

GEOMETRIA DO TAXI: UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

*Helena Machado de Souza
Instituto Estadual de Educação Professor Annes Dias
helenara25@gmail.com*

*Dr. José Carlos Pinto Leivas
Centro Universitário Franciscano - UNIFRA
leivasjc@unifra.br*

Resumo:

Neste trabalho descrevemos uma investigação realizada a partir de uma proposta para o ensino da Geometria do Taxi, desenvolvida com uma turma do terceiro ano do ensino médio, e constitui um recorte de uma dissertação de mestrado profissional concluída pela primeira autora sob a orientação do segundo. Baseou-se no trajeto realizado pelos alunos para irem de suas residências até a escola. Como metodologia de ensino foi utilizada a Resolução de Problemas, segundo Alevatto e Onuchic e os PCN. A metodologia de pesquisa foi o método qualitativo e, recurso tecnológico foi o software de geometria dinâmica, GeoGebra. Para análise dos dados empregou-se o processo de categorização, definido por Bardin, o que permitiu concluir que o objetivo, de tomada de consciência do aluno de que conteúdos matemáticos, como o da Geometria do Taxi, têm origem em situações reais, foi atingido, ou seja, comprovaram que o deslocamento realizado de suas residências até a escola não é euclidiano.

Palavras-chave: Geometria do Taxi; Ensino; Cotidiano.

1. Introdução

A partir da vivência que adquirimos como professores de Matemática, tanto da educação básica, quanto em nível superior, percebemos que uma forma de atrair a atenção dos educandos é a apresentação do conteúdo a partir de um contexto real, de uma situação presente no dia a dia dos alunos, levando em consideração a importância da aplicação da Matemática, enquanto ciência, na solução de problemas, pois, de acordo com os Parâmetros curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, p. 43),

[...] o critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Neste sentido, vimos no ensino da Geometria do Taxi uma possibilidade de relacionar o que abordamos em sala de aula com fatos do cotidiano. Veloso (1998), no texto “Geometria do motorista de táxi”, publicado pelo Instituto da Inovação Educacional, de Lisboa–Portugal, explica de forma bem

clara do que trata a Geometria do Táxi, utilizando como exemplo o trajeto realizado por um motorista de táxi, para levar um cliente do Elevador de Santa Justa até a igreja de São Nicolau.

Se um motorista de táxi apanha um cliente junto do Elevador de Sta. Justa (seja o ponto A) e este lhe diz que quer ir para a Igreja de S. Nicolau (seja o ponto B), a distância que vai percorrer no trajeto (supondo que não existem ruas reservadas a peões nem sentidos únicos) não é dada pela fórmula da distância euclidiana \overline{AB} entre os dois pontos – pois o motorista não pode “ir a direito, atravessando os prédios” – mas pela soma de duas distâncias em direções perpendiculares [...] (p. 327)

Isso é matematicamente descrito por Noronha (2006, p.4) como sendo a distância entre dois pontos quaisquer no plano, obtida da seguinte forma:

a distância horizontal x entre quaisquer dois pontos é a diferença entre os valores das coordenadas x desses pontos. Semelhante, a distância vertical y é a diferença entre os valores correspondentes de y [...] Assim, a distância entre os dois pontos na Geometria dos Quarteirões (d_Q) será $\Delta x + \Delta y$, onde Δ significa a diferença.

Percebe-se, pois que a Geometria do Taxi utiliza uma métrica, ou forma de medir, que não é a euclidiana: $d(A,B)=\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$ em que $A=(x_A,y_A)$ e $B=(x_B,y_B)$ são dois pontos quaisquer no plano. A métrica que define essa Geometria é assim definida: $d(A,B)=|x_A-x_B|+|y_A-y_B|$. Geometricamente, no plano, ela representa a soma dos catetos de um triângulo retângulo formado com as linhas que formam as coordenadas retangulares no plano. Por tal motivo, às vezes essa métrica é chamada de métrica dos catetos. Essa geometria não é nova e autores como Krause (1986) que a denominam *TaxiCab Geometry*, já a investiga e propõe atividades a respeito. Por outro lado, mais recentemente, Fossa (2001) Geometria Urbana pela ligação com cidades urbanizadas em forma de quarteirões.

