

POLINÔMIOS E GEOMETRIA: A SEMIOSE POSSIBILITADA POR UM OBJETO DE APRENDIZAGEM VIRTUAL

Mariana Braun Aguiar
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
mariana_braun94@hotmail.com

Resumo:

O presente artigo tem por objetivo relatar e analisar uma experiência vivida por uma professora de matemática em uma pesquisa realizada com um estudante do oitavo ano do Ensino Fundamental. Na experiência, foi utilizado o objeto de aprendizagem virtual “A Álgebra dos Vitrôs” a fim de auxiliar e possibilitar oportunidades de compreensão do conteúdo de monômios algébricos a um estudante que demonstrava dificuldades em sala de aula. Durante a atividade, foi possível observar avanço do aluno no que se refere às dificuldades de aprendizagem apresentadas. Isto se deveu às diferentes representações e registros (algébrico e geométrico) possibilitados pelo objeto de aprendizagem virtual, o que fez com que ocorresse, por parte do aluno, a percepção do monômio em mais de um sistema de representações semióticas.

Palavras-chave: educação matemática; objetos de aprendizagem; representações semióticas;

1. Introdução

O uso da tecnologia como uma ferramenta para o Ensino da Matemática vem, através de softwares e objetos de aprendizagem, possibilitando variadas formas de trabalho com conteúdos matemáticos que, muitas vezes, são apresentados aos alunos de forma pouco dinâmica, de forma a dificultar o estabelecimento, por parte do estudante, entre as diversas áreas da matemática. A álgebra e sua relação direta com a geometria é algo que, por exemplo, pode ser explorado pelo professor nos laboratórios de informática, o que possibilita aos estudantes, através da manipulação da álgebra, gerar diferentes situações geométricas e vice-versa.

O presente artigo tem por objetivo descrever e analisar uma experiência vivida por uma professora de matemática do oitavo ano do Ensino Fundamental no Município de Canoas – RS, em 2015. Na tentativa de promover possibilidades diferenciadas de compreensão da álgebra através da geometria, a professora fez uso de um objeto digital de aprendizagem que relaciona álgebra e geometria com um aluno que apresentavam dificuldades de aprendizagem do conteúdo em sala de aula, em períodos extraclasse. Naquela oportunidade, a professora tinha por objetivo realizar um “estudo-piloto”, durante o qual procuraria observar de que forma o objeto digital interferiu na aprendizagem do conteúdo de matemática para aquele estudante, para que, então, pudesse propor atividades à turma inteira.

Para fins de classificação desta pesquisa quanto ao tipo e, utilizando a concepção de Ponte (2006) a respeito de estudos de caso, percebe-se que a proposta se enquadra em suas descrições, que o autor define como sendo uma investigação que volta suas observações a um contexto específico para facilitar a compreensão de algum aspecto do mesmo.

É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e,

desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. (PONTE, 2006, p. 106).

Neste estudo de caso, as observações e análises são voltadas às eventuais generalizações realizadas pelo estudante durante a realização das atividades, no que tange as transições entre o contexto geométrico - proporcionado pelo Objeto - e o algébrico. Foram realizadas coleta e análise de dados com ênfase no objetivo da proposta, ou seja, a tentativa de promover possibilidades diferenciadas de compreensão da álgebra através da geometria. Esta coleta se deu de modo qualitativo, isto é, interessou o modo com que o aluno se envolveu na busca pelas respostas às perguntas colocadas pelo Objeto de Aprendizagem. Os dados da pesquisa constituíram-se através do diário de campo redigido pela professora durante o desenvolvimento da proposta, tomando nota das percepções e questões que surgiram na observação do envolvimento dos estudantes neste Projeto. Além disso, foram tiradas fotografias e *print screen* das telas de resolução das atividades por parte do aluno.

Para análise destes dados, será utilizada a teoria das representações semióticas de Duval (2003), a qual servirá para interpretação das transições entre os diferentes registros feitos pelo aluno durante a atividade.

