



O LOGARITMO NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE SEGUNDO YVES CHEVALLARD

Bianca Brenda Lopes Machado Universidade do Estado do Pará bialopes3 @hotmail.com

Maryanni Cardoso Silva Universidade do Estado do Pará maryanni silva@live.com

Acylena Coelho Costa Universidade do Estado do Pará acylena@gmail.com

Resumo:

Neste trabalho realizamos uma análise praxeológica do assunto de logaritmo e sua abordagem nos livros didáticos do ensino médio. Para a elaboração desta pesquisa fizemos uso da teoria antropologia do didático (TAD), de Yves Chevallard (1999), identificando e comentando a respeito da abordagem do autor sobre a organização praxeológica: as tarefas encontradas nos livros, as técnicas utilizadas para as resoluções das tarefas resolvidas e propostas, a tecnologia empregada e a teoria sustentada. Realizamos uma pesquisa bibliográfica e analisamos dois livros didáticos presentes no guia do Plano Nacional do Livro Didático de 2009. Os livros utilizados em nossas análises referem-se às obras de Scipione (2009) e Dante (2009), nos quais verificamos a abordagem dos exercícios de forma direta utilizando diretamente a definição de logaritmo.

Palavras-chave: Livro didático; Teoria antropológica do didático; Logaritmo.

1. Introdução

O livro didático é amplamente utilizado em nosso modelo de escolarização e segundo Bandeira, Stange e Santos (2012) representa indiscutivelmente um instrumento pedagógico de uso fundamental em sala de aula. Quanto ao professor, os autores apontam que as atividades propostas em sala de aula encontram-se norteadas por esse recurso didático. Para o aluno, o livro didático representa um texto de referência para a aquisição dos conhecimentos estudados.

Conscientes de sua importância surgem preocupações quanto à qualidade do livro didático em relação à sua apresentação ao aluno, à forma como os conteúdos são expostos, a linguagem e as atividades propostas. Para verificar a qualidade desses livros, existe o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2009), que realiza uma avaliação pedagógica criteriosa de tais materiais, para enfim serem distribuídos nas escolas públicas.









Nesse sentido, a qualidade desses livros tem melhorado ultimamente, em virtude das avaliações promovidas pelo governo (BARRETO E MONTEIRO, 2008).

Concordamos com Barreto e Monteiro (2008) quando afirmam que o tratamento e a atenção que vêm sendo dispensados ao livro didático são de extrema importância para a melhoria do sistema educacional. Portanto, acreditamos pelas reflexões aqui expostas, na relevância de analisar, como os livros didáticos estão sendo organizados, bem como observar as escolhas de seus autores.

Pela abrangência da pesquisa, realizamos um levantamento bibliográfico junto ao site da CAPES e também em anais de eventos área da Educação Matemática e identificamos pesquisas como as de Rossi (2010) e Soares (2011) que apontam dificuldades em relação ao ensino de logaritmo. Decidimos então, focalizar nosso estudo abordando o conteúdo logaritmo, pela sua diversidade de aplicações tanto na matemática, quanto em outras áreas de conhecimento.

Desse modo, o objetivo de nossa pesquisa é realizar uma análise praxeológica do assunto logaritmo, em livros didáticos de ensino médio, bem como as questões propostas nessas matérias. Para a elaboração desta pesquisa fizemos uso da Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Chevallard (1999), por se tratar de uma análise de livros didáticos, uma vez que esse referencial possibilita analisarmos os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

2. Alguns estudos a respeito do ensino de Logaritmo

No estudo realizado por Rossi (2010), a autora destaca como principal objetivo facilitar a construção do conceito de logaritmo e de funções logarítmicas a partir das formas em que esses assuntos são apresentados em sala de aula e assim estuda suas propriedades e aplicações dentro de outras ciências para uma melhor compreensão por parte do aluno.

