

UMA DISCUSSÃO SOBRE MÉTODOS ANALÍTICO E SINTÉTICO NO ENSINO SECUNDÁRIO NO FINAL DO SÉCULO XIX E INÍCIO SÉCULO XX A PARTIR DO EXAME DE LIVROS DIDÁTICOS DE ANDRÉ PEREZ Y MARIN

Adriana de Bortoli
Faculdade de Tecnologia Prof. Antonio Seabra-Lins
Universidade Estadual Paulista- UNESP- Rio Claro
adrianadebortoli1@hotmail.com

Marcos Vieira Teixeira
Universidade Estadual Paulista- UNESP- Rio Claro
marti@rc.unesp.br

Resumo:

Este texto aborda resultados de uma investigação sobre os métodos analítico e sintético a partir do exame dos livros didáticos de André Perez y Marin. Considera os modos de estruturação dos conteúdos escolares dos ramos da matemática propostos para análise e síntese; e tem como objetivo investigar as propostas de ensino de matemática de André Perez y Marin. Consideramos que, em algumas de suas obras, observamos a presença, principalmente, de elementos que vão ao encontro das características do método sintético: seu texto vai dos princípios às consequências, existe uma forte tendência à memorização, uso em demasia dos algoritmos, a ideia de construção do conhecimento, trabalha do elementar para o composto, especialmente, na obra *Elementos de Geometria*. Quanto às obras *Elementos de Algebra e Aritmética Teorico-Prática*, podemos perceber uma ênfase no método analítico que por sua natureza heurística e mais conveniente no ensino/aprendizagem da matemática, ao menos nos níveis mais elementares.

Palavras-Chave: Método de Ensino; História da Educação Matemática; Livro Didático.

1. Introdução

O presente texto relata parte dos estudos de doutorado do primeiro autor desse artigo sob a orientação do professor doutor Marcos Vieira Teixeira, que tem como objetivo: analisar as obras de André Perez y Marin com o intuito de entender tendências e propostas de ensino que possam ter deixado contribuições para a Educação Matemática.

Nessa comunicação, em específico, será apresentada a discussão que foi feita em um dos capítulos do estudo do doutorado, que consta da investigação sobre as propostas didáticas de ensino de André Perez y Marin pelo exame de seus livros didáticos.

André Perez y Marin foi um matemático espanhol, que exerceu a docência por 52 anos, dos quais 35 foram no Brasil. Destes, teve quase a sua totalidade dedicada no Ginásio

do Estado, atual Colégio Culto à Ciência, em Campinas (SP), no início do século XX. Suas obras didáticas reúnem uma produção de 10 títulos, sendo que 8 são de sua exclusiva autoria e as demais em parceria com Carlos Francisco de Paula, também professor do Colégio Culto à Ciência do Estado. Seus títulos são: *Elementos de Álgebra*, *Lições de Algebra*, *Soluções Algebricas*, *Aritmética Teorico-Prática*¹, *Lições de Aritmética 1ª Parte*, *Lições de Aritmética 2ª Parte*, *Soluções Arithméticas*, *Lições de Mecanica e Astronomia* e em colaboração com Carlos Francisco de Paula: *Elementos de Trigonometria Rectilínea e Elementos de Geometria*. Dessa totalidade, de livros destinados ao ensino secundário, três foram os textos contemplados para esse estudo: *Aritmética Teorico-Prática*, 10 ed. 1939; *Elementos de Álgebra*, 1 ed. 1909 e *Elementos de Geometria* 1 ed. 1912.

Primeiramente, consideramos uma distinção entre métodos da matemática e métodos de ensino de matemática. A literatura² aponta para diversas discussões existentes entre o analítico e o sintético, tanto com relação à Filosofia quanto à Matemática, desde sua característica assumida pelos antigos, principalmente matemáticos e filósofos gregos; como diversas discussões existentes entre o analítico e o sintético introduzida na Filosofia pelo pensador alemão Emanuel Kant, desde o século XVIII. Logo, nesse texto, priorizamos investigar tais métodos sob dois vieses, matemático e educacional.