2. A Teoria das Representações Semióticas de Duval

Duval (2003) desenvolve esta teoria com foco na análise das diferentes formas de representação de um objeto matemático, discutindo sua contribuição para a compreensão do objeto matemático em si.

Inicialmente, são discutidas as diferenças estabelecidas entre as representações mentais e as representações semióticas, as quais então enraizadas na questão da comunicação e tratamento da informação.

As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. (Duval, 2003, p.269)

Sendo assim, as representações semióticas são formas de exteriorizar uma representação mental e torná-la visível a terceiros, e podem fazer uso de uma figura geométrica, uma expressão algébrica, um enunciado, entre outros sistemas de linguagem matemática. Além disso, a representação semiótica também demonstra importância no sentido de que permite o tratamento da informação contida no objeto representado, a reflexão sobre suas propriedades e características, bem como a transição entre as diferentes formas de representação, o que torna a mesma tão importante para a compreensão e avanço de uma ideia matemática concebida por um estudante, por exemplo.

Outros dois termos importantes da teoria de Duval (2003) são: *semiose* – produção de uma representação semiótica - e *noesis* – compreensão conceitual de um objeto. Sendo assim, voltando-se ao ensino de matemática, podemos notar que não há *noesis* sem que haja *semiose*

e, ainda, que a semiose não garante a noesis, constituindo uma importante e complexa relação entre estes dois termos.

Para que ocorra a semiose, Duval (2003) destaca que é necessária a identificação de algumas características: a formação de uma representação identificável, seguindo as regras do sistema de representação escolhido (geométrica, linguística, algébrica, etc); o tratamento desta representação de forma a torná-la um registro escrito e a conversão deste registro para um outro sistema de representação, conservando sua essência e produzindo um novo registro. A conversão, embora contribua para a noesis, não garante que a mesma aconteça, pois trata-se apenas de uma transição entre registros.

Para uma aprendizagem matemática que busque a noesis através da semiose, o processo deve ser voltado à representação, ao tratamento e à conversão de registros dos objetos matemáticos por parte do estudante, ultrapassando a automatização de determinados tratamentos e algoritmos. Duval (2003, p. 284 - 285) observa que é bastante comum atualmente um avanço direto à fase do tratamento das representações semióticas, sem a concepção de uma representação mental que apresente significado para os sujeitos envolvidos no processo, o que constituiria uma espécie de base para a construção de registros semióticos dos objetos através de diferentes sistemas. Considera-se que a transição entre diferentes sistemas semióticos é natural quando, na verdade, não é.

Na atividade prática desenvolvida para análise neste artigo, o Objeto Virtual de Aprendizagem “Álgebra dos Vitrôs” apresenta a representação de partida, que é baseada no sistema de representação semiótica geométrico e, também, sugere um possível tratamento e conversão ao registro algébrico. A partir de então, o aluno deve passar a fazer uso destas transições para avançar no uso do Objeto e, conseqüentemente, no conhecimento matemático envolvido.

3. A Proposta e o Objeto de Aprendizagem “A Álgebra dos Vitrôs”

A proposta de ensino foi prevista para um período de 2 horas-aula, as quais ocorreriam no turno inverso dos estudantes e seriam destinadas à exploração do Objeto Virtual de Aprendizagem “A Álgebra dos Vitrôs”, disponível em

http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/algebra_dos_vitros/index.html.



Figura 1- Interface do Objeto
Fonte: arquivo da autora.

O objeto utilizado tem por objetivo geral relacionar a álgebra dos polinômios com a geometria envolvida nas áreas de figuras como quadrado, retângulo e triângulo que tem seus lados dados por variáveis. Dessa forma, relacionando com a teoria de Duval (2003) descrita anteriormente, é fixada uma representação semiótica para os monômios envolvidos: eles são concebidos como vitrôs, tem seus registros geométrico e algébrico fornecidos, bem como a transição de um para o outro, através da ideia da área de um retângulo.