Investigar com alunos do Ensino Médio, mais precisamente alunos do 3º ano, como se desenvolve a compreensão de conceitos referentes à Geometria do Taxi se faz necessário, na nossa concepção, uma vez que o tema “distância entre dois pontos” faz parte da relação dos conteúdos a serem abordado neste nível de ensino, segundo os documentos oficiais que apontam o que deve ser abordado em sala de aula. A primeira autora em sua dissertação de mestrado investigou com estudantes deste nível como utilizar o GeoGebra para a compreensão dessa geometria e o artigo aqui apresentado é um pequeno recorte do que foi feito.

Um aspecto que contribui para a compreensão de conceitos, relativos à Geometria, é o fato de permitir ao aluno abstrair as informações e trazê-las para uma representação concreta, o que pode ser realizado com lápis e papel. No entanto, softwares de geometria dinâmica,

como o GeoGebra, proporcionam a observação do objeto construído de forma dinâmica, o que possibilita a compreensão de características destas figuras, a partir do que se verifica na tela do computador. Gravina (1998, p. 10) afirma que,

as novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais. Um mesmo objeto matemático passa a ter representação mutável, diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo "lápiz e papel" ou "giz e quadro-negro". O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador.

2. Metodologia

A pesquisa realizada, cujo recorte aqui é apresentado, tem caráter qualitativo, segundo a concepção de Minayo (1994, p. 22-23):

a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Consideramos que, a partir de pesquisas qualitativas, podemos observar o desenvolvimento da atividade e a participação de cada aluno. Como metodologia de ensino, optamos pela Resolução de Problemas, uma vez que ela representa uma das indicações para o ensino de Matemática, conforme é descrito a seguir:

ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, [...].
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão [...].
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, [...].
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas [...].
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 2002, p. 32 -33).

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação baseada em Resolução de Problemas, segundo Allevato e Onuchic (2008), consiste na construção de um conceito a partir

de uma situação em que os alunos desconhecem o método a ser utilizado. Tal metodologia está estruturada em nove etapas:

- 1º) preparação do problema;
- 2º) leitura individual;
- 3º) leitura em conjunto;
- 4º) resolução do problema;
- 5º) observação e iniciativa;
- 6º) exploração, na lousa, dos diferentes resultados encontrados;
- 7º) estímulo para que os grupos defendam seus pontos de vistas;
- 8º) promoção de consenso;
- 9º) formalização das devidas definições. (p.7-8)

No que segue, damos alguns indicativos de como se concretizaram essas etapas no desenrolar da pesquisa.

A 1ª etapa, que foi realizada pela professora da turma, primeira autora do artigo, consistiu na elaboração da atividade ou problema, na qual os alunos passaram pelo processo de desenvolvimento das habilidades necessárias para a resolução.

Na 2ª etapa, cada aluno realizou a leitura individual da questão proposta e, na 3ª etapa, foi realizada a leitura para o grande grupo. Neste momento da metodologia se esperava que o aluno começasse a elaborar estratégias para atingir o objetivo, resolver a atividade elaborada na primeira etapa.

Na 4ª e 5ª etapas aconteceu a resolução do problema e a professora se ateu na observação e iniciativa dos estudantes. Enquanto os alunos resolviam a atividade, eram observados e eram auxiliados, quando necessário, principalmente quanto ao uso do software.

Durante o desenvolvimento, do que consideramos corresponderem à 6ª e a 7ª etapas, foram exploradas, na lousa as soluções encontradas, as considerações que levaram à solução e os grupos defenderam seus pontos de vistas. Os diferentes resultados encontrados foram apresentados e discutidos em grande grupo.