2. Sobre os métodos da matemática

Consideramos as definições de Fetissov (1994) que afirma, análise e síntese são duas fases, indissolúvelmente ligada entre si, do processo de demonstração de um teorema. De modo geral, usa-se a análise para descobrir uma demonstração e a síntese para expor a demonstração. No entanto, não são apenas nas demonstrações de um teorema que são usados os métodos analíticos e sintéticos. Usa-se na abordagem de um problema, de modo geral, a análise por ser instrumento de descoberta da estratégia de resolução, à medida que a síntese serve como o processo de verificação da resposta. A essência do método analítico consiste em supor um teorema demonstrado e, a partir disso, chegar a algum resultado já conhecido. Já o sintético, consiste em partir das hipóteses para chegar à tese.

¹ Esse título foi primeiramente publicado com a seguinte grafia: *Arithmetica Theorico-Pratica*. Como analisamos a obra de 10ª edição publicada em 1939, e ela teve sua grafia modificada para *Aritmética Teorico-Prática*, procuramos manter no texto inteiro essa forma de escrita a fim de evitar confusões.

² *Filosofia da Matemática*, Stephen F. Barker (1976); *História da Matemática*, Carl B. Boyer (2003); *Introdução à história da matemática*, Howard Eves (2004) e *Introducción al estilo matemático*, Javier de Lorenzo (1971).

Contudo, de acordo com Lorenzo:

[...] os termos analítico e sintético ou geométrico puro, que se mantêm até o presente momento para qualificar ambos enfoques, tem variado sensivelmente no sentido desde o significado usado por Platão para análise e síntese em demonstração matemática. Se, para Platão e Euclides, análise e síntese eram dois processos demonstrativos, ao final análise passará a ser método de resolução de problemas mediante um processo de redução. Por sua vez, síntese, como operação, será sinônimo de adição. (LORENZO, 1971, p.160)

De acordo com Corrêa (2008, p.9), “[...] não temos acesso às obras clássicas gregas, devido, por exemplo, às depredações do tempo. Como já foi dito, Pappus, um matemático competente a sua época, é um dos principais responsáveis pelo nosso conhecimento dos estudos realizados pelos gregos”. Assim, por uma tradução de Balierio (2004), apresentamos uma consideração de Pappus de Alexandria, que, no seu segundo livro, se refere à análise e síntese:

A análise, com efeito, é o caminho a partir do que é procurado, como aceito, através das sucessivas conseqüências, até algo aceito pela síntese. Pois na análise, tendo (nós) estabelecido a coisa procurada como acontecida, consideramos isso que dela resulta, e, de novo, o precedente daquela, até que, assim voltando sobre nossos passos, cheguemos a alguma das coisas já conhecidas ou que tem a ordem de princípios; e essa abordagem chamamos análise, como solução em sentido contrário. Enquanto que, na síntese, ao contrário, supondo o que foi deixado, por último, na análise, já acontecido, e tendo arranjado como conseqüências as coisas então precedentes, segundo sua natureza, e tendo adicionado umas às outras, chegamos, por fim, à construção da coisa procurada; e chamamos isso síntese. Duplo é o gênero da análise, uma pesquisa do verdadeiro, o qual é chamado teórico, o outro capaz de dizer o que foi proposto, o qual é chamado problemático. Enquanto que, no gênero teórico, tendo estabelecido o que é procurado como existente e verdadeiro, em seguida, por meio das conseqüências sucessivas como verdadeiras, e como existem segundo a hipótese, tendo avançado até algo admitido, caso, por um lado, fosse verdadeiro aquilo admitido, será verdadeiro também o procurado, e a demonstração é uma inversão da análise; caso, por outro lado, encontramos falso o admitido, falso será também o procurado. (BALIEIRO, 2004, p. 64-78).

Logo, verificamos que a análise e a síntese são procedimentos complementares, ou seja, de acordo com Pappus, a análise deveria ser completada pela síntese.

Assim, segundo Corrêa (2008, p.20), “[...] O que deve ficar claro, entretanto, é que para Pappus e, portanto, para os antigos, a análise e a síntese formam um único argumento e, por esta razão, não devem ser consideradas isoladamente”.

3. Sobre os métodos de ensino da matemática

De outra parte, no que se refere ao ensino de matemática, as discussões são diminutas. Sabemos pelas considerações de Leme Silva (2015), que é lacunar as reflexões sobre o método analítico no que tange aos saberes matemáticos dos anos iniciais e, também por

Valente (2015), que nos informa de que embora haja uma abundância de termos que nomeiam métodos e processos de ensino, surgidos com mais rigor a partir dos finais do século XIX, esses debates sobre os métodos revelam-se, mais fortemente, no âmbito da alfabetização. Os historiadores da educação muito têm se dedicado a eles e, sobre os ensinamentos de matemática para os primeiros anos escolares, ao que tudo indica, há menos estudos sobre o tema. Inclusive, para o ensino secundário, essa escassez se mantém.

