

CONSTRUÇÕES COLABORATIVAS EM UM GRUPO DO PIBID-MATEMÁTICA: SOCIALIZAÇÃO DAS EXPERIÊNCIAS REALIZADAS NO ENSINO MÉDIO

Anete Otilia Cardoso de Santana Cruz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA
profanetacruz@gmail.com

Denia Neves Dias
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA
denianda.dias@gmail.com

Marcos Vinicius dos Santos Souza
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA
markosviniccius@hotmail.com

Marisa Conceição dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA
marisa.1931@bol.com.br

Queice Jones Braga Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA
queicejones@ifba.edu.br

Resumo:

Este artigo traz um relato de trabalhos realizados entre supervisora e bolsistas ID, do PIBID-IFBA, *campus* Salvador. Por meio de pesquisas e estudos de publicações inerentes ao contexto da Educação Matemática e do Ensino Médio, nos propusemos aos desafios de realizar um trabalho diversificado em uma turma do Curso Técnico de Eletrônica. A ideia foi elencar e construir propostas, às quais contemplassem abordagens diferentes para o ensino da matemática, desde a concepção à realização das aulas, perpassando pelo processo avaliativo. Assim, apresentaremos aqui, quatro das quinze atividades desenvolvidas ao longo do ano letivo. A nossa ideia foi nos colocarmos no lugar dos nossos estudantes, a partir de uma escuta ativa. E foi ouvindo suas expectativas que construímos um curso que ressignificasse a matemática dentro da sua formação técnica, mas ampliando o olhar para um mundo no qual a matemática estabelece diversas relações e conexões com outras áreas do conhecimento.

Palavras-chave: PIBID-Matemática; Investigação geométrica; Geoplano; Números Complexos; Prova em Fases.

1. Introdução

O presente artigo versa sobre o relato de algumas experiências desenvolvidas ao longo do ano letivo de 2015 - 2016, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio Integrado. Todas as atividades propostas foram elaboradas em um, dos cinco grupos que compõe o PIBID - Matemática, do Instituto Federal da Bahia (IFBA), *campus* Salvador. O grupo em questão é composto por seis bolsistas de Iniciação à Docência (ID) e uma professora do IFBA, que leciona no ensino médio e também na Licenciatura em Matemática, além de atuar como supervisora.

Vale ressaltar que, o IFBA se constitui em um espaço que contempla a escola de Ensino Médio (nas modalidades Integrado, Subsequente e EJA) e o Ensino Superior. Essa coexistência, promove um ambiente rico para pormos em prática, o que é estudado, refletido e discutido nas diversas disciplinas que compõem a Licenciatura em Matemática. É o momento de confrontar a relevância e significância dos saberes para construir e constituir aprendizados para toda uma vida.

E foi partindo desse contexto que adentramos em um espaço no qual sabíamos quais objetos matemáticos deveriam ser tratados, mas desconhecíamos como faríamos o percurso de desenvolvimento de tais conteúdos. Uma certeza, nós tínhamos: queríamos mostrar o prazer de aprender matemática, independente da complexidade do tema.

Assim, no primeiro encontro com a turma, nos propusemos conhecer quem eram esses estudantes. Criamos, então, um espaço para eles se apresentarem, falando um pouco de si, da sua relação com o curso que estavam fazendo (Técnico em Eletrônica), com a matemática (incluindo os professores anteriores) e suas expectativas.

Ao preparar este terreno, acessamos o “íntimo” desses estudantes, os quais começavam a ver a matemática de uma forma diferenciada. Iniciava ali, a criação de um vínculo afetivo com a matemática, na tentativa de aproximá-los daquela que, havia se distanciado de quase 90% da turma, segundo o próprio relato deles.