A promoção do consenso aconteceu, ainda na 7ª etapa, e foi o momento em que o grupo teve condições de descrever o processo realizado durante a realização da atividade. E, finalmente, na 8ª e nas 9ª etapas os alunos foram conduzidos à compreensão e busca de formalização de conceito matemático propriamente dito.

Optamos pelo método de categorização, segundo Bardin (2011, p. 117), para a análise das soluções das atividades desenvolvidas pelos alunos, pois segundo a autora, “as categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidade de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos.

3. Descrição e análise da atividade

A seguir descrevemos e analisamos uma a primeira das atividades desenvolvidas durante a realização da pesquisa. Tal atividade teve como objetivo a tomada de consciência do aluno de que conteúdos matemáticos, como o da Geometria do Taxi, têm origem em situações reais.

Atividade: Geometria do Táxi e o cotidiano:

Após a realização das atividades em sala de aula com régua e compasso, nas quais os alunos buscaram a representação em coordenadas cartesianas; das atividades de reconhecimento das ferramentas do GeoGebra em laboratório de informática; partiram para a realização das atividades diretamente ligadas à Geometria do Taxi. Como a investigadora percebeu, nesse momento, que os alunos já estavam bem familiarizados com o GeoGebra, propôs a situação-problema a seguir denominada A Geometria do Táxi e o cotidiano.

Situação-problema:

De segunda a sexta-feira realizamos uma atividade em que a Matemática se faz muito presente e nem sempre nos damos conta disso, ou seja, o trajeto percorrido para ir de casa até a escola. É possível representar esse trajeto geometricamente por um único segmento de reta unindo os dois locais? De que forma? Qual geometria mais nos favorece para representarmos esse percurso? De que forma o software GeoGebra pode auxiliar a responder essas perguntas?

Na figura 01 ilustramos uma possibilidade de trajeto possível para ir de uma residência até a escola, obtida no GeoGebra.

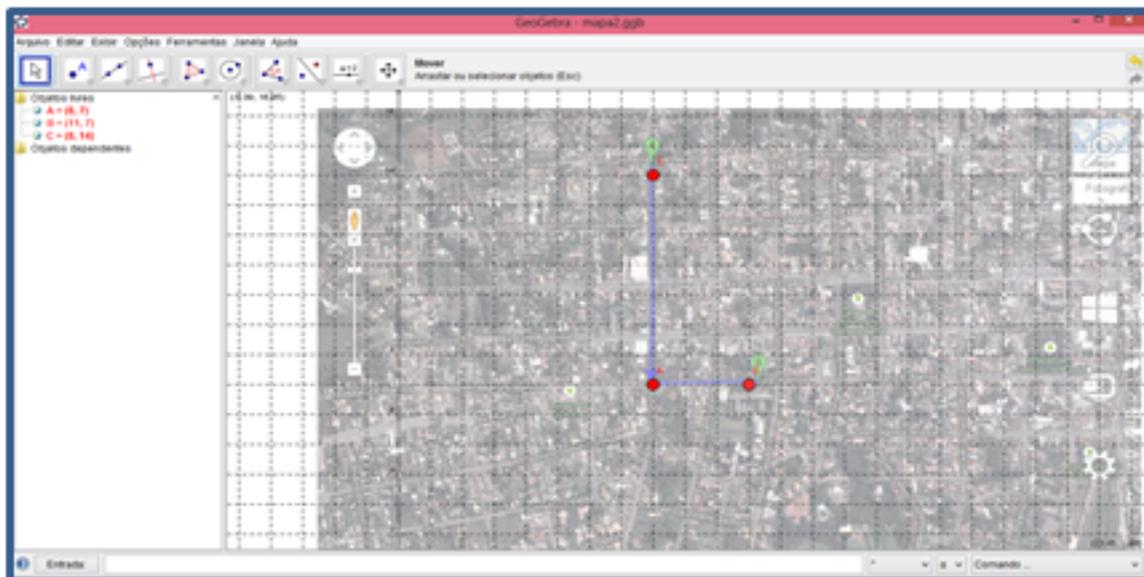


Figura 01- Trajeto fictício casa/escola
Fonte: própria

A partir dessas informações, realiza as tarefas a seguir.