Assim, diante da literatura diminuta sobre os métodos analítico e sintético, para a matemática escolar no ensino secundário, nos propomos a investigar uma possível caracterização de tais métodos nos livros de André Perez y Marin.

Iniciamos por caracterizar a concepção de Perez y Marin quanto aos métodos analítico e sintético. O prefácio da obra *Aritmética Teórico-Prática* foi fonte para a compreensão da proposta do autor quanto aos métodos adotados:

Na resolução de todas as questões adotamos de preferência o método analítico como sendo o mais natural e mais adequado ao desenvolvimento do raciocínio, sem todavia olvidar o método sintético, que, pelo seu caráter empírico, não possui valor educativo, consiste no entanto, um complemento imprescindível, não só pela necessidade de resumir em breves preceitos a operação analítica que exige longo raciocínio, como pela inapreciável comodidade que proporciona no uso da vida prática. (PEREZ Y MARIN, 1939, prefácio)

Além disso, na obra *Elementos de Geometria*, escrita com Carlos Francisco de Paula, os autores, referem-se aos métodos de análise e síntese da seguinte maneira:

Consiste a analyse, em estabelecer uma serie de proposições, começando na que se deseja demonstrar, terminando n'uma proposição conhecida, e taes que cada uma seja uma consequencia necessaria da que a segue; donde se conclue que a primeira é uma consequencia da ultima, e por consequencia verdadeira como esta; a analyse é, pois, um methodo de redução, e é geralmente empregada na resolução dos problemas. A syntese differe da analyse pela inversão da ordem das proposições da referida serie; consiste, pois, em partir de uma proposição conhecida, e, n'uma deducção de consequencias necessárias, chegar-se á proposição proposta. A syntese é um methodo de deducção, e emprega-se principalmente a demonstração de theoremas. (PEREZ Y MARIN; PAULA, 1917, p.5).

Diante das concepções do autor, e das pesquisas³ que fizemos sobre os métodos de análise e síntese, elaboramos um quadro que elucida os atributos desses métodos.

³Mortatti (2000), Silva (2015) e Valente (2015).

Quadro 1- Características da análise e síntese

ANÁLISE	SÍNTESE
Parte de um problema resolvido	Parte estritamente dos dados
Método de redução	Método de dedução
Usado para descobrir uma demonstração	Usado para expor uma demonstração
Natureza heurística	Natureza hipotética
Decomposição do objeto	Recomposição do objeto
Reduzir o desconhecido e mais complexo ao conhecido	Derivar o desconhecido e mais complexo do conhecido e mais simples

Fonte: Elaborado pelos autores, 2016

Notamos, pelo quadro 1, que a análise propõe uma ordem que parte do todo para as partes, com o intuito de descobrir uma demonstração, apropriado na resolução de um problema, pois de um modo geral, pode ser um instrumento heurístico importante para a estratégia de resolução. Com relação à síntese, a ordem proposta obedece uma marcha das partes para o todo, especialmente recomendado para expor uma demonstração.

Seguindo com um exemplo, temos que o problema encontrado na obra *Elementos de Algebra* (1909), que Perez y Marin usa para introduzir a linguagem algébrica, fica de fato muito evidente a prática do método analítico, uma vez que o autor supõe um problema resolvido e, a partir disso chega a algum resultado conhecido. Vejamos:

1. Exame de duas questões. Consideremos primeiro a seguinte:
Dividir 500\$ entre tres pessoas, de modo que a primeira receba 40\$ mais que a segunda, e esta 50\$ mais que a terceira.
 Para resolver este problema sem os recursos da algebra, raciocinaremos assim:
 Suppondo conhecida uma das tres partes, a da terceira pessoa, por exemplo, bastaria accrescentar a essa parte 50\$ para ter a parte da segunda pessoa; e, depois, para ter a parte da primeira, accrescentariamos 40\$ á segunda, ou 40\$ mais 50\$ igual a 90\$ á terceira.
 Por conseguinte, seja qual for a terceira parte, sabe-se que essa terceira parte mais 50\$ é a segunda parte, e a mesma terceira parte mais 90\$ compõem a primeira. A somma das tres partes será, pois, igual ao triplo da terceira mais 50\$ mais 90\$, ou mais 140\$.
 Ora, si o triplo da terceira parte mais 140\$ é igual a 500\$, segue-se que o triplo da terceira será igual a 500\$ menos 140\$, igual a 360\$.
 Dahi resulta que a terceira parte será um terço de 360\$, igual a $\frac{360}{3} = 120$ 000. A segunda parte será, portanto, $120 + 50 = 170$ 000, e a primeira será $170 + 40 = 210$ 000.