Durante a exploração do objeto, o aluno se depara com diversas questões em que tem de calcular a área de diferentes vitrôs, formados por peças diferentes. Para chegar à conclusão da área ocupada pelos vitrôs, os alunos tem a opção de encaixar peças até ocupar toda a extensão do mesmo e, após, devem responder a perguntas relacionadas aos tipos de peças utilizadas e a área total.

A exploração foi guiada pelo Objeto de Aprendizagem, ou seja, as atividades deveriam ser resolvidas na ordem em que aparecem no objeto. A ordem apresenta nível de dificuldade crescente, ou seja, o tamanho dos vitrôs fica maior a cada fase, o que faz com que o número de possibilidades de preenchimento dos vitrôs também aumente. De forma geral, o objetivo é que, através do uso da geometria presente nas peças, auxilie o estudante no entendimento das “regras” algébricas que utilizamos para a realização de operações de soma e subtração de polinômios.

As dificuldades apresentadas nas aulas regulares pelo aluno envolviam enganos como a soma de expoentes quando somavam monômios ou a multiplicação de expoentes na multiplicação de monômios. Esta generalização realizada pelos alunos – isto é, realizar com os expoentes de um monômio a mesma operação que realizou com os coeficientes – é bastante comum, e é um dos aspectos que se buscou esclarecer através do uso do objeto. Por meio de raciocínios geométricos, é possibilitado ao estudante a vivência da transição entre os diferentes registros e, conseqüentemente, a semiose e noesis referentes ao conteúdo matemático envolvido.

4. Relato da Experiência e Análise de Dados

A experiência vivida pela professora aconteceu em uma escola pertencente à rede municipal de ensino do município de Canoas – RS, no mês de outubro de 2015, momento de início do terceiro trimestre letivo. A escola, localizada em um bairro de classe média-baixa da cidade, atende a cerca de 600 estudantes e possui uma infraestrutura limitada, em especial no que se refere ao uso de tecnologias. Há apenas um laboratório de informática, com cerca de 10 computadores em funcionamento e com uma conexão de internet bastante instável. Além disso, o laboratório é destinado a um projeto de uso de tecnologias para as turmas de 1º a 5º ano do Ensino Fundamental, faixa etária com a qual a professora não trabalhava na escola.

Dada a dificuldade do uso do laboratório de informática com as suas turmas, a professora optou por realizar a atividade de uso de tecnologias com um grupo de três estudantes que frequentavam aulas de reforço escolar de matemática em seu turno inverso de aula, de forma que a professora pudesse disponibilizar o computador pessoal para este grupo reduzido de alunos.

No dia da aplicação da atividade, prevista para 1h50min de aula, apenas um dos três estudantes compareceu ao encontro. Este estudante demonstrava dificuldades no conteúdo que estava sendo estudado – operações com polinômios - e possuía uma postura bastante introvertida em sala de aula, o que dificultava a visão da professora acerca das especificidades

de suas dificuldades. Desta forma, aquele encontro se constituiu também em uma oportunidade de aproximação da professora ao estudante, principalmente no que se refere à

compreensão das representações mentais construídas pelo aluno durante o estudo de conteúdo de polinômios.

Logo no início do encontro, o aluno foi convidado a, junto com a professora, explorar o objeto de aprendizagem no computador trazido por ela. Porém, a docente propôs que essa exploração se desse de forma dinâmica, para que ela pudesse compreender os raciocínios mobilizados pelo aluno durante a atividade. Sendo assim, a professora disse ao aluno que colocasse suas dúvidas, explicasse a forma através da qual estava pensando nas questões, sem receios quanto a possíveis equívocos, para que a professora pudesse entender o processo envolvido em cada etapa.



Figura 2 – Início da exploração
Fonte: arquivo da autora.