- Busca na página do *Google Maps*, a representação do trajeto que realiza para ir de sua casa até a escola.
- Transporta a imagem obtida para o software Geogebra.
- Marca os pontos em que precisa mudar de direção.
- Determina, por meio da Geometria do Táxi, a medida do percurso realizado.

A realização dessa atividade ocorreu em março de 2015, durante dois encontros, sendo de duas horas-aula cada com a participação de 23 alunos, os quais utilizaram os equipamentos disponibilizados no laboratório de informática da escola e 3 alunos trabalharam com seus *notebooks*. Em todos os equipamentos o software GeoGebra já havia sido instalado previamente.

Por se tratar do percurso realizado diariamente pelos alunos para irem até a escola, cumprida a primeira etapa da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação baseada em Resolução de Problemas, entendemos que, dessa forma, conscientizamos os alunos de que conteúdos matemáticos, como o da Geometria do Táxi, têm origem em situações reais.

Com todos os 26 alunos já posicionados nos computadores, foi solicitado que cada um localizasse na sua pasta, salva no computador previamente pela investigadora, a questão a ser resolvida, o que constituiu a segunda e terceira etapas. Foi pedido que realizassem a leitura

individual e, posteriormente, um aluno foi escolhido para realizá-la para o grande grupo. De acordo com os registros feitos pelos alunos, verificamos que alguns já conseguiam visualizar, na questão dada, uma aplicação da Geometria do Táxi.

Ao partir para a etapa seguinte, resolução do problema, observação e iniciativa, ao mesmo tempo em que alguns alunos solicitavam a presença da professora, outros já estavam se organizando para salvar suas resoluções em respectiva pasta.

O item a) da atividade indicava a necessidade de cada aluno buscar no *Google Maps* o seu endereço residencial e o endereço da escola. A partir da observação e dos comentários realizados pelos alunos, anotados em nosso diário de campo, verificamos que a maioria deles não conhecia tal ferramenta. Conseqüentemente, não sabiam utilizá-la. Movidos pela curiosidade descobriram onde digitar o endereço residencial e o da escola; o tempo gasto para realizar o trajeto caminhando, de carro ou de ônibus, entre outras informações que podem ser fornecidas ao ou pelo software. Poucos foram os alunos que tiveram algum receio em utilizar o computador. Pareceu-nos que, apesar desses alunos não conhecerem softwares como o *Paint*, o *GeoGebra* e o *Google Maps*, eles estavam bem tranquilos com o fato de terem de experimentar, testar, vasculhar o que poderia ser feito.

Comentários como: *Profe, e agora? O que tenho que fazer depois de localizar meu endereço? Posso ver o do fulano?* ao realizar alguma parte da atividade se tornaram frequentes. Acreditamos que esses questionamentos resultaram muito mais por conta da insegurança de estar no caminho certo do que por conta de algum tipo de dificuldade gerada por não conhecerem as ferramentas que estavam utilizando.

Quando os alunos questionavam a professora sobre o que ou como fazer algo sempre era priorizado para que eles descobrissem, buscassem o caminho que lhes parecesse o mais satisfatório.

O momento em que os alunos tiveram maior dificuldade foi ao editar a imagem do *Google Maps* no *Paint* e, posteriormente, importa-la para o *GeoGebra*, havendo necessidade de auxílio da pesquisadora.

