estrutura colaborativa que analisa e elabora entendimentos sobre um conceito matemático.

Seguindo os pressupostos do Estudo do Conceito e ao final de oito encontros com quatro horas de duração, os professores propuseram uma lista com sete diferentes formas utilizadas para comunicar o conceito de *combinação simples* em sala de aula:

- a) Diagrama de árvores;
- b) Definição formal;
- c) Listagem dos agrupamentos;
- d) Fórmula;
- e) Ordenação irrelevante dos elementos;
- f) Contagem dos agrupamentos usando modelos concretos;
- g) Comparação com arranjo.

A partir desta lista e das discussões coletivas sobre cada um dos itens propusemos um modelo de uma Matemática para o Ensino de *combinação simples* a partir da visão de professores que ensinavam Análise Combinatória (Quadro 3).

Quadro 3 – Modelo.

Panorama	Breve descrição	A estratégia utilizada é...	O resultado é interpretado como...

Formalista	O conceito de <i>combinação</i> é caracterizado em termos de uma generalização da contagem de elementos de um dado subconjunto os quais possuem características definidas.	Compreender as relações e propriedades que validam o agrupamento como <i>combinação simples</i> .	A quantidade de agrupamentos que atendem os requisitos pré-estabelecidas.
Instrumental	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir do uso de fórmulas e a característica principal está no procedimento instrumental / mecânico na busca de soluções através de cálculos, pela fórmula: $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ em que n representa a quantidade de elementos do conjunto do qual se quer tomar p elementos distintos.	Trabalhar com a substituição de n e p da expressão $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ pelos respectivos valores atribuídos a eles no problema em questão.	O valor numérico obtido após procedimento de substituição e cálculo.
Ilustrativo	O conceito de <i>combinação</i> é comunicado a partir de diversas ilustrações e sua característica principal é permitir a visualização dos agrupamentos a serem contados em determinada situação.	Representar através de diagrama de árvores, desenhos, listagens, tabelas ou objetos concretos / virtuais, todos – ou em parte – os subconjuntos que serão contados.	A quantidade de agrupamentos que foram visualizados pela(s) <i>realização</i> / <i>realizações</i> escolhida(s).

Comparativo	O conceito de <i>combinação</i> é concebido a partir do contraste com o conceito de <i>arranjo</i> que, por sua vez, difere das <i>combinações</i> devido às questões da ordenação de os seus elementos ser irrelevante.	Contagem de todos os subconjuntos com a quantidade de elementos requeridos no problema, para posterior exclusão daqueles que possuem elementos repetidos, mas em ordens diferentes.	A quantidade de agrupamentos restantes após as exclusões.
-------------	--	---	---

Fonte: Elaborado pelos autores

Por sugerirmos os modelos aqui apresentados como ferramentas para a tarefa de ensinar do professor de Matemática, objetivamos analisar os entendimentos de professores sobre as potencialidades do modelo no ensino do conceito de *combinação simples*.

4. Resultados parciais

As análises aqui apresentadas estão baseadas nas discussões feitas pelo grupo de professores ao longo dos encontros programados para o Estudo do Conceito. De modo geral, os professores apresentaram pontos favoráveis à utilização do modelo nas aulas de *combinação simples*.

Professor Diogo: O bom dessa discussão toda que a gente fez é algo que a gente falou desde o começo... Que é pegar o conceito e entender esse conceito de todas as formas. [...] olhar para o conceito e falar: esgotamos todas as possibilidades de entendimento com relação a esse conceito. Cada um veio e trouxe uma contribuição pra uma coisa, pra outra...

Professor Fausto: Acho que é exatamente nessa questão de você conseguir agregar ou perceber coisas que você não percebia antes [...] Essas ideias que você não percebe, mas que você já até construiu inconscientemente...