Figura 1- Questão resolvida pelo método analítico⁴
 Fonte: Perez y Marin, 1909, p.9-10.

⁴ Livro *Elementos de Algebra* 1909, p.9-10

Num processo análogo, o autor apresenta uma resolução para o mesmo problema fazendo uso da linguagem algébrica. Vejamos:

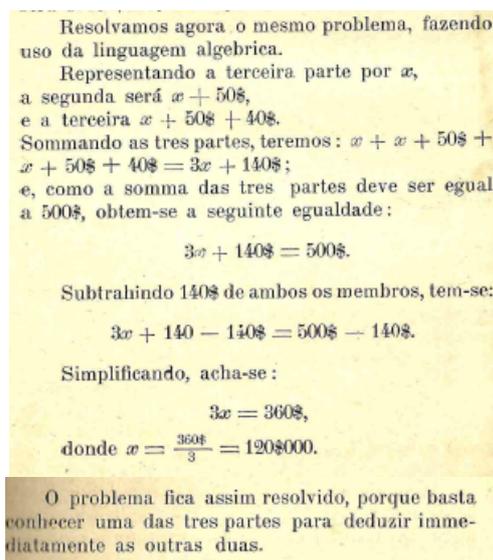


Figura 2- Outra resolução do Exemplo 1
 Fonte: Perez y Marin, 1909, p.10 e 11.

Essa resolução também elucida um procedimento analítico que, por sua vez, tinha como ponto de partida o problema resolvido e tenta reduzi-lo ao conhecido, provado ou definido.

Chamamos a atenção para a passagem $3x + 140\$ - 140\$ = 500\$ - 140\$$, em que claramente percebemos um raciocínio de desfazer as operações, conforme indicava o método de análise.

Ainda consideramos que, é possível observar a descoberta da estratégia da resolução do problema, exatamente como é proposto na análise; estratégias essas que mais adiante, na obra *Elementos de Algebra*, são pelo autor anunciada como “Transformadas”.

Adotamos outro exemplo de natureza algébrica, mais especificamente envolvendo equações, temos que na resolução de Equações do 2º grau incompletas, o autor propõe que se suponha dada a quantidade conhecida aplicar as operações inversas ao modelo de equação encontrado, ou seja, ir desfazendo as operações a que ela está submetida. Assim, para resolver a equação $ax^2 + bx = 0$, ele coloca x em evidência a fim de transformá-las em $x(ax + b) = 0$, decompondo nas seguintes equações: $x = 0$ ou $ax + b = 0$, donde $x = -\frac{b}{a}$, ou seja, a incógnita vale 0 ou $-\frac{b}{a}$.

Em contrapartida, observamos a utilização do método sintético na obra *Elementos de Geometria* (1917), no qual inclusive há uma forte influência dos *Elementos* de Euclides. Sabemos que em *Elementos*, “Euclides demonstrou todas as 465 proposições pelo método sintético”. (EVES, 2004, p.180)

Na obra de geometria de Perez y Marin e Paula, temos a ordem dos conceitos estudados, a qual é pautada na ordem lógica da estruturação da geometria, que parte do ponto, reta e plano, ou seja, das partes em direção ao todo, como podemos constatar na própria organização do livro, pela observância de seu índice:

INDICE		Numero	Pagina
Profacio		I	
GEOMETRIA			
Preliminares	1	1	
Quadro synthetico da Geometria		8	
Geometria Plana			
PRIMEIRA PARTE			
Figuras rectilneas			
Capitulo primeiro			
Linha recta e angulo			
I. — Propriedades e medida da linha recta	7	7	
II. — Perpendiculares e obliquas	12	10	
III. — Paralelas	43	25	
Capitulo segundo			
Polygonos			
Definições	64	35	
I. — Triangulos	66	37	
II. — Quadrilateros	96	52	
III. — Propriedades, equalidade e area dos polygonos em geral	105	58	
Capitulo terceiro			
Linhas proportionaes e correlaço dos polygonos			
I. — Linhas proportionaes	120	64	
II. — Semellhaço de polygonos	136	73	
III. — Transversaes	163	85	
IV. — Relações metricas entre os elementos de um triangulo	175	90	