Cada aluno buscou seu endereço, no *Google Maps*; usou o *Print Screen*, copiou a imagem exibida e a transportou para o *Paint*, onde realizou a edição da imagem que julgou necessária. Com a imagem editada, cada aluno a inseriu no *GeoGebra*, marcou os pontos que a mudança de direção se fazia necessária, o que resultou na construção de segmentos de reta. A

partir dessa construção, foi calculado o comprimento desses segmentos e sua soma, determinando a distância entre a residência e a escola.

Quanto à etapa exploração dos diferentes resultados encontrados e a plenária, propomos uma discussão sobre se haveria a existência de uma única solução; de erros e acertos na resolução da atividade proposta. A partir dessa discussão os alunos concluíram que existem várias soluções e que elas tampouco poderiam ser consideradas certas ou erradas, mas diferentes entre si. A justificativa apresentada foi de que como não se tem alunos que moram em uma mesma casa, cada um chegaria a uma resposta diferente.

No que se refere à 7ª etapa da metodologia, estímulo para que os grupos defendam seus pontos de vistas, salientamos que, durante a realização da atividade, cada aluno foi estimulado a defender a sua opinião, o resultado que cada um encontrou, pois alguns demonstravam insegurança e timidez ao explicarem o que fora realizado.

No que diz respeito à etapa da promoção de consenso e à formalização das devidas definições, analisamos as soluções encontradas e pudemos classificá-las em duas categorias: o grupo formado pelos alunos para os quais a Geometria do Táxi se aplica ao determinar o trajeto realizado para ir de suas casas até a escola, formado pela grande maioria (23 alunos) e o grupo em que a Geometria do Táxi não se aplica (3 alunos). No primeiro grupo um aluno além de calcular a distância solicitada, determinou a escala em que se encontrava a sua imagem, uma vez que havia observado a distância fornecida pelo *Google Maps*.

A figura (02) ilustra a solução encontrada pelo primeiro grupo, ou categoria.

