

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA RESSIGNIFICAÇÃO DO CÁLCULO DE ÁREAS NO ENSINO SUPERIOR

Maria Deusa Ferreira da Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB
mariadeusa@gmail.com

Daniel de Jesus Silva
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
djsilva@uneb.br

Sandra Alves de Oliveira
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
saoliveira@uneb.br

Resumo:

Este minicurso tem como objetivo contribuir para que os participantes desenvolvam habilidades a partir da interação, envolvimento e participação na atividade “Ressignificando o cálculo de áreas”, que consiste em calcular a área de uma região plana irregular. A história e a investigação matemática proporcionam o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos que se encontram afastados em virtude das dificuldades de se tornar as aulas de matemática mais lúdicas e menos abstratas. Fundamentados pelo uso da história da matemática em atividades investigativas e com o auxílio de materiais concretos manipuláveis, o minicurso promoverá dinamismo e criatividade, possibilitando aos envolvidos se sentirem personagens e recriadores do cálculo de áreas de regiões sob curvas, de forma significativa.

Palavras-chave: Área; história da matemática; investigação; recurso; formação.

1. Introdução

Considerando que a aprendizagem é constituída pelo processo interativo, para proporcionar uma melhor compreensão dos enunciados, do meio social e do mundo, é importante que o professor esteja munido de estratégias que possibilitem o desenvolvimento de seus alunos enquanto sujeitos ativos, interativos e construtores de conhecimento. Assim, os alunos precisam ser motivados para produzir conhecimento e não apenas para “consumir” o que já está previamente preparado.

Em face dessa realidade, o professor deve assumir um papel decisivo: continuar com o foco de ensinar como mero reprodutor do conhecimento, ou passar a se preocupar com o aprender significativo, em que a motivação pelo saber está entrelaçada com a visão crítica do que se estuda. Dessa forma, o professor precisa abrir caminhos para uma

prática que leve para a construção do conhecimento, tanto para o docente quanto para o discente.

Reflexões acerca das informações apresentadas motivaram o planejamento do minicurso intitulado “A utilização da história e investigação matemática na ressignificação do cálculo de áreas no ensino superior”, e é resultado de uma investigação realizada em sala de aula, na Universidade do Estado da Bahia – UNEB, Campos VI Caetitê–BA, realizada com alunos de licenciatura em Matemática, na disciplina Cálculo II. Desse modo, com a realização do minicurso, esperamos contribuir com discussões e análises acerca das ricas possibilidades de se utilizar a história da matemática em atividades investigativas, para estudarmos o cálculo de áreas de forma dinâmica, criativa e prazerosa, possibilitando aos participantes se sentirem personagens na estruturação da matemática.

2. Justificativa

A proposta do minicurso para ser apresentado aos interessados que já cursaram ou estão cursando a disciplina Cálculo Diferencial e Integral, decorre de questões levantadas ao longo das experiências no ensino de matemática, tanto na educação básica como no ensino superior, em que percebemos a falta de conexão entre a teoria apresentada e a prática, o que criava nos alunos uma ideia de matemática meramente abstrata e sem utilidade prática.

Já como professores no Ensino Superior, lecionando Cálculo no curso de Matemática, as dúvidas quanto ao encaminhamento dessa disciplina e como fazer para que a teoria e a prática não ficassem separadas, começaram a se fazerem presentes na trajetória da docência. Desse modo, nos sentimos compelidos a melhor orientar nossos alunos quanto suas futuras atuações docentes, propiciando-lhes experiências para além da tão propagada aula tradicional. Assim, fomos conduzidos a uma atitude diferenciada em sala de aula, saindo da zona de conforto e nos embrenhando na tarefa de aliar a história da matemática com atividades investigativas.

Nas últimas décadas, as pesquisas publicadas no campo da Educação Matemática tem aberto um leque de possibilidades para a mudança da prática docente. No bojo dessas pesquisas se consolidaram as *Tendências da Educação Matemática* (Resolução de Problemas, História da Matemática, Investigação Matemática, etc) que propiciam aos educadores e educadoras matemáticas a capacidade de analisar, refletir e adotar em sua prática pedagógica,

a que melhor se adequa ao processo ensino e aprendizagem de matemática, práticas inovadoras e que levem a reflexão sobre o que e como ensinar.