Dessa maneira, reuni-me com os orientandos, bolsistas ID, para elencar os conteúdos que deveriam ser trabalhados na turma. E, por meio de leituras prévias e discussões de alguns artigos que versavam sobre a Educação Matemática e o Ensino Médio, trouxemos o que deveria permear em todo o curso: a escrita individual de um diário reflexivo, o qual seria

opcional, mas contaria como nota componente da unidade, caso o estudante fizesse a escolha de ser uma das avaliações a ser considerada. Catalogamos os conteúdos matemáticos que foram trabalhados e algumas ações que fizeram parte do nosso caminhar metodológico e avaliativo:

- Análise combinatória, noções de probabilidades e binômio de Newton:
 - Atividades por meio de jogos, resolução de problemas e desafios.
- Geometria espacial: retas e planos no espaço, poliedros, estudo dos prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, sólidos inscritos e circunscritos:
 - Oficina da Bola de futebol, construção de poliedros de canudos, investigação geométrica fotográfica e confecção de maquete de objetos/espacos do IFBA, uso de materiais manipuláveis e história da matemática.
- Sequências numéricas, Sequências em progressão aritmética e em progressão geométrica, números complexos, polinômios e equações algébricas:
 - História da matemática, jogos e materiais manipuláveis, resolução de problemas e confecção de cordéis.
- Geometria analítica plana: divisão de um segmento em partes iguais, distância entre dois pontos, condição de alinhamento de 3 pontos, cálculo da área de um triângulo, estudo da reta e estudo da circunferência e noções de cônicas:
 - Prova em fases, confecção e realização de sequências didáticas no geoplano, estudo de cônicas por meio do geogebra e da confecção de totens associados aos espaços que aparecem tais cônicas.

A seguir, detalharemos algumas das atividades realizadas.

2. Investigação geométrica e Geoplano: para além de um fazer matemático

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No ensino médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. (PCNEM, 1999, pg.123).

Inspirados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio de Ciências da Natureza (PCNEM) e nas leituras de alguns artigos que tratavam da valorização e exploração da geometria presente no cotidiano, verificamos a necessidade de explorar o espaço que os discentes estavam inseridos, há pelo menos três anos.

Assim, na 2ª unidade realizamos uma investigação geométrica sob a perspectiva do olhar dos futuros técnicos em Eletrônica. De posse do mapa do *campus*, cada dupla de estudantes, ficou responsável por um pavilhão para explorar os objetos e formas presentes. Dessa maneira, registravam as suas observações, por meio de fotografias, e depois deveriam escolher um dos objetos para confeccionar uma maquete, na qual deveria conter as informações geométricas do mesmo: escala de redução (ou ampliação) para fazer a maquete do objeto, medidas de comprimento, área e volume, tipo de poliedro (ou corpo redondo) com todas as suas respectivas características, além de apontar a utilização de tal objeto naquele espaço investigado e, o porquê do formato do mesmo para ser funcional naquele espaço. O trabalho teve o envolvimento marcante dos estudantes.

E como não queríamos deixar que os estudantes perdessem o encantamento pela geometria espacial, adquirido no trabalho investigativo, propusemos que cada estudante confeccionasse um geoplano, com material reciclado, para estudarmos a geometria analítica plana. Estudamos em classe que o geoplano é “um modelo matemático que permite traduzir ou sugerir ideias matemáticas, constituindo-se em um suporte concreto para a representação mental, um recurso que leva à realidade, ideias abstratas” (Leivas,2007), pois sustenta a ideia de que o conhecimento pode ser aprimorado através da interação do homem com materiais que concretizem e fundamentem o que se está ensinando e promova um raciocínio e maior aprendizado, como propõe Lorenzato:

Nessa mesma linha de pensamento está um antigo provérbio chinês, que diz: “se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”, o que é confirmado plenamente pela experiência de todos, especialmente daqueles que estão em sala de aula. (LORENZATO, 2006, pg.5)