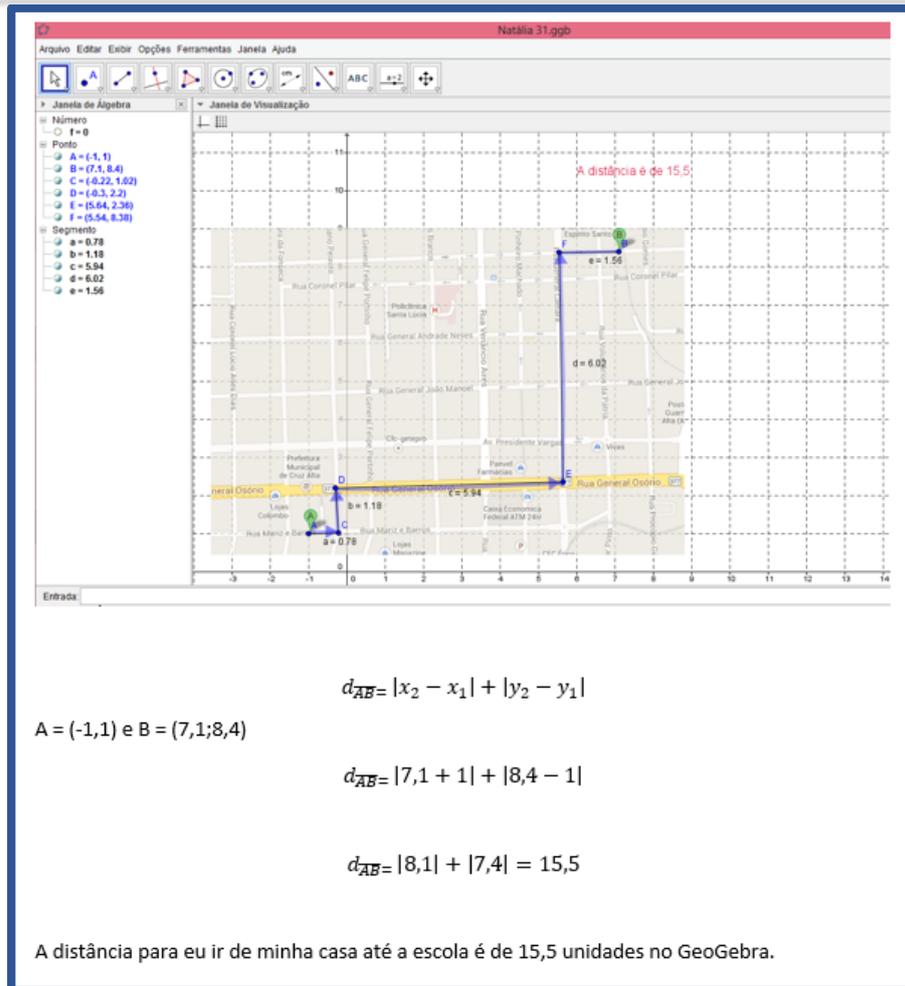


Figura 02 - Solução do grupo que reconhece a Geometria do Taxi no trajeto escolar.
Fonte: exemplo de construção utilizando o Google Maps, feita por Júlio.

Essa solução mostra que a distância entre a casa de Júlio e a escola pode ser representada por 15,5 unidades de medida. Detectamos que alguns alunos não identificaram que é possível determinar uma escala que representasse a distância fornecida pelo *Google Maps* e a distância encontrada pelo software utilizado.