Com respaldo nas Tendências da Educação Matemática destacamos neste minicurso, o uso da *História da Matemática em Atividades Investigativas*, uma vez que vemos nesta uma aliada no processo de construção do conhecimento matemático, sem perder de vista os aspectos formais desse conhecimento, ou seja, a formalização dos conceitos matemáticos envolvidos.

De acordo com D'Ambrosio (1989, p. 17), “a história da matemática tem servido para alguns pesquisadores como motivação para o trabalho com o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos”. Para que esta seja mais uma fonte em potencial para os educadores preocupados em possibilitar novas perspectivas ao ensino de matemática, é necessário compreender toda riqueza de possibilidades que há no trabalho que envolve o uso da História da Matemática em Atividades Investigativas em sala de aula.

Nessa perspectiva, entendemos o uso da história, não apenas como o mero uso de fatos históricos, mas de propor desafios, por meio de atividades investigativas, que levem a reconstrução do desenvolvimento da matemática, ao tempo em que se constrói o conceito matemático envolvido. Isso se insere em uma prática educativa que acredita que os discentes não aprendem por mera repetição, mas a partir do processo construtivo, “enxergando” as necessidades e processos que impulsionaram, sistematizaram e formalizaram os conteúdos estudados em sala de aula.

Assim, com o intuito de apresentar como a metodologia de aprendizagem por meio de História da Matemática em Atividades Investigativas pode contribuir para a construção do conhecimento de cálculo de áreas, definimos os objetivos deste minicurso.

3. Objetivos

Objetivo Geral:

- Mostrar como o uso da História da Matemática em Atividades Investigativas favorece a aprendizagem de conceitos e definições de cálculos de áreas de regiões planas irregulares.

Objetivos específicos:

- Conhecer as origens da necessidade do cálculo de áreas.

- Analisar os fatores que contribuíram para a formalização de regras e fórmulas para calcular áreas sob curvas.
- Caracterizar a prática pedagógica do professor que utiliza a História da Matemática em Atividades Investigativas na sua atuação docente.
- Utilizar recursos manipuláveis para calcular áreas na atividade “Ressignificando o cálculo de áreas”.

4. A construção da atividade “Ressignificando o Cálculo de áreas”

A construção do recurso para ser utilizado no minicurso (previamente preparados pelos mediadores) se deu de forma simples, fazendo uso de conhecimentos de funções e gráficos. Os materiais empregados foram cartolinas verdes, tinta guache azul, purpurina, papel transparência, régua e caneta. Também um texto (apostila) relatando um pequeno episódio da história da matemática que versa sobre contribuições de povos antigos para a sistematização do cálculo de áreas, buscando inserir os participantes no contexto semelhante aos vividos por matemáticos do passado.

Primeiro fizemos nas cartolinas (que representavam o terreno) um desenho que representava um rio. As linhas que formam as margens do rio são aproximações de gráficos de funções já conhecidas pelos alunos, os mesmos são traçados por um sistema cartesiano “imaginário”. Depois com auxílio de um software plotamos um sistema de eixos coordenados (eixo das abscissas e eixo das ordenadas) e o imprimimos num papel transparência o qual sobreposto na cartolina nos permitia visualizar as margens do rio como o gráfico traçado num plano cartesiano, conforme figuras 1 e 2, a seguir.

Pintamos toda área que representava o rio de tinta azul e jogamos purpurina para dar um brilho. Simulando os raios do sol incidindo sobre as águas, tornando a situação a mais real possível. Dessa forma, ficou pronto o recurso (material manipulável) que pode ser observado na Figuras 3. Esse será o material a ser utilizado no minicurso.

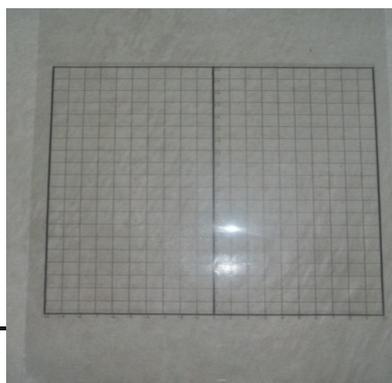


Figura 1 – “Ressignificando o cálculo de áreas” por meio do material concreto



Figura 2 – Material concreto suporte para Atividade Investigativa

Observando a Figura 2, o papel transparência com a plotagem do sistema cartesiano está sobreposto na cartolina que representa o terreno fictício. Na região do primeiro quadrante (intervalo $[0; 10]$) o leito do rio é representado pela faixa azul, limitado por duas curvas, as margens do rio. Já o segundo quadrante (intervalo de $[-10; 0]$) o leito do rio é limitado por outras duas curvas, diferentes da do primeiro quadrante. Uma das atividades consiste em calcular a área abaixo da margem inferior do rio.