Os Professores Diogo e Fausto avaliam como positivo o reconhecimento das diversas faces – compartilhadas pelos professores participantes do grupo - que o conceito de *combinação simples* pode ter. Embora o Professor Diogo fale em esgotamento de possibilidades entendemos que esse modelo teórico pode ser ampliado à medida que outros grupos de professores sejam solicitados a realizarem o Estudo do Conceito de *combinação simples*.

Professor Fausto: Também a questão da forma de explicar... Você encontra uma forma melhor de dar aula ou você encontra uma forma diferente de trabalhar com a turma. Quando você utiliza sua forma e que não dá certo, então você já tem uma forma reserva de trabalhar com ela.

O Professor Fausto reconhece no modelo uma maneira de variar a forma de mobilização do conceito de *combinação simples* na tarefa de ensinar de professores. A importância dessa variabilidade em sala de aula vai ao encontro do que alguns pesquisadores, como Pessoa e Borba (2010), indicam como uma necessidade a ser considerada no tratamento de situações combinatórias.

Professora Elba: O aluno quando responde uma questão de combinatória e não aplica fórmula, ele pode passar por qualquer um desses aqui. E ele tem o que? Ele pode ter apropriado o conceito. Principalmente quando inicia esse trabalho desde os anos iniciais. O aluno vai se apropriando desses conceitos de forma gradativa. É o que defende a literatura, os PCN's... Que você pode utilizar diferentes representações, enumerações sistematizadas, diagrama de árvores, sem precisar recorrer à fórmula.

Professor Diogo: Você pode usar conjuntos pequenos de tal forma que você consiga montar os conjuntos e contar. Seria listar tudo e mostrar para o aluno que em algumas situações é válido você usar essa listagem, só que quando esse negócio toma uma dimensão muito maior é melhor você usar as ferramentas de contagem necessárias.

A Professora Elba sugere que a apropriação do conceito de *combinação simples* pode estar associada a um caminho trilhado ao longo das diversas formas apresentadas no modelo. Corroborando com a Professora Elba, o Professor Diogo exemplifica uma situação em que conhecer as formas de listagem e fórmula podem ser exploradas.

A partir dessas análises entendemos que o reconhecimento do modelo teórico proposto potencializa os diálogos estabelecidos em salas de aulas entre professores e alunos, não limitando a mobilização do conceito de *combinação simples* a possibilidades restritas como o uso de fórmulas padrões.

5. Considerações Finais

Os resultados sugerem, na visão dos professores, que a incorporação do modelo teórico de uma Matemática para o Ensino do conceito de *combinação simples* apresenta potencialidades para a mobilização desse conceito em salas de aulas. Considerando que o que apresentamos aqui foram os resultados iniciais desses impactos, entendemos a necessidade da continuidade dessa agenda de pesquisa.

Ainda assim, é possível perceber as contribuições do modelo para o campo profissional, uma vez que possibilita aos professores transitar por diferentes formas de mobilizar o conceito de combinação simples em sua tarefa de ensinar.

6. Referências

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; ROCHA, Cristiane de Arimatéa. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. esp. p. 895-908, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília/DF. MEC/SEF, 1997.

COUTINHO, Jean Lázaro da Encarnação; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Uma Matemática para o Ensino do conceito de combinação simples a partir de uma revisão sistemática de literatura. **EM TEIA| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 2, 2016.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. Mathematisc-for-Teaching as shared dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, v. 29, n. 3, p. 37-43, 2009.

_____. **The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics**. New Yor: Routledge, 2014.

LOPES, José Marcos; REZENDE, Josiane de Carvalho. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. **Bolema**, p. 657-682, 2010.

PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1^a a 4^a série. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 17, n. 31 , p.105-150, jun. 2009.

_____. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. **EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, São Paulo, v. 1, n. 1, 2010.

SABO, Ricardo Dezso. Análise de livros didáticos do ensino médio: um estudo dos conteúdos referentes à combinatória. **Monografia de Especialização em Educação Matemática**, Centro Universitario Fundação Santo André, SP, 2007.