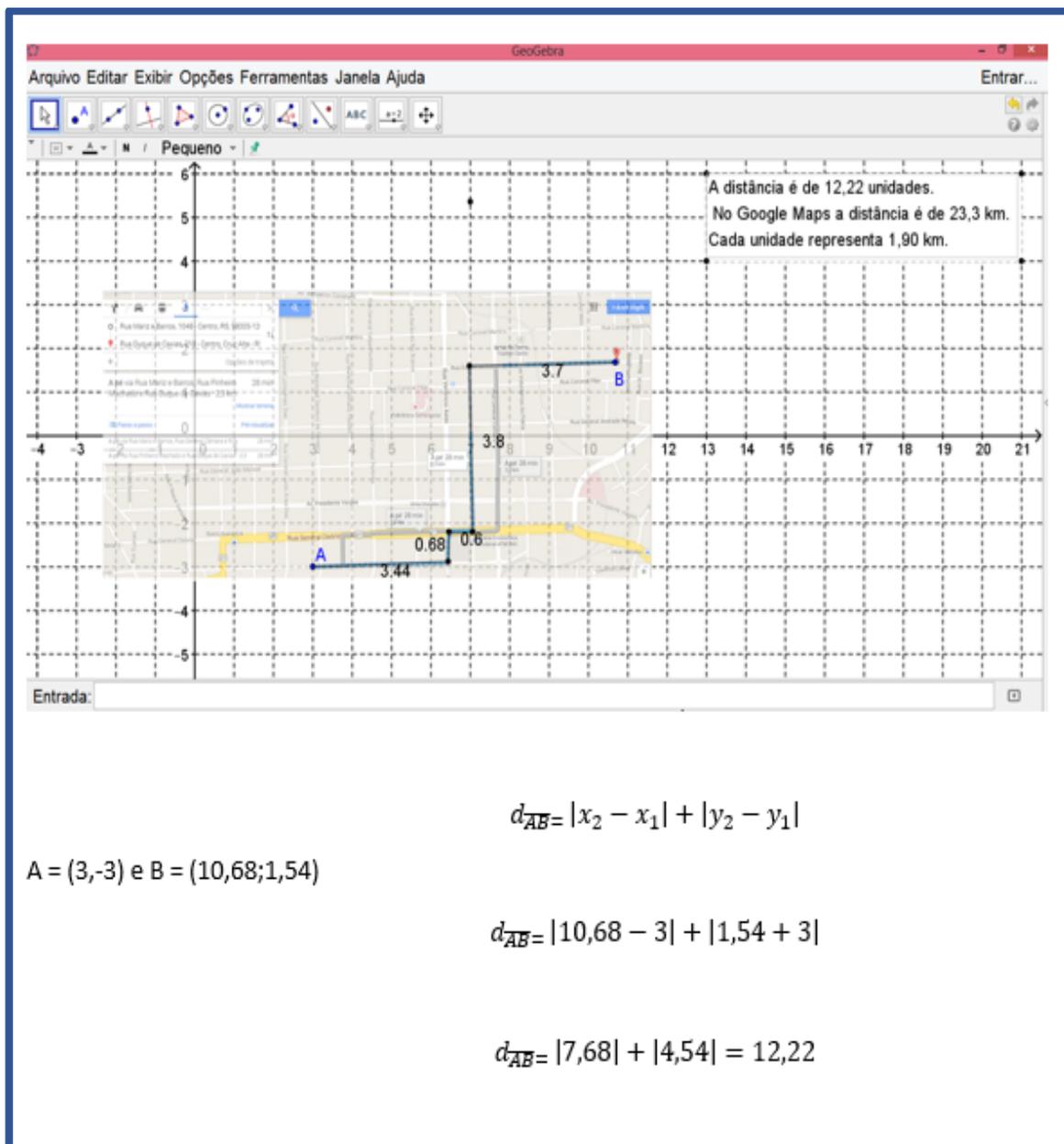


Figura 03 - Representação do aluno Marcos para o trajeto de sua casa à escola.
Fonte: construção utilizando o Google Maps, feita por Marcos.

Já a solução apresentada por Marcos (figura 03), pertencente à segunda categoria, traz na representação do trajeto entre sua casa e a escola o equivalente a 12,22 unidades de medida fornecida pelo GeoGebra. Com esse exemplo, observamos que 5 alunos, dentre os 26, não apenas identificaram que é possível determinar uma escala que representasse essa distância, como também conseguiram determiná-la. A figura 04 é outro exemplo de registro realizado pelo segundo grupo.