Para introduzir a atividade “Ressignificando o cálculo de áreas” no minicurso, apresentaremos o texto intitulado *Panorama Histórico: sistematização e formalização do cálculo de áreas*. Esta atividade será proposta em grupos e tenciona dois objetivos: atrair e fazer o grupo participante possa se sentir personagem da história e interagir com os demais colegas.

5. Metodologia

O minicurso “A utilização da história e investigação matemática na ressignificação do cálculo de áreas no ensino superior”, com duração de 3h, será desenvolvido com a participação de 25 inscitos, subdivididos em grupos de cinco integrantes. A proposta de separa em grupos tem o intuito de gerar um ambiente dinâmico e cooperativo, onde os participantes serão

instigados a investigar, criar conjecturas, testar e validar ou não hipóteses, criar conceitos por meio de noções intuitivas e formalizar definições.

Como já dito a atividade consistirá no desafio de calcular a área do terreno situado às margens do rio (margem inferior) que tem um de seus lados com formato curvilíneo. O Material será distribuído aos participantes, também para realização da atividade utilizaremos régua e calculadoras (que podem ser a dos celulares).

Devido a região ser irregular, é certo que surgirão algumas dificuldades. Então discutiremos o método da exaustão, a fim de conseguirem um valor aproximado da área procurada. Refletiremos que as dificuldades encontradas foram as mesmas que célebres matemáticos tiveram e que as técnicas usadas pelos grupos também seguiram de perto as de matemáticos como Eudoxo (408-355 AC) e Arquimedes (287-212AC) de acordo com Boyer (1996). Note que:

Matemáticos anteriores parecem ter sugerido que se tentasse inscrever e circunscrever figuras retilíneas dentro e por fora da figura curva, e ir multiplicando indefinidamente o número de lados; mas não sabiam como terminar o argumento, pois não conheciam o conceito de limite. Segundo Arquimedes, foi Eudoxo quem forneceu o lema que hoje tem o nome de Arquimedes, às vezes chamado axioma de Arquimedes e que serviu de base para o método de exaustão, o equivalente grego de cálculo integral. (BOYER, 1996, p.63).

Após todos terem encontrado e registrado os valores para aquela área, entregaremos aos grupos os papéis transparência plotado o sistema cartesiano (Figura 3) e discutiremos a que tipo de curva se tratava. Após perceberem que são parábolas, pediremos que por interpolação polinomial encontrem as funções que aqueles gráficos representavam.

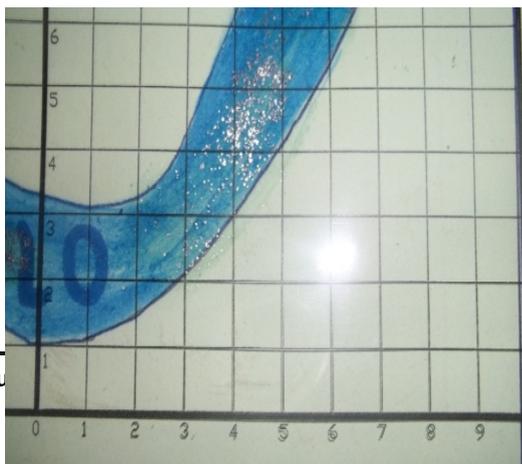


Figura 3 – Visualização da área sob um sistema cartesiano

O próximo passo será sugerir que todos usem retângulos para recalcular a área sob o rio, calculando e somando as áreas dos retângulos, para que possam observar a diferença dos resultados. Faremos tal procedimento, usando planilhas eletrônicas, com 10, 20, 40 e 200 retângulos onde as bases estarão sobre o eixo dos x e com a altura de cada retângulo dado pela função do ponto médio, ou seja, $f\left(\frac{x_i+x_{i+1}}{2}\right)$.