Na nossa prática, percebemos o quanto foi importante promover o “fazer” para que os nossos alunos compreendessem o processo de construção do seu conhecimento. Houve um envolvimento enorme, desde o início do processo de confecção do geoplano. Alguns consideraram que era muito trabalhoso e solicitaram-nos que pudessem fazer em dupla, mas mantivemos a proposta inicial, pois tínhamos como propósito que eles continuassem seus estudos investigativos em casa, utilizando seu próprio material. Levamos em torno de duas semanas e meia, realizando algumas sequências didáticas, que tinham como objetivo, explorar a ideia de medida de comprimento e área, noções de simetria, cálculos de perímetro e área, teorema de Pitágoras, estudo da reta e do plano dentre outros que pudemos abordar, e alguns

que surgiram no decorrer do uso do geoplano. A realização das atividades se constituiu em momentos riquíssimos de aprendizagem, tanto para a turma do 3º ano, quanto para nós, do PIBID.

Ao final, propusemos que os estudantes realizassem uma obra artística “geométrica” no seu geoplano, para ofertar a um colega da turma, o qual seria escolhido, por meio de sorteio de um amigo secreto, que foi uma das culminâncias do trabalho na unidade.

Mas um desafio surgia para o nosso grupo que era manter o grau de interesse e proximidade dos estudantes para os próximos conteúdos que seriam abordados, em especial os números complexos. Como tratá-los em sala de aula?

3. Desvendando a aplicabilidade dos números complexos em cursos técnico-profissionalizantes

Desafio posto e aceito: investigar sobre a importância e as contribuições do ensino de números complexos nos cursos técnico-profissionalizantes, em especial no Curso de Eletrônica.

Fomos, então, nos PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio). Os mesmos não apontam a obrigatoriedade da presença do conteúdo, números complexos, nas matrizes curriculares. Entretanto, a maior parte das organizações didáticas das instituições com cursos técnico-profissionalizantes, de nível médio, ainda contemplam este tema. Por isso, entendemos que se fazia necessário investigar a real importância da presença dos números complexos no currículo, do presente curso, com o propósito de tornar o ensino e a aprendizagem dos estudantes, em matemática, mais significativos.

O trabalho investigativo se pautou na necessidade de averiguar qual o objetivo de estudar números complexos no curso de Eletrônica. Dessa forma, recorremos à história da matemática e à história da eletricidade, às quais se revelaram ter uma consonância perfeita, favorecendo o entendimento dos conceitos inerentes ao curso e necessários à compreensão da dinâmica dos conhecimentos técnicos imprescindíveis à prática do mesmo.

Daí percorremos a história dos números complexos e vimos que, o surgimento de tais números está intimamente ligado à resolução de equações algébricas, sobretudo às equações de grau 3, e não às de grau 2, como é comum se dizer. Segundo Garbi (2007), resolver equações sempre foi um assunto que fascinou matemáticos ao longo da história. Os

matemáticos antigos da Babilônia já conseguiam resolver algumas equações do 2º grau baseados no, que chamamos hoje de “completamento de quadrado”. Dependendo da equação do 2º grau, poderia acontecer que o número “delta” fosse negativo. Entretanto, isso não perturbava muito os matemáticos da época. Neste caso, eles simplesmente diziam que o problema não tinha solução. O interesse pelo estudo da Matemática ressurgiu na Europa, mais especificamente na Itália, no século XVI. Lá, e no meio da disputa entre Cardano e Tartaglia pela resolução da equação do 3º grau, é que se percebeu que os números reais não eram suficientes e as primeiras ideias da criação do conjunto dos números complexos surgiram. Logo, compreender o contexto histórico no qual surgem os números complexos foi *sinequanon* para um bom entendimento dos mesmos.

Em concomitância, verificamos que a história da eletricidade teve início no século VI, quando o filósofo Tales de Mileto descobriu uma resina que, quando atritada com a pele e a lã, atraía outros objetos. Também na Renascença, o pesquisador alemão Charles Steinmetz popularizou o conceito de **Fasor** e suas aplicações. Os fasores são, na realidade, vetores que giram em uma determinada velocidade em um círculo trigonométrico, dando origem as funções senoidais. Então, toda função senoidal pode ser representada por um fasor.