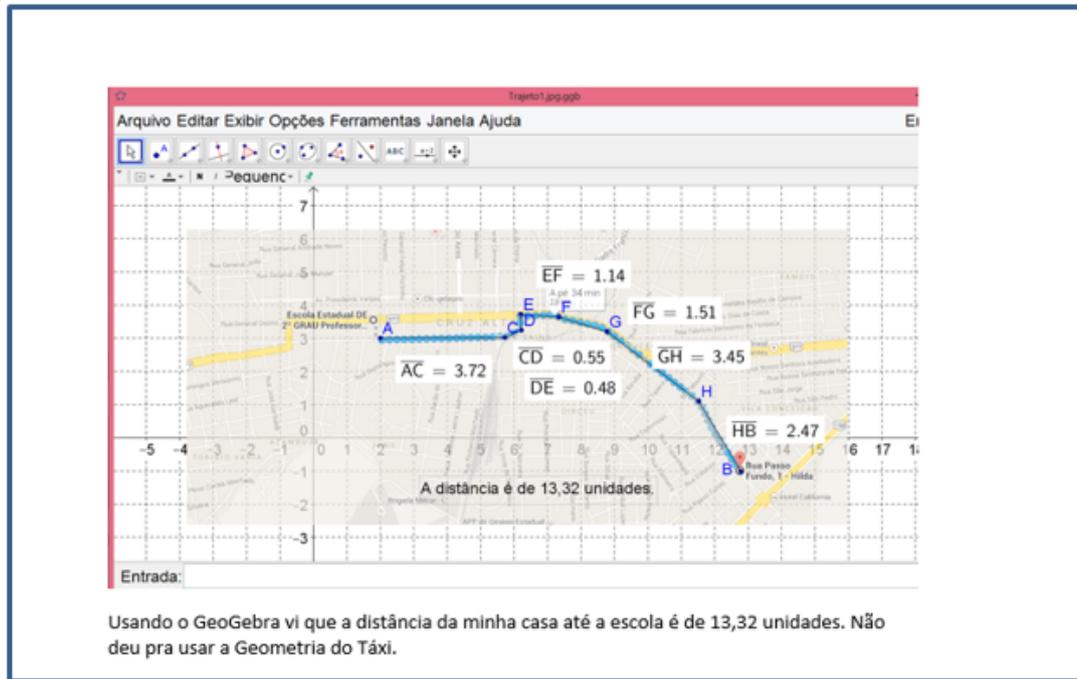


Figura 04 - Registro de Bianca para descrever a distância entre sua casa e a escola.

Fonte: construção utilizando o Google Maps, feita por Bianca.

Quando os alunos do segundo grupo se depararam com a situação em que a Geometria do Táxi não poderia ser aplicada, a pesquisadora fez questionamento se poderiam explicar o porquê de isso ocorrer. Eles demonstraram ter entendido que essa geometria só se aplica em ambientes bem planejados, na parte da cidade em que as comunidades estão organizadas em quadras.

3. Considerações Finais

Ao analisarmos as atividades realizadas pelos alunos, individualmente, verificamos que todos utilizaram a ferramenta do GeoGebra que fornece a distância (euclidiana) entre dois pontos e somaram essas medidas com o propósito de determinar o percurso realizado de suas residências até a escola. Concluimos que, talvez pelo fato de o termo distância ser mencionado nas atividades, os alunos não utilizaram a ferramenta comprimento, disponível no software, a qual é indicada para segmentos de reta o que, entretanto, não é algo que seja do conhecimento dos alunos deste nível. Observamos, ainda, que comparavam o resultado encontrado no GeoGebra e o determinado por meio da Geometria do Táxi.

Não nos preocupamos em alcançar a última etapa daquelas apontadas por Alevatto e Onuchic (2008, p. 7-8), ou seja, “Formalização das devidas definições: nessa etapa, considerada como a etapa final, o grande grupo formalizaria os pré-requisitos necessários

para se obter a melhor solução a cada situação apresentada.” Entendemos que o objetivo com essa atividade: aproximar o conteúdo da realidade do aluno e tomada de consciência de que conteúdos matemáticos, como o da Geometria do Táxi, têm origem em situações reais, foi alcançado.

Nosso entendimento disso prendeu-se ao fato de que, durante o processo os alunos participaram com interesse, demonstraram ter compreendido que a Geometria do Táxi é aplicável em uma situação que faz parte do seu cotidiano, ou seja, uma situação real de suas vidas, a saber, o deslocamento diário de suas residências para a escola e, sobretudo pelo número elevado de alunos que conseguiram distinguir, na situação problema, os cálculos realizados utilizando as duas formas de medir: euclidiana e dos catetos .

Referências

ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L.R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**. Aritmética, Álgebra e Geometria. Anais da Primeira Escola de Inverno de Educação Matemática de Santa Maria - UFSM, 2008, p. 1-7.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70. p. 229. 2011.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN+)**. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001.

GRAVINA, M. A. SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **Anais...** IV Congresso RIBIE, 1998.

KRAUSE, E.F. **Taxicab Geometry: an adventure in Non-Euclidean Geometry**. New York: Dover Publications, Inc.1986.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **Pesquisa social: teoria método e criatividade**. 17 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994. 80 p.

NORONHA, C.A. Os Diferentes Espaços e Formas da Geometria do Taxista: contribuindo para o aprendizado das cônicas. **Anais...** SIPEMAT. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

VELOSO, E. **Geometria do motorista de táxi**. Geometria: temas actuais: materiais para professores. Lisboa: Instituto da Inovação Educacional, 1998. p. 327 a 341.