INDICE		Numero	Figura
SEGUNDA PARTE			
Figuras circulares			
Capitulo primeiro			
Circunferencia			
I. — Propriedades da circunferencia	185	99	
II. — Linhas rectas ao circulo	188	101	
III. — Posições relativas de duas circunferencias	201	105	
IV. — Medida dos angulos	205	107	
V. — Linhas proportionaes ao circulo	225	118	
Capitulo segundo			
Polygonos inscriptos e circunscriptos			
I. — Triangulos e quadrilateros	235	126	
II. — Polygonos regulares	245	130	
III. — Problemas sobre polygonos regulares	255	135	
Capitulo terceiro			
Medida da circunferencia e sua relação com o diametro			
I. — Medida da circunferencia	271	144	
II. — Cálculo de π , ou relação da circunferencia ao diametro	278	147	
TERCEIRA PARTE			
Areas dos polygonos e do circulo			
Capitulo primeiro			
Areas dos polygonos	282	152	
Capitulo segundo			
Areas das figuras circulares	300	161	
Capitulo terceiro			
Comparação de areas	308	167	

Figura 3- Índice da obra *Elementos de Geometria*, 1917

Fonte: Acervo pessoal do primeiro autor desse trabalho.

Além disso, as demonstrações dos teoremas, em sua maioria, apresenta uma estrutura que parte da hipótese para chegar à tese, ou seja, consiste em partir dos dados para chegar à resposta.

Podemos observar que a obra *Elementos de Geometria* apresenta, principalmente, elementos que vão ao encontro das características do método sintético: seu texto vai dos princípios às consequências, uso em demasia dos algoritmos, a ideia de construção do

conhecimento dos conceitos geométricos, parte da hipótese para chegar à tese, trabalha do elementar para o composto, ou seja, do simples para o complexo. Como exemplo temos que:

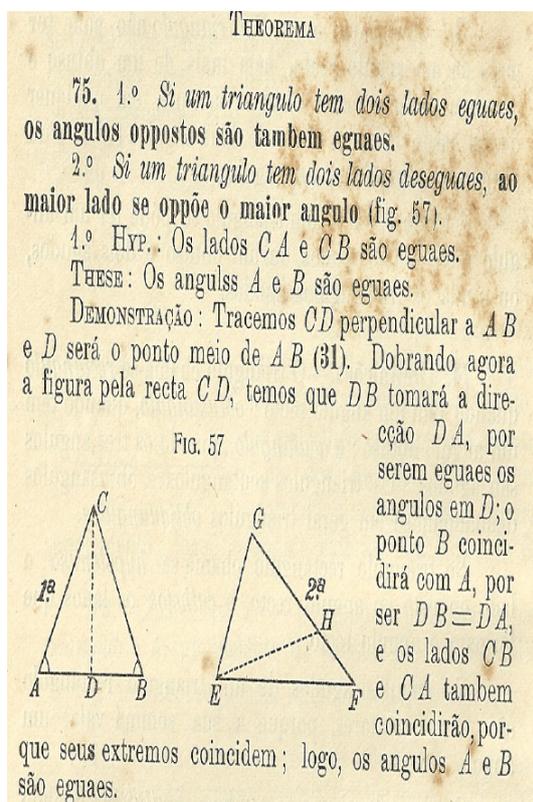


Figura 4 – Exemplo de uma questão resolvida pelo método sintético
 Fonte: Perez y Marin, 1912, p.40.

Ao anunciar o assunto “Triângulo”, existe uma série de teoremas que os autores demonstram, seguindo uma arquitetura pautada em uma estrutura lógica da geometria, que caminha das partes em direção ao todo. Como exemplo, na obra *Elementos de Geometria*, os autores definem polígono, mas trataram de antemão, de linhas e ângulos. Em linhas, foi de antemão descrito paralelas e perpendiculares. Ou seja, a demonstração é feita de acordo com uma ordem que configura um modo de expressar o todo, somente depois de terem sido introduzidos os assuntos que ancoram tais demonstrações.