É com base no pensamento de Rossi (2010), a qual se dedicou em estudar as dificuldades apresentadas em logaritmo e funções logarítmicas pelos alunos de primeiro ano do ensino médio, que este trabalho se embasa em analisar os tipos de questões que são apresentadas para os alunos. A autora identifica as questões principais a serem trabalhadas em sua sequência didática, sendo esta dividida em dez etapas. Foram aplicadas inicialmente aulas expositivas, contendo definições, propriedade e exercícios de aplicações, além disso, foram distribuídas atividades considerando as dificuldades específicas de cada aluno. Estas atividades aplicadas tiveram resultados positivos, pois destacavam pontos importantes referentes à aprendizagem dos alunos. Cabe acrescentar que essas atividades foram sendo







construídas gradativamente formalizando o assunto de acordo com a compreensão dos alunos.

Essa temática também foi estudada na dissertação de Soares (2011), o qual realizou um estudo histórico-cultural a fim de estabelecer uma relação e construção do conteúdo abordado ao longo do tempo, tendo como foco o livro didático do ensino médio. O autor busca investigar como ocorreu o desenvolvimento do conceito, a formulação dos logaritmos a partir da concepção de Napier, Briggs e Burgi, para dessa maneira classificar o desenvolvimento do conceito baseado em três vertentes: o aritmético, o geométrico e o algébrico - funcional, e com isso subsidiar seu estudo a fim de sanar as dificuldades que os alunos têm ao estudar logaritmo.

É importante frisar que Soares (2011) não se limita em sanar essas dificuldades, já que apresenta sugestões de aplicação às quais serviram de auxílio para o professor de matemática na aplicação desse conteúdo. Diante disso, seu estudo possibilita um novo suporte metodológico para guiar o professor em sala de aula.

O levantamento dessas pesquisas acerca da temática referente ao nosso estudo possibilitou nortear nossa investigação. Também, foi possível identificar determinados problemas concernentes ao ensino e aprendizagem dos logaritmos.

3. Noções teóricas

Na área da didática da Matemática, a Teoria Antropológica do Didático apresenta uma relevante contribuição, pois essa teoria estuda as organizações praxeológicas didáticas planejadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas, representando o produto de uma construção social cujo intuito é o estudo da Matemática (ALMOULOUD, 2007).

Assim, a TAD mostra-se um importante instrumento para analisar a prática docente e o estudo da matemática no que se refere às organizações praxeológicas sob dois aspectos, a saber: a organização matemática e a organização didática.

A TAD concentra seus estudos dentro da matemática intimamente ligada a um conjunto de atividades que podemos considerar como necessárias, como as humanas, e as que estão presentes em uma instituição. Pode-se dizer que esta teoria estuda o homem, especificamente nos seus conhecimentos matemáticos, em problemas e situações em que a matemática pode ser evidenciada.





Chevallard (1999) apresenta notações específicas para indicar os elementos de uma praxeologia. A letra (t) representa tarefa e (T) tipos de tarefa, esta sempre segue de um verbo para indicar a ação da tarefa. A técnica é representada por (τ) , representando a maneira como a tarefa será realizada, o modo de fazer a tarefa dada. Por sua vez, a tecnologia representada por (θ) serve para justificar a técnica usada dando suporte na sua utilização. E a teoria representada por (Θ) serve de apoio para a tecnologia, assim como a tecnologia sustenta a técnica, a teoria sustenta a tecnologia, pois nem um conhecimento ou teoria é suficiente para fortalecer uma ideia.

Para tornar mais claro os conceitos apresentados aqui, vamos agora ilustrar um exemplo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria usando o assunto aqui abordado como campo de estudo.

Tarefa (t): Calcular o logaritmo da expressão $log_2 8 = c$.

Técnica (τ): utilizar a equação de equivalência ou/e fazer uso da quarta propriedade de logaritmo.

Resolução:
$$log_2 8 = c$$

 $2^c = 8$
 $2^c = 2^3$

$$c = 3$$

Tecnologia (θ): aplicação da definição: $a^c = N$, onde $\log_a N = C <=> a^c = N$.