Logo que se posicionou em frente à tela do computador, o aluno assistiu a um pequeno vídeo de introdução do Objeto de Aprendizagem “Álgebra dos Vitrôs” disponível na primeira tela acessada no link do material, no qual aparecem rapidamente algumas figuras geométricas em formas de vitrôs e as respectivas expressões algébricas que dão a sua área. Após, foi seguindo algumas telas do Objeto no qual o personagem do material – o “metro” – apresentava-se e explicava, de forma geral, o que seria feito a partir de então. Neste vídeo introdutório, pode-se notar a explicitação de um processo de semiose quase que completo: os objetos envolvidos na atividade já estavam previamente determinados, bem como seu tratamento e representação em outro tipo de registro – o algébrico. A partir de então, o aluno deveria compreender estes objetos e registros e dar seguimento no seu processo de semiose conforme a dificuldade das atividades fosse progredindo.

Após a apresentação, o personagem “metro” explicava algumas regras a respeito das peças de vidro que poderia compor os vitrôs: “Algumas medidas variam, conforme a solicitação do cliente e estas são representadas por x . Outras são fixas e são representados por números”. Quando perguntado a respeito do tamanho das peças disponíveis nos vitrôs, o aluno disse: “entendi que tem uns tamanhos que não dá pra mudar, outros dá”. Nota-se, na fala do aluno, uma compreensão geral das regras estabelecidas naquele sistema de

representações semióticas contida no objeto de aprendizagem virtual. Em relação às representações mentais, é possível observar coerência na concepção do aluno em relação ao objeto e o que o objeto virtual realmente propõe, ainda que exteriorizado na linguagem cotidiana do aluno.

Seguindo no objeto, o aluno precisou escolher um dos três catálogos disponíveis e ele optou pelo catálogo que apresentava formas retangulares. Ao abrir o catálogo, eram apresentadas algumas convenções que seriam adotadas: o lado do quadrado maior media x , o lado do quadrado menor media 1 e os lados do retângulo seriam 1 e x . O aluno passou rapidamente pelas telas destas convenções e a professora percebeu que, provavelmente, ele não prestou a atenção devida às mesmas, isto é, não concebeu as representações mentais que seriam necessárias nas próximas fases de exploração. Mesmo assim, não interveio, esperando que ele sentisse a necessidade de voltar às telas para resolver questões futuras.

Chegando à primeira questão, o aluno preencheu o vitrô solicitado de forma simétrica, demonstrando uma preocupação estética com a atividade. Desta forma, o registro geométrico do problema foi completado.

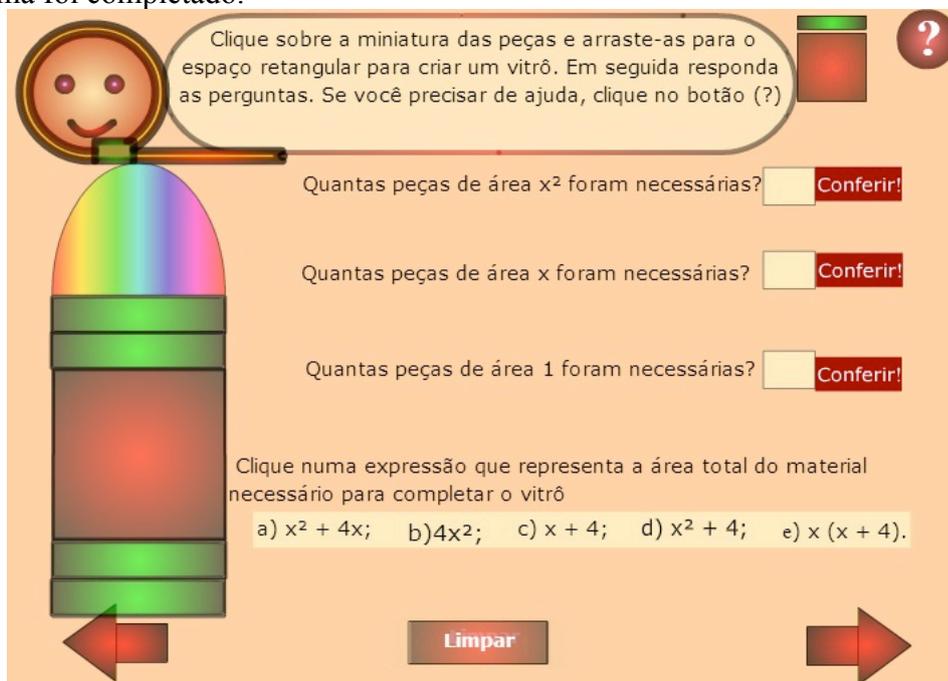


Figura 3 – Primeira atividade realizada.