O fasor originará um cálculo fasorial, o qual é representado pelo número complexo A:

$$A = z \cdot e^{j\theta} = z \cos \theta + j z \sin \theta$$

Esse número complexo gera um movimento harmônico giratório que, pode ser descrito por uma senóide e vice-versa (Fig.1):

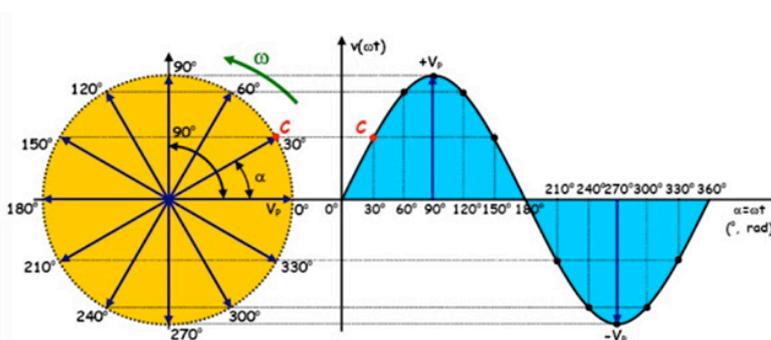


Figura 1: Movimento harmônico no ciclo trigonométrico (esquerdo) sendo descrito por uma senóide (direito)

Na prática de Eletrônica, os estudantes destacaram a presença dos números complexos, quando se aborda, por exemplo, o estudo da corrente alternada e do circuito elétrico. A dinâmica do comportamento e compreensão do funcionamento desses tópicos inerentes ao estudo da Eletricidade, se dá por meio da aplicação dos números complexos e sua respectiva representação gráfica por meio de funções senoidais.

E, através dessa perspectiva investigativa-histórica que os estudantes foram desafiados a pesquisarem como os números complexos apareciam, nas diversas disciplinas componentes do curso, apresentando as suas aplicações naquele espaço.

O trabalho se mostrou revelador e os mesmos puderam aprender o sentido do que haviam estudado anteriormente e compreender as relações existentes entre a matemática e eletricidade.

A experiência mostrou o quanto é essencial, senão imprescindível, dar significado ao que aprendemos. Afinal, é nesse processo que o estudante assume o papel de ator da sua aprendizagem, ampliando seus conhecimentos através de conjecturas, abstrações, confirmações e generalizações, tão importantes na aprendizagem.

Entretanto, notamos, no decorrer dos nossos estudos que, alguns conteúdos matemáticos ainda estavam confusos para os nossos alunos e sentimos necessidade de abordar o tema, dando um outro tratamento. Estamos falando da condição de existência de triângulos.

4. Triângulos em pega-varetas: estudo da condição de existência do triângulo

Ao longo do estudo dos diversos temas propostos na turma do 3º ano, surgiram algumas vezes, dúvidas dos estudantes acerca da condição de existência de um triângulo. A maioria deles acreditava que, bastava possuir três lados, para se ter um triângulo. Resolvemos tratar esse tema com uma nova abordagem. Daí surgiu a ideia de utilizar um jogo.

Assim, propusemos a adaptação do jogo “pega-varetas”, o qual, nas sociedades milenares, era utilizado para trabalhar a tranquilidade, a paz interior, o raciocínio, além da destreza manual. Nessa perspectiva, o jogo teve o incremento de novas regras e o ajuste do material utilizado, a fim de alcançar nossos objetivos.

Tínhamos como finalidade garantir que, os conhecimentos acerca da condição para existência de um triângulo fossem resgatados, trabalhados por meio de um jogo e ressignificados. Para isso, adaptamos o jogo pega-varetas, a fim de proporcionar ao estudante,

a oportunidade de dar uma nova denotação àquele conteúdo já trabalhado, mas agora validando a compreensão do mesmo.