4. Considerações Finais

Sobre os métodos analítico e sintético, podemos constar que os livros didáticos de Perez y Marin não obedecem a um formato de terem sido escritos do começo ao fim de forma analítica, tampouco sintética. Dessa maneira, afirmamos não termos encontrado, nas obras de Perez y Marin, um método em sua forma epistemológica pura.

Consideramos, também, que, em algumas de suas obras, observamos a presença, principalmente, de elementos que vão ao encontro das características do método sintético: seu texto vai dos princípios às consequências, existe uma forte tendência à memorização, uso em demasia dos algoritmos, a ideia de construção do conhecimento, trabalha do elementar para o composto, especialmente, na obra *Elementos de Geometria*. Quanto às obras *Elementos de Algebra e Aritmética Teorico-Prática*, podemos perceber uma ênfase no método analítico que por sua natureza heurística e mais conveniente no ensino/aprendizagem da matemática, ao menos nos níveis mais elementares.

Em conclusão, pela análise das obras, verificamos que a escolha da representação dos conteúdos segue a maneira de como esses conteúdos foram organizados, ou seja, pela estrutura lógica de organização dos conteúdos na matemática. Assim, consideramos que, no livro *Elementos de Algebra* o método mais utilizado foi o analítico que na abordagem de um problema, de um modo geral, pode ser um instrumento heurístico importante para a estratégia de resolução. Talvez, por essa razão, o autor tenha considerado o método analítico “o mais natural e mais adequado ao desenvolvimento do raciocínio”.

Quanto ao método sintético, prioritariamente o seu emprego ocorreu na obra *Elementos de Geometria* e, cuja organização segue uma estrutura euclidiana que conforme afirma Valente (2015) foi a obra que marcou a passagem do método analítico para o sintético.

Em instância final, aventamos uma hipótese quanto às escolhas do autor quanto ao método de organização dos conteúdos. Talvez possam ser justificadas pela preocupação em atender as recomendações dos programas oficiais de ensino, além de ter também influências de sua formação que se deu pela Escola Normal de Madri na Espanha, em 1876. Mas, infelizmente esteve fora do escopo deste trabalho a busca sobre o processo de formação matemática do autor que ocorreu na Espanha.

5. Referências

- BALIEIRO, I. F. *Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya - Quatro episódios da história da heurística*. 2004. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.
- BARBOSA, G. *Platão e a matemática: uma questão de método*. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2011.

- BARKER, S.F. *Filosofia da Matemática*. Tradução: Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.
- BITTENCOURT, C. *Livro Didático e conhecimento Histórico: uma história do saber escolar*. São Paulo, 1993. Tese (Doutorado em História) – Departamento de História da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo.
- BITTENCOURT, C. Autores e editores de compêndios e livros de leitura (1810-1910). *Educação e Pesquisa*. São Paulo, v.30, n.3, p.475-491, set/dez., 2004.
- BOYER, C.B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 2003.
- CORRÊA, B.M. *A Introdução à arte analítica de François Viète: comentários e tradução*. Rio de Janeiro, 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora UNICAMP, 2004.
- FETISSOV, A. I. *A demonstração em geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
- LEME SILVA, M.C. Revista *A Eschola Publica* (1896-1897): Saberes Geométricos e o Método Analítico. *Anais XII Seminário Temático Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890 - 1971): o que dizem as revistas pedagógicas? (1890 – 1971)*. Disponível em: http://www2.td.utfpr.edu.br/seminario_tematico/ANAIS/55_CELIA.pdf. Acesso em: 21 de julho de 2015.
- LORENZO, J. *Introdução al estilo matemático*. Madrid: Editorial Tecnos, 1971.
- MORTATTI, M.R.L. *Os sentidos da alfabetização: São Paulo /1876-1994*. São Paulo: Editora UNESP, 2000.
- PEREZ Y MARIN, A. *Elementos de álgebra*. 1ª ed. São Paulo: Escolas Profissionais Salesianas, 1909.
- PEREZ Y MARIN, A. *Arithmetica Theorico-Pratica*. 9ª ed. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1928.
- PEREZ Y MARIN, A; PAULA, C.F. *Elementos de Geometria*. Campinas: Typ. A Vapor Livro Azul, 1912.
- VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730 –1930)*. 1 ed. São Paulo: Annablume, FAPESP, 1999.
- VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. In: *ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008*.
- VALENTE, W. R. Como Ensinar Matemática no Curso Primário? Uma questão de conteúdos e métodos, 1890-1930. *EM. Perspectiva da Educação Matemática*. v.8-n.17-2015.