Teoria (Θ): Definição de logaritmo, as Propriedades Operatórias, as propriedades do logaritmo.

Consideramos a TAD um instrumento importante de análise no âmbito da Educação Matemática, pois possibilita analisar livros didáticos, foco de nosso estudo.

4. Procedimentos Metodológicos

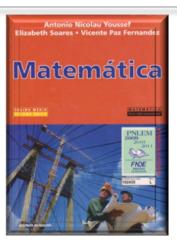
A pesquisa aqui apresentada caracteriza-se por ter um caráter qualitativo descritivo com enfoque documental, conforme destaca Gil (2008). Consideramos apropriado esse tipo de pesquisa, pois nos propomos analisar as praxeologias presentes em livros didáticos, proporcionando contribuições significativas quanto ao estudo dos Logaritmos.

Para a escolha dos livros didáticos consultamos o Guia de livros didáticos do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD 2009 e analisamos as seguintes obras:

Livro 1 (L1): Ensino médio - volume único - 2009

Figura 1: Capa do livro didático L1





Fonte: Youssef, Soares e Fernandes (2009).

Livro 1 (L1): Matemática ensino médio - volume único - 2009

Figura 2: Capa do livro didático L2



Fonte: Dante (2009)

Nossas análises ocorreram nas duas obras citadas pelo fato de encontrarem-se disponíveis no período em que a pesquisa foi realizada.

5. Análise de resultados

Na análise dos livros didáticos procuramos identificar como o conteúdo de logaritmo é abordado nos livros didáticos bem como os exercícios resolvidos e propostos são trabalhados. Quanto à abordagem do conteúdo, percebe-se que o L1 apresenta a definição de logaritmo de forma direta e em seguida apresenta os exercícios resolvidos e propostos. No livro L2 iniciase o conteúdo com uma situação-problema de exponencial como forma de mostrar ao aluno que para resolver problemas daquele tipo fazem-se necessários novos conhecimentos, introduzindo assim o logaritmo e após isso se principia com a definição de logaritmo. A seguir, destacaremos os exercícios resolvidos contidos no livro 1, conforme ilustrado na figura 1.





Figura 1: Exercício resolvido R14

```
R14. Determine, pela definição, o valor de:
a) \log_{13} 13
b) \log_{5} 1
c) \log_{4} 4^{3}
d) \log_{5} \frac{1}{5}
e) e^{\ln 5}, em que e = 2.71 e \ln 5 = \log_{e} 5.

Resolução
a) \log_{13} 13 = c
c = 1
Portanto \log_{13} 13 = 1
b) \log_{5} 1 = c
c = 0
Portanto \log_{5} 1 = 0
c) \log_{4} 4^{3} = c
d^{2} = 4^{3}
c = 3
Portanto \log_{4} 4^{3} = 3
d) \log_{5} \frac{1}{5} = c
5^{c} = \frac{1}{5}
c = -1
Portanto \log_{5} \frac{1}{5} = -1
e) e^{\ln 5} = c
\ln c = \ln 5
c = 5
Portanto e^{\ln 5} = 5
```

Fonte: Youssef, Soares e Fernandes (2009, p.94).

No exercício resolvido apresentado acima, temos a ocorrência de repetição da tarefa requisitada, assim como as outras ferramentas da análise antropológica, por esse motivo comentaremos aqui apenas a alternativa 'a'.

Tarefa (T): Determinar o valor do logaritmo da expressão $log_{13}13$.

Técnica 1 (τ): Escrever o logaritmo na forma de potência.

Técnica 2 (τ): Utilizar a definição $a^c = N$, onde $\log_a N = C \ll a^c = N$.

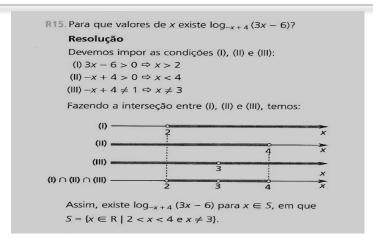
Tecnologia (θ): Formula da definição de logaritmo: $\log_a N = C <=> \alpha^c = N$

Teoria (Θ): Definição de Logaritmo abrangendo as suas propriedades relativas do conteúdo de logaritmo.

No livro didático em questão, esses exercícios resolvidos foram dados logo após a definição do logaritmo como forma de exemplificar os conceitos estabelecidos na introdução da abordagem do conteúdo de logaritmo. As questões são diretas, sem qualquer contexto real que as envolvam. Percebe-se que o autor apenas destaca a aplicação da resolução pela equivalência do logaritmo com o exponencial, bem como a resolução pela definição.

Figura 2: Exercício resolvido R15.





Fonte: Youssef, Soares e Fernandes (2009, p.94).

Tarefa(T): Achar os valores de x para que exista log da função: $log_{-x+4}(3x-6)$.

Técnica (τ): Resolver as equações dadas, analisar os pontos no intervalo fazendo a interseção entre eles e encontra o intervalo de existência para o X que tonar a expressão verdadeira.

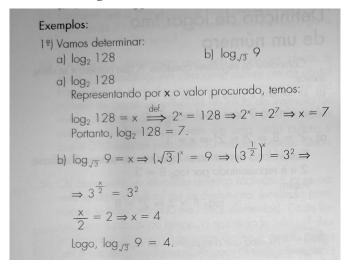
Tecnologia (θ): Estudo da Reta numérica.

Teoria (Θ): Estudo do sinal.

Na figura 2 podemos perceber em L1 que o autor destaca a realização da técnica a partir das resoluções das equações obtidas e da análise feita com o auxílio da reta numérica. Percebemos aqui a utilização de exemplos sem contextualização e observamos que a escolha dos autores privilegia uma abordagem algébrica da função logarítmica.

Em relação aos exercícios resolvidos presentes no livro L2, o autor utiliza termos semelhantes aos exercícios encontrados em L1, tais como *determine*, *calcule*,... Destacamos a seguir (figura 3) um exercício resolvido para ilustrar tal situação.

Figura 3: Exercício resolvido 01.



Fonte: Dante (2009, p.120)





Tarefa(T): Determinar os logaritmos pela definição dada.

Técnica (τ): Usou-se x para representar o valor desconhecido, transformar o logaritmo em uma potência e se operacionalizou as potencias de acordo com a definição.

Tecnologia (θ): regras de potencias e aplicação da definição de logaritmo: $a^c = N$, onde $log_a N = C <=> a^c = N$.

Teoria (Θ): Definição de logaritmo e propriedades de exponencial.

O exercício resolvido do livro de Dante (2009), explicitado na figura acima, foi apresentado logo após a definição do logaritmo, e assim como o livro de Youssef, Soares e Fernandes (2009), busca trabalhar com o logaritmo realizando a aplicação da definição do logaritmo e o logaritmo como potência. O exercício também é proposto sem nenhuma aplicação com outras ciências, como podemos observar.

Figura 4: Exercício resolvido 03.

3º) Vamos calcular o número real A sabendo que
$$A = \log_{10} 0,001 + \log_2 \frac{1}{16}.$$

$$\log_{10} 0,001 = x \Rightarrow 10^x = 0,001 \Rightarrow 10^x = 10^{-3} \Rightarrow x = -3$$

$$\log_2 \frac{1}{16} = y \Rightarrow 2^y = \frac{1}{16} \Rightarrow 2^y = \frac{1}{2^4} \Rightarrow 2^y = 2^{-4} \Rightarrow y = -4$$
Portanto, $A = \log_{10} 0,001 + \log_2 \frac{1}{16} = (-3) + (-4) = -7.$

Fonte: Dante (2009, p.120)

Tarefa(T): Encontrar o valor de A, sendo ele a soma de dois logaritmos.

Técnica (τ): Resolver cada logaritmo separadamente, encontrar os valores dos logaritmos e efetuar a soma. Operacionalizá-los de acordo com o requisitado pela definição estudada.

Tecnologia (θ): É a aplicação da definição: $a^c = N$, onde $\log_a N = C <=> a^c = N$.

Teoria (Θ): Definição de logaritmo e propriedades de exponencial.

O exercício acima demonstra como resolver a soma de dois logaritmos utilizando por meio da definição, tal como, o logaritmo como expoente. O exercício é proposto pelo autor de L2 de forma direta e pode ser visto como uma aplicação da definição do logaritmo conforme é possível observar no livro analisado. Concordamos com o pensamento de Queiroz (2013) quando aponta a importância dos autores de livros didáticos em relacionar os conteúdos matemáticos a problemas, o que pode estimular os estudantes e conduzi-los a admiração pela matemática.





Nos exercícios propostos nos livros os autores repetem a mesma linha de raciocínio no que diz respeito às tarefas, tecnologias e teorias com o intuito de que o aluno repita os procedimentos que foram utilizados nos exercícios resolvidos, desenvolvendo assim a técnica apresentada e empregada pelo autor. No entanto, acreditamos que para uma melhor compreensão dos conceitos e propriedades de logaritmos se o assunto fosse trabalhado de forma que o aluno pudesse construir o conceito e efetuar no livro a resolução de exercícios contextualizados a partir de situações concretas. Desse modo, teríamos uma resposta mais positiva, conforme percebemos na pesquisa de Soares (2011).

Para melhor ilustrar as informações encontradas em nossa pesquisa seguem as tabelas sobre as Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias encontradas nos livros didáticos, nos exercícios resolvidos e propostos.

TABELA 01 - Relação das tarefas resolvidas encontradas em L1e L2

	TABELA 01 - Relação das larejas resolvidas encontradas em E1e	112	
Tarefas	Descrição (Tarefas resolvidas)	L1	L2
T1	Determinar os logaritmos pela definição dada.	X	X
T2	Estudar o sinal.	X	
Т3	Definir pelo conceito de equivalência.	X	X
T4	Determinar o valor da incógnita para os logaritmos		X
	definidos.		
T5	Calcular através de uma condição dada.		X
T6	Calcular um logaritmo definido.		X
Т7	Determinação do valor de x do logaritmo.	X	X
Т8	Encontrar a base do logaritmo		X
Т9	Encontrar o valor da soma entre dois logaritmos.		X
T10	Encontrar o valor do logaritmando.		X

TABELA 02 - Relação das técnicas encontradas em L1 e L2.

Técnicas	Descrição	L1	L2
τ1	Transformar o logaritmo em uma potência.	X	X
τ2	Analisar os pontos no intervalo fazendo a interseção entre eles.	X	X
τ3	Colocar um termo em evidencia.	X	X
τ4	Estabelecer uma condição de existência.		X
τ5	Usar o logaritmo de um produto.		X
τ6	Usar o logaritmo de um quociente.		X
τ7	Utilizar a tabela de logaritmos.		X
τ8	Encontrar os valores dos logaritmos e operacionalizá-los de		X
	acordo como requisitado.		

TABELA 03 - Relação das tecnologias encontradas em L1, L2 e L3.

Tecnologias	Descrição	L1	L2
θ1	Aplicação da definição: $a^c = N$, onde $log_a N = C$	X	X
	$<=> a^c = N$		
θ2	Associação entre reta numérica e logaritmos.	X	X





θ3	Relação de uma potência com a raiz.	X	X	Ì
----	-------------------------------------	---	---	---

TABELA 04 - Relação das teorias encontradas em L1 e L2.

Teorias	Descrição	L1	L2
Θ1	Definição de logaritmo.	X	X
Θ2	Estudo do sinal.	X	
Θ3	Intervalo real.		X
Θ4	Propriedades Operatórias.		X
Θ5	Logaritmos Decimais.		X
Θ6	Mudança de base.		
Θ7	Propriedades de exponencial	X	X

TABELA 05 - Relação das tarefas propostas encontradas em L1e L2..

Tarefas	Descrição (Tarefas propostas)	L1	L2
t1	Determinar o logaritmo pela definição.	X	X
t2	Encontrar o valor de x das expressões.	X	X
t3	Calcular x para a condição de existência dada.	X	X
t4	Determinar o valor da incógnita para os logaritmos		X
	definidos.		
t5	Calcular um logaritmo definido.		X

6. Considerações Finais

A Teoria Antropológica do Didático evidenciou a sua importância a partir da análise dos dois livros didáticos, pois por meio da mesma foi possível aprofundarmos na proposta estabelecida no inicio desde trabalho norteando o estudo aqui realizado.

Tomando por foco as noções de *tarefa*, *técnica*, *tecnologia* e *teoria*, da referida TAD, foi observável a semelhanças existentes entre os livros analisados como pode ser visto nas tabelas de 1 a 5 das praxeologias encontradas nos livros aqui analisados. Assim como a diferença nos dois livros das quantidades de exercícios tanto nos resolvidos como nos propostos. No L1 o conteúdo é apresentado de maneira breve acompanhado com pequenas quantidades de exercícios resolvidos e propostos, o que pode limitar ao aluno um entendimento pleno e satisfatório do assunto no que diz respeito a sua abordagem.

Assim, podemos perceber no L2 que o conteúdo de logaritmos é inserido com um impasse que possivelmente conduza o aluno a entender que somente com o conhecimento atual não é possível resolver problema de logaritmos, precisando de outros conhecimentos prévios, pois apresenta uma compreensão superficial da necessidade de estudar o logaritmo.

Com esse trabalho pretendemos contribuir um pouco com o processo de conhecimento de livros didáticos para o leitor, seja este professor, aluno graduando ou qualquer pessoa que





deseje uma informação a mais sobre o ensino de logaritmos por meio de livros didáticos. Tendo em foco que antes de propor uma atividade, esta deve ser analisada a fim de se adequar aos devidos objetivos a serem alcançados.

7. Referências

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: UFPR, 2007.

BANDEIRA, Andreia; STANGE, Carlos Eduardo Bitterncourt; SANTOS, Julio Murilo Trevas dos. Uma proposta de critérios para análise de livros didáticos de ciências naturais na educação básica. In: **III Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e tecnologia.** Ponta Grossa, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2009 – Matemática. Brasília : MEC, 2009, 111p.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en didactiques des mathématiques. Grenoble. La pensée Sauvage Éditions, v. 19, p. 221-265, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, volume único. São Paulo: Ática, 2005.

KARRER, Monica. **Logaritmos:** Proposta de uma sequência de ensino utilizando à calculadora. 1999. 238 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontificia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 1999.

GIL, A.C. Metodologia do ensino superior. São Paulo: Atlas, 2005. 128p.

LOPES, J. A. Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidades frentes a descritores de análises e tendências em educação matemática. 2000. 333 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

NÚÑEZ, B. I., et. al. A seleção dos livros didáticos: um saber necessário ao professor. O caso do ensino de ciências. In: **Revista Iberoamericana de Educación**, 2003.

QUEIROZ, José Carlos S. Os logaritmos nos livros didáticos de Matemática: análise da abordagem na perspectiva da educação matemática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

ROSSI, P. R. S. **Logaritmos no ensino médio:** construindo uma aprendizagem significativa através de uma sequência didática. 2010. 219 p. Tese de Doutorado em Ensino de Ciências exatas. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2010.







SOARES, Evanildo Costa. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula.** 2011. 142 p. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2011.

YOUSSEF, Antônio Nicolau; SOARES, Elizabeth; FERNANDES, Vicente Paz. **Matemática:** ensino médio, volume único. São Paulo: Scipione, 2009.