A construção do jogo, bem como, as novas regras, possibilitaram à professora visualizar as dificuldades encontradas pelos estudantes referentes ao conteúdo, proporcionando aos mesmos, um aprender fazendo e refletindo.

O jogo consiste em construir triângulos, com varetas, coloridas e de tamanhos diferentes, levando-se em consideração quais são as condições de construção desse polígono.

O jogo sofreu alterações em sua estrutura e em algumas regras, conforme listadas a seguir:

- As cores das varetas indicam o tamanho de cada uma conforme quadro abaixo:

Relação Cor/Tamanho

CORES	TAMANHO (cm)
Amarela	8
Azul	20
Azul Claro	15
Laranja	16
Preta	14
Verde	6
Vermelha	23

- O jogo deverá ser jogado por, no mínimo, 02 participantes.
- Após a conquista de 03 varetas o participante obrigatoriamente deverá montar um triângulo, lembrando-se da condição para existência do mesmo.
- O vencedor será aquele que obtiver mais pontos e a pontuação se dará de acordo com a classificação dos triângulos formados da seguinte maneira:
 - Triângulo acutângulo – 45 pontos
 - Triângulo retângulo – 90 pontos
 - Triângulo obtusângulo – 120 pontos

- Para desempate, será considerado a maior quantidade de triângulos equiláteros, caso o empate permaneça, será considerado a maior quantidade de triângulos isósceles.

Vale ressaltar que, todo o desenrolar do jogo se deu através de registros escritos, os quais eram utilizados, após cada jogada, para discutir os tipos de triângulos encontrados, verificando se, de fato, eram triângulos (desigualdade triangular), caracterizando-os e ampliando as observações para generalizar as condições de existência de um triângulo.

Todavia, ao longo do processo de construção das nossas aulas e atividades, pensávamos como seria o processo avaliativo de um trabalho desenvolvido dessa forma. Uma certeza nós tínhamos: não teríamos só um tipo de instrumento avaliativo. E ao longo das unidades fomos inserindo propostas avaliativas como: cordéis, relatórios, diário reflexivo, seminários, mini gincana, avaliação escrita (com no máximo cinco situações problemas) e a prova em fases. Esta última foi a que nos debruçamos ao longo de quase seis meses de estudos para verificarmos se era viável utilizá-la. Encaramos implementar essa proposta na última unidade.

5. Prova em fases: um novo olhar sobre a avaliação

O ato de avaliar, consiste na coleta, análise e síntese de dados, mas, diferente da verificação, vem acompanhada por um juízo de valor e norteia o objeto em caminhos possíveis em que se dinamize tal ação.

E, por entendermos que avaliar não deve ser visto como o ato, mas o processo, é que investimos nosso tempo em pesquisar, estudar e discutir publicações acerca do tema, para construir propostas que avaliassem o processo ensino-aprendizagem da matemática pelos estudantes, em consonância com a importância da ação contínua do avaliar.

A avaliação, nessa vertente, é tida como uma forma de acompanhar a qualidade do processo de construção do conhecimento, em que o professor exerce o papel de observador intervindo apenas quando necessário. Nesses termos a avaliação é um recurso que embasa toda a aferição da qualidade desta ação.

Assim, inspirados na tese de doutorado de Trevisan (2013) cujo título *Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em matemática*, versa sobre a experiência de avaliar os estudantes, utilizando como um dos instrumentos avaliativos uma prova escrita, à qual foi submetida aos estudantes em vários momentos ao longo do processo. No decorrer da aplicação desse projeto, vários aspectos foram avaliados, como: dúvidas sobre a validade desse instrumento, desconfiança dos estudantes, entre outros. Dessa maneira, fizemos algumas adaptações, mas mantendo o cerne do trabalho.

Tivemos o cuidado de realizar a distribuição de pontuação da unidade, contemplando dois projetos práticos com os conteúdos geometria analítica plana e cônicas, e a avaliação escrita que seria a prova em fases. Esta avaliação correspondeu a 40% da nota da unidade.