Intuitivamente vamos perceber que à medida que aumentamos o número de retângulos o valor da área vai variando e se aproximando de um valor fixo. Nesse patamar, ponderaremos que para otimizar os cálculos os matemáticos introduziram o conceito de limites e, então, discutiremos a soma de Riemann, nos apegaremos as autoras Flemming e Gonçalves (1992) para chegarmos a uma definição formal de integral definida para calcular área de regiões irregulares:

Desde os tempos mais antigos os matemáticos se preocupam com o problema de determinar a área de uma figura plana. O procedimento mais usado foi o método da exaustão, que consiste em aproximar a figura dada por meio de outras, cujas áreas são conhecidas. A integral definida está associada ao limite. Ela nasceu com a formalização matemática dos problemas de áreas... Temos a seguinte definição:

Seja f uma função definida no intervalo $[a, b]$ e seja P uma partição qualquer de $[a, b]$. A integral definida de f de a até b , denotada por

$$\int_a^b f(x)dx, \text{ é dada por}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} f(c_i)\Delta x_i$$

Desde que o limite do 2º membro exista. (FLEMMING; GONÇALVES, 1992, p.356).

Dessa forma, conceituamos a integral definida por meio de aplicação para cálculo de área. Com o algoritmo da Integral Definida já rigorosamente definido, vamos pedir os participantes para calcular a área da região sob a mesma curva do rio Nilo e por fim comparamos os resultados com os anteriores encontrados, e perceberemos que os valores que os grupos encontraram se aproximaram do valor que encontramos resolvendo por integral definida.

As ideias deste procedimento estão elencadas nas proposições de Clairaut (1892, p. 9-10 apud MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 34).

Pensei que esta ciência, como todas as outras, fora gradualmente formada; que verossimilmente alguma necessidade é que promovera seus primeiros passos não podiam estar fora do alcance dos principiantes, visto como por principiantes foram dados. Com essa ideia, propus-me remontar ao que podia ser a fonte da geometria. Tratei de desenvolver-lhe os princípios por um método tão natural que pudesse ser tido como o próprio empregado pelos inventores; fugindo, entretanto, todas as falsas tentativas que eles naturalmente fizeram. A medida dos terrenos me pareceu mais própria para dar origem às primeiras proposições de geometria; e é efetivamente daí que provem esta ciência, pois que geometria significa medida de terreno. Pretendem alguns autores que os egípcios, vendo os limites de suas herdades continuamente destruídos pelas cheias do Nilo, lançaram os primeiros fundamentos da geometria, procurando os meios de se certificarem exatamente da situação, da superfície e da configuração de seus domínios.

Este minicurso apresentará um posicionamento explícito acerca de uma relação específica entre a História da Matemática e a Investigação Matemática. Baseado numa preocupação em romper com a maneira tradicional de apresentação da integral, por meio de um método que motivasse e auxiliasse na compreensão. A proposta busca na história da matemática e na investigação em sala de aula os elementos orientadores para a construção do conhecimento.

Espera-se que os participantes analisem os resultados das atividades propostas no minicurso, por meio do questionário apresentado, no intuito de avaliar os trabalhos desenvolvidos.

6. Considerações Finais

Os estudantes precisam ser motivados à aprendizagem de forma que possam desmistificar preconceitos de que a disciplina Cálculo é “difícil de ser aprendida”. Nesse contexto, o professor assume um papel decisivo. Ele pode optar por manter o foco do ensinar como reprodução do conhecimento, ou passar a preocupar-se com o aprender por prazer, com dinamismo e criatividade, buscando para isso rever a sua prática pedagógica a fim de que possa fazer as mudanças necessárias.

Atualmente, após o desenvolvimento de várias pesquisas sobre o uso da história da matemática e da investigação em sala de aula, constatou-se que essas metodologias carregam

em si elementos importantes para contribuir na construção de uma formação voltada para a humanidade que favorece o despertar do conhecimento, a necessidade de descobrir, de desenvolver o raciocínio lógico, de socializar-se e de interagir com outrem.

Também sabemos que o material a ser aplicado poderá provocar maior interação social na turma e uma melhor apreciação pelo conteúdo áreas irregulares. Os participantes de cada equipe reúnem e discutem os métodos de resolução para calcular a área. Nesse sentido, pensarão, refletirão, aguçarão o raciocínio lógico. O desafio proposto proporcionará interesse e contribuirá para o desenvolvimento social.

Sem dúvida, atividades como essa é uma estratégia aplicável não só para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como também, habilidades formativas, indispensáveis para a constituição do aluno enquanto cidadão competente, preparando-os para os desafios e possibilidades da contemporaneidade.

Referências

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM, Brasília, ano II, n. 2, p. 15-19, 1989.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A**: funções, limite, derivadas, integral. 5. ed. São Paulo: Pearson Makron, 1992.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: Propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.