Fonte: arquivo da autora.

No entanto, no momento de fazer a transição entre o registro geométrico (retângulos dos vitrôs) para o registro algébrico (questões ao lado) o aluno sentiu a falta, durante o tratamento do registro geométrico, dos dados apresentados nas telas anteriores e fez o seguinte comentário à professora: “*não sei qual é a peça x^2* ”. A professora sugeriu que ele voltasse algumas telas para verificar se as informações das quais precisava já não tinham sido ditas. O aluno seguiu a sugestão, retornou algumas telas e conseguiu resolver as questões. Na última pergunta, na qual tinha múltipla escolha, o aluno optou pela alternativa “a” e, quando questionado a respeito da escolha, ele explicou: “*porque tem uma peça de x^2 e 4 peças de x , e é só juntar elas*”. Ao dizer a frase anterior, o aluno converte o objeto (área do retângulo) envolvido na atividade a um terceiro registro: o registro no sistema de representação formado pela sua língua materna. Em uma frase, ele enuncia o registro e, portanto, juntamente aos registros sugeridos pelo objeto de aprendizagem, completa os passos necessários para a ocorrência da semiose, segundo Duval (2003).

É importante ressaltar que a professora já havia disponibilizado aos alunos em sala de aula exercícios semelhantes, em que era solicitado aos estudantes que calculassem a área de um retângulo composto por outros retângulos menores. Todos os estudantes optavam por encontrar a medida da base e da altura do retângulo e multiplicá-las, algo que o aluno em questão, no uso do objeto, não levou em consideração. É provável que a manipulação e encaixe das peças por parte do estudante, possibilitada pelo objeto de aprendizagem virtual, contribuiu para o cálculo da área através da soma de áreas conhecidas. Além disso, relacionando com a teoria de Duval (2003), podemos observar que, as atividades realizadas em sala de aula não permitiam a formação de uma representação identificável, seguindo as regras do sistema de representação escolhido (geométrica, linguística, algébrica, etc). Estas atividades partiam direto para a conversão de diferentes registros, não permitindo ao aluno a concepção de uma representação mental, a manipulação e formulação de outras possibilidades de registros geométricos.

Nas 3 atividades seguintes, que solicitavam o preenchimento de outros retângulos semelhantes ao primeiro, o aluno resolveu de forma semelhante também, calculando a área total a partir das somas das áreas. Ressaltamos, conforme Duval (2003), que a generalização da semiose que foi completada na primeira atividade para as outras três seguintes não garante a noesis, pois existe a possibilidade da mecanização daquele processo.

Seguindo na exploração do objeto, o aluno teve de preencher um vitrô que necessitava de peças de três tipos: quadrados de lados x , quadrados de lado 1 e retângulos de dimensões 1 e x .

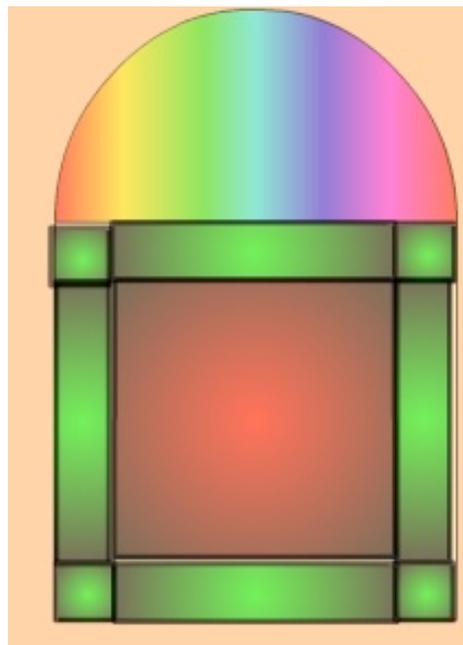


Figura 4 – Registro inicial do estudante acerca da 4ª atividade proposta.
Fonte: arquivo da autora.

Após, o aluno passou às perguntas relacionadas à área total do vitrô construído, as quais exigiam que ele fizesse o tratamento de seu primeiro registro e convertesse o mesmo em um registro geométrico. Generalizando o raciocínio que o aluno costumava utilizar em atividades de sala de aula, teríamos $4x^3+4$. No entanto, logo na primeira tentativa, o aluno digitou a expressão x^2+4x+4 , explicando sua escolha dizendo que “no desenho, tem peças de três tipos, uma vermelha – que é o x^2 -, quatro verdes grandes – que é o $4x$ – e 4 verdes pequenas – que é o 4”. Durante a realização desta atividade, o aluno demonstrou ter generalizado o raciocínio do cálculo da área total através da soma de áreas conhecidas, o que

demonstra a consolidação da ideia trazida pelo objeto. Ainda, podemos perceber de forma clara o tratamento da figura geométrica e conversão nos registros algébrico (polinômio que o aluno digitou) e linguístico (frase explicativa proferida pelo aluno).

Seguindo na exploração do objeto, o aluno calculou a área de outros vitrôs quadrados de lados $x+3$ e $x+4$. No caso do vitrô de lado $x+4$, o aluno fez algumas tentativas de preenchimento com mais de uma peça x^2 , já que as dimensões aparentavam comportar. No entanto, depois de algumas tentativas de disposição destas peças, o aluno desistiu e completou-a da forma correta.

O principal objetivo da professora, naquele estudo de caso, mostrava-se alcançado: o aluno realizou generalizações geométricas que lhe permitiram realizar operações algébricas de forma correta e natural, sem recorrer a algoritmos mecanizados.

5. Considerações Finais

Durante o estudo de caso, foi notório o avanço do estudante em relação às dificuldades de tratamento da representação algébrica que apresentava em sala de aula. Atribuímos este avanço a alguns fatores possibilitados pelo objeto de aprendizagem virtual “Álgebra dos Vitrôs”, o que torna o uso da tecnologia importante nesta atividade: a contextualização dos sistemas de representações semióticas utilizados nas atividades; a construção de representações mentais por parte do estudante, as quais embasaram a concepção de representações semióticas sólidas e a transição entre os diferentes registros semióticos.

Também foi possível perceber a ocorrência da semiose, descrita por Duval (2003), já que se pode observar o acontecimento das três características necessárias: o uso de uma representação identificável, seguindo as regras do sistema de representação escolhido (no caso, o geométrico); o tratamento desta representação de forma a torná-la um registro escrito e a conversão deste registro para algum outro sistema de representação (no caso, o algébrico), conservando sua essência.

No entanto, não foi possível afirmar que houve o acontecimento da noesis, descrita por Duval (2003) como sendo a compreensão conceitual de um objeto. Se considerarmos o objeto como sendo os monômios algébricos e as operações matemáticas a serem realizadas com os mesmos, podemos afirmar, através deste estudo de caso, que o aluno avançou devido à transição entre diferentes representações, mas a compreensão total do objeto ainda continua como um aspecto que necessita de um maior aprofundamento para que se possa garantir a sua ocorrência.

Sendo assim, uma possível continuidade para este trabalho, por exemplo, seria a proposição de uma sequência didática que permita ao pesquisador a percepção da ocorrência da noesis, isto é, uma atividade que transcendam o domínio das diferentes representações semióticas e exija do aluno o domínio conceitual do objeto estudado.

6. Referências Bibliográficas

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.* Campinas: Papyrus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. **Gráficos e equações: a articulação de dois registros.** Trad. MORETTI, M. T.

Revemat, v.6, n. 2,

Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2011. Disponível em
www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat

PONTE, João Pedro da. **Estudo de Caso em Educação Matemática**. Bolema, nº 25, p. 105 – 132, 2006