A prova constava de dez questões mais uma questão extra e foi aplicada em quatro momentos, divididos em AV1, AV2, AV3 e AV4.

Na fase AV1, o estudante dispunha de vinte minutos para analisar toda a avaliação, mas não poderiam resolver questões.

Na AV2, o discente dispunha de um tempo um pouco maior que cinquenta minutos para realizar quantas questões quisesse e soubesse, da avaliação.

Na AV3, o estudante poderia rever o que havia feito no momento da AV2 e refazer e/ou corrigir, realizando, também, questões ainda não resolvidas. Após essa etapa, foi feita a correção da prova e gerada a 1ª nota referente à avaliação escrita, totalizando, no máximo, dois pontos.

Na AV4, o aluno dispunha de dois momentos: cinquenta minutos para realizar a avaliação em dupla (questões que ambos os estudantes não tenham feito) e os outros cinquenta minutos, individualmente (finalizando sua avaliação). Daí era gerada a 2ª e última parte da nota da prova, fechando mais dois pontos.

Observamos alguns aspectos ao longo das etapas desta avaliação. Como se tratava de uma avaliação com situações-problemas, os estudantes se viam em uma situação que não dava para “decorar” questões para buscar respostas na internet e/ou em livros. Eles tinham que se

debruçar para compreender cada contexto, e quais situações propostas estavam preparados para resolver.

Ao longo do processo, notamos o quanto eles foram amadurecendo e verificando a importância de retomar algo que tinham feito. Afinal, a partir das etapas da avaliação, eles tiveram a oportunidade de rever conteúdos que necessitava de maior aprofundamento e retomar questões que tiveram dúvidas de resolver ou que resolveram errado. A cada correção da prova, escrevíamos alguns comentários os quais possibilitassem que eles pensassem acerca de certos aspectos da resolução de cada questão. A ideia era fazer com que eles refletissem sobre o que estavam fazendo.

De fato, a experiência da prova em fases foi muito rica e repleta de descobertas para os estudantes e nosso grupo PIBID, pois certificamos na prática que, uma das funções da avaliação, além de avaliar o processo de construção do conhecimento é, ter a oportunidade de analisar e trabalhar sobre a dificuldade de cada estudante, respeitando a pluralidade da turma e revendo as nossas práticas enquanto educadores.

6. Reflexões desse caminhar construído em conjunto: o que nos revelou

Algumas das ações supracitadas nos mostraram que, se faz necessário compreender que, o espaço do PIBID, deve ser um ambiente de construção, atuação conjunta e contínua. O exercício da docência é repleto de desafios e precisamos, constantemente, nos colocar à prova, para nos desafiar. Esse era o convite feito a cada encontro que planejávamos nossas aulas: Como nós gostaríamos de aprender tal tema matemático? E a partir das respostas (sempre desafiadoras), corríamos atrás de estudos e ideias que pudessem nos inspirar e subsidiar as nossas ações.

Assim, acreditamos que os trabalhos desenvolvidos no PIBID devem ter, na sua essência, sempre perguntas que mobilizem, não só uma resposta, mas n-ésimas possibilidades de “respostas”, às quais ofertem um arsenal de caminhos para construirmos aprendizados mais significativos.

O desafio está posto!

7. Agradecimentos

À CAPES – PIBID.

8. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura/ Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, 2000.

GARBI, GILBERT. G. **Romance das Equações Algébricas**. 3ª Edição. Editora Livraria da Física. São Paulo, 2007.

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Fundação Universidade Federal do Rio Grande (FURG), 2007. Disponível em <<http://mathematikos.mat.ufrgs.br/textos/geoplan.pdf>> Acesso em 07 mar. 2016.

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores)

TREVISAN, A. L. **Provas em fases e um repensar da prática avaliativa em matemática**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 168 